

# ارائه‌ی گراف‌های طراحی به منظور به‌کارگیری ستون‌های سنگی جهت تشبیت خاکریز راه‌آهن متکی بر بستر رسی نرم

مرتضی اسماعیلی\* (استادیار)

مریم سراپی (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
دانشکده‌ی مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

کنترل پایداری و نشست خاکریزهای راه‌آهن متکی بر بسترهای رسی نرم از نظر حفظ ایمنی اهمیت ویژه‌ی دارد. در میان روش‌های تثبیت، اجرای ستون‌های سنگی ضمن سهولت اجرا و کارایی قابل‌ملاحظه، سازگاری بیشتری را با محیط زیست از خود نشان می‌دهد. در این نوشتار تلاش شده است تا با استفاده از روش اجزاء محدود و نرم‌افزار PLAXIS ۲D، مناسب‌ترین شیب پایدار خاکریز در ارتفاعات مختلف و در شرایط متکی بر ستون‌های سنگی مشخص شود. سپس با توجه به نتایج تحلیل عددی، به‌طور جداگانه روابطی تحلیلی میان بار محوری راه‌آهن و نشست خاکریز با پارامترهای هندسی ستون سنگی و مقاومت زهکشی‌نشده‌ی بستر استخراج شده است. همچنین کفایت شیب خاکریز و چیدمان ستون‌ها در شرایط اعمال زلزله به‌صورت شبه‌استاتیکی بررسی شده است. در پایان نیز با استفاده از رابطه‌های تحلیلی استخراج‌شده، گراف‌های طراحی ستون‌های سنگی زیر خاکریز ارائه شده است.

واژگان کلیدی: خاکریز راه‌آهن، ستون سنگی، بسترهای سست.

m\_esmaeili@iust.ac.ir  
maryamsaraei@yahoo.com

## ۱. مقدمه

خاکریز با استفاده از انواع مختلف شمع‌ها و سیستم میخکوبی<sup>۱</sup> و همچنین بهبود شرایط زهکشی در بستر را شامل می‌شوند.<sup>[۱]</sup> در میان روش‌های مسلح‌سازی بستر به‌کاربرد ستون‌هایی متشکل از مصالح سنگی در بستر خاکریز اشاره شده است که از نظر فنی ستون‌های سنگی و یا شنی<sup>۲</sup> نامیده می‌شوند. در عبارتی ساده جایگزینی بخشی از خاک ضعیف به‌وسیله‌ی ستون‌های قائم متراکم‌شده متشکل از مصالح دانه‌ی به‌صورت مجموعه‌ی منظم و کاملاً قابل نفوذ در لایه‌های خاک را «ستون‌های سنگی» می‌نامند. با توجه به مزایای استفاده از ستون‌های سنگی، بررسی امکان‌پذیری و ارائه‌ی روش طراحی آن‌ها برای مسلح‌سازی خاکریزهای راه‌آهن می‌تواند بسیار سودمند باشد.<sup>[۲]</sup>

