

# تحلیل لرزه‌ی سپر مهارشده با پای مفصلی در خاک دانه‌ی به‌روش شبه‌استاتیکی

محمدحسین جهانگیر (دانشجوی دکتری)

سیدناصر مقدس تفرشی\* (دانشیار)

دانشکده‌ی هندی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی عمران شریف  
دوره‌ی ۲-۱۳۸۲، شماره‌ی ۳، ص. ۳۹-۴۶

این نوشتار با توسعه‌ی روش استاتیکی کولمب، روشی نوین را برای تحلیل لرزه‌ی سپر مهارشده در خاک دانه‌ی با پای مفصلی براساس روش شبه‌استاتیکی ارائه می‌کند. تاثیر زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک، شتاب قائم و افقی زلزله بر توزیع فشار محرک و مقاوم وارد بر سپر، میزان لنگر خمشی، عمق مدفون موردنیاز و نیروی کششی مهار بررسی شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که افزایش زاویه‌ی اصطکاک خاک و شتاب افقی زلزله بر عملکرد سپر و پارامترهای موردنظر تاثیر قابل توجهی دارند، درحالی‌که اثر شتاب قائم زلزله به‌خصوص برای مقادیر کم از شتاب افقی در ارزیابی این‌گونه سپرها قابل توجه نیست.

واژگان کلیدی: سپر مهارشده، توزیع فشار محرک و مقاوم، عمق مدفون سپر، لنگر خمشی بیشینه، نیروی مهار.

jahangir@dena.kntu.ac.ir  
nas\_moghaddas@kntu.ac.ir

## ۱. مقدمه

امروزه از سپرهای فازی در ساخت سازه‌های ساحلی برای پهلوگیری شناورها، تخلیه و بارگیری آن‌ها در بنادر به‌طور وسیعی استفاده می‌شود که در این میان سپرهای فولادی در دو حالت انتهایی مفصلی و گیردار موردنظرند. از طرفی سپرهای مهار شده به دلیل کاهش عمق مدفون سپر و کاهش میزان لنگر خمشی ایجاد شده در آن کاربرد بیشتری دارند. همچنین بررسی‌های انجام شده درخصوص رفتار سپرها نشان می‌دهند که سپرهای مهار شده با انتهای گیردار علی‌رغم کاهش میزان لنگر خمشی بیشینه در سپر در مقایسه با حالت انتهایی مفصلی، نیازمند عمق مدفون بیشتری برای تأمین گیرداری لازم است. بدیهی است عمق مدفون موردنیاز در هر دو حالت انتهایی آزاد و گیردار تابعی از نوع خاک، سختی خاک، طول آزاد سپر و عوامل دیگری نظیر جنس سپر، سختی نسبی خاک و سپر (که عمدتاً در روش‌های تحلیل عددی مدنظر قرار می‌گیرند) است.

در این میان یکی از مسائل مهم در طراحی سازه‌های ژئوتکنیکی نظیر دیوارهای حائل و سپرها، محاسبه‌ی فشار جانبی خاک است که در شرایط وقوع زمین‌لرزه به‌واسطه‌ی اثرات مخرب آن، اهمیتی دوچندان خواهد یافت. در شرایط دینامیکی رفتار این دیوارها به مشخصات هندسی و مکانیکی خاک و دیوار، اثرات اندرکش خاک و دیوار و همچنین طبیعت حرکات دینامیکی ورودی بستگی دارد که این امر پیش‌بینی پاسخ سیستم خاک و دیوار را مشکل می‌سازد. به طراحی حائل‌ها تحت شرایط استاتیکی و لرزه‌ی مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است. یکی

از اولین مطالعات در این زمینه، روشی تئوری برای محاسبه‌ی فشار جانبی خاک بر دیوارهاست<sup>[۱]</sup> که بیشتر تحت عنوان روش مونونوبه اوکابه<sup>۱</sup> معروف است.<sup>[۲]</sup> همچنین برای دیوار صلب با استفاده از روش تقریبی حاصل از مدل‌کردن سپر با یک تیر برشی اصلاح شده، جداولی براساس شدت زمین‌لرزه‌ها ارائه شده است.<sup>[۳]</sup> همچنین در پژوهشی اثر سربار خاک پشت سپر بر پایه‌ی روش مونونوبه اوکابه با در نظر گرفتن اثر شتاب‌های قائم و افقی بر دیوار ارائه شده است،<sup>[۴]</sup> و نیز یک روش طراحی لرزه‌ی جدید مطابق با زمین‌لرزه‌های ناشی از جابجایی ثابت دیوار و با در نظر گرفتن اثرات تشدید در حرکت زمین برای دیوارهای حائل وزنی ارائه شده است.<sup>[۵]</sup> اخیراً نیز از سوی محققان روش‌هایی برای طراحی لرزه‌ی برای یک دیوار حائل تحت فشار جانبی خاک پیشنهاد شده است.<sup>[۶-۷]</sup> البته این روش‌ها بر پایه‌ی تحلیل معادل استاتیکی و بدون در نظر گرفتن اثرات تاریخچه‌ی زمانی شتاب زلزله بر خاک و دیوار استوارند. برخی پژوهشگران نیز براساس روش تحلیل دینامیکی، روشی را برای محاسبه‌ی فشار محرک و مقاوم لرزه‌ی وارد بر دیوارهای حائل صلب (وزنی) و با در نظر گرفتن تغییرات امواج برشی و فشاری در خاک پیشنهاد کرده‌اند.<sup>[۸-۱۳]</sup> همچنین در طراحی لرزه‌ی دیوار حائل با در نظر گرفتن پایداری دورانی دیوار، روشی برای محاسبه‌ی فشار جانبی وارد بر دیوار تحت اثر شتاب ناشی از زلزله ارائه شده است.<sup>[۱۴]</sup> و مطالعاتی درخصوص توزیع فشار جانبی وارد بر دیوارهای حائل در شرایط زمین‌لرزه براساس تحلیل شبه‌استاتیکی و شبه‌دینامیکی انجام شده است.<sup>[۱۵، ۱۸]</sup>

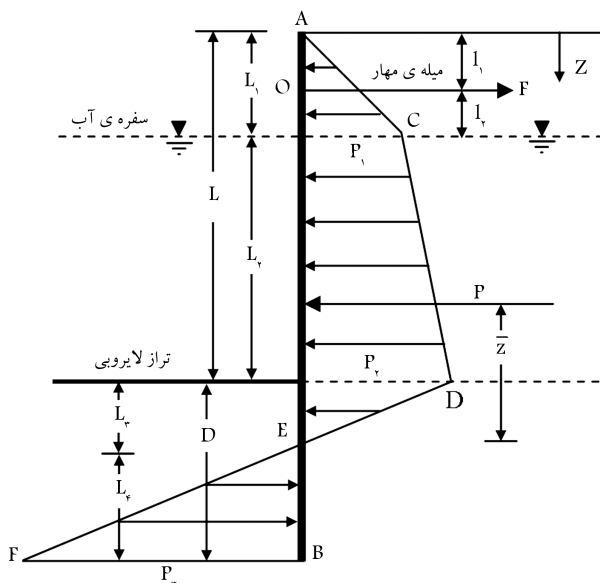
مطالعات پژوهشگران گذشته مبین فقدان یک روش تحلیلی مناسب برای تحلیل رفتار سپرها (به‌منزله‌ی حائل‌های انعطاف‌پذیر) تحت اثر زلزله است. لذا در این نوشتار

مقدمه

مقدمه

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱۲/۱۷، اصلاحیه ۱۳۸۹/۱۱/۱۶، پذیرش ۱۳۹۰/۰۱/۲۲



شکل ۱. نمودار تغییرات فشار جانبی خالص خاک برای سیر مهار شده با انتهای مفصلی در خاک دانه‌بی.

