

کنترل فعال متتمرکز و نامتمرکز مدل‌های سازه‌ی سه بعدی با بازخورد جابه‌جایی و سرعت

مهدیان فدوی (دانشجوی دکتری)
دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

فیاض رحیم‌زاده رفوی * (استاد)
دانشکده‌ی هندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

سهیل منجھی نژاد (استادیار)
دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

به کارگیری سیستم‌های کنترل برای محدودساختن ارتعاشات سازه‌ی بی به صورت فعال و غیرفعال در چند دهه‌ی اخیر مطرح شده و برخی از آن‌ها نیز کاربردی شده‌اند. در این نوشته‌ی ضمن بررسی روش‌های ارائه شده برای کنترل متتمرکز سازه‌های بلند، نسبت به تشریح مفهوم کنترل نامتمرکز و تعیین کاربرد این ایده به مدل‌های سازه‌ی بی بعدی اقدام می‌شود. برای این منظور ضمن ارائه‌ی ایده‌ی تقسیم یک مدل سازه‌ی بی بعدی به تعدادی زیرسازه، از یک الگوریتم کنترل با بازخورد سرعت و جابه‌جایی برای کاهش پاسخ زیرسیستم‌ها استفاده می‌شود. در شاخص کارآبی درنظر گرفته شده برای تعیین الگوریتم، ضرایب وزنی با بهره‌گیری از معادله‌ی لیپاونف تعیین شده تا پایداری سیستم دینامیکی تقسیم شود. سپس با طرح یک مطالعه‌ی موردنی نسبت به بررسی عملکرد کنترل نامتمرکز سازه‌ها با روش مرسوم کنترل متتمرکز اقدام شد. مطالعه‌ی پارامتریک گستردگی برای تعیین حساسیت الگوریتم کنترل پیشنهادی به پارامترهای چون تعداد و اندازه‌ی زیرسازه‌ها، اثر خروج از مرکزیت با استفاده از یک رکورد زلزله انجام گردید؛ نتایج حاصله نشان می‌دهد که در تمامی حالت‌ها، کنترل غیر متتمرکز پیشنهادی ضمن تقسیم پایداری سازه، دارای کارآبی تقریباً یکسانی با حالت کنترل متتمرکز می‌باشد. تمامی مطالعات انجام شده در محدوده‌ی رفتار خطی سازه‌ها بوده و از نرم‌افزار Matlab برای انجام تحلیل‌ها استفاده شده است.

mehranfadavi@yahoo.com
rofooei@sharif.edu
smonajemi@yahoo.com

واژگان کلیدی: سازه‌های بلند، کنترل متتمرکز، کنترل نامتمرکز، کنترل فعال.

۱. مقدمه

فضای مودی مستقل (IMSC)، پالس کنترل و الگوریتم‌های مقاوم (مانند H_{∞}) کنترل مود لغزش^۴ و غیره — می‌توان نام برد، که در چند سال اخیر توجه زیادی به آن‌ها شده است. در شکل ۱ شمایی از اجزای تشکیل دهنده‌ی یک سیستم کنترل فعل نشان داده شده است.

در سیستم‌های بزرگ و حجیم، از آنجاکه انتقال اطلاعات از حسگرهای دریافت آن‌ها توسط سیستم‌های کنترل کننده باید به سرعت انجام شود، ریزکردن سیستم برای کنترل سازه — آن هم به صورت محلی و کوچکتر — ضرورت می‌باید. در یک مجتمع بزرگ مسکونی، یک واحد گسترده‌ی پتروشیمی و... حضور یک واحد کنترل مرکزی برای کل سازه، علاوه بر انتقال اطلاعات در صورت ایجاد هرگونه نقص در این واحد، کل سیستم آسیب پذیر می‌شود. در این‌گونه سیستم‌ها، راه حل پذیرفته شده عبارت است از به کارگیری الگوریتم‌های کنترلی مستقل و نامتمرکز^۵ که روی هر بخش به صورت جداگانه عمل کند؛ به این ترتیب، هر سیستم به چند زیرسیستم تقسیم می‌شود.

یکی از شیوه‌های کاهش پاسخ سازه‌ها، خصوصاً سازه‌های بلند، استفاده از روش «کنترل فعال» است. به طور ساده، در این روش از الگوریتمی برای تعیین نیروهای کنترل و از مجموعه‌ی از ابزارهای اعمال نیرو در برخی یا تمامی طبقات سازه، و یا حتی در مواقعی صرفاً در تراز پایه استفاده می‌شود. سیستم‌های کنترل و الگوریتم‌های مورد استفاده در آن‌ها از مدت‌ها قبل در مهندسی برق، کنترل، مکانیک و هوافضا مورد استفاده قرار گرفته است. در مهندسی عمران ایده‌ی استفاده از کنترل فعال به منظور «کنترل ارتعاشات در سازه‌ها» نخستین بار در سال ۱۹۷۲ مطرح شد.^[۱] پس از آن محققین مختلفی این ایده را در زمینه‌های مختلف گسترش داده‌اند.^[۲-۴] در این رابطه از الگوریتم‌های گوناگون ارائه شده به منظور تأمین اهداف کنترلی متفاوت — نظری کنترل کلاسیک بهینه^۱، کنترل بهینه‌ی لحظه‌یی^۲، جایابی قطبی^۳، کنترل

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۰/۱۰/۱۳۸۸، اصلاحیه ۱۸، پذیرش ۲۶/۱۰/۱۳۸۹.



شکل ۱. اجزای تشکیل دهنده یک سیستم کنترل در حالت کنترل متمرکز.^[۴]

مانند یک ساختمان بلندمرتبه، را با بهره‌گیری از کنترل نامتمرکز تطبیقی ساده‌مورد بررسی قرار دادند.^[۱۲] رفوغی و منجمی نژاد نسبت به کنترل نامتمرکز تعدادی مدل دو بعدی از سازه‌های بلند با بهره‌گیری از کنترل بهینه لحظه‌یی اقدام کردند.^[۱۵] برای این کار ابتدا ضرورت استفاده از کنترل نامتمرکز بررسی ۵ شد، و سپس با طراحی کنترل‌کننده‌ها و ماتریس بهره^{۱۰} می‌نمایی دو حالت کنترل -- یکی با بهره‌گیری از بازخورد سرعت و دیگری کنترل با بهره‌گیری از بازخورد سرعت و جابه‌جایی -- را مورد بررسی قرار دادند.

منجمی نژاد و رفوغی درخصوص کنترل نامتمرکز مقاوم سازه‌های بلند، از یک الگوریتم مود لغزشی^{۱۱} بهره گرفتند.^[۱۶] مراحل طراحی الگوریتم کنترل در روش مود لغزشی شامل دو مرحله است: ۱. طراحی سطوح لغزش؛ ۲. طراحی ضابطه.^{۱۲} کنترل نامتمرکز ممکن است در دو حالت با یا بدون درنظر داشتن تأثیرات درجات آزادی مشترک بین زیرسیستم‌ها طراحی شود که البته در صورت درنظر داشتن تأثیرات درجات آزادی مشترک، اطمینان بیشتری به پایداری هر زیرسیستم و نیز کل سیستم کنترل وجود خواهد داشت.

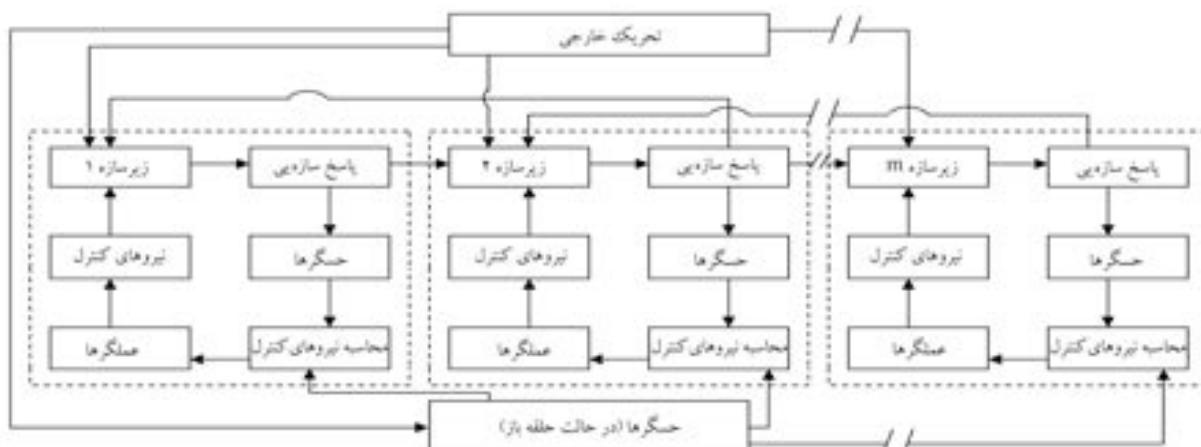
در این مطالعه، کنترل متمرکز و نامتمرکز مدل‌های سه‌بعدی سازه‌های بلند با درنظر داشتن درجات آزادی مشترک بین زیرسازه‌ها و اثرات دوگانه آن‌ها بر یکدیگر بررسی شده است. الگوریتم مورد استفاده، کنترل بهینه‌ی لحظه‌یی^{۱۳} است که در آن از بازخورد سرعت و بازخورد سرعت و جابه‌جایی برای محاسبه‌ی نیروهای کنترل استفاده شده است. مدل‌های سازه‌یی درنظر گرفته شده از نوع برشی، و پلان آن‌ها -- که در تمام طبقات یکسان است -- دارای خروج از مرکزیت e_0 و e_1 است. همانند رویه‌ی مورد استفاده در کنترل غیر متمرکز مدل‌های دو بعدی سازه‌ها، روش تفکیک زیرسازه‌ها براساس تعداد درجات آزادی انجام شده است. در ادامه، ضمن انجام یک مطالعه‌ی موردنی نسبت به عملکرد کنترل نامتمرکز در کاهش پاسخ لرزه‌یی مدل‌های سازه‌یی و مقایسه‌ی آن با حالت کنترل متمرکز اقدام می‌شود. اثر ناشی از تأخیر زمانی در این مطالعه نادیده گرفته شده است.

۲. فرمول‌بندی معادلات حرکت در حالت کنترل غیرمتمرکز

یک سازه‌ی بلند برشی با جرم‌های متمرکز در n طبقه با $3n$ درجه آزادی (هر طبقه دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی دورانی) مطابق شکل ۳ در نظر گرفته

باید توجه داشت که نامتمرکزشدن کنترل، علی‌رغم احتمال ایجاد کاهش در کارایی سیستم قابلیت اعتماد آن را از نظر پایداری افزایش داده و در صورت ازکار افتادن سیستم کنترلی یکی از زیرسیستم‌ها، کنترل سازه دچار آسیب کلی نخواهد شد. عامل تأخیر زمانی^۹ نیز در این حالت می‌تواند کمینه شود. در این نوع کنترل عموماً سعی می‌شود با بهره‌گیری از بازخورد اطلاعات محلی برای تعیین فرمان‌های کنترلی، کنترل هر بخش از سیستم به صورت جدا انجام شود. در شکل ۲ اجزای یک سیستم کنترل فعال نامتمرکز با m زیرسیستم نشان داده شده است. شیوه‌ی تقسیم یک سیستم به چند زیرسیستم، به تعداد درجات آزادی و میزان گستردگی فیزیکی آن بستگی خواهد داشت. کنترل غیرمتمرکز در آغاز در مردمد سیستم‌های قدرت کار برد داشت و بعدها توسعه محققین دیگری گسترش یافت.^[۱۴] در این نوع کنترل مسئله‌ی پایداری سیستم مطالعه، و شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم کنترل تحت قوانین کنترلی با بازخورد محلی و جیavan سازی دینامیکی بیان شد.^[۱۵] همچنین از روش مود لغزشی برای کنترل نامتمرکز سیستم‌های بزرگ‌مقیاس، تحت اثر ورودی خارجی و با وجود عامل تأخیر زمانی در متغیرهای حالت مورد استفاده قرار گرفت.^[۱۶] طرح کنترلی آن‌ها شامل یک قانون کنترلی نامتمرکز و یک ابرصفحه‌ی سوئچینگ^۷ از نوع انتگرالی است. آنان قانون کنترل نامتمرکز را به‌گونه‌یی تعیین کردند تا ضابطه کلی رسیدن^۸ برقرار شود.