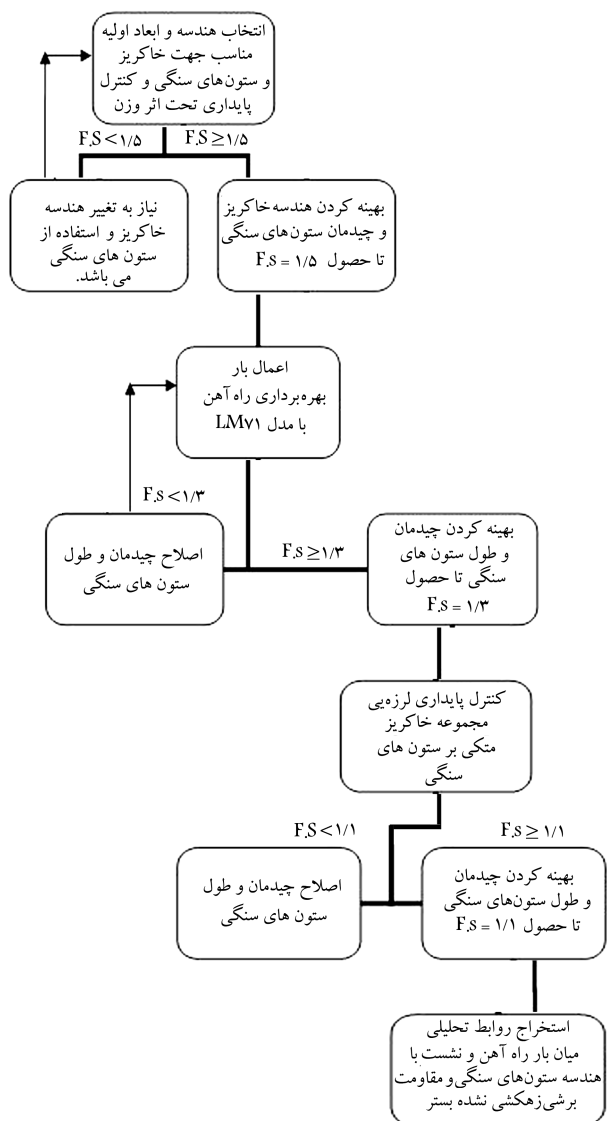
تجربه‌ی سال‌های اخیر در این زمینه نشان‌دهنده‌ی استقبال جامعه‌ی مهندسی ژئوتکنیک در استفاده از این روش برای تثبیت بسترهای سست راه‌آهن است. مثلاً استفاده از این روش در پروژه‌هایی همچون بهسازی خطوط سریع‌السیر هامبورگ - برلین آلمان (۱۹۹۰) و کوالالامپور<sup>۳</sup> (۱۹۹۲)، مسلح‌سازی قدیمی‌ترین خط راه‌آهن استرالیا<sup>۴</sup> (۱۹۹۴)، خط ریلی در چین - سنگاپور<sup>۵</sup> (۲۰۰۱-۲۰۰۳)، و بخشی از خطوط راه‌آهن لس‌آنجلس و سانفرانسیسکو<sup>۶</sup> (۲۰۰۰) را می‌توان نام برد.<sup>[۳]</sup> با توجه به گسترش استفاده از ستون‌های سنگی، کارهای تحقیقاتی بسیاری نیز به‌صورت آزمایشگاهی، میدانی و عددی در این زمینه انجام شده است. به‌طورکلی با مروری بر ادبیات فنی موجود درخصوص رفتار و نحوه‌ی عملکرد ستون‌های

خطوط ریلی به‌منزله‌ی یکی از مهم‌ترین و قدیمی‌ترین روش‌های حمل و نقل دارای اهمیت و جایگاه ویژه‌ی در میان سایر سیستم‌های حمل و نقل است. از این رو انجام تحقیقات کاربردی در زمینه‌ی زیرساخت‌های این سیستم بسیار مهم و ضروری به‌نظر می‌رسد. از طرفی گسترش استفاده از این سیستم حمل و نقل و اهمیت یافتن پارامترهایی مانند افزایش سرعت و بار محوری و به‌موازات آن افزایش ضریب ایمنی حرکت و راحتی سفر، تأمین بستری مناسب برای عبور خطوط ریلی را الزامی ساخته است.

یکی از معضلات اجرای راه‌آهن روی بسترهای نرم رسی، عدم تأمین ظرفیت باربری و همچنین وقوع نشست قابل‌توجه خط است. معمولاً در اثر اعمال وزن خاکریز راه‌آهن به‌همراه بار محور قطارهای عبوری، بسترهای نرم ممکن است دچار گسیختگی و یا نشست قابل‌ملاحظه‌ی شوند. با نگاهی به ادبیات فنی موجود در حوزه‌ی ژئوتکنیک خطوط ریلی ملاحظه می‌شود که روش‌های متنوعی برای تأمین پایداری خاکریز متکی بر چنین بسترهایی پیشنهاد شده است. این روش‌ها محدوددهی وسیعی مشتمل بر بهسازی شرایط بستر با روش‌های تثبیت مکانیکی و شیمیایی، اصلاح هندسه از طریق ایجاد برم (پله) یا تغییر شیب خاکریز، مسلح‌کردن بستر با استفاده از ژئوستتیک‌ها، احداث سازه‌های نگهبان در مجاورت شیب، پایداری‌سازی

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۱/۲۸، اصلاحیه ۱۳۸۹/۱۰/۸، پذیرش ۱۳۸۹/۱۱/۲۶.



شکل ۱. روند استفاده از ستون‌های سنگی.

راه‌آهن اعمالی و همچنین نشست ناشی از آن با پارامترهایی چون طول، قطر، تعداد ستون‌های سنگی و همچنین مقاومت برشی زهکشی‌نشده‌ی بستر رسی اقدام شده است. در پایان نیز بر مبنای روابط تحلیلی استخراج شده، اقدام به ارائه‌ی گراف‌های طراحی در این زمینه شده است. در شکل ۱، روند انجام تحقیق برای رسیدن به روابط تحلیلی موردنظر نشان داده شده است.