جانبی موجود، فشار محرک از سمت خاکریز است. در ناحیه‌ی زیر تراز لایروبی به‌علت تغییرشکل جانبی سیر، از طرف خاک سمت راست، فشار محرک و از سمت چپ سیر، فشار مقاوم وجود خواهد داشت. فرضیات موردنظر برای محاسبه‌ی توزیع فشار جانبی دینامیکی به این شرح است:

۱. پروفیل خاک در طول کل سیر، به‌صورت همگن، همسان، و دانه‌بی با زاویه‌ی اصطکاک داخلی  $\phi$  است ( $c = 0$ ).
۲. تراز سفره‌ی آب در عمق  $L_1 = l_1 + l_2$  از بالای دیوار قرار دارد.
۳. ضریب شتاب افقی و قائم زلزله به‌ترتیب برابر  $k_h$  و  $k_v$  هستند.
۴. در حین زلزله، تراوش آب (در صورت وجود) برای چند لحظه قطع می‌شود.

در ادامه با توجه به توزیع ساده شده‌ی فشار در شکل ۱، روابط مربوط به توزیع فشار خالص دینامیکی بر روی سیر مهار شده‌ی مدفون در خاک دانه‌بی در نواحی مختلف همراه با تعیین طول‌های مجهول  $L_1$ ،  $L_2$  و عمق مدفون سیر در خاک به‌دست می‌آید.

مطابق شکل ۱، می‌توان فشار جانبی محرک دینامیکی وارد بر سیر مهار شده در عمق  $L_1 = z$  از رأس سیر را با استفاده از رابطه‌ی ۱ محاسبه کرد:

$$p_1 = \gamma \cdot L_1 \cdot k_{ae} \quad (1)$$

در این رابطه،  $\gamma$  وزن مخصوص خاک واقع در بالای تراز سفره‌ی آب و  $k_{ae}$  ضریب فشار جانبی محرک به روش کولمب در حالت لرزه‌بی است که مطابق رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شود:

$$k_{ae} = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos \theta \cdot \cos(\delta + \theta) \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}} \right]^2} \quad (2)$$

در این رابطه،  $\phi$  و  $\delta$  به‌ترتیب زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک و زاویه‌ی اصطکاک خاک و سیر هستند. همچنین زاویه‌ی اینرسی لرزه‌ی  $\theta$ ، در شرایط زلزله با فرض

با تبیین و ارائه‌ی فرمولاسیون گام به گام، پایداری سیر تحت شرایط لرزه‌بی با استفاده از روش شبه استاتیکی و با در نظر گرفتن اثر دینامیکی نیروهای زلزله به‌صورت مؤلفه‌های شتاب در دو راستای قائم و افقی برای ارائه‌ی یک روش تحلیلی موردنظر است. در ادامه به‌منظور شناخت اثر پارامترهای مختلف نظیر زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک و شتاب‌های زلزله در راستای افقی و عمودی بر میزان فشار جانبی وارد بر سیر و عمق مدفون آن، لنگر بیشینه‌ی ایجاد شده در سیر و نیروی مهار، یک مطالعه‌ی پارامتری نسبتاً وسیع انجام شده است.

## ۲. محاسبه‌ی فشار جانبی و عمق مدفون سیر مهار شده در حالت لرزه‌بی

روش‌های طراحی مرسوم سیرها در حالت کلی مبتنی بر استفاده از روش تعادل لنگر و تعادل افقی نیروهای محرک و مقاوم است. لذا شیوه‌ی معمول ارزیابی لرزه‌بی دیوارهای حائل نظیر سیرها براساس روش شبه استاتیکی است که در آن ضرایب زلزله، برحسب ضریبی از شتاب ثقل زمین، برای تعیین نیروهای اینرسی ناشی از زمین‌لرزه استفاده می‌شوند. اگرچه رفتار دیوارهای حائل بسیار پیچیده‌تر از آن هستند که این روش ساده دقیقاً قادر به تخمین نیروهای جانبی وارد بر آنها باشد، لیکن این شیوه‌ی کاربردی، امروزه همچنان مورد توجه بسیاری از پژوهشگران است. این روش را مونونوبه-اوکابه توسعه داد [۲]، به‌طوری‌که اثر زلزله به‌صورت نیروهای معادل استاتیکی و با استفاده از شتاب‌های ثابت افقی و قائم اعمال می‌شود. شتاب ثابت افقی به‌صورت  $a_h = k_h \cdot g$  و شتاب ثابت قائم به‌صورت  $a_v = k_v \cdot g$  تعریف می‌شوند که  $g$  شتاب ثقل زمین و  $k_h$ ،  $k_v$  به‌ترتیب ضرایب شتاب زلزله در جهات افقی و قائم هستند. در روش مونونوبه-اوکابه فرض بر آن است که حرکت جانبی خاک و سیر به‌حدی باشد که رانش محرک و مقاوم در طرفین سیر به‌میزان نهایی خود برسد. به‌علاوه‌ی این‌که در این روش مقداری برای زاویه‌ی اصطکاک بین خاک و سیر لحاظ نشده است. در تخمین فشار خاک بر روی دیوارها براساس روش کولمب این فرضیات قابل توجه است:

۱. خاک همسان، همگن و دارای زاویه‌ی اصطکاک داخلی و چسبندگی است.
۲. سطح گسیختگی صفحه‌بی مسطح و سطح خاکریز صاف است.
۳. توزیع مقاومت اصطکاک‌کی به‌صورت یکنواخت در طول صفحه‌ی گسیختگی است و ضریب اصطکاک خاک با خاک  $f = \tan \phi$  است.
۴. گوه‌ی گسیختگی، جسم صلبی است که دچار انتقال می‌شود.
۵. زاویه‌ی اصطکاک دیوار-خاک ( $\delta$ ) است، که با حرکت گوه‌ی گسیختگی نسبت به سطح پشت دیوار، بین خاک و دیوار نیروی اصطکاک به‌وجود می‌آید.