در این نوع کنترل (مود لغزشی)، از کنترل تطبیقی مرجع^۹ برای تعیین قانون کنترلی نامتمرکز استفاده شده^[۱۷] و همچنین چندین چندین روش نامتمرکز برای سازه‌های خربزای ارائه شد^[۱۸] و کار برد کنترل نامتمرکز در سازه‌های فضای کار انعطاف‌پذیر (خرپای سه‌بعدی) بررسی شد.^[۱۹] اما در سال ۱۹۹۶، محققین دیگری کنترل یک سازه ساختمانی چند درجه آزادی،



شکل ۲. اجزای تشکیل دهنده یک سیستم کنترل فعال در حالت کنترل نامتمرکز با m زیرسیستم.

که در آن m_i جرم، $I_i = m_i \bar{r}_i^T$ لغزش ماند و \bar{r}_i شعاع زیرسیون طبقه‌ی i است. همچنین ماتریس سختی این مدل سازه‌یی عبارت خواهد بود از:

$$[K]_{\tau n \times \tau n} = \begin{bmatrix} K^1 + K^1 & -K^1 & & \circ \\ & K^1 + K^1 & -K^1 & \\ & & \ddots & -K^n \\ (Sym) & & & K^n \end{bmatrix},$$

$$[K^i]_{\tau \times \tau} = \begin{bmatrix} K_{xi} & \circ & (-e_{yi} K_{xi}) \\ \circ & K_{yi} & (e_{xi} K_{yi}) \\ (-e_{yi} K_{xi}) & (e_{xi} K_{yi}) & (K_{\theta i} + e_{xi}^T K_{yi} + e_{yi}^T K_{xi}) \end{bmatrix}$$

شده و تحت اثر مؤلفه‌های افقی شتاب حرکت زمین \ddot{U}_g قرار داده می‌شود. اگر \bar{X} بردار جابه‌جایی نسبی طبقات مختلف سازه نسبت به تکیه‌گاه باشد، معادله‌ی حرکت سیستم به شکل ماتریسی ۱ نوشته می‌شود:

$$M \ddot{\bar{X}} + C \dot{\bar{X}} + K \bar{X} = -M[r] \ddot{U}_g + HU \quad (1)$$

که در آن بردار تغییر مکان نسبی طبقات مختلف سازه چنین تعریف می‌شود:

$$\bar{X}^T = \{x_1 \ y_1 \ \theta_1 | x_2 \ y_2 \ \theta_2 | \dots x_n \ y_n \ \theta_n\}_{1 \times 3n} \quad (2)$$

همچنین بردار نیروهای کنترل عبارت خواهد بود از:

$$U^T = \{u_{1x} \ u_{1y} \ u_{1\theta} |, \dots, u_{ax} \ u_{ay} \ u_{a\theta}\}_{1 \times 3a} \quad (3)$$

$$K_{xi} = \sum_{j=1}^l K_{xij}, \quad K_{yi} = \sum_{j=1}^l K_{yij}, \quad e_{xi} = \frac{\sum_{j=1}^l K_{yij} d_{xij}}{\sum_{j=1}^l K_{yij}},$$

$$e_{yi} = \frac{\sum_{j=1}^l K_{xij} d_{yij}}{\sum_{j=1}^l K_{xij}}, \quad K_{\theta i} = \sum_{j=1}^l (K_{xij} d_{yij}^T + K_{yij} d_{xij}^T) \quad (6)$$

در روابط فوق n تعداد طبقات ساختمان و $3a$ تعداد کنترل کننده‌های است (در هر طبقه سه کنترل کننده در نظر گرفته شده است). ماتریس جرم سیستم سازه‌یی عبارت خواهد بود از:

$$M_{\tau n \times \tau n} = \begin{bmatrix} M^1 & & & \circ \\ & M^1 & & \\ & & \ddots & \\ \circ & & & M^n \end{bmatrix},$$

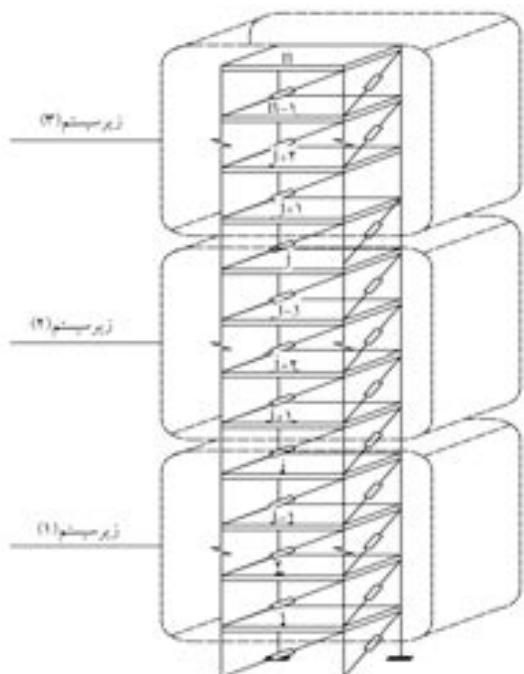
$$M_{\tau \times \tau}^i = \begin{bmatrix} m_i & \circ & \circ \\ \circ & m_i & \circ \\ \circ & \circ & m_i \bar{r}_i^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

l تعداد ستون‌ها در یک طبقه، d_{xij} فاصله‌ی ستون j در طبقه‌ی i از محور مختصات در جهت x و d_{yij} فاصله‌ی ستون j در طبقه‌ی i از محور مختصات در جهت y است. ماتریس ضرایب تأثیر بردار شتاب زمین چنین تعریف می‌شوند:

$$[r] = \begin{bmatrix} 1 & \circ & \circ \\ \circ & 1 & \circ \\ \circ & \circ & 1 \\ 1 & \circ & \circ \\ \circ & 1 & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \dots & 1 \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau}, \quad \ddot{U}_g = \left\{ \begin{array}{c} \ddot{u}_{xg} \\ \ddot{u}_{yg} \\ \ddot{u}_{\theta g} \end{array} \right\}_{\tau \times 1} \quad (7)$$

به طور کلی ماتریس میرایی از نظر ظاهری شبیه ماتریس سختی است، با این تفاوت که ثابت‌های میرایی C_{xi} , C_{yi} و $C_{\theta i}$ جایگزین مقادیر K_{xi} , K_{yi} و $K_{\theta i}$ می‌شوند. ابعاد ماتریس H وابسته به نوع سازوکار کنترلی است که برای اعمال نیرو به سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماتریس H تعریف شده با فرض به کارگیری سیستم کابل‌های 14 در طبقات مختلف بوده و در صورت استفاده از کنترل کننده‌هایی همچون سختی متغیر فعال (AVS)^{۱۵}, میراگر لرج فعال (AVD)^{۱۶} و غیره لازم است ماتریس H به نحو مناسبی اصلاح شود. شکل ۴ شیوه‌ی به کارگیری این سازوکارها را نشان می‌دهد.

با فرض استفاده از سیستم کابل‌های فعال، ماتریس موقعیت کنترل کننده‌ها چنین خواهد بود:



شکل ۳. مدل ۳D سازه‌یی یک ساختمان چند طبقه.

$$r_1 = \begin{bmatrix} I_{\tau \times \tau} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{\tau n_1 \times \tau}, \quad r_\tau = \begin{bmatrix} I_{\tau \times \tau} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{\tau n_\tau \times \tau}, \quad (10)$$

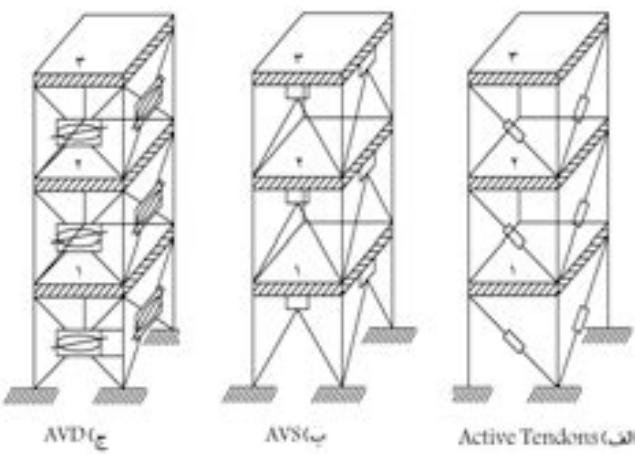
$$r_\tau = \begin{bmatrix} I_{\tau \times \tau} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{\tau n_\tau \times \tau}$$

حال اگر مطابق شکل ۳ سیستم اصلی به سه زیرسیستم، با ابعاد n_2, n_1, n_1 تقسیم شود، می‌توان نسبت به تغییک معادلات حرکت طبقه‌ی ۱۱ اقدام کرد:

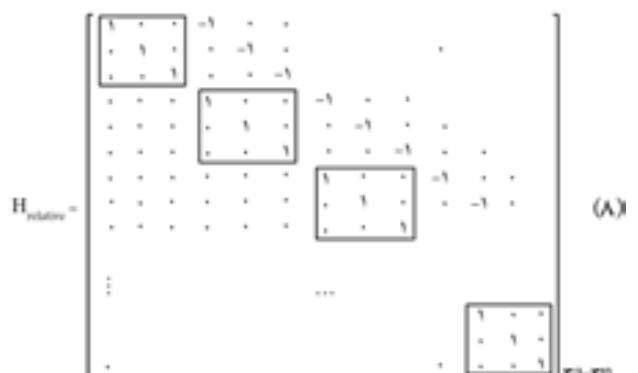
$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} M_{11} & \circ & \circ \\ \circ & M_{22} & \circ \\ \circ & \circ & M_{\tau\tau} \end{array} \right]_{\tau n \times \tau n} \left[\begin{array}{c} \ddot{\bar{X}}_1 \\ \ddot{\bar{X}}_\tau \\ \ddot{\bar{X}}_\tau \end{array} \right]_{\tau n \times 1} + \\ & \left[\begin{array}{ccc} C_{11} & C_{12} & \circ \\ C_{21} & C_{22} & C_{\tau\tau} \\ \circ & C_{\tau\tau} & C_{\tau\tau} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{\bar{X}}_1 \\ \dot{\bar{X}}_\tau \\ \dot{\bar{X}}_\tau \end{array} \right] + \\ & \left[\begin{array}{ccc} K_{11} & K_{12} & \circ \\ K_{21} & K_{22} & K_{\tau\tau} \\ \circ & K_{\tau\tau} & K_{\tau\tau} \end{array} \right]_{\tau n \times \tau n} \left[\begin{array}{c} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_\tau \\ \bar{X}_\tau \end{array} \right]_{\tau n \times 1} = \\ & - \left[\begin{array}{ccc} M_{11} & \circ & \circ \\ \circ & M_{22} & \circ \\ \circ & \circ & M_{\tau\tau} \end{array} \right]_{\tau n \times \tau n} \left[\begin{array}{c} r_1 \\ r_2 \\ r_\tau \end{array} \right]_{\tau n \times 1} \ddot{U}_g_{\tau \times 1} + \\ & \left[\begin{array}{ccc} H_{11} & H_{12} & \circ \\ \circ & H_{22} & H_{2\tau} \\ \circ & \circ & H_{\tau\tau} \end{array} \right]_{\tau n \times \tau a} \left\{ \begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ U_\tau \end{array} \right\}_{\tau a \times 1} \quad (11) \end{aligned}$$