### ۳. تحلیل پایداری خاکریز تحت اثر وزن به منظور تعیین

#### هندسه‌ی مناسب

در شرایطی که خط ریلی روی خاکریز قرار می‌گیرد، مسئله‌ی تأمین ظرفیت باربری خط ریلی به واسطه‌ی پایداری خاکریز و همچنین کنترل مجموع نشست خاکریز و بستر از دیدگاه بهره‌برداری اهمیت ویژه‌ی دارد. در این بخش در ابتدا مسئله‌ی پایداری تحت تأثیر وزن خاکریز بررسی می‌شود که این مسئله تابع مشخصات مقاومتی مصالح خاکریز و بستر از یک طرف، و از طرف دیگر هندسه و شکل خاکریز است.

سنگی، تحقیقات انجام شده عمدتاً در بخش‌هایی مانند توسعه‌ی روش‌های طراحی ستون‌های سنگی، نقش این ستون‌ها بر تسریع نشست تحکیمی، افزایش مقاومت برشی، ظرفیت باربری مصالح ریزدانه‌ی اشباع، تعیین خصوصیات محیط‌های معادل برای زمین‌های اصلاح شده با ستون‌های سنگی و بررسی مکانیزم شکست، لغزش، و شکم‌دادگی این ستون‌ها متمرکزند.

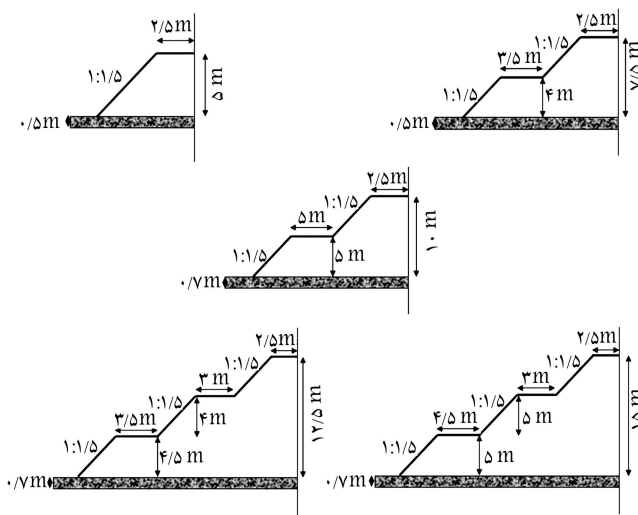
از جمله کارهای عددی انجام شده می‌توان به پژوهشی (۱۹۷۹) اشاره کرد که طی آن روابطی ساده اما واقع‌گرایانه براساس روش المان محدود برای محاسبه‌ی نشست خاک تقویت شده بر پایه‌ی ضریب تمرکز تنش و تئوری تحکیم یک بعدی ارائه شده است.<sup>[۴]</sup> همچنین در پژوهشی دیگر (۱۹۸۱) نیز با استفاده از روش المان محدود به ارائه‌ی راه‌حلی تحلیلی بر مبنای تئوری کشسانی به منظور برآورد نشست پی متکی بر ستون‌های سنگی پرداخته شده است.<sup>[۵]</sup> در سال ۲۰۰۶، نیز تحقیق عددی گسترده‌ی به روش المان محدود در خصوص بهبود مشخصات خاک‌های رسی به واسطه‌ی وجود ستون‌های سنگی انجام شده است.<sup>[۶]</sup> در پژوهشی دیگر (۲۰۰۸) در خصوص بررسی ستون‌های سنگی به صورت منفرد به مدل‌های کرنش سطحی معادل در خاک‌های مسلح شده اشاره شده است.<sup>[۷]</sup> همچنین در سال ۲۰۰۹ با روش المان محدود، رفتار ستون‌هایی از جنس سیمان، آهک، و مصالح دانه‌یی و طول متفاوت در زیر خاکریز جاده‌یی در چین بررسی شده است، به طوری که در آن خاکریز بدون مسلح‌سازی، خاکریز متکی بر ستون‌های کوتاه، و خاکریز متکی بر ستون‌های بلند بررسی شده است.<sup>[۸]</sup>

بررسی کارهای عددی انجام شده تاکنون نشان‌دهنده‌ی آن است که مسئله‌ی اندرکنش خاکریز با ستون‌های سنگی در شرایط اعمال بار راه‌آهن تاکنون بررسی نشده است. در عین حال تأثیر این ستون‌ها بر افزایش باربری بستر، کنترل پایداری خاکریز، و همچنین محدود کردن میزان نشست آن دقیقاً بررسی نشده است. لذا موضوع این پژوهش به روش عددی اجزاء محدود و در شرایط دو بعدی کرنش مسطح اختصاص یافته است.