در این نوشتار تحلیل لرزه‌بی سیر به‌روش شبه‌استاتیکی و براساس روابط کولمب با در نظر گرفتن اثر شتاب زلزله به‌صورت نیروی معادل استاتیکی انجام شده است. شکل ۱، توزیع فشار جانبی روی یک سیر مهار شده در خاک ماسه‌بی با پای مفصلی را نشان می‌دهد، به‌طوری‌که سیر می‌تواند حول نقطه‌ی  $O$  دوران کند. استفاده از فرض پای مفصلی برای سیر مهار شده سبب کاهش عمق مدفون سیر در مقایسه با سیر با فرض انتهای گیردار در خاک می‌شود. در روش موردنظر با توجه به یکسان بودن تراز آب در دو طرف سیر، از اثر فشار جانبی آب بر سیر صرف‌نظر شده است، به‌عبارتی فرض بر این است که فشار آب دو طرف یکدیگر را خنثی می‌کنند، لذا فقط فشار مؤثر خاک موردتوجه قرار خواهد گرفت. در ناحیه‌ی بالایی خط لایروبی تنها فشار

همچنین با نوشتن تعادل لنگر نیروها حول نقطه‌ی  $O$  رابطه‌ی ۱۳ به دست می‌آید:

$$-P \cdot [(L_1 + L_r + L_z) - (\bar{z} + l_1)] + \circ/5[\gamma_b(k_{pe} - k_{ae})] \cdot L_r^2 \cdot \left( l_r + L_r + L_z + \frac{2}{3}L_r \right) = 0 \quad (13)$$

که در این رابطه، مقدار  $\bar{z}$  فاصله‌ی نیروی افقی  $P$  از نقطه‌ی  $E$  است. با کمی ساده‌سازی معادله‌ی درجه‌ی سومی به صورت رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$L_r^2 + \circ/5L_r^2(l_r + L_r + L_z) - \frac{3P[(L + L_r) - (\bar{z} + l_1)]}{\gamma_b(k_{pe} - k_{ae})} = 0 \quad (14)$$

حال با حل معادله‌ی به دست آمده، با توجه به شرایط هندسی سپر کوبیده شده و مشخصات مقاومتی خاک، مقدار  $L_r$  تعیین خواهد شد. لذا عمق نفوذ سپر مهار شده در خاک  $D$  از رابطه‌ی ۱۵ به دست می‌آید:

$$D = L_r + L_z \quad (15)$$

از آنجا که غالباً مقدار تغییرمکان جانبی سپر، امکان بسیج کامل فشار مقاوم را فراهم نمی‌سازد، لذا در نظر گرفتن کل فشار مقاوم منجر به مقدار غیرواقعی برای عمق مدفون سپر می‌شود. لذا توصیه می‌شود مقدار عمق مدفون حاصل از رابطه‌ی ۱۵ که به عمق مدفون تئوری موسوم است را در عمل ۳۰ تا ۴۰ درصد افزایش داد. البته بعضی از پژوهشگران به جای افزایش عمق مدفون تئوری، اعمال ضریب اطمینان ۲ را بر ضریب فشار مقاوم خاک توصیه می‌کنند.<sup>[۲۰]</sup>

بیشینه‌ی لنگر خمشی در سپر در حد فاصل  $z = L_1$  تا  $z = L_1 + L_r$  با تعیین نقطه‌ی برش صفر به دست می‌آید. محل برش صفر در عمق  $z$  از بالای سپر با استفاده از تعادل افقی نیروها از رابطه‌ی ۱۶ به دست می‌آید:

$$\circ/5p_1L_1 - F + p_1(z - L_1) + \circ/5\gamma_b k_{ae}(z - L_1)^2 = 0 \quad (16)$$

با تعیین مقدار  $z$ ، لنگر خمشی بیشینه از رابطه‌ی ۱۷ تعیین می‌شود:

$$M_{max} = -(\circ/5p_1L_1) \left[ z - L_1 + \frac{1}{3}L_1 \right] + F(z - L_1 + l_r) - \circ/5p_1(z - L_1)^2 - \circ/5\gamma_b k_{ae}(z - L_1)^2 \left( \frac{z - L_1}{3} \right) \quad (17)$$

برای ارزیابی توزیع فشار جانبی وارد بر سپر مهار شده در خاک دانه‌ی، عمق مدفون آن در خاک، نیروی مهار و لنگر خمشی بیشینه، اقدام به تهیه‌ی برنامه‌ی کامپیوتری در محیط برنامه‌ی MATLAB براساس روابط به دست آمده در این بخش شده است.

### ۳. مطالعه‌ی پارامتری تحلیل لریه‌ی یک سپر مهار شده

در این بخش برای نشان دادن عملکرد روش موردنظر، مطالعات پارامتری جامعی برای یک نمونه از سپر مهار شده تحت اثر شتاب لریه‌ی ارائه شده است. مشخصات هندسی سپر (مطابق شکل ۱)، مشخصات مکانیکی خاک دو طرف سپر و پارامترهای شتاب زلزله مطابق جدول ۱ است. البته لازم به ذکر است که تعیین مقدار واقعی زاویه‌ی اصطکاک بین خاک و سپر مستلزم انجام آزمایش‌های دقیق بر اساس نوع خاک، جنس سپر و فشار خاک وارد بر سپر است؛ اما در حالت کلی در خاک‌های غیرچسبیده در تماس با دیوار صاف یا سپر زاویه اصطکاک کمی کم‌تر از مقدار زاویه‌ی

ضریب شتاب افقی یکنواخت به صورت  $k_h$  و ضریب شتاب قائم به شکل  $k_v$ ، از رابطه‌ی ۳ قابل محاسبه است.

$$\theta = \text{tg}^{-1} [k_h / (1 - k_v)] \quad (3)$$

همچنین شدت فشار جانبی محرک دینامیکی در عمق  $z = L_1 + L_r$  در تراز خط لایروبی به صورت رابطه‌ی ۴ بیان می‌شود:

$$p_r = (\gamma \cdot L_1 + \gamma_b \cdot L_r) \cdot k_{ae} \quad (4)$$

که در آن، وزن مخصوص شناور خاک، برابر با  $\gamma_b = \gamma_{sat} - \gamma_w$  است. فشار محرک جانبی در نقطه‌ی فشار صفر  $E$  واقع در عمق  $z$  از بالای سپر مطابق رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌شود:

$$p_{ae} = (\gamma \cdot L_1 + \gamma_b \cdot L_r + \gamma_b(z - L_1 - L_r)) \cdot k_{ae} \quad (5)$$

همچنین فشار جانبی در حالت مقاوم در عمق  $z > L_1 + L_r$  از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید:

$$p_{pe} = \gamma_b(z - L_1 - L_r) \cdot k_{pe} \quad (6)$$

که در آن، ضریب فشار مقاوم براساس معیار کولمب در حالت لریه‌ی است و به صورت رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$k_{pe} = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos \theta \cdot \cos(\delta + \theta) \cdot \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}} \right]^2} \quad (7)$$

با ترکیب رابطه‌های ۵ و ۶، فشار جانبی خالص در تراز زیر خط لایروبی از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:

$$p = p_{ae} - p_{pe} = p_r - \gamma_b(z - L) \cdot (k_{pe} - k_{ae}) \quad (8)$$

و در نهایت موقعیت نقطه‌ی  $E$  زیر خط لایروبی براساس میزان طول  $L_r$ ، به ازای فشار خالص صفر توسط رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$L_r = p_r / (\gamma_b [k_{pe} - k_{ae}]) \quad (9)$$