که در آن بردارهای $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_\tau$ بردارهای جابه‌جایی نسبی طبقات زیرسیستم‌ها (نسبت به تکیه‌گاه) و U_1, U_2, U_τ بردارهای نیروی کنترل مربوط به آن‌ها بوده و طبق رابطه ۱۲ تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{\tau n_1} \end{Bmatrix}_{\tau n_1 \times 1}, \quad \bar{X}_\tau = \begin{Bmatrix} x_{\tau n_1+1} \\ \vdots \\ x_{\tau(n_1+n_\tau)} \end{Bmatrix}_{\tau n_\tau \times 1}, \\ \bar{X}_\tau &= \begin{Bmatrix} x_{\tau(n_1+n_\tau)+1} \\ \vdots \\ x_{\tau n} \end{Bmatrix}_{\tau n_\tau \times 1}, \\ U_1 &= \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_K \end{Bmatrix}_{k \times 1}, \quad U_\tau = \begin{Bmatrix} u_{K+1} \\ \vdots \\ u_l \end{Bmatrix}_{(l-k) \times 1}, \\ U_\tau &= \begin{Bmatrix} u_{l+1} \\ \vdots \\ u_{\tau a} \end{Bmatrix}_{(\tau a - k - l) \times 1} \quad (12) \end{aligned}$$



شکل ۴. سازوکارهای اعمال نیرو به سازه.



در سیستم‌های از نوع کابل‌های فعال، از کابل‌های پیش‌تنیده با میزان تنیدگی قابل تنظیم استفاده می‌شود. سیستم کنترلی AVS با تنظیم سختی طبقات، و سیستم AVD با افزایش میرایی سیستم نسبت به کاهش پاسخ سیستم دینامیکی وارد عمل می‌شود. در فضای حالت با تعریف بردار حالت به صورت $X^T = \langle \bar{x}, \dot{\bar{x}} \rangle$ و معادله‌ی سیستم تبدیل می‌شود به (در روابط از مختصات نسبی استفاده می‌شود):

$$\dot{X} = AX + BU + E\ddot{U}_g \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} \circ & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau n}, \quad B = \begin{bmatrix} \circ \\ M^{-1}H \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau a},$$

$$E = \begin{bmatrix} [0] \\ [-r] \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau}$$

$$[r]_{\tau n \times \tau} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{\tau \times \tau} \\ \vdots \\ I_{\tau \times \tau} \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_\tau \end{bmatrix}_{\tau n \times 1}$$

نسبت به دستگاه طبق رابطه‌ی ۱۶ خواهد بود:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= A_i \tilde{X}_i + B_i U_i + E_i \ddot{U}_g + A_{i-1} \tilde{X}_{i-1} + \\ &A_{i+1} \tilde{X}_{i+1} + B_{i+1} U_{i+1} \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن U_i فرمان کنترلی زیرسیستم i ام، و U_{i+1} فرمان کنترلی زیرسیستم بالایی است. چنان که مشاهده می‌شود، در این حالت معادله‌ی هر زیرسیستم به فرمان‌های کنترلی زیرسیستم فوقانی آن بستگی دارد. در این روابط مقدار پارامترهای با اندیس صفر و اندیس‌های بیش از m صفر خواهد بود.

چنان که گفته شد، x_i درجات آزادی تغییر مکان نسبت به تکیه‌گاه و u_k نیروی کنترل در k مین کنترل کننده است. برای هر زیرسیستم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} M_{11} \overline{\dot{X}}_1 + C_{11} \overline{\dot{X}}_1 + K_{11} \overline{X}_1 = -M_{11} r_1 \times \{\ddot{U}_g\}_{r \times 1} \\ + H_{11} U_1 + H_{12} U_2 - C_{12} \overline{\dot{X}}_2 - K_{12} \overline{X}_2 \\ M_{22} \overline{\dot{X}}_2 + C_{22} \overline{\dot{X}}_2 + K_{22} \overline{X}_2 = -M_{22} r_2 \times \{\ddot{U}_g\}_{r \times 1} \\ + H_{22} U_2 + H_{21} U_1 - C_{21} \overline{\dot{X}}_1 - K_{21} \overline{X}_1 - K_{22} \overline{X}_2 - K_{11} \overline{X}_1 \\ M_{rr} \overline{\dot{X}}_r + C_{rr} \overline{\dot{X}}_r + K_{rr} \overline{X}_r = -M_{rr} r_r \times \{\ddot{U}_g\}_{r \times 1} \\ + H_{rr} U_r - C_{rr} \overline{\dot{X}}_r - K_{rr} \overline{X}_r \end{cases} \quad (13)$$

همچنین می‌توان معادلات هر زیرسیستم را به فضای حالت تبدیل کرد. مثلاً برای زیرسیستم میانی (شماره‌ی ۲) با توجه به معادله‌ی ۱۳ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\bar{X}}_2 \\ \ddot{\bar{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & I \\ -M_{22}^{-1} K_{22} & -M_{22}^{-1} C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{X}_2 \\ \dot{\bar{X}}_2 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \cdot \\ -r_1 \end{bmatrix} \ddot{U}_g + \begin{bmatrix} \cdot \\ M_{22}^{-1} H_{22} \end{bmatrix} U_2 + \begin{bmatrix} \cdot \\ M_{22}^{-1} H_{22} \end{bmatrix} U_2 + \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ -M_{22}^{-1} K_{21} & -M_{22}^{-1} C_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{X}_1 \\ \dot{\bar{X}}_1 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ -M_{22}^{-1} K_{22} & -M_{22}^{-1} C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{X}_r \\ \dot{\bar{X}}_r \end{bmatrix} \end{cases} \quad (14)$$

برای زیرسیستم‌های ۱ و ۳ نیز به روش مشابه می‌توان معادلات حرکت را در فضای حالت به دست آورد. در حالت کلی در فضای حالت این معادلات چنین خلاصه می‌شوند:

$$\begin{cases} \tilde{X}_1 = \begin{bmatrix} \overline{X}_1 \\ \dot{\bar{X}}_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{X}_r = \begin{bmatrix} \overline{X}_r \\ \dot{\bar{X}}_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{X}_r = \begin{bmatrix} \overline{X}_r \\ \dot{\bar{X}}_r \end{bmatrix} \\ \begin{aligned} \tilde{\dot{X}}_1 &= A_1 \tilde{X}_1 + B_1 U_1 + E_1 \ddot{U}_g + A_{12} \tilde{X}_2 + B_{12} U_2 \\ \tilde{\dot{X}}_r &= A_r \tilde{X}_r + B_r U_r + E_r \ddot{U}_g + A_{rr} \tilde{X}_r + B_{rr} U_r \\ \tilde{\dot{X}}_r &= A_r \tilde{X}_r + B_r U_r + E_r \ddot{U}_g + A_{rr} \tilde{X}_r \end{aligned} \end{cases} \quad (15)$$

که در آن:

با ساخت معادله را می‌توان چنین نوشت:

$$Y(t) = \int_0^t \exp[\theta(t-\tau)] F(\tau) d\tau \quad (21)$$

که در آن $\theta_{6n \times 6n}$ ماتریسی قطری است که اعضای قطر آن مقادیر ویژه مختلط θ_j (j = 1, 2, ..., 6n) از ماتریس A هستند؛ و نیز:

$$F(t) = T^{-1} [B(t) + E(t)] \quad (20)$$

$$\begin{cases} A_i = \begin{bmatrix} \cdot & I \\ -M_{ii}^{-1} K_{ii} & -M_{ii}^{-1} C_{ii} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} \cdot \\ M_{ii}^{-1} H_{ii} \end{bmatrix}, \\ A_{ij} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ -M_{ii}^{-1} K_{ij} & -M_{ii}^{-1} C_{ij} \end{bmatrix}, \\ B_{ij} = \begin{bmatrix} \cdot \\ M_{ii}^{-1} H_{ij} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} \cdot \\ -r_1 \end{bmatrix}, \quad E_r = \begin{bmatrix} \cdot \\ -r_r \end{bmatrix}, \\ E_r = \begin{bmatrix} \cdot \\ -r_r \end{bmatrix} \text{ or } E_i = \begin{bmatrix} \cdot \\ -r_i \end{bmatrix} \end{cases}$$

در حالت کلی اگر یک سیستم به m زیرسیستم و هر زیرسیستم با n_i طبقه تقسیم شود، معادله‌ی کلی زیرسیستم i ام در فضای حالت برحسب جایه‌جایی طبقات

$$\begin{aligned} D(t - \Delta t) &= e^{\theta \Delta t} T^{-1} \left\{ X(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \right. \\ &\left. [B(t - \Delta t) + E(t - \Delta t)] \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

۴. طراحی کنترل کننده ها

براساس معادله فضای حالت، مقدار نیروی کنترلی تابعی از بردار حالت، و به عبارتی تابعی از پارامترهای جایه جایی و سرعت است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$U = GX, \quad G = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} B^T Q \quad (32)$$

در حالت سه بعدی اگر تمامی درجات آزادی دارای کنترل کننده باشند ماتریس G ماتریسی با ابعاد $3n \times 6n$ خواهد بود. همچنین اگر در a طبقه دارای کنترل کننده باشیم، ماتریس G به ابعاد $3a \times 6n$ خواهد بود. چنان که گفته شد، در این رابطه ماتریس های R و Q ماتریس های وزنی هستند. ماتریس Q در حالت سه بعدی از جمع سه ماتریس Q_r, Q_y, Q_x تشکیل می شود:

$$Q = Q_x + Q_y + Q_r \quad (33)$$

هریک از ماتریس های Q چنین تعریف می شود:

$$\begin{aligned} Q_{6n \times 6n} &= \eta \begin{bmatrix} Q_{11_{\tau_n} \times \tau_n} & Q_{12_{\tau_n} \times \tau_n} \\ Q_{21_{\tau_n} \times \tau_n} & Q_{22_{\tau_n} \times \tau_n} \end{bmatrix}, \\ Q_{ij} &= \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xr} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yr} \\ q_{rx} & q_{ry} & q_{rr} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\ Q_x &= \eta_x \begin{bmatrix} Q_{x11} & Q_{x12} \\ Q_{x21} & Q_{x22} \end{bmatrix}, \quad Q_y = \eta_y \begin{bmatrix} Q_{y11} & Q_{y12} \\ Q_{y21} & Q_{y22} \end{bmatrix}, \\ Q_r &= \eta_r \begin{bmatrix} Q_{r11} & Q_{r12} \\ Q_{r21} & Q_{r22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

در این روابط پارامترهای η_x, η_y, η_r ضرایب وزنی اند که برای تنظیم میزان کاهش در پاسخ زیرسیستم ها مورد استفاده قرار خواهند گرفت. با توجه به مستقل بودن روابط در جهات y و x ، مؤلفه های q_{xy}, q_{yx} برابر صفر خواهند بود. به روش مشابه می توان برای $Q_{x6n \times 6n}, Q_{y6n \times 6n}$ و $Q_{r6n \times 6n}$ نیز نوشت:

$$\begin{aligned} Q_{ijx} &= \begin{bmatrix} q_{xx} & \circ & q_{xr} \\ \circ & \circ & \circ \\ q_{rx} & \circ & \circ \end{bmatrix}_{3 \times 3}, \quad Q_{ijy} = \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & q_{yy} & q_{yr} \\ \circ & q_{ry} & \circ \end{bmatrix}_{3 \times 3}, \\ Q_{ijr} &= \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & q_{rr} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{aligned} \quad (35)$$