### ۲. روش تحقیق

در نوشتار حاضر با تمرکز بر خاکریزهای راه‌آهن متکی بر بسترهای رسی، در ابتدا با انتخاب یک شیب اولیه‌ی مناسب به تحلیل پایداری خاکریز تحت اثر وزن پرداخته شده است. برای این منظور از نرم‌افزار اجزاء محدود PLAXIS ۲D برای تحلیل خاکریزهایی با ارتفاع ۵ تا ۱۵ متر و متکی بر بستر رسی نرم تا سخت استفاده شده است.

برای این منظور با کنترل پایداری خاکریز تحت اثر وزن در ابتدا شیب طرفین خاکریز و چیدمان اولیه‌ی برای ستون‌ها انتخاب شده است، به طوری که بتواند کمینه‌ی ضریب اطمینان آیین‌نامه‌یی ۱/۵ را در این شرایط جوابگو باشد. در ادامه، بار راه‌آهن با استفاده از مدل بارگذاری استاتیکی LMV۱<sup>[۹]</sup> به خاکریز اعمال و تعداد و چیدمان ستون‌ها برای شرایط مختلف سربار راه‌آهن برای رسیدن به ضریب اطمینان ۱/۳ کنترل شده است.<sup>[۱۵]</sup> نتیجه‌ی نهایی این بخش، نهایی‌شدن شیب خاکریز، تعداد، طول، و چیدمان مناسب ستون‌های سنگی برای دست‌یابی به ضرایب اطمینان مجاز استاتیکی بوده است. در گام بعد پایداری لرزه‌یی خاکریزهای بخش قبل به روش شبه‌استاتیکی با اعمال شتاب افقی زلزله، کنترل، و ضریب اطمینان موردنظر در این شرایط ۱/۱ در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۱]، [۱۰]</sup> پس از اطمینان از تعادل خاکریزها، نسبت به استخراج رابطه‌ی تحلیلی میان بار



شکل ۲. مشخصات هندسی خاکریزها.

آیین‌نامه‌ی زیرسازی راه‌آهن، مصالح خاکریز عمدتاً متشکل از مصالح دانه‌بی با چسبندگی ناچیز و زاویه‌ی اصطکاک بالا در نظر گرفته می‌شوند.<sup>[۱۰]</sup> در روند مدل‌سازی برای چنین مصالحی شرایط زهکشی شده و مدل رفتار کشسانی-خمیری با معیار خمیری موهر-کولمب در نظر گرفته شده است. مصالح بستر نیز از جنس رس نرم تا سخت با زاویه‌ی اصطکاک ناچیز و چسبندگی متغیر در محدوده‌ی ۲۰ تا ۶۰ کیلوپاوند بر مترمربع فرض شده است. همچنین مدول کشسانی خاک بستر در عمق به صورت ثابت و ۵۰۰ برابر مقاومت زهکشی نشده‌ی خاک فرض شده است.<sup>[۱۲]</sup> همچنین شرایط بستر زهکشی نشده و مدل رفتاری آن کشسانی-خمیری با معیار خمیری موهر-کولمب در نظر گرفته شده است. بنا به توصیه‌ی آیین‌نامه‌ی FHWA<sup>[۱۳]</sup>، مصالح سنگی موجود در ستون‌های سنگی باید مصالحی دانه‌بی با زاویه‌ی اصطکاک بالا، چسبندگی بسیار کم، و دارای قابلیت زهکشی باشد. در عین حال مدول یانگ مصالح دانه‌بی این ستون‌ها معمولاً بین ۱۰ تا ۴۰ برابر بستر است که در این پژوهش از ضریب ۱۰ استفاده شده است. همچنین شرایط مصالح زهکشی شده و رفتار آن کشسانی-خمیری با معیار خمیری موهر-کولمب در نظر گرفته شده است. جدول ۱، خلاصه‌ی مشخصات منظور شده برای مصالح را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مشخصات مصالح.

مشخصات مصالح	چسبندگی $C_u$ (kN/m <sup>2</sup> )	زاویه‌ی اصطکاک ( $\Phi$ درجه)	وزن مخصوص $\gamma_{sat}$ (kN/m <sup>3</sup> )	رفتار مصالح	زهکشی	ضریب پواسون	مدول یانگ (kN/m <sup>2</sup> )
خاکریز	۳٫۵	۳۶	۲۰	موهر	شده	۰٫۳	۶e <sup>۴</sup>
	۲٫۵	۳۸		کولمب			۸e <sup>۴</sup>
بستر	۲۰-۶۰	۱	۱۸	موهر کولمب	نشده	۰٫۵	$C_u \times 500$
ستون سنگی	۱	۴۲	۲۰	موهر کولمب	نشده	۰٫۳	$10 \times E_{subgrad}$