که مقدار  $p_r$  در رابطه‌ی ۴ ارائه شده است. با توجه به رابطه‌ی ۹ مشاهده می‌شود که شیب نمودار فشار خالص DEF مساوی ۱ عمودی  $\gamma_b(k_{pe} - k_{ae})$  به افقی است. بنابراین در این نمودار مقدار فشار  $p_r$  در انتهای سپر مهار شده برابر خواهد شد با (رابطه‌ی ۱۰):

$$\overline{FB} = p_r = \gamma_b L_r \cdot (k_{pe} - k_{ae}) \quad (10)$$

برای برقراری تعادل سپر مهار شده، باید تعادل نیروهای افقی و همچنین تعادل لنگر برقرار باشد. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای افقی برای واحد طول سپر، رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آید:

$$P - \circ/5P_r L_r - F = 0 \quad (11)$$

که در آن  $P$  مساحت زیر نمودار فشار ACDE و  $F$  نیروی کششی در میل مهار برای واحد طول سپر است. از رابطه‌ی ۱۱ مقدار نیروی  $F$  مطابق رابطه‌ی ۱۲ محاسبه خواهد شد:

$$F = P - \circ/5[\gamma_b(k_{pe} - k_{ae})]L_r^2 \quad (12)$$

جدول ۱. خصوصیات مکانیکی خاک اطراف سیم، مشخصات هندسی سیم و محدوده‌ی شتاب زلزله.

مقدار	کمیت فیزیکی
۲ متر	طول سیم بالای تراز آب ( $L_1$ )
۳ متر	طول مابین تراز آب و خط لایروبی ( $L_2$ )
۱ متر	عمق مدفون میله‌ی مهار ( $l_1$ )
$16 \text{ kN/m}^3$	وزن مخصوص طبیعی خاک ( $\gamma$ )
$19 \text{ kN/m}^3$	وزن مخصوص اشباع خاک ( $\gamma_{sat}$ )
$40^\circ$ و $35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$	زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ( $\phi$ )
$0.67\phi$	زاویه‌ی اصطکاک بین خاک و سیم ( $\delta$ )
$0.3g, 0.2g, 0.1g, 0$	ضریب شتاب افقی زلزله ( $k_h$ )
$0.4, 0.3, 0.2, 0.1, 0$	نسبت شتاب قائم به افقی زلزله ( $k_v/k_h$ )

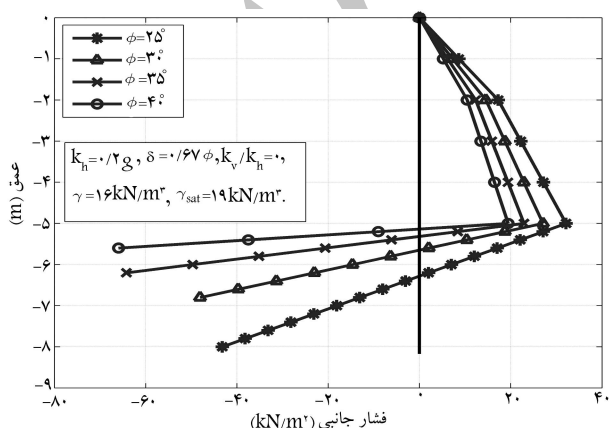
### ۱.۳. بررسی توزیع فشار جانبی خالص دینامیکی

در این بخش برای یک سیم مهار شده در خاک دانه‌یی با مشخصات داده شده در جدول ۱، توزیع فشار جانبی خالص دینامیکی در ارتفاع سیم (گسترش فشارهای جانبی محرک و مقاوم) با تغییر پارامترهای مختلف نظیر زاویه اصطکاک داخلی خاک، شتاب افقی زلزله و نسبت‌های مختلف از فشار قائم به افقی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

شکل ۳ نمودار تغییرات فشار جانبی خالص دینامیکی خاک را برای سیم با طول آزاد ۵ متر، مدفون در خاک دانه‌یی برای چهار مقدار مختلف از زاویه اصطکاک داخلی خاک  $25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$  و  $40^\circ$  و برای شتاب افقی  $k_h = 0.2g$  و نسبت شتاب قائم به افقی  $k_v/k_h = 0$  در شرایط لرزه‌یی نشان می‌دهد. در این تحلیل‌ها زاویه اصطکاک بین خاک و سیم به صورت تابعی از زاویه اصطکاک داخلی خاک و معادل  $0.67\phi = \delta$  فرض شده است، به طوری که مقدار  $\delta$  نیز در روابط ارائه شده تغییر خواهد کرد.

مطابق شکل ۳ مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک، عمق مدفون سیم (و طول کلی آن) و همچنین میزان فشار جانبی محرک توزیع شده بر روی سیم کاهش می‌یابد. به علاوه حداکثر میزان فشار جانبی مقاوم ایجاد شده بر سیم در نوک مدفون سیم در خاک رخ می‌دهد که با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک، مقدار آن افزایش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که افزایش زاویه اصطکاک داخلی ضمن بهبود وضعیت فشار جانبی وارد بر سیم سبب کاهش قابل ملاحظه‌ی عمق مدفون سیم می‌شود؛ به طوری که برای میزان شتاب افقی  $0.2g$ ، عمق مدفون سیم برای مقدار زاویه اصطکاک داخلی  $25^\circ$  و  $35^\circ$  به ترتیب برابر  $0.63$  و  $0.25$  طول آزاد سیم به دست آمده است.

شکل ۴ نمودار توزیع فشار جانبی خاک را در ارتفاع سیم برای مقادیر مختلف از شتاب افقی  $0.3g, 0.2g, 0.1g, 0$  در حالت عدم وجود شتاب قائم برای خاک دانه‌یی با زاویه اصطکاک  $30^\circ$  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که عمق

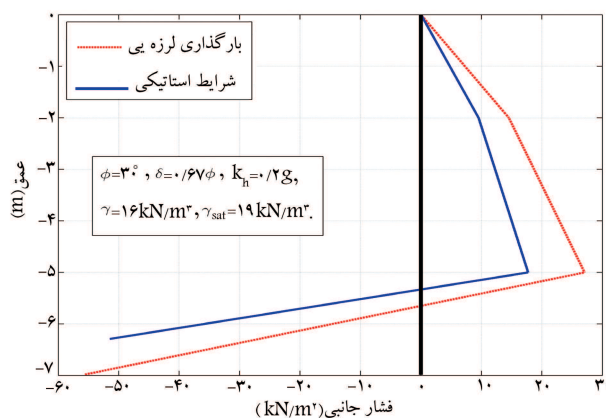


شکل ۳. توزیع فشار جانبی خالص دینامیکی نسبت به زاویه اصطکاک داخلی خاک.

اصطکاک داخلی خاک اندازه‌گیری شده است ( $\phi < \delta$ ). لکن بطور عام برای دیوارهای بتنی در مواردی که قالب‌های مورد استفاده سطح پشتی نسبتاً صافی ایجاد کنند، مقادیر  $\phi$  (تا  $0.8\phi$  تا  $0.6\phi$ ) مناسب است. [۲۰] ماتسوزاوا در استفاده از رابطه کولمب در تعیین ضرایب فشار جانبی در حالت لرزه‌یی، برای خاک‌های دانه‌یی مقدار  $2\phi/3 \approx \delta$  را پیشنهاد کرده است، [۲۱] که بر این اساس در این بررسی‌ها مقدار  $2\phi/3 \approx \delta$  منظور شده است. لازم به ذکر است که در این مطالعات از تغییرات احتمالی وزن مخصوص خاک در اثر تغییر در زاویه اصطکاک داخلی خاک صرف‌نظر شده تا بتوان حساسیت نتایج نسبت به زاویه اصطکاک داخلی خاک را بررسی نمود.