اگر این سه ماتریس در معادله کلی پایداری لیاپانوف جایگذاری شود خواهیم داشت:

$$A^T Q + QA = A^T (Q_x + Q_y + Q_r) + (Q_x + Q_y + Q_r) A = -I_o \quad (36)$$

که در آن I_o یک ماتریس مثبت نیمه معین (ترجیحاً قطری) است. با سطح ماتریس های A و Q داریم:

$$Q = Q_x + Q_y + Q_r$$

$$A = A_x + A_y + A_r$$

در بردار $D(t - \Delta t)$ تمامی جملات در لحظه $t - \Delta t$ هستند.تابع هامیلتونین این سیستم عبارت خواهد بود از:

$$H = X^T(t) Q X(t) + U^T(t) R U(t) + \lambda^T \left\{ X(t) - TD(t - \Delta t) - \frac{\Delta t}{2} [B U(t) + E \ddot{U}_g(t)] \right\} \quad (24)$$

که در آن $\lambda(t)$ بردار ضرایب لاگرانژ است. شرایط لازم برای کمینه سازی معیار عملکرد $J(t)$ عبارتند از:

$$2QX(t) + \lambda(t) = 0$$

$$2RU(t) - \frac{\Delta t}{2} B^T \lambda(t) = 0$$

$$X(t) = T e^{\theta \Delta t} T^{-1} X(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} T \left[e^{\theta \Delta t} F(t - \Delta t) + F(t) \right] \quad (25)$$

در الگوریتم کنترل حلقه ای بسته، بردار کنترل $(U(t))$ و بردار $\lambda(t)$ به وسیله بردار حالت تنظیم می شوند؛ یعنی $(U(t)) = -2QX(t) - \lambda(t)$. بنابراین نیروی کنترل عبارت خواهد بود از:

$$U(t) = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} B^T Q X(t) \quad (26)$$

که در آن Δt فاصله ای زمانی مورد بررسی در بهینه سازی معیار کنترل، R ضریب وزنی نیروی کنترل، Q ضریب وزنی جایه جایی، B ماتریس موقعیت نیروی کنترل و X بردار حالت است. اگرچه نیروی کنترل در این روش به نحو بهینه تعیین می شود، برای برخی از ماتریس های Q احتمال ناپایداری سیستم وجود خواهد داشت. برای تضمین پایداری سیستم می توان به تولید ماتریس Q از طریق حل معادله لیاپانوف پرداخت.^[۱] با اعمال رابطه قبلي می توان نوشت:

$$\dot{X} = (A - \frac{\Delta t}{2} BR^{-1} B^T Q) X + E \ddot{U}_g \quad (27)$$

حال اگر تابع مشیت نیمه معین لیاپانوف به صورت رابطه ۲۸ نظر گرفته شود:

$$V(X) = X^T Q X \geq 0 \quad (28)$$

ماتریس Q باید چنان انتخاب شود که:

$$\dot{V}(X) \leq 0, \quad \forall X \neq 0 \quad (29)$$

مشتق این رابطه نسبت به زمان برابر است با:

$$\dot{V} = \dot{X}^T Q X + X^T Q \dot{X} = X^T (A^T Q + QA - \frac{\Delta t}{2} QBR^{-1} B^T Q) X \quad (30)$$

چون ماتریس R مشیت معین است، عبارت $\frac{\Delta t}{2} QBR^{-1} B^T Q$ منفی نیمه معین خواهد بود. بنابراین اگر عبارت $A^T Q + QA - \frac{\Delta t}{2} QBR^{-1} B^T Q$ مطابق رابطه ۳۱ منفی نیمه معین در نظر گرفته شود، نزخ تغییر تابع $V(X)$ که به نوعی نشانگر انرژی کل سیستم دینامیکی است، ثابت می ماند یا منفی خواهد شد؛ بنابراین پایداری سیستم دینامیکی تضمین می شود:

$$A^T Q + QA = -I_o \quad (31)$$

در رابطه ۳۱، I_o یک ماتریس مشیت نیمه معین است. در این صورت با حل معادله لیاپانوف و تعیین ماتریس Q پایداری سیستم تأمین می شود. یقیناً این مسئله مستقل از طول بازه زمانی مورد استفاده برای کنترل یعنی Δt خواهد بود.

با توجه به شرایط و مقادیر ماتریس‌های Q و I_o روابط پایداری در هر راستا برقرار خواهد بود. با جایگذاری ماتریس Q در ماتریس بهره G می‌توان نوشت:

$$G = G_x + G_y + G_r = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} \begin{bmatrix} \circ & (M_x^{-1} H_x)^T \\ \circ & (M_y^{-1} H_y)^T \end{bmatrix} \eta_x \begin{bmatrix} k_x & \circ \\ \circ & M_x \end{bmatrix} - \frac{\Delta t}{2} R^{-1} \begin{bmatrix} \circ & (M_y^{-1} H_y)^T \\ \circ & M_y \end{bmatrix} \eta_y \begin{bmatrix} k_y & \circ \\ \circ & M_y \end{bmatrix} - \frac{\Delta t}{2} R^{-1} \begin{bmatrix} \circ & (M_r^{-1} H_r)^T \\ \circ & M_r \end{bmatrix} \eta_r \begin{bmatrix} k_r & \circ \\ \circ & M_r \end{bmatrix} \quad (41)$$

که در آن ماتریس‌های $H_x, H_y, H_r, M_x, M_y, M_r$ ، ماتریس‌های مستقل مرتبه با نیزی کنترل در هر جهت است. مثلاً H_x به صورت زیر ارائه شده و برای راستای y و برای راستای r نیز به طور مشابه می‌توان درایه‌های مرتبه با سایر راستاها را مساوی صفر قرار داد:

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 1 & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & 1 & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & 1 & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & 1 & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & 1 & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & 1 & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & 1 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & 1 \end{bmatrix}_{7n \times 7n}$$

با فرض این که $R^{-1} = r$ ، می‌توان داشت:

$$\begin{cases} G_x = -\frac{\Delta t}{r} \begin{bmatrix} \circ & r \eta_x H_x^T \end{bmatrix} \\ G_y = -\frac{\Delta t}{r} \begin{bmatrix} \circ & r \eta_y H_y^T \end{bmatrix} \\ G_r = -\frac{\Delta t}{r} \begin{bmatrix} \circ & r \eta_r H_r^T \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow G = -\frac{\Delta t}{2} r \begin{bmatrix} \circ & (\eta_x H_x^T + \eta_y H_y^T + \eta_r H_r^T) \end{bmatrix} \quad (42)$$

در حالت سه‌بعدی، G یک ماتریس $(6n \times 3n)$ است که می‌توان آن را به دو قسمت G_1, G_2 با ابعاد $3n \times 3n$ تقسیم کرد:

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \end{bmatrix}_{r_{\text{tot}} \times r_{\text{tot}}} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & G_1 = O_{r_{\text{tot}} \times r_{\text{tot}}} & \dots \\ \dots & \dots & (G_2)_{r_{\text{tot}} \times r_{\text{tot}}} \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{(43)}$$

هر یک از جملات ماتریس G_2 نشان داده شده با $(*)$ ، یک ماتریس 3×3 غیرصفر است. با توجه به ضرب این ماتریس در $\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{X} \end{bmatrix}$ X خواهیم داشت $U = GX = G_2 \bar{X}$ ، که به معنای استفاده از بازخورد سرعت در تعیین نیزی کنترل خواهد بود. در حالت کنترل نامتمرکز، اگر فرض شود که سازه به سه زیرسازه -- هر یک با تعداد درجات آزادی $3n_1, 3n_2, 3n_3$ -- تقسیم شده، با فرض $3n = 3n_1 + 3n_2 + 3n_3$ ماتریس G می‌تواند به سه زیرماتریس براساس ابعاد هر زیرسیستم و ماتریس‌های کنترلی واسطه بین زیرسیستم‌ها تقسیم شود. با توجه به

ماتریس‌های A_r, A_y, A_x با حذف جملات غیرمرتبه با جهت‌های x و y و دوران از ماتریس A به دست می‌آیند. بسط معادله لیاپانوف چنین خواهد بود:

$$\begin{aligned} (A_x^T + A_y^T + A_r^T)(Q_x + Q_y + Q_r) + (Q_x + Q_y + Q_r) \\ (A_x + A_y + A_r) = -I_o \end{aligned}$$

می‌توان یابت کرد که با تعیین ماتریس‌های Q_r, Q_y, Q_x از طریق:

$$\begin{aligned} A_x^T Q_x + Q_x A_x &= -I_{ox} \\ A_y^T Q_y + Q_y A_y &= -I_{oy} \quad I_o = I_{ox} + I_{oy} + I_{or} \\ A_r^T Q_r + Q_r A_r &= -I_{or} \end{aligned} \quad (44)$$

ماتریس $Q = Q_x + Q_y + Q_r$ معادله لیاپانوف سه‌بعدی را برآورده خواهد کرد. تعیین جداگانه ماتریس‌های Q_x, Q_y, Q_r بر قابلیت‌های سیستم کنترل در کاهش پاسخ مدل‌های سازه‌بی سه‌بعدی دارای خروج از مردیت خواهد افزود.

۱.۴. کنترل کننده با بازخورد سرعت

در صورت استفاده از بازخورد سرعت، ماتریس‌های $I_{or}, I_{oy}, I_{ox}, Q_r, Q_y, Q_x$ چنین تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} Q_x &= \eta_x \begin{bmatrix} Q_{x11} & Q_{x12} \\ Q_{x21} & Q_{x22} \end{bmatrix}, \quad I_{ox} = \begin{bmatrix} I_{1x} & \circ \\ \circ & I_{2x} \end{bmatrix} \\ Q_y &= \eta_y \begin{bmatrix} Q_{y11} & Q_{y12} \\ Q_{y21} & Q_{y22} \end{bmatrix}, \quad I_{oy} = \begin{bmatrix} I_{1y} & \circ \\ \circ & I_{2y} \end{bmatrix} \\ Q_r &= \eta_r \begin{bmatrix} Q_{r11} & Q_{r12} \\ Q_{r21} & Q_{r22} \end{bmatrix}, \quad I_{or} = \begin{bmatrix} I_{1r} & \circ \\ \circ & I_{2r} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

به عنوان یک انتخاب، ماتریس‌های Q_r, Q_y, Q_x به صورت رابطه‌ی ۳۹ در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} Q_{x11} = k_x \\ Q_{x21} = M_x \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{y11} = k_y \\ Q_{y21} = M_y \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{r11} = k_r \\ Q_{r21} = M_r \end{cases} \quad (46)$$

ماتریس‌های $M_r, M_y, M_x, K_r, K_y, K_x$ به ترتیب با حذف جملات غیرمرتبه با جهات r, y, x در ماتریس‌های M, K قابل تعیین‌اند. ضرایب η_x, η_y, η_r نیز اعدادی بزرگ‌تر از صفرند. با جایگذاری این ماتریس‌ها در روابط قبلی، المان‌های ماتریس‌های I_{or}, I_{oy}, I_{ox} که ماتریس‌های مثبت و نیمه‌معین‌اند -- به صورت رابطه‌ی ۴۰ قابل تعیین‌اند:

$$\begin{aligned} I_{1x} &= I_{1y} = I_{1r} = \circ, & I_{2x} &= 2C\eta_x, \\ I_{2y} &= 2C\eta_y, & I_{2r} &= 2C\eta_r \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \eta_x \begin{bmatrix} -\rho_x k_x & -k_x^T \\ k_x + \rho_x c_x^T - \rho_x c_x^T & \rho_x M_x - c_x^T \end{bmatrix} \\ + \eta_x \begin{bmatrix} -\rho_x k_x & k_x \\ -k_x & \rho_x M_x - c_x \end{bmatrix} = -I_{ox} \\ \eta_x \begin{bmatrix} -2\rho_x k_x & \circ \\ \circ & 2\rho_x M_x - 2c_x \end{bmatrix} = -I_{ox} \quad (48) \end{aligned}$$