معمولاً با توجه به مشخصات تراکمی و پارامترهای مقاومتی مناسب مصالح خاکریز انتظار می‌رود که در شرایط وجود بستر نرم بخش عمده‌ی از سطح لغزش بحرانی از بستر خاکریز عبور کند. در این حالت استفاده از راهکارهای اصلاحی بستر، تنها راه‌حل تأمین پایداری خواهد بود که در این پژوهش بحث استفاده از ستون‌های سنگی برای چنین شرایطی مطرح شده است. معمولاً مطابق پیشنهاد آیین‌نامه‌ی UIC۷۱۹-R<sup>[۱۱]</sup> شیب اولیه‌ی مناسب برای خاکریز راه‌آهن متشکل از مصالح دانه‌بی ۱:۱٫۵ (H:V) و برای خاکریز متشکل از مصالح چسبنده ۱:۱٫۵ (H:V) تا ۱:۲ (H:V) است.

در این پژوهش برای تأمین پایداری شیب خاکریزهای راه‌آهن در محدوده‌ی ارتفاعی ۵ تا ۱۵ متر به‌طور هم‌زمان از اعمال تغییر در هندسه‌ی خاکریز با استفاده از تغییر شیب، یا ایجاد برم و همچنین مسلح‌سازی بستر با لحاظ ستون‌های سنگی استفاده شده است. در هر یک از این خاکریزها، ابتدا از شیب ۱:۱٫۵ توصیه شده برای خاکریز راه‌آهن مطابق آیین‌نامه‌ی UIC۷۱۹-R استفاده شده است. البته در برخی حالات از شیب‌هایی نظیر (۱:۲ و ۱:۳) برای کنترل نتایج استفاده و در نهایت، حالت بهینه نظیر کم‌ترین حجم خاکریز با شیب ۲:۳ انتخاب شده است. لازم به ذکر است که با افزایش شیب، گسترده‌ی وزن خاکریز بر روی بستر سست رسی بیشتر خواهد شد که همین امر در برخی موارد باعث کاهش ضریب اطمینان پایداری شده است. بنابراین در صورت ناپایداری شیب خاکریز تحت وزن، با قراردادن برم (پله) در نیمه‌ی ارتفاع، شیب خاکریز کنترل و پایداری حاصل شده است و در نهایت طرح اولیه‌ی بهینه برای خاکریزهایی با ارتفاع ۰٫۵، ۷٫۵، ۱۰، ۱۲٫۵ و ۱۵ به دست آمده است (شکل ۲). در ادامه، جزئیات روند تحلیل عددی پایداری ارائه شده است.

### ۱.۳. مشخصات مصالح و مدل رفتاری

در این پژوهش مصالح خاکی در سه بخش خاکریز، ستون‌های سنگی، و بستر مطالعه شده است. از دیدگاه مهندسی ژئوتکنیک، خاکریز راه‌آهن به دو بخش ساب‌گرید و بدنه‌ی باربر تقسیم‌بندی می‌شود.<sup>[۱۵]</sup> مطابق پیشنهاد آیین‌نامه‌ی UIC۷۱۹-R، لایه‌ی ساب‌گرید با تراکم کمینه‌ی ۹۸٪ آشتوی اصلاح شده و ضریب تغییر شکل هر لایه‌ی  $EV_2$  آن برابر ۸۰ مگاپاسکال است. همچنین بدنه‌ی باربر خاکریز نیز دارای تراکم کمینه‌ی ۹۰٪ آشتوی اصلاح شده و  $EV_2$  آن ۴۵ مگاپاسکال برای خاک‌های چسبنده و ۶۰ مگاپاسکال برای خاک‌های دانه‌بی است. اما مطابق با

### ۲.۳. هندسه‌ی مدل، شرایط مرزی و امان مورد استفاده

برای تحلیل پایداری خاکریزها لازم است که ابعاد مدل به‌گونه‌ی انتخاب شود که اثرات توزیع تنش در مرزهای قائم و افقی در شرایط واقعی باشند. لذا ابعاد عرضی مدل برابر ۱۵۰ متر و ارتفاع آن ۹۰ متر انتخاب شده است. لازم به ذکر است که با انتخاب ابعاد مناسب مدل در جهت افقی، تنش‌ها برابر تنش سربار ناشی از وزن شده است. در راستای قائم نیز هدف رسیدن به میزان نشست ثابت در عمق است که از این جهت ابعاد مناسبی در این راستا برای مدل انتخاب شده است. همچنین برای امان‌بندی از امان مثلی ۱۵ گره‌ی در شرایط کرنش مسطح و برای اعمال شرایط مرزی نیز از شرایط مرزی استاندارد استفاده شده است؛<sup>[۱۲]</sup> برای نمونه در شکل ۳، مدل‌سازی خاکریز ۱۵ متری نشان داده شده است.