شکل ۲ توزیع فشار جانبی بر روی سیم را در دو حالت استاتیکی و لرزه‌یی تحت شتاب افقی  $0.2g$ ،  $k_h = 0.2g$ ، نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با تغییر شرایط بارگذاری از حالت استاتیکی به لرزه‌یی، میزان فشار جانبی خالص در طول سیم افزایش یافته است. همچنین عمق مدفون مورد نیاز سیم مهار شده در حالت لرزه‌یی بیشتر از حالت استاتیکی است.

با توجه به مقادیر ارائه شده برای ضرایب فشار جانبی محرک و مقاوم در حالت لرزه‌یی در روابط ۲ و ۷، به سادگی نتیجه می‌شود که در شرایط لرزه‌یی، مقدار فشار محرک افزایش و فشار مقاوم کاهش می‌یابد. از این رو با تبدیل وضعیت از حالت



شکل ۲. توزیع فشار جانبی خالص بر روی سیم مهار شده در خاک دانه‌یی.

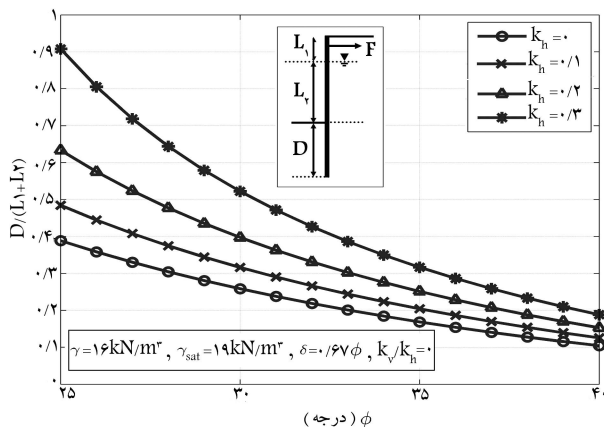
جانبی محرک دینامیکی بر سمت راست سیر افزایش و فشار جانبی خالص (مقاوم) در سمت چپ سیر در یک نقطه‌ی مشخص روی سیر کاهش می‌یابد. همچنین افزایش نسبت  $k_v/k_h$  سبب افزایش عمق مدفون مورد نیاز سیر می‌شود، به طوری که با تغییر نسبت  $k_v/k_h$  از صفر به  $0.7$ ، مقدار عمق مدفون سیر حدود ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

### ۲.۳. نسبت عمق مدفون به طول آزاد سیر

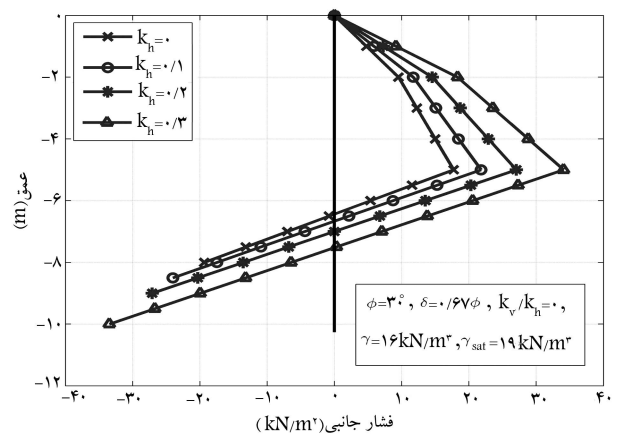
همانطور که در نمودارهای توزیع فشار جانبی خاک در طول سیر ارائه شده در بخش قبل مشاهده شد، عمق مدفون سیر ( $D$ ) در خاک به طول آزاد آن ( $L_1 + L_2$ ) نیز بستگی دارد. لذا در این بخش اثر پارامترهای مختلف نظیر زاویه اصطکاک داخلی خاک ( $\phi$ )، شتاب افقی زلزله ( $k_h$ ) و نسبت شتاب قائم به افقی زلزله ( $k_v/k_h$ ) بر مقدار عمق مدفون مورد نیاز سیر ( $D$ ) به صورت مقدار نرمالیزه شده عمق مدفون سیر یعنی  $D/(L_1 + L_2)$  بررسی خواهد شد.

شکل ۶ تغییرات مقادیر نرمالیزه شده‌ی عمق مدفون سیر ( $D$ ) را نسبت به طول آزاد آن ( $L_1 + L_2$ ) در مقابل زاویه اصطکاک داخلی خاک برای مقادیر مختلف شتاب افقی زلزله  $g$   $0.1, 0.2, 0.3, 0.7, 1.0$  نشان می‌دهد. چنان که ملاحظه می‌شود، صرف‌نظر از مقدار شتاب افقی با افزایش مقدار زاویه اصطکاک داخلی از میزان عمق مدفون نرمالیزه شده به نحو چشمگیری کاهش می‌یابد. به عنوان مثال مقدار آن برای زلزله‌یی با شتاب افقی  $g$   $0.2$  از مقدار  $0.63$  به  $0.15$  به ازای تغییر زاویه اصطکاک داخلی از  $25^\circ$  به  $40^\circ$  درجه (در حدود ۴۸ درصد) کاهش می‌یابد. به عبارتی با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک، طول کلی سیر به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که برای یک مقدار مشخص از زاویه اصطکاک داخلی خاک با افزایش شتاب افقی زلزله میزان عمق مدفون سیر افزایش می‌یابد اما اثر شتاب افقی زلزله در خاک با مقاومت اصطکاک کم‌تر ( $\phi$ ) به مراتب قابل ملاحظه‌تر از خاک با مقاومت اصطکاک بالاتر ( $\phi$ ) بیشتر) می‌باشد، به طوری که اختلاف در میزان عمق مدفون به ازای افزایش فشار افقی زلزله برای مقادیر  $\phi$  بزرگتر از  $35^\circ$  درجه کم‌تر از مقادیر  $\phi$  بزرگتر از  $35^\circ$  درجه است.

تغییرات عمق مدفون نرمالیزه شده‌ی سیر در مقابل نسبت شتاب قائم به افقی زلزله ( $k_v/k_h$ ) در خاکی با زاویه اصطکاک داخلی  $30^\circ$  درجه مطابق شکل ۷



شکل ۶. تغییرات عمق مدفون نرمالیزه شده در مقابل زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.

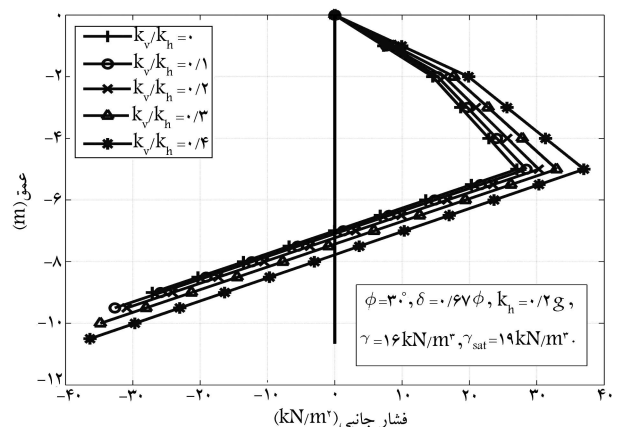


شکل ۴. توزیع فشار جانبی خالص دینامیکی نسبت به تغییرات ضریب افقی زلزله.