به روش مشابه می‌توان برای سایر راستها نیز این مسئله را اثبات کرد. با توجه به این که ρ یک عدد مثبت کوچک است ($0 < \rho < 1$). درنتیجه ماتریس I_{ox} می‌تواند بهگونه‌یی تعریف شود که مثبت و نیمه‌معین باشد و متضمن پایداری سیستم دینامیکی باشد. با جایگذاری ماتریس Q پیشنهادی در رابطه‌ی ماتریس بهره، این ماتریس تبدیل خواهد شد به:

$$\begin{aligned} G = G_x + G_y + G_r = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} (\eta_x \begin{bmatrix} \circ & (M_x^{-1} H_x)^T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} + \eta_y \begin{bmatrix} \circ & (M_y^{-1} H_y)^T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_y + \rho_y c_y & \rho_y M_y \\ \rho_y M_y & M_y \end{bmatrix} + \eta_r \begin{bmatrix} \circ & (M_r^{-1} H_r)^T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_r + \rho_r c_r & \rho_r M_r \\ \rho_r M_r & M_r \end{bmatrix}) = -\frac{\Delta t}{2} R^{-1} \\ \begin{bmatrix} \eta_x \rho_x H_x^T + \eta_y \rho_y H_y^T + \eta_r \rho_r H_r^T & \vdots & \eta_x H_x^T + \eta_y H_y^T + \eta_r H_r^T \end{bmatrix} \quad (49) \end{aligned}$$

در این حالت نیز می‌توان ماتریس G را با عاد $3n \times 6n$ و به صورت $[G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}]$ تعریف کرد که در آن عناصر قطری با عرض باند ۶ غیرصفرند و بقیه‌ی مؤلفه‌ها صفر است. حال در صورت تقسیم سیستم n طبقه و $3n$ درجه آزادی به سه زیرسیستم با طبقات n_1, n_2, n_3 و درجات آزادی $3n_1, 3n_2, 3n_3$ می‌توان برای ماتریس تقسیم‌بندی زیر را انجام داد:

$$G = \begin{bmatrix} g_{1111} & g_{1112} & g_{1121} & g_{1122} & g_{1211} & g_{1212} \\ g_{1121} & g_{1122} & g_{1211} & g_{1212} & g_{1221} & g_{1222} \\ g_{1211} & g_{1212} & g_{1221} & g_{1222} & g_{2111} & g_{2112} \\ g_{1221} & g_{1222} & g_{2111} & g_{2112} & g_{2121} & g_{2122} \\ g_{2111} & g_{2112} & g_{2121} & g_{2122} & g_{2211} & g_{2212} \\ g_{2121} & g_{2122} & g_{2211} & g_{2212} & g_{2221} & g_{2222} \end{bmatrix} \quad (50)$$

و در نتیجه ماتریس بهره نیروهای کنترل اعمالی بر هر زیرسیستم عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} G_{11} = \begin{bmatrix} g_{1111} & \vdots & g_{1122} \end{bmatrix}, \quad G_{12} = \begin{bmatrix} g_{1121} & \vdots & g_{1222} \end{bmatrix}, \\ G_{21} = \begin{bmatrix} g_{1211} & \vdots & g_{2122} \end{bmatrix}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} g_{1221} & \vdots & g_{2222} \end{bmatrix}, \quad (51) \end{aligned}$$

که همچون حالت مربوط به بازخورد سرعت، با توجه به ارتباط نداشتن زیرسیستم‌های ۱ و ۳ و نبودن ارتباط معکوس بین زیرسیستم‌های همسایه، دریه‌های مرتبط با آنها در ماتریس G صفر بوده و در نتیجه نیروهای کنترلی برای هر زیرسیستم را می‌توان

ارتباط نداشتن زیرسیستم‌های ۱ و ۳، و نبودن ارتباط معکوس بین زیرسیستم‌های همسایه، ماتریس‌های G در آنها برابر صفر خواهد بود.

$$G = \begin{bmatrix} O_{n_1 \times n_1} & O_{n_1 \times n_2} & O_{n_1 \times n_3} & g_{11n_1 \times n_1} & g_{11n_1 \times n_2} & O_{n_1 \times n_3} \\ O_{n_2 \times n_1} & O_{n_2 \times n_2} & O_{n_2 \times n_3} & g_{12n_2 \times n_1} & g_{12n_2 \times n_2} & g_{12n_2 \times n_3} \\ O_{n_3 \times n_1} & O_{n_3 \times n_2} & O_{n_3 \times n_3} & g_{13n_3 \times n_1} & g_{13n_3 \times n_2} & g_{13n_3 \times n_3} \\ O_{n_1 \times n_1} & O_{n_1 \times n_2} & O_{n_1 \times n_3} & g_{21n_1 \times n_1} & g_{21n_1 \times n_2} & O_{n_1 \times n_3} \\ O_{n_2 \times n_1} & O_{n_2 \times n_2} & O_{n_2 \times n_3} & g_{22n_2 \times n_1} & g_{22n_2 \times n_2} & g_{22n_2 \times n_3} \\ O_{n_3 \times n_1} & O_{n_3 \times n_2} & O_{n_3 \times n_3} & g_{23n_3 \times n_1} & g_{23n_3 \times n_2} & g_{23n_3 \times n_3} \end{bmatrix} \quad (52)$$

با تعریف پارامترهای:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \begin{bmatrix} \circ & \vdots & g_{11} \end{bmatrix}_{3n_1 \times 6n_1}, \quad G_{12} = \begin{bmatrix} \circ & \vdots & g_{12} \end{bmatrix}_{3n_2 \times 6n_1}, \\ G_{21} &= \begin{bmatrix} \circ & \vdots & g_{21} \end{bmatrix}_{3n_1 \times 6n_2}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} \circ & \vdots & g_{22} \end{bmatrix}_{3n_2 \times 6n_2} \quad (53) \end{aligned}$$

نیروهای کنترل برای هر زیرسیستم را می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned} U_1 &= G_{11}\tilde{X}_1 + G_{12}\tilde{X}_2 \\ U_2 &= G_{21}\tilde{X}_1 + G_{22}\tilde{X}_2 \\ U_3 &= G_{22}\tilde{X}_3 \quad (54) \end{aligned}$$

باید توجه داشت که مثلاً از بردار \tilde{X}_2 در تعیین نیروی کنترل زیرسیستم ۱، فقط درجه آزادی‌های مجاور در تعیین مقدار نیروی کنترل این زیرسیستم تأثیرگذار خواهد بود. ماتریس G_{12} نیز صرفاً دارای 3×3 مؤلفه‌ی غیرصفر بوده و سایر مؤلفه‌های آن صفر است. به همین ترتیب می‌توان برای نیروی کنترل اعمالی به زیرسیستم شماره ۲ نتیجه‌گیری کرد.

۲.۴. طراحی کنترل‌کننده‌ها بازخورد جابه‌جایی و سرعت
در این حالت برای رابطه‌ی کلی $A^T Q + Q A = -I_{12}$ نیز باید ماتریس I_{12} مثبت و نیمه‌معین باشد. با توجه به این که ماتریس به صورت حاصل جمع سه ماتریس $Q = Q_x + Q_y + Q_r$ فرض شده، و نیز با فرض مؤلفه‌های:

$$\begin{cases} Q_{x11} = k_x + \rho_x c_x \\ Q_{y11} = k_y + \rho_y c_y \\ Q_{r11} = k_r + \rho_r c_r \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{x12} = M_x \\ Q_{y12} = M_y \\ Q_{r12} = M_r \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{x21} = Q_{x12} = \rho_x M_x \\ Q_{y21} = Q_{y12} = \rho_y M_y \\ Q_{r21} = Q_{r12} = \rho_r M_r \end{cases} \quad (55)$$

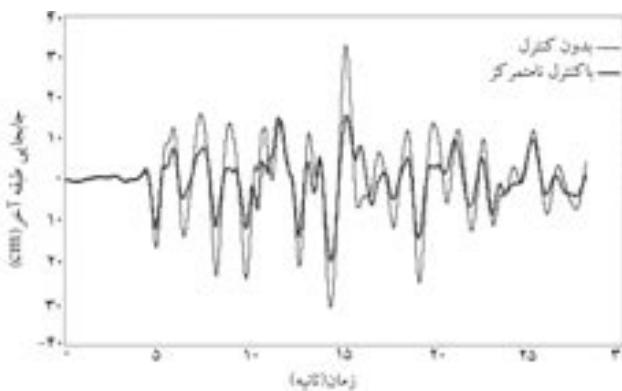
برای نمونه در جهت x می‌توان داشت:

$$\begin{aligned} A_x^T Q_x + Q_x A_x &= -I_{ox} \\ \eta_x \begin{bmatrix} \circ & -(M_x^{-1} k_x)^T \\ I_x & -(M_x^{-1} c_x)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} \\ + \eta_x \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \circ & I_x \\ -M_x^{-1} k_x & -M_x^{-1} c_x \end{bmatrix} &= -I_{ox} \end{aligned}$$

با توجه به این که در مدل سازه‌ی برشی در نظر گرفته شده برای هر کف دو درجه آزادی انتقالی X و Y و یک درجه آزادی دورانی درنظر گرفته شده، ماتریس I و Q به ترتیب دارای ابعاد 75×75 و 150×150 خواهند بود. ماتریس بهره در حالت بازخورد جابه‌جایی و سرعت معادل $G = \frac{\Delta t}{\tau} R^{-1} \times B^T \times Q$ در نظر گرفته شده است. $\Delta t = 0,005 \text{ sec}$ در نظر گرفته شده است.

تمامی تحلیل‌های عددی با استفاده از نرم‌افزار Matlab انجام شده و نتایج به دست آمده در حالت‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفتند. در جداول ۱ الی ۳ و شکل ۵، نتایج حاصل از اعمال کنترل متمنکر و نامترکر با حالت بدون کنترل مقایسه شده‌اند. پاسخ‌های سازه‌یی به دست آمده در حالت کنترل متمنکر و نامترکر تقریباً یکسان بوده است. چنان‌که ذکر شد، در محاسبات عددی از شتاب نگاشت زلزله‌ی یکسان در دو راستای x و y استفاده شده است. همچنین در این بخش خروج از مرکزیت در هر دو راستا برابر صفر درنظر گرفته شده است. سختی سازه‌یی در راستاهای x و y یکسان فرض شده و تعداد سه زیرسیستم برای حالت‌های تحلیل درنظر گرفته شده‌اند. تحلیل‌ها در این حالات به صورت سه‌بعدی انجام شده‌اند.

در جدول ۱، پاسخ‌های پیشینه سازه‌یی برای حالت‌های بدون کنترل و با کنترل



شکل ۵. نمودار جابه‌جایی طبقه‌ی آخر (مدل بدون خروج از مرکزیت با سه زیرسیستم)، در دو حالت بدون کنترل و با کنترل نامترکر برای $1 \times 10^3 \text{ N/m}^2$ و $\rho = 0$ که کاهشی در حدود ۵۰٪ در پاسخ‌ها را برای حالت با کنترل نشان می‌دهد.