### ۳.۳. روش تحلیل پایداری شیروانی خاکریز

در این پژوهش در روند تعریف بارگذاری از روش ساخت مرحله‌ی<sup>۸</sup> استفاده شده است. برای این منظور لایه‌های خاکریز در گام‌های مختلف تعریف و در نهایت بارگذاری استاتیکی راه‌آهن در تاج خاکریز اعمال شده است و در هر دو حالت شرایط ساخت و بهره‌برداری ضریب اطمینان پایداری شیب خاکریزی به‌عنوان نتایج تحلیل مدنظر بوده است. با توجه به روند سعی و خطا در تغییر شیب و هندسه‌ی خاکریز و همچنین تغییر طول و تعداد چیدمان ستون‌های سنگی، هدف رسیدن به بهینه‌ترین حالت برای کسب ضریب اطمینان کمیته‌ی مجاز بوده است. روند تحلیل پایداری شیروانی به‌صورت پارامترهای مقاومت برشی کاهش یافته<sup>۹</sup> بوده است که این روش پیشنهادی در نرم‌افزار اجزاء محدود PLAXIS ۲D گنجانده شده است.<sup>[۱۵]</sup> لازم به ذکر است در روند مدل‌سازی ستون‌ها در زیر خاکریز، در ابتدا ستون‌ها به‌صورت قرینه از مرکز و یا محور تقارن خاکریز با طول کمیته‌ی ۵ متر در طرفین قرار گرفته‌اند و بنا به نیاز تعداد آن‌ها افزایش یافته است. در این روند افزایش تعداد ستون‌ها تا جایی ادامه می‌یابد که عرض خاکریز توسط ستون‌ها پوشش داده شده است و همچنین افزایش طول تا رسیدن به حد کماتش مدنظر قرار می‌گیرد. در این راستا بنا به توصیه‌ی FHWA،<sup>[۱۳]</sup> طول ستون‌های سنگی به بیشینه‌ی ۲۰ متر محدود شده است. اما باید به این نکته توجه داشت که با توجه به شکل دوزنقه‌ی خاکریز به ستون‌هایی که در زیر بیشترین ارتفاع خاکریز واقع می‌شوند، نسبت به ستون‌هایی که در شیب خاکریز واقع می‌شوند بار بیشتری به آن‌ها اعمال می‌شود و از ظرفیت باربری آن‌ها استفاده‌ی مناسب‌تری خواهد شد. از این رو از دید فنی اقتصادی در این نوشتار ابتدا تمرکز ستون‌ها زیر مرکز خاکریز با بیشترین ارتفاع در نظر گرفته شده و در گام بعد طول

این ستون‌ها افزایش داده شده است. در ادامه، چیدمان ستون‌ها در طرفین با همین الگو ادامه یافته و این روند برای تمامی خاکریزهای مورد مطالعه دنبال شده است.<sup>[۹]</sup>

### ۴.۳. نتایج اولیه‌ی تحلیل پایداری خاکریز تحت اثر وزن

همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، مشخصات هندسی بهینه‌ی انواع خاکریزها پس از انجام تحلیل پایداری تحت اثر وزن ارائه شده است. خاکریزهای بلند ۱۲/۵ و ۱۵ متری به‌ترتیب نیازمند دو برم ۳ و ۳/۵ و نیز ۳ و ۴/۵ متری و خاکریزهای ۷/۵ و ۱۰ متری به‌ترتیب به یک برم ۳/۵ و ۵ متری و خاکریز ۵ متری نیز بدون نیاز به برم پایداری لازم تحت وزن و بار اعمال شده هستند. لازم به ذکر است که در این قسمت چیدمان اولیه برای ستون‌های سنگی به‌دست آمده است که این چیدمان در بخش بعد با اعمال سربار راه‌آهن دچار تغییر خواهد شد و لذا از ارائه‌ی تعداد و مشخصات ستون‌ها در این بخش صرف‌نظر شده است.

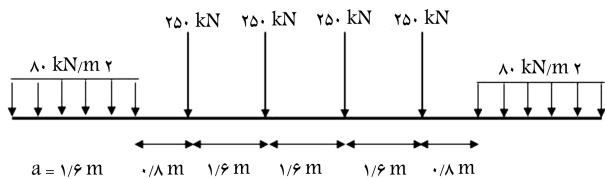
از آنجا که مطابق توصیه‌ی آیین‌نامه‌های FHWA و UIC۷۱۹ اجرای لایه‌ی زهکش در بالای ستون‌های سنگی و در زیر خاکریزها به‌منظور توزیع یکنواخت تنش الزامی است، لذا در روند مدل‌سازی ضخامت این مصالح زهکش به اندازه‌ی ۵۰ تا ۷۰ سانتی‌متر در نظر گرفته شده و متناسب با افزایش ارتفاع خاکریز، ضخامت این لایه نیز افزایش داده شده است.