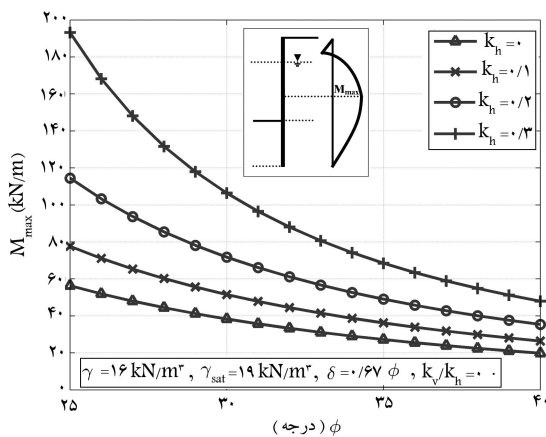
مدفون مورد نیاز برای سیر مهار شده در خاک با افزایش شتاب افقی زلزله افزایش می‌یابد.

نحوه‌ی توزیع فشار جانبی بر روی کل سیر به نحوی است که برای شتاب‌های افقی بیشتر، مقادیر حداکثر فشار جانبی محرک در سمت راست بزرگتر است. همچنین به علت افزایش قابل توجه فشار جانبی محرک و کاهش فشار جانبی مقاوم در اثر افزایش شتاب افقی زلزله، مقدار فشار مقاوم در سمت چپ سیر در یک عمق مشخص با افزایش میزان شتاب افقی رو به کاهش است. همچنین نحوه‌ی توزیع فشار جانبی بر روی کل سیر به نحوی است که برای شتاب‌های افقی بیشتر، مقادیر بیشینه‌ی فشار در انتهای طول سیر بزرگتر خواهد شد.

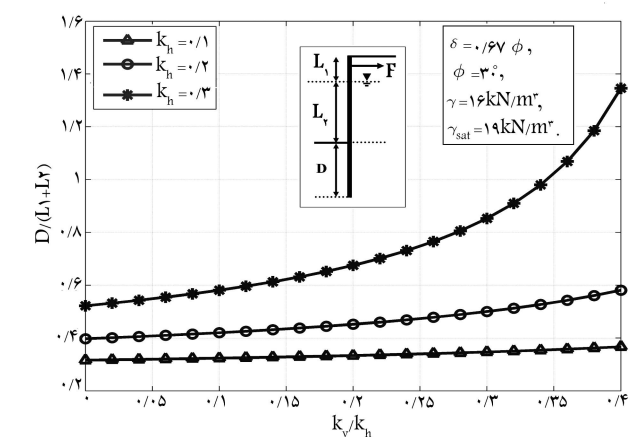
تأثیر شتاب قائم زلزله بر میزان فشار جانبی وارد بر سیر و همچنین عمق مدفون سیر مطابق روابط ارائه شده تنها در مقدار زاویه‌ی  $\theta$  (رابطه‌ی ۳) لحاظ شده است. لذا برای بررسی تأثیر شتاب قائم ( $k_v$ ) بر توزیع فشار در طول سیر از نسبت فشار قائم به افقی زلزله ( $k_v/k_h$ ) استفاده شده است. توزیع فشار جانبی برای زلزله‌یی با شتاب افقی  $g$   $0.2$  و نسبت‌های مختلف از شتاب قائم به افقی زلزله ( $k_v/k_h = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ )، بر روی یک سیر مهاردار کوبیده شده در خاک ماسه‌یی با زاویه اصطکاک  $30^\circ$  درجه، مطابق شکل ۵ می‌باشد. در این شکل به سادگی ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت شتاب قائم به افقی زلزله، توزیع فشار



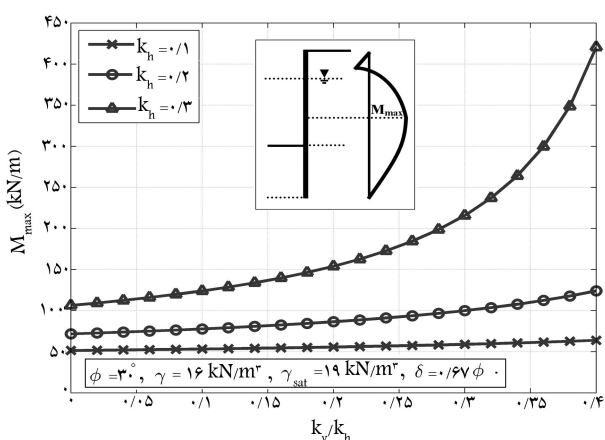
شکل ۵. توزیع فشار جانبی خالص دینامیکی در مقابل تغییرات نسبت شتاب قائم به افقی زلزله.



شکل ۸. تغییرات لنگر خمشی حداکثر در سپر در مقابل زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.



شکل ۷. تغییرات عمق مدفون نرمالیزه شده سپر در مقابل ضریب شتاب قائم به افقی زلزله برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.



شکل ۹. تغییرات لنگر خمشی حداکثر در سپر در مقابل ضریب شتاب قائم زلزله برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.

است. ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت شتاب قائم به افقی، مقدار عمق مدفون سپر در خاک صرف‌نظر از میزان شتاب افقی  $k_h$  افزایش می‌یابد، اما این افزایش برای شتاب‌های افقی بیشتر از  $0.2g$  قابل توجه‌تر است، به طوری که برای زمین لرزه‌یی با شتاب افقی  $0.1g$ ، با افزایش شتاب قائم از صفر تا  $0.4g$  برابر شتاب افقی، مقدار عمق مدفون در حدود  $16\%$  درصد افزایش می‌یابد، در صورتیکه این مقدار افزایش برای شتاب افقی  $0.3g$  بسیار بیشتر و حدود  $157\%$  درصد است. در نتیجه برای ترازهای پایین از شتاب‌های افقی زلزله، در نظر گرفتن اثر مؤلفه قائم شتاب زلزله ضرورتی ندارد، در حالی که اثر آن در شتاب‌های افقی بالاتر از حدود  $0.2g$  قابل توجه می‌باشد.

به‌طور کلی منحنی‌های نرمالیزه شده‌ی شکل‌های ۶ و ۷ در صورت وجود خاک دانه‌یی در محدوده‌ی پارامترهای مورد بررسی مندرج در جدول ۱ می‌تواند برای محاسبات مربوط به سپرهای مهار شده مورد استفاده قرار گیرند.

### ۳.۳. حداکثر لنگر خمشی ایجاد شده در سپر

چنان که در روابط محاسباتی نیز اشاره شد، می‌توان مقدار حداکثر لنگر خمشی وارد بر سپر را که در زیر تراز آب و بالای خط لایروبی رخ می‌دهد، به‌دست آورد. بدین منظور با یافتن نقطه‌ی برش صفر، محل لنگر خمشی حداکثر تعیین و مقدار آن با لنگرگیری نیروهای وارد بر سپر محاسبه می‌شود. لذا با توجه به وابستگی مقدار حداکثر لنگر به ضرایب فشار جانبی محرک و مقاوم به‌سادگی معلوم می‌شود که تغییر در میزان پارامترهایی نظیر زاویه اصطکاک داخلی خاک و مؤلفه‌های شتاب زمین لرزه بر آن اثر خواهند گذاشت.