جدول ۱. نتایج تقریباً یکسان کنترل متمنکر و نامترکر سازه، برای ساختمان ۲۵ طبقه در حالت سه‌بعدی بدون خروج از مرکزیت برای $\rho = 0$ و مقادیر مختلف η و تعداد سه زیرسیستم.

وضعیت کنترل	ضریب مقایس η	پیشینه جابه‌جایی نسبی (m)	پیشینه سرعت نسبی (m/s)	پیشینه شتاب مطلق (m/s²)	پیشینه جابه‌جایی نسبی (m)	پیشینه طبقه‌یی (kN)	پیشینه برش (kN)	کنترل U ۱ (kN)	کنترل U ۲ (kN)	کنترل U ۳ (kN)	$\frac{U_{max}}{W_t}$
کنترل نشده	-	۰,۳۲	۱,۲۱	۱۲,۰۶	۰,۰۱۹	۵,۵ × ۱۰⁴	-	-	-	-	-
با کنترل متمنکر و غیرمتمنکر $\rho = 0$	$\eta = 1 \times 10^2$	۰,۲۹۷	۱,۱۳۵	۱۱,۶۵	۰,۰۱۷	۵,۱۷ × ۱۰⁴	۲,۰۷ × ۱۰³	۱,۶۹ × ۱۰³	۱,۱۶ × ۱۰³	۰,۰۱۱	
	$\eta = 5 \times 10^2$	۰,۲۳	۰,۸۸	۱۰,۹	۰,۰۱۲۴	۴,۵ × ۱۰⁴	۸,۶ × ۱۰³	۶,۴ × ۱۰³	۶,۰ × ۱۰³	۰,۰۴۶	
	$\eta = 1 \times 10^3$	۰,۱۹۵	۰,۷۱	۱۰,۵۰	۰,۰۱۰۲	۴,۲۳ × ۱۰⁴	۱,۴۷ × ۱۰⁴	۱,۱۰ × ۱۰³	۷,۲ × ۱۰³	۰,۰۷۹	
	$\eta = 5 \times 10^3$	۰,۰۹۹	۰,۵۶	۱۰,۹۳	۰,۰۰۶۲	۲,۷۸ × ۱۰⁴	۵,۳۷ × ۱۰⁴	۳,۴ × ۱۰³	۱,۷ × ۱۰³	۰,۲۹	
	$\eta = 1 \times 10^4$	۰,۰۶۴	۰,۴۰	۱۰,۵۰	۰,۰۰۴۴	۱,۹۷ × ۱۰⁴	۷,۵۸ × ۱۰³	۴,۸ × ۱۰³	۲,۲۶ × ۱۰³	۰,۴۲	

$$\begin{aligned} U1 &= G_{11}\tilde{X}_1 + G_{12}\tilde{X}_2 \\ U2 &= G_{21}\tilde{X}_1 + G_{22}\tilde{X}_2 \\ U3 &= G_{22}\tilde{X}_2 \end{aligned} \quad (52)$$

۵. مثال عددی

برای کنترل عملکرد الگوریتم پیشنهادی و اثبات یکی بودن نتایج دو حالت کنترل متمنکر و نامترکر، نسبت به انجام یک مطالعه‌ی موردنی اقدام شد. برای این منظور ساختمان ۲۵ طبقه‌یی در نظر گرفته شده که جرم تمامی طبقات آن یکسان و برابر 750 t فرض شده است. سختی هر ۵ طبقه با یکدیگر یکسان و سختی طبقات از ترازهای پایین به بالا کاهش می‌یابد. مقدار این سختی در ۵ طبقه‌یی باین برابر میرایی نیز برابر $K = 0,005 \text{ MN/m}^2$ و در ۵ طبقه‌یی آخر $M = 0,005 \text{ MN/m}^2$ می‌باشد. فرض شده $C = 0,005 \text{ sec}$ فرض شده است. ابعاد سازه در پلان $20 \times 20 \text{ m}^2$ فرض شده ($L = 20 \text{ m}$)، و زمان‌های تراوب ۵ مود اول لرزش سازه به ترتیب برابر $1,058, 1,039, 0,964, 0,875, 0,790 \text{ ثانیه}$ هستند. لازم به ذکر است با استفاده از فرض عملکرد دیافراگمی برای کف‌ها، می‌توان دو آرایش از ستون‌ها با سختی مختلف در جهات متعامد را به مدل ریاضی ساده‌ی انتخاب شده در این مطالعه، بر مبنای سه درجه آزادی برای هر طبقه کاهش داد. همچنین پس از تعیین نیروهای کنترلی -- شامل دو نیرو در جهات متعامد و یک گشتاور در امتداد محور عمود بر مرکز سختی -- به ترکیب مناسبی از نیروهای کنترلی خواهیم رسید. در این مثال از مؤلفه S-E Zلزله‌ی طبس $PGA = 0,84 \text{ g}$ با 1357 s به عنوان تحربک خارجی اعمالی به سازه در جهات y و x بهره گرفته شده است. براساس فرض، در تمامی طبقات عملکر 17° وجود داشته و سازه در حالت نامترکر با تعداد درجات آزادی گوناگونی در هر زیرسیستم بررسی خواهد شد. برای کنترل سازه از الگوریتم کنترل بهینه‌ی لحظه‌یی با ماتریس‌های وزنی زیر استفاده شده است:

$$R = \left(1 \times 10^{-8} \right) I_{75 \times 75}, \quad Q = \eta \times \begin{bmatrix} K & \rho M \\ \rho M & M \end{bmatrix}_{150 \times 150} \quad (53)$$

وضعیت کنترل	ضریب مقیاس η	بیشینه جابه جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s)	بیشینه شتاب مطلق (m/s ²)	بیشینه جابه جایی نسبی (m)	بیشینه طبقه بی (kN)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۱ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۲ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۳ U (kN)	$\frac{U_{max}}{W_t}$
کنترل نشده	-	۰/۳۲	۱/۲۱	۱۲/۰۶	۰/۰۱۹	۵/۵ × ۱۰ ^۴	-	-	-	-	-
با کنترل متمرکز و غیر متمرکز	$\rho = 1$	۰/۱۸۶	۰/۷۴	۱۰/۴۶	۰/۰۰۹۷	۴/۱۰ × ۱۰ ^۴	۱/۴۳ × ۱۰ ^۴	۱/۰۸ × ۱۰ ^۴	۰/۶۸ × ۱۰ ^۴	۰/۰۷۷	
	$\rho = ۰/۶$	۰/۱۹	۰/۷۳	۱۰/۴۶	۰/۰۰۹۹	۴/۱۶ × ۱۰ ^۴	۱/۴۴ × ۱۰ ^۴	۱/۰۹ × ۱۰ ^۴	۰/۶۸ × ۱۰ ^۴	۰/۰۷۸	
	$\rho = ۰/۳$	۰/۱۹۲	۰/۷۲	۱۰/۴۸	۰/۰۱۰۱	۴/۱۸ × ۱۰ ^۴	۱/۴۶ × ۱۰ ^۴	۱/۱۰ × ۱۰ ^۴	۰/۷۰۳ × ۱۰ ^۴	۰/۰۷۸۹	
	$\rho = ۰$	۰/۱۹۵	۰/۷۱	۱۰/۵۰	۰/۰۱۰۲	۴/۲۳ × ۱۰ ^۴	۱/۴۷ × ۱۰ ^۴	۱/۱۱ × ۱۰ ^۴	۰/۷۲ × ۱۰ ^۴	۰/۰۷۹	
	$\rho = -۰/۳$	۰/۱۹۸	۰/۷۰	۱۰/۴۶	۰/۰۱۰۴	۴/۲۶ × ۱۰ ^۴	۱/۴۹ × ۱۰ ^۴	۱/۱۵ × ۱۰ ^۴	۰/۷۵ × ۱۰ ^۴	۰/۰۸۰	
	$\rho = -۰/۶$	۰/۲۰	۰/۷۰	۱۰/۴۶	۰/۰۱۰۶	۴/۲۹ × ۱۰ ^۴	۱/۵۰ × ۱۰ ^۴	۱/۱۲ × ۱۰ ^۴	۰/۷۸ × ۱۰ ^۴	۰/۰۸۰	

 جدول ۳. نتایج کنترل نامتمرکز مدل های سازه بی سه بعدی ۲۵ طبقه، بدون خروج از مرکزیت با $\eta = ۱/۰$ و m برای حالات مختلفی از تعداد زیرسیستم ها و تعداد طبقات.

تعداد زیرسیستم ها و طبقات	بیشینه جابه جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s ²)	بیشینه جابه جایی نسبی (m)	بیشینه طبقه بی (kN)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۱ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۲ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۳ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۴ U (kN)	بیشینه نیروی کنترل ۵ U (kN)
۱۰-۸-۷	۰/۱۸۶	۰/۷۴	۰/۰۰۹۷	۴/۱۰ × ۱۰ ^۴	۱/۴۳ × ۱۰ ^۴	۱/۰۸ × ۱۰ ^۴	۰/۶۸ × ۱۰ ^۴	-	-	-
۱۵-۵-۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴	۰/۰۰۹۷	۴/۱۰ × ۱۰ ^۴	۱/۴۳ × ۱۰ ^۴	۰/۹۵ × ۱۰ ^۴	۰/۶۹ × ۱۰ ^۴	-	-	-
۵-۱۰-۱۰	۰/۱۸۶	۰/۷۴	۰/۰۰۹۷	۴/۱۰ × ۱۰ ^۴	۱/۴۳ × ۱۰ ^۴	۱/۲۴ × ۱۰ ^۴	۰/۹۵ × ۱۰ ^۴	-	-	-
۵-۵-۵-۵-۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴	۰/۰۰۹۷	۴/۱۰ × ۱۰ ^۴	۱/۴۳ × ۱۰ ^۴	۱/۲۴ × ۱۰ ^۴	۱/۱۰ × ۱۰ ^۴	۰/۹۵ × ۱۰ ^۴	۰/۶۹ × ۱۰ ^۴	

از جدول ۱ می توان دید دو حالت $\eta = ۱ \times ۱۰^3$ و $\eta = ۱ \times ۱۰^4$ با وجود کاهش قابل توجه در مقدار جابه جایی، نیازمند اعمال نیروهای بسیار قوی به سازه اند که عملاً امکان زدیر نبوده و کاربردی نیستند.

در جدول ۲، نتایج کنترل سازه برای مقادیر مختلف m و $\eta = ۱ \times ۱۰^3$ در ارائه شده است. مقدار ماتریس وزنی Q به دو مشخصه η و m وابسته است، و نتایج جدول ۲ بیان کننده تغییرات کاهشی مقادیر جابه جایی و سرعت به ازای مقادیر مختلف m از صفر تا ۱ است. بنابراین می توان گفت افزوندن پارامتر جابه جایی در تعیین نیروهای کنترل در این سازه تأثیر مثبتی داشته است که البته با توجه به نتایج بررسی های انجام شده توسط رفوبی و منجمی زنداد [۱۴] در حالت مربوط به مدل های سازه بی دو بعدی، می توان این نکته را به سایر مدل های سازه بی نیز تعمیم داد.