### ۴. تحلیل پایداری شیب خاکریز تحت اثر بار راه‌آهن

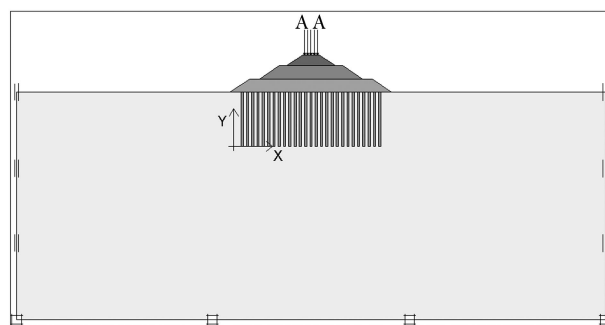
در این بخش با استفاده از مقادیر شیب نهایی شده در بخش قبل برای خاکریز و با فرض هندسه‌ی ثابت برای آن با اعمال بار راه‌آهن کنترل پایداری صورت گرفته است. در این روند چنانچه شرایط ناپایداری در بستر ملاحظه شده با افزایش تعداد و طول ستون‌ها مطابق روندی که در بخش (۳.۳) بیان شد، نسبت به ایجاد شرایط پایدار برای خاکریز اقدام شده و در ادامه، جزئیات روند تحلیل بررسی خواهد شد.

### ۱.۴. الگوی بارگذاری راه‌آهن

در این پژوهش از الگوی بارگذاری پیشنهادی مطابق UIC۷۱۹<sup>[۱]</sup> برای قطارهای بین‌شهری یعنی LMY۱<sup>[۹]</sup> استفاده شده است. با توجه به بررسی اثر تغییر بار محوری در حل مسئله‌ی پایداری خاکریز راه‌آهن، در این راستا محدوده‌ی مقادیر بار محوری برابر ۱۲/۵، ۱۵، ۱۷/۵، ۲۰، ۲۲/۵ و ۲۵ تن در نظر گرفته شده و برای این منظور الگوی بارگذاری استاندارد به نسبت این مقادیر به بار محور استاندارد ۲۵ تن تغییر داده شده است. شکل ۴ چیدمان طولی و مقدار بارگذاری استاندارد را نشان می‌دهد. از آنجا که تحلیل پایداری در جهت عرضی و به‌صورت دو بعدی و در شرایط کرنش مسطح صورت می‌گیرد، لازم است توزیع بار راه‌آهن در این جهت تعیین شود. با فرض توزیع تنش (H:V) ۱:۲ برای بار زیر تراورس مقدار بار در جهت عرضی



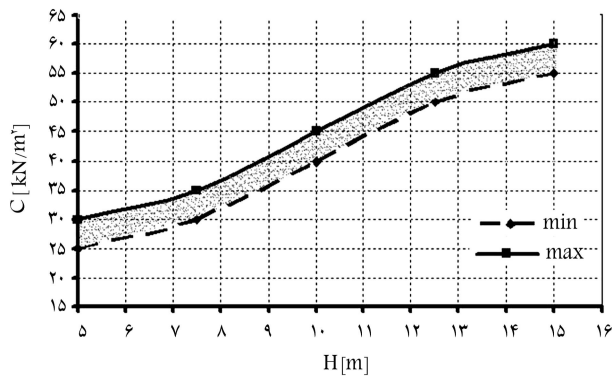
شکل ۴. مشخصات مدل بارگذاری LMY۱.



شکل ۳. نمونه‌ی از مدل‌سازی هندسه‌ی خاکریز ۱۵ متری در نرم‌افزار PLAXIS.