شکل ۸، بیشینه‌ی تغییرات لنگر ایجاد شده در سپر مهار شده در خاک دانه‌یی را در مقابل تغییر زاویه اصطکاک داخلی خاک برای مقادیر مختلفی از شتاب افقی زلزله  $0.1g$ ،  $0.2g$ ،  $0.3g$ ،  $0.1g$  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که اثر زاویه اصطکاک داخلی خاک بر تغییرات لنگر خمشی با افزایش شتاب افقی زلزله بسیار چشمگیرتر است. همچنین صرف‌نظر از مقدار زاویه اصطکاک خاک، با افزایش مقدار شتاب افقی زلزله میزان لنگر بیشینه‌ی ایجاد شده در سپر نیز افزایش می‌یابد، اما میزان افزایش لنگر به‌ازای افزایش شتاب افقی برای خاک‌هایی با مقاومت اصطکاکی کم به‌مراتب محسوس‌تر است، به‌طوری‌که این افزایش برای خاک‌یی با زاویه اصطکاک داخلی  $25\%$  درجه به‌ازای افزایش شتاب افقی از مقدار صفر به  $0.3g$

در حدود  $24\%$ ، اما برای خاک‌یی با زاویه اصطکاک داخلی  $40\%$  درجه، معادل  $140\%$  است.

تأثیر شتاب قائم زلزله بر میزان بیشینه‌ی لنگر خمشی وارد بر سپر مهار شده در خاک دانه‌یی برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله در شکل ۹ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت شتاب قائم به افقی زلزله از صفر تا  $0.4g$  مقدار لنگر خمشی بیشینه‌ی برای یک مقدار ثابت از شتاب افقی افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که این افزایش برای مقادیر شتاب افقی بزرگتر از  $0.2g$  بسیار چشمگیر است. به‌عنوان مثال برای شتاب افقی  $0.3g$  مقدار لنگر بیشینه وارد بر سپر مهار شده، به‌ازای تغییر نسبت شتاب قائم به افقی زلزله  $(k_v/k_h)$  از صفر تا  $0.4g$  در حدود  $4$  برابر می‌شود، در حالی‌که این افزایش در میزان بیشینه لنگر خمشی برای شتاب افقی  $0.1g$  قابل توجه نیست.

### ۴.۳. نیروی کششی ایجاد شده در مهار

با نوشتن تعادل افقی نیروهای وارد بر سپر می‌توان دریافت که نیروی محوری ایجاد شده در مهار به‌صورت کششی و به‌سمت خاک‌ریز پشت سپر اعمال می‌شود. لذا برای طراحی میل مهار سپر در شرایط زمین لرزه، تغییرات نیروی کششی مهار در مقابل

شتاب قائم به افقی زلزله برای یک شتاب افقی معین، نیروی کششی مهار افزایش می‌یابد که این افزایش برای شتاب‌های افقی بیشتر از  $g/2$  به مراتب محسوس‌تر خواهد بود. همچنین برای یک مقدار ثابت از نسبت شتاب قائم به افقی، مقدار نیروی موجود در مهار به‌ازای افزایش شتاب افقی زلزله افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که برای نسبت‌های بزرگتر، میزان افزایش نیروی کششی بیشتر است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله رفتار سپرهای مهار شده در خاک دانه‌ی با پای مفصلی تحت اثر شتاب‌های ناشی از زمین لرزه، با توسعه روابط فشارهای جانبی محرک و مقاوم کولمب، بررسی و تأثیر پارامترهای مختلف نظیر زاویه اصطکاک داخلی خاک، شتاب قائم و افقی زلزله بر روی توزیع فشار جانبی خاک وارد بر سپر، عمق مدفون سپر، لنگر خمشی حداکثر و نیروی ایجاد شده در میل مهار مطالعه شده است. نتایج حاصل از این مطالعات عبارتند از:

۱. با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک اطراف سپر، فشار جانبی وارد بر سپر، عمق مدفون آن، لنگر خمشی حداکثر و نیروی ایجاد شده در میل مهار کاهش می‌یابد. تأثیر افزایش مقدار زاویه اصطکاک داخلی خاک بر کاهش پارامترهای مذکور، در شتاب‌های افقی بالا (بیش از حدود  $g/2$ ) به مراتب بیشتر از شتاب افقی پایین (کم‌تر از  $g/2$ ) می‌باشد.

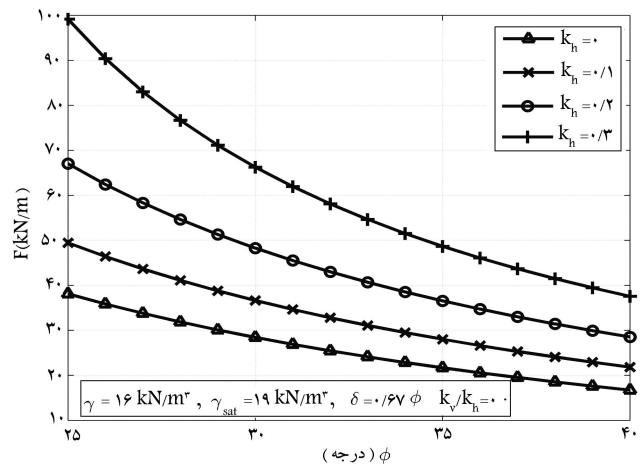
۲. با افزایش شتاب افقی زلزله و همچنین نسبت شتاب قائم به افقی زلزله، فشار جانبی وارد بر سپر در بخش محرک (سمت راست سپر) افزایش و در بخش مقاوم (سمت چپ سپر) کاهش می‌یابد و در نتیجه سبب افزایش عمق مدفون سپر، لنگر خمشی حداکثر و نیروی ایجاد شده در میل مهار می‌شود.

۳. تأثیر افزایش شتاب افقی زلزله بر افزایش عمق مدفون، لنگر خمشی، و نیروی میل مهار برای خاک با مقاومت اصطکاکی نسبتاً پایین ( $\phi$  کم‌تر از حدود  $30^\circ$  تا  $35^\circ$  درجه) به مراتب بیشتر از خاک با مقاومت اصطکاکی بالا ( $\phi$  بالاتر از  $35^\circ$  درجه) است.