در شکل ۵، جابه جایی طبقه بی آخر سازه برای زمان های مختلف در دو حالت بدون کنترل و با کنترل نشان داده شده است. جابه جایی در این طبقه به ازای $\eta = ۱ \times ۱۰^3$ کاهش چشمگیری پیدا کرده است. جدول ۳، نتایج کنترل نامتمرکز سازه در حالت سه بعدی برای $\eta = ۱ \times ۱۰^3$ و m برای زیرسازه های با

نیروی کنترل بیشتری مورد نیاز است. بیشترین نیروی کنترل سازه ای اصلی در حالت کنترل متمرکز ($MaxU$) برابر نیروی کنترل بیشینه در زیرسیستم شماره ۱ ($MaxU_1$) و اکثر در پایین ترازها بوده و نسبت این نیرو به وزن کل سازه $(\frac{U_{max}}{W_t})$ به عنوان مشخصه بی برای عملی بودن اعمال نیروی کنترل بر سازه استفاده می شود. چنان که

تعداد متغیر طبقات را ارائه کرده است. چنان که دیده می شود، بیشینه جابه جایی، سرعت، جابه جایی نسبی طبقه بی و نیروی برشی یکسان است. نیروی کنترل زیرسیستم های شماره ۱ هر چهار حالت نیز با یکدیگر یکسان است و صرفاً نیروی کنترل بیشینه‌ی زیرسیستم های بالاتر با یکدیگر متفاوت است که طبیعی است.

در ادامه، با فرض غیر یکسان بودن سختی مدل سازه بی در جهات x و y (با تعداد سه زیرسیستم)، سازه دارای خروج از مرکزیت های e_x و e_y خواهد بود. ورودی شتاب نگاشت زلزله در دو جهت x و y یکسان فرض شده است. نتایج تحلیل سازه برای حالت با خروج از مرکزیت برابر در دو جهت x و y و همچنین یکسان در کلیه طبقات در جدول ۴ ارائه شده‌اند، چنان که از نتایج حاصله دیده می شود، خروج از مرکزیت مستقیماً بر نلاش‌های جهات x و y تأثیر زیادی نداشته است. البته توجه به مختلف بودن سختی مدل سازه بی در جهات x و y که سبب ایجاد تغییر مکان‌های مختلف در این دو جهت شده، ضرورت می‌یابد.

مقایسه‌ی نتایج ارائه شده در جدول ۵ نشان می‌دهد که روال موجود بر نتایج

حالت دو بعدی براین راستا نیز حاکم بوده و با افزایش خروج از مرکزیت در طبقات، گشتاور کنترلی پیچشی و نیروهای کنترل در جهات متعامد مورد نیاز افزایش می‌یابد. چنان که ذکر شد، شیوه‌ی اعمال نیروهای کنترل پیچشی، با بهره‌گیری از عملگرهای دو جهت x و y بوده و طراح می‌تواند با توجه به فاصله‌ی موردنظر برای عملگرهای

جدول ۴. نتایج کنترل نامتکر از مدل سازه بی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم برای $e_y = 0$ با خروج از مرکزیت یکسان $e_x = 0$ و سختی متفاوت در جهات x و y .

خروج از مرکزیت	ضریب مقیاس η	نسبت سختی k_x/k_y	در جهت Y							
			بیشینه جابه جایی نسبی Disp. (m)	بیشینه سرعت نسبی Vel. (m/s)	برش (kN)	کنترل U1 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U2 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U3 (kN)	بیشینه نیروی U_{max}/W_t	
$\%_5$	1×10^3	$1/0$	$0/194$	$0/74$	$4,23 \times 10^4$	$1,47 \times 10^4$	$1/1 \times 10^4$	$7/2 \times 10^3$	$0,078$	
		$1/20$	$0/171$	$0/718$	$4,4 \times 10^4$	$1,39 \times 10^4$	$1/07 \times 10^4$	$7/3 \times 10^3$	$0,074$	
		$1/40$	$0/153$	$0/703$	$4,5 \times 10^4$	$1/3 \times 10^4$	$1/07 \times 10^4$	$7/36 \times 10^3$	$0,069$	
$\%3$	1×10^3	$1/40$	$0/179$	$0/82$	$4,7 \times 10^4$	$1,76 \times 10^4$	$1/6 \times 10^4$	$1/25 \times 10^4$	$0,094$	
$\%9$	1×10^3	$1/40$	$0/191$	$0/93$	$6,06 \times 10^4$	$2/4 \times 10^4$	$2/07 \times 10^4$	$1/47 \times 10^4$	$0,0128$	

جدول ۵. نتایج کنترل نامتکر به منظور پیچش از مدل سازه بی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم برای $e_y = 0$ و مقادیر متفاوت η در حالت $e_x = 0$.

خروج از مرکزیت	ضریب مقیاس η	نسبت سختی k_y/k_x	بیشینه دوران نسبی (rad)	بیشینه پیچش (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U1 (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U2 (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U3 (kN.m)
$\%5$	1×10^3	0	$0/055$	$3/9 \times 10^5$	-	-	-
		1×10^3	$1/0$	$0/053$	$3/85 \times 10^5$	$6/10 \times 10^3$	$3/65 \times 10^3$
		1×10^5	$1/0$	$0/019$	$1/63 \times 10^5$	$3/1 \times 10^5$	$2/54 \times 10^5$
		1×10^5	$1/20$	$0/0183$	$1/79 \times 10^5$	$3/1 \times 10^5$	$2/57 \times 10^5$
$\%3$	1×10^5	$1/0$	$0/0178$	$1/95 \times 10^5$	$3/1 \times 10^5$	$2/6 \times 10^5$	$1/40 \times 10^5$
		1×10^3	$1/0$	$0/288$	$7/17 \times 10^6$	-	-
		1×10^3	$0/0$	$0/273$	$7/0 \times 10^6$	4×10^4	$5/5 \times 10^4$
		1×10^5	$1/40$	$0/09$	$4/71 \times 10^6$	$2/63 \times 10^6$	$2/04 \times 10^6$
$\%9$	1×10^5	$1/4$	$0/08$	$3/6 \times 10^6$	$3/8 \times 10^6$	$4/6 \times 10^6$	$4/4 \times 10^6$

بیشتری در مقایسه با زیرسازه‌های بالائی نیاز داریم، و بهویژه در سازه‌های نامتقارن برای کاهش مقادیر پیچش‌های سازه‌یی، اعمال نیروهای کنترل بیشتر ضرورت می‌یابد. باید توجه داشت که در سیستم‌های کنترلی بزرگ احتمال کارکرد ضعیف، یا به‌طور کلی از کار افتادن قسمتی از کنترل‌کننده‌ها یا یک یا چند زیرسیستم وجود دارد؛ در این خصوص خنماً باید پیش‌بینی‌های لازم صورت پذیرد. جدول ۷ نتایج کنترل نامتمرکز را برای بازخورد سرعت با پارامترهای کنترلی $U_i = 5 \times 10^3$ و $\eta = 5 \times 10^4$ ارائه شده است.

در این جدول نتایج کنترل برای حالت از کار افتادن یکی از زیرسیستم‌های شماره ۱ تا ۳ نیز ارائه شده است. مشخصه‌ی $|U_{i \max}|$ جمع قدر مطلق نیروهای کنترل بیشینه طبقات است و نشان می‌دهد که در صورت از کار افتادن کنترل در زیرسیستم شماره ۱، کارایی کنترل به شدت افت می‌کند.

نسبت به تبدیل نیروی کنترل پیچشی به نیروی کنترلی در یک یا دو جهت x و y به صورت منفی و مثبت اقدام کند.

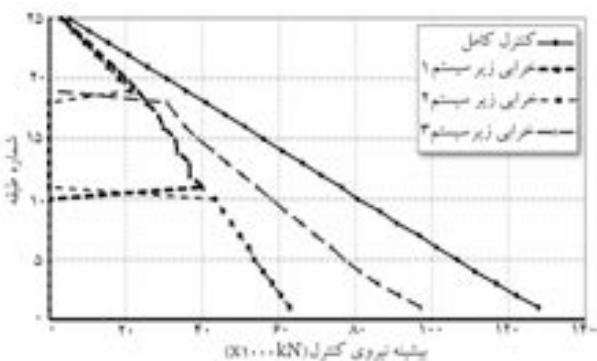
در جدول ۶ نتایج کنترل نامتمرکز برای بهینه‌کردن مقادیر η در هر یک از زیرسازه‌ها را ارائه شده است. برای سازه‌های دارای n زیرسازه، شیوه‌ی مرسم و رایج می‌تواند برای در نظر گرفتن η ها باشد، به‌طوری که $\eta_1 = \dots = \eta_m = \eta_{m+1} = \dots = \eta_n$ در این حالت میزان مقاومت افزایش یافته در تمامی طبقات به صورت یکسان فرض می‌شود. حال آن که در طبقات بالا مقدار نیروی کنترل اعمال شده بسیار بیشتر از مقاومت و سختی سازه بوده و در اکثر موارد اعمال نیروی کنترل ممکن نخواهد بود. با توجه به این که در یک سازه‌ی واقعی سختی از پایین به بالا کم می‌شود و $K_1 > K_2 > \dots > K_n$ در جدول ۶ نتایج مربوط به این حالت است، می‌توان فرض کرد که $\eta_m > \dots > \eta_1$. در جدول ۶ نتایج مربوط به این حالت مرتب شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در زیرسازه‌های پایین به نیروی کنترل در

جدول ۶. نتایج کنترل نامتمرکز برای نیروهای کنترل در هر یک از زیرسازه‌ها با ضرایب متفاوت η در آن‌ها، برای مدل سازه‌یی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم.

خروج از مرکزیت (%)			نیروهای کنترل در جهت X و Y						گشتاور پیچش کنترل					
ضریب مقیاس			$K_x = K_y$											
η_1	η_2	η_3	بیشینه جابه‌جاوی نسبی Disp. (m)	بیشینه نیروی کنترل U1	بیشینه نیروی کنترل U2	بیشینه نیروی کنترل U3	بیشینه دوران نسبی	بیشینه کشتاور کنترل U1	بیشینه کشتاور کنترل U2	بیشینه کشتاور کنترل U3	بیشینه گشتاور کنترل	بیشینه گشتاور کنترل	بیشینه گشتاور کنترل	
$\times 10^3$	$\times 10^3$	$\times 10^3$	$\times 10^3$	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)
۱/۰	۱/۰	۱/۰	۰,۲۲	$1,81 \times 10^4$	$1,49 \times 10^4$	$1,06 \times 10^4$	۰,۲۷۳	$4,0 \times 10^4$	$5,5 \times 10^4$	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$
۳/۰	۲/۰	۱/۰	۰,۱۴	$2,9 \times 10^4$	$1,73 \times 10^4$	$1,65 \times 10^4$	۰,۲۶۸	$2,0 \times 10^5$	$1,07 \times 10^5$	$1,06 \times 10^5$	$1,06 \times 10^5$	$1,06 \times 10^5$	$1,06 \times 10^5$	$1,06 \times 10^5$
۶/۰	۳/۰	۱/۰	۰,۱۱	$4,7 \times 10^4$	$2,45 \times 10^4$	$1,9 \times 10^4$	۰,۲۵۸	$6,11 \times 10^4$	$1,56 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$
۱۰/۰	۵/۰	۱/۰	۰,۰۹۵	$6,35 \times 10^4$	$3,25 \times 10^4$	$2,22 \times 10^4$	۰,۲۴	$13,2 \times 10^4$	$2,52 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$
۱۰۰/۰	۵/۰	۱/۰	۰,۰۱۴	$13,6 \times 10^4$	$8,1 \times 10^4$	$4,45 \times 10^4$	۰,۱۲	$43,0 \times 10^4$	$14,4 \times 10^5$	$4,33 \times 10^5$	$4,33 \times 10^5$	$4,33 \times 10^5$	$4,33 \times 10^5$	$4,33 \times 10^5$

جدول ۷. نتایج کنترل نامتمرکز با بازخورد سرعت در مدل سازه‌یی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم در حالتی که سیستم کنترلی در یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتند $e_x = e_y = 0$.

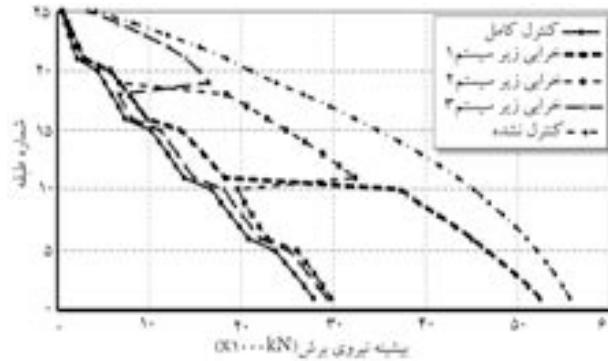
وضعیت کنترل	ضریب مقیاس			بیشینه جابه‌جاوی نسبی Disp. (m)	بیشینه سرعت نسبی (m)	بیشینه جابه‌جاوی نسبی طبقه‌بیی (m)	بیشینه برش	بیشینه نیروی کنترل U1	بیشینه نیروی کنترل U2	بیشینه نیروی کنترل U3	بیشینه نیروی کنترل	$\sum_{i=1}^n U_{i \max} $	
	η_1	η_2	η_3										
کنترل نشده	-	-	-	۰,۳۲	۱/۲۱	۰,۰۲۰۵	$5,56 \times 10^4$	-	-	-	-	-	-
$\rho = 0$	۵	۵	۵	۰,۰۹۹	۰,۵۶۰	۰,۰۰۶۲	$2,78 \times 10^4$	$5,37 \times 10^4$	$3,46 \times 10^4$	$1,69 \times 10^4$	$7,0 \times 10^4$		
	-	۵	۵	۰,۱۵۹	۰,۶۹۸	۰,۰۱۲۵	$5,24 \times 10^4$	-	$2,89 \times 10^4$	$1,45 \times 10^4$	$2,38 \times 10^4$		
	۵	-	۵	۰,۱۵۸	۰,۷۰۵	۰,۰۱۲۶	$3,23 \times 10^4$	$2,64 \times 10^4$	-	$1,36 \times 10^4$	$2,13 \times 10^4$		
	۵	۵	-	۰,۱۳۷	۰,۹۰۷	۰,۰۱۵۶	$2,92 \times 10^4$	$4,66 \times 10^4$	$2,47 \times 10^4$	-	$4,64 \times 10^4$		
	۵۰	۵۰	۵۰	۰,۰۱۶۵	۰,۱۲۲	۰,۰۰۱۲	$0,56 \times 10^4$	$12,8 \times 10^4$	$7,64 \times 10^4$	$3,56 \times 10^4$	$16,5 \times 10^4$		
	-	۵۰	۵۰	۰,۱۳	۰,۷۳	۰,۰۱۴	$5,75 \times 10^4$	-	$4,02 \times 10^4$	$2,31 \times 10^4$	$3,2 \times 10^4$		
$\rho = 0$	۵۰	-	۵۰	۰,۱۲۴	۰,۸۰	۰,۰۱۷	$4,07 \times 10^4$	$6,3 \times 10^4$	-	$2,13 \times 10^4$	$6,1 \times 10^4$		
	۵۰	۵۰	-	۰,۱۱۷	۱/۰۷	۰,۰۲۵	$2,65 \times 10^4$	$9,7 \times 10^4$	$5,42 \times 10^4$	-	$10,8 \times 10^4$		



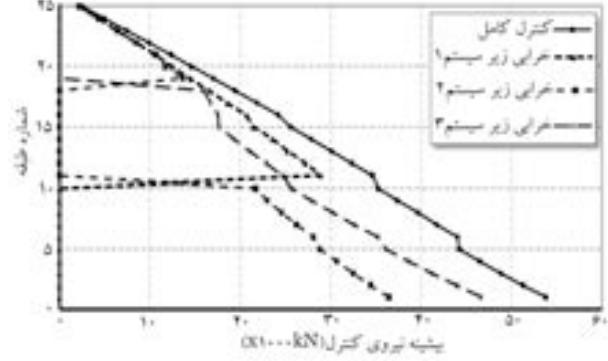
شکل ۹. توزیع نیروی کنترلی بیشینه در طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد و حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای $10^4 \times 5 = 5$, $\eta = 5$, $\rho = 0^\circ$ و $e_x = e_y = 0^\circ$.

می‌شود و هر قدر میزان کنترل اعمال شده به سازه بیشتر باشد آسیب بیشتر خواهد بود.

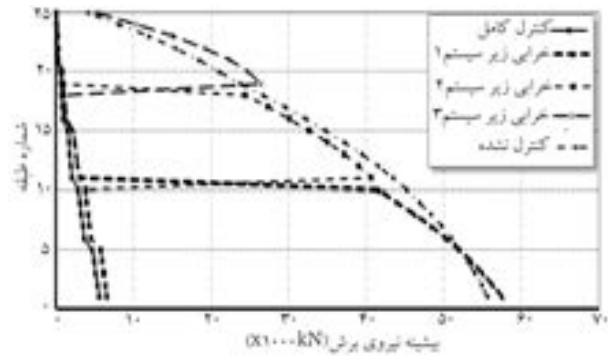
شکل‌های ۶ و ۸ نشان‌دهنده‌ی تغییرات نیروی برشی بیشینه در طبقات برای دو حالت تعریف شده در زیرسیستم‌ها هستند. چنان‌که مشاهده می‌شود در زیرسیستم‌هایی که از کار افتاده‌اند، نیروی برشی به شدت افزایش یافته و حتی در برخی موارد بیش از نیروی برشی در حالت بدون کنترل شده است. در شکل‌های ۷ و ۹ نیز تغییرات بیشینه‌ی نیروی کنترل اعمالی در طبقات نمایش داده شده است. نیروی کنترل در زیرسیستم‌هایی که سیستم کنترل در آن‌ها از کار افتاده برا بر صفر است. این امر تأثیری مضاعف بر مقادیر نیروی کنترلی در سایر زیرسیستم‌ها داشته و سبب کاهش مقادیر آن‌ها شده است.



شکل ۶. توزیع نیروی برشی بیشینه‌ی طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد در حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای $10^3 \times 5 = 5$, $\eta = 5$, $\rho = 0^\circ$ و $e_x = e_y = 0^\circ$.



شکل ۷. توزیع نیروی کنترلی بیشینه‌ی طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد در حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای $10^3 \times 5 = 5$, $\eta = 5$, $\rho = 0^\circ$ و $e_x = e_y = 0^\circ$.



شکل ۸. توزیع نیروی برشی بیشینه‌ی طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد و حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای $10^4 \times 5 = 5$, $\eta = 5$, $\rho = 0^\circ$ و $e_x = e_y = 0^\circ$.

چنان‌که مشاهده می‌شود، اگر یکی از زیرسیستم‌های شماره ۱ تا ۳ از کار بیفتد پاسخ‌های سازه‌ی بیشتری تشید خواهد شد، و حتی امکان دارد مقادیر پاسخ‌ها از حالت بدون کنترل نیز فراتر رود. البته میزان تشید وابسته به محل زیرسیستم‌ها یا مقدار کنترل اعمال شده خواهد بود. با بررسی نتایج ارائه شده در جدول ۷ می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین صدمه و آسیب با از کارافتادن زیرسیستم‌های پایین تر به سازه وارد

با نیروی کنترل بیشتر است. یکی از مزایای اصلی نامتمرکز کردن سیستم کنترل در سازه، بالارفتن قابلیت اعتماد آن بوده، به طوری که در صورت از کار افتادن سیستم کنترل یکی از زیرسازه ها یا همهی زیرسیستم ها به نحو لازم کنترل می شوند. بررسی بیشینه نیروهای برشی طبقات و بیشینه نیروی کنترل اعمالی نشان می دهد در حالتی که یکی از زیرسیستم های کنترل دچار خرابی و خاموشی شود، نیروی برشی در آن زیرسیستم افزایش می یابد و کارآبی الگوریتم کنترل به طور کلی کاهش می یابد.

موردی، می توان با استفاده از توزیع خطی نیروی کنترل (نیروی کنترل کمتر در طبقات بالاتر) کارآبی الگوریتم کنترل پیشنهادی را افزایش داد. یادآور می شود که در تمامی حالات، برای تأمین پایداری الگوریتم های کنترل از تابع لیاپانوف در تعیین تابع وزنی Q استفاده شده است، اگرچه این امر ممکن است منجر به کمترین نیروهای کنترل مورد نیاز نشود. نتایج بدست آمده در حالتی که یکی از زیرسیستم ها از کار بیفتد، نشان دهندهی عملکرد مناسب سیستم کنترل نامتمرکز در کنترل پاسخ سیستم هرچند

پانوشت

1. optimal classical control
2. instantaneous optimal control
3. pole assignment
4. sliding mode control
5. decentralized control
6. time delay
7. Switching super-plane
8. global reaching law
9. reference adaptive control theory model
10. gain matrix
11. sliding mode
12. reaching law
13. instantaneous optimal control
14. active tendons
15. active variable stiffness
16. active viscous damper
17. actuator
18. rotation

منابع

1. Yao, J.T.P. "Concept of structural control", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **98**(7), pp. 1567-1574 (1972).
2. Yang, J.N. and Li, Z. "Instantaneous optimal control for linear, nonlinear and hysteretic structure-stable controllers", Technical Report NCEER-91-0026 (1991).
3. Ghaboussi, J. "Some applications of neural networks in structural engineering", *Proceedings, Structures Cong. '94 ASCE*, Atlanta, GA. (1994).
4. Soong, T.T. "Active structural control: Theory & practice", *Longman Scientific & Technical*, England (1990).
5. Jabbari, F.; Schmitendorf, W.E. and Yang, J.N. " H_∞ control for seismic-excited buildings with acceleration feedback", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, (Sep. 1995).
6. Rofooei, F.R. and Tadjbakhsh, I.G. "Optimal control of structures with acceleration, velocity and displacement feedback", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **119**(10), (Oct. 1993).
7. Siljak, D.D. Vukcevic, M.B. "Decentralization, stabilization and estimation of large-scale linear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control, AC*, **21**, pp. 363-366 (1975).
8. Savastuk, S.V. and Siljak, E.D. "Optimal decentralized control", *Proc. Of American Control Conference*, Baltimore, Maryland (June 1994)
9. Wang, S.H. and Davison, E.J. "On the stabilization of decentralized control systems", *IEEE Trans. Autom. Control*, **18**, p. 473 (1973).
10. Yang, J.N.; Wu, J.C. and Agrawal, J. "Sliding mode control for nonlinear and hysteretic structures", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **121**(12), (Dec 1995).
11. Ryaciotaki-boossalis, H.A. "The use of decentralized control on the vibration suppression in large flexible dynamic systems", *Maple Press* (1988).
12. Dix, P.; Ozguner, U. and Gordon, R.W. "Decentralized control experiments on a truss structure", *Proc. of the 29th Conf. On Decision and Control*, Honolulu, Hawaii, (Dec. 1990).
13. Williams, T. and Xu, J. "Closed -loop grammians of flexible space structures", *Proc. of the 33rd Conf. On Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, (Dec 1994).
14. Hino, M.; Lwal, Z.; Mizumoto, L. and Kohzawa, R. "Active vibration control of a multi-degree-of-freedom structure by the use of robust decentralized simple adaptive control", *Proc. of the 1996 IEEE International Conf. On Control Applications*, Dearborn, Mi, (Sep. 1996).
15. Rofooei, F.R. and Monajemi-Nezhad, S. "Decentralized control of tall building", *Journal of Structural Design of Tall and Special Buildings*, **15**(2), pp. 153-170 (2005).
16. Monajemi-Nezhad, S. and Rofooei, F.R. "Decentralized sliding mode control of multistory buildings", *Journal of Structural Design of Tall and Special Buildings*, **16**, pp. 181-204 (2007).