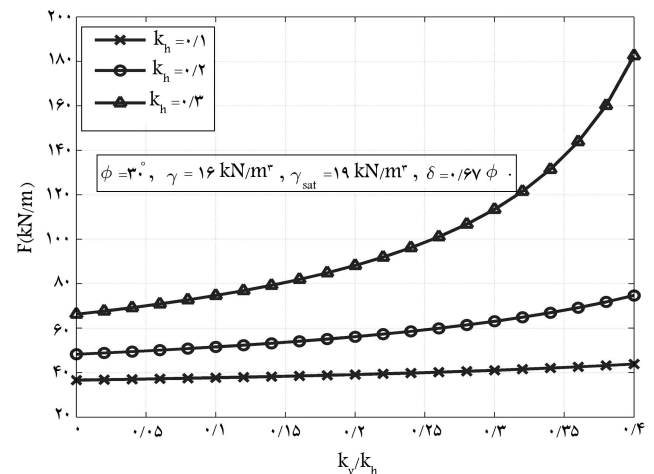
۴. تأثیر نسبت شتاب قائم به افقی زلزله بر پارامترهای مورد بررسی برای شتاب‌های افقی پایین (کم‌تر از حدود  $g/1$ ) به مراتب کم‌تر از شتاب افقی بالا (بزرگ‌تر از  $g/1$ ) است. در نتیجه در شتاب افقی پایین در نظر گرفتن اثر شتاب قائم زلزله ضرورتی نخواهد داشت.

۵. به‌طور کلی می‌توان گفت برای اجتناب از بروز فشار جانبی محرک قابل توجه در سمت راست سپر و همچنین افزایش عمق مدفون، لنگر خمشی ایجاد شده (مقطع مورد نیاز سپر)، و نیروی ایجاد شده در میل مهار (قطر مورد نیاز میل مهار) به‌خصوص در شرایط زمین‌لرزه، می‌بایست از خاک با مقاومت و تراکم بالا در سمت راست سپر (بخشی از خاک در ارتفاع سپر که بعد از اجرای سپر، خاکریزی و متراکم می‌شود) استفاده کرد.

لازم به ذکر است که استفاده از نتایج و نمودارهای ارائه شده در این مقاله صرفاً در محدوده‌ی فرضیات و مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای موجود در جدول ۱ و برای طراحی سپرهای مهار شده با پای مفصلی توصیه می‌شود و برای حالات دیگر می‌توان از روابط و برنامه تهیه شده برای طراحی این‌گونه سپرها استفاده کرد.



شکل ۱۰. تغییرات نیروی کششی ایجاد شده در مهار در مقابل زاویه اصطکاک داخلی خاک برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.



شکل ۱۱. تغییرات نیروی کششی ایجاد شده در مهار در مقابل ضریب شتاب قائم زلزله برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله.

تغییرات زاویه اصطکاک داخلی خاک اطراف سپر، شتاب افقی زلزله و نسبت شتاب قائم به افقی زلزله مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. تأثیر افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک اطراف سپر از  $25^\circ$  تا  $40^\circ$  درجه برای مقادیر مختلفی از شتاب افقی زلزله  $g/2, g/1, g/1, g/2, g/3$  بر روی مقدار نیروی کششی ایجاد شده در مهار در شکل ۱۰ نشان داده شده است. بدین ترتیب برای یک مقدار مشخص از شتاب افقی زلزله، با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک، مقدار نیروی کششی مهار به‌نحو چشمگیری کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش شتاب افقی زلزله، مقدار نیروی کششی مهار برای مقدار مشخصی از زاویه اصطکاک داخلی افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که این افزایش نیرو برای خاک‌های سست ( $\phi$  کم) بسیار شدیدتر از خاک‌های مقاوم است.

مطابق شکل ۱۱ اثر شتاب قائم زلزله توسط نسبت‌های مختلفی از شتاب قائم به افقی از صفر تا  $g/4$  بر روی مقدار نیروی کششی ایجاد شده در مهار را برای مقادیر مختلف از شتاب افقی زلزله نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت



## پانوشت

1. Mononobe- Okabe

## منابع (References)

1. Okabe, S. "General theory of earth pressure", *Journal of the Japanese Society of Civil Engineers*, **12**(1), pp. 137-161 Tokyo, Japan, (1926).
2. Mononobe, N. and Matsuo, H. "On the determination of earth pressure during earthquake", *Proceedings of the World Engineering Congress*, **9**, p. 176 (1929).
3. Kramer, S.L., *Geotechnical Earthquake Engineering*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1996).
4. Wu, G. and Finn, W.D. "Seismic Lateral Pressures for Design of Rigid Walls", *Canadian Geotechnical Journal*, **36**, pp. 509-522 (1999).
5. Caltabiano, S.; Cascone, E. and Maugeri, M. "Seismic stability of retaining walls with surcharge", *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, **20**, pp. 469-476 (2000).
6. Nadim, F. and Whitman, R.V., "Seismically induced movement of retaining walls", *Journal Geotechnical Engineering, ASCE*, **109**(7), pp. 915-931 (1983).
7. Morrison, E.E. and Ebeling, R.M. "Limit equilibrium computation of dynamic passive earth pressure", *Canadian Geotechnical Journal*, **32**, pp. 481-487 (1995).
8. Soubra, A.H. "Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structures", *Canadian Geotechnical Journal*, **37**, pp. 463-478 (2000).
9. Kumar, J. "Seismic passive earth pressure coefficients for sands", *Canadian Geotechnical Journal*, **38**, pp. 876-881 (2001).
10. Choudhury, D. and Subba Rao, K.S. "Seismic passive resistance in soils for negative wall friction", *Canadian Geotechnical Journal*, **39**(4), pp.971-981 (2002).
11. Choudhury, D.; Sitharam, T.G. and Subba Rao, K.S. "Seismic design of earth retaining structures and foundations", *Current Science, India*, **87**(10), pp. 1417-1425 (2004).
12. Subba Rao, K.S. and Choudhury, D. "Seismic passive earth pressures in soils", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, **131**, pp. 131-135 (2005).
13. Steedman, R.S. and Zeng, X. "The influence of phase on the calculation of pseudo-static earth pressure on a retaining wall", *Geotechnique*, **40**(1), pp. 103-112 (1990).
14. Zeng, X. and Steedman, R.S. "On the behavior of quay walls in earthquakes", *Geotechnique*, **43**(3), pp. 417-431 (1993).
15. Choudhury, D. and Nimbalkar, S. "Seismic passive resistance by pseudo dynamic method", *Geotechnique*, **55**(9), pp. 699-702 (2005).
16. Choudhury, D. and Nimbalkar, S. "Seismic rotational displacement of gravity walls by pseudo-dynamic method: Passive case", *Soil Dynamic Earthquake Engineering*, **27**(3), pp. 242-249 (2007).
17. Choudhury, D. and Nimbalkar, S. "Pseudo-dynamic approach of seismic active earth pressure behind retaining wall", *Geotechnical and Geological Engineering*, **24**(5), Berlin: Springer, pp. 1103-1013 (2006).
18. Ghanbari, A. and Ahmadabadi, M. "Pseudo-dynamic active earth pressure analysis of inclined retaining walls using horizontal slices method", *International journal of science and technology, Scintia Iranica*, **17**(2), pp. 118-129 (2010).
19. Ghanbari, A. and Ahmadabadi, M. "Active earth pressure on inclined retaining walls in static and seismic conditions", *International Journal of Civil Engineering*, **8**(2), pp. 118-129 (2010).
20. Bowles, J.E., *Foundation Analysis and Design*, (5th Edition), McGraw Hill Higher Education, ISBN: 0079122477 (1996).
21. Matsuzawa, H., et al. "Dynamic soil and water pressures of submerged soils", *JGED, ASCE*, **111**(10), pp. 1161-1176 (1985).