### ۱.۳.۴. دامنه‌ی کاربرد ستون‌های سنگی در خاکریزهای راه‌آهن

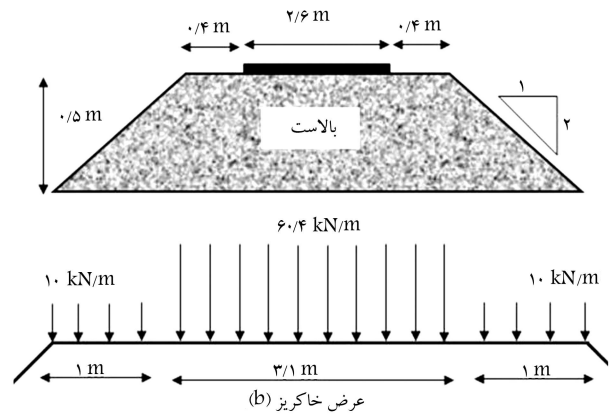
در پژوهش حاضر پس از مدل‌سازی انواع خاکریزها و تعیین شیب نهایی آن‌ها برای پایداری تحت بار راه‌آهن، محدوده‌ی استفاده از ستون‌های سنگی بر روی بسترهای رسی مشخص شده است. نتایج به دست آمده در شکل ۶ نشان می‌دهد که استفاده از ستون‌ها در یک محدوده‌ی مشخص مفهوم پیدا می‌کند. مطابق نمودارهای ترسیم شده در این شکل، دامنه‌ی کمیته و بیشینه‌ی به‌کارگیری ستون‌های سنگی برحسب مقاومت برشی بستر و ارتفاع خاکریز مشخص شده است. این مسئله بدین معناست که از مقادیر مقاومت برشی زهکشی‌نشده‌ی مشخص شده به پایین، پایداری خاکریز راه‌آهن حتی با استفاده از ستون‌های سنگی نیز تأمین نخواهد شد و حد بالا نیز نشان‌دهنده‌ی این است که در صورت بیشتر بودن مقاومت زهکشی‌نشده‌ی بستر بیش از آن مقدار، نیازی به ستون‌های سنگی وجود ندارد و خاکریز با بار راه‌آهن بر روی بستر پایدار خواهد بود. به عبارت دیگر، با افزایش ارتفاع خاکریز مقادیر مقاومت زهکشی‌نشده‌ی بستر افزایش می‌یابد. همچنین مشخصات ستون‌های سنگی از جمله قطر، طول و فاصله‌ی مرکز تا مرکز ستون‌های سنگی به‌کاررفته در ارتفاع‌های مختلف خاکریز در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل ۶. محدوده‌ی کاربرد ستون سنگی برای مسلح سازی خاکریز راه‌آهن در خاک‌های رسی سست.

جدول ۲. مشخصات ستون‌های سنگی.

H	C <sub>u</sub>	L <sub>max</sub>	D	فاصله‌ی مرکز تا مرکز ستون
(m)	(kN/m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	
5	25	11	1/14	2
	30	10	1	1/8
7/5	30	17	0/97	1/8
	35	7	0/97	1/7
10	40	17	0/92	1/6
	45	9	0/92	1/5
12/5	50	18	0/9	1/4
	55	9	0/9	1/4
15	55	20	0/9	1
	60	14	0/9	1



شکل ۵. هندسه‌ی خاکریز یک خطه و بارگسترده‌ی یکنواخت بر روی خاکریز راه‌آهن.

از رابطه‌ی ۱ تعیین می‌شود:

$$q_1 = \frac{P}{b \times a} = \frac{250}{3/1 \times 1/6} = 50/4 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = q_1 + q_{Ballast} = 50/4 + 10 = 60/4 \text{ kN/m.} \quad (1)$$

با توجه به وزن بالاست و همچنین تنش ناشی از بار محوری، توزیع بارگذاری عرضی به صورت نشان داده شده در شکل ۵ به عنوان ورودی تحلیل استفاده شده است. بار مرده‌ی ناشی از وزن بالاست نیز برابر با  $10 \text{ kN/m}^2$  است که در عرض تقریبی ۵ متر روی خاکریز توزیع شده است. در بخش بعد سایر پارامترهای انتخابی برای تحلیل حساسیت بررسی می‌شوند.

### ۲.۴. روش تحلیل پایداری خاکریز تحت اثر بار راه‌آهن

برای تعیین چیدمان و مقدار مناسب ستون‌های سنگی، در این قسمت تحلیل پایداری برای حالات مختلفی از خاکریز تحت اثر بار راه‌آهن صورت گرفته است. پارامترهای تحلیل حساسیت به صورت بارگذاری ناشی از راه‌آهن، چسبندگی بستر، و ارتفاع مختلف خاکریز راه‌آهن انتخاب شده است. برای این منظور تحلیل پایداری خاکریزهای راه‌آهن در ارتفاع‌های ۵، ۷/۵، ۱۰، ۱۲/۵ و ۱۵ متری بر بسترهای نرم تا سخت با مقاومت‌های برشی زهکشی‌نشده‌ی متغیر بین ۲۰ تا ۶۰ کیلو نیوتن بر مترمربع صورت گرفته است. در این تحلیل‌ها برای پایداری خاکریزها تحت اثر بار بهره‌برداری راه‌آهن در محدوده‌ی مقادیر مختلف ۱۲/۵ تا ۲۵ تن، از قراردادن ستون‌های سنگی در زیر خاکریز و تعیین مناسب‌ترین چیدمان ستون‌های سنگی به منظور حصول پایداری منطبق بر ضرایب اطمینان موردنظر در بخش ۲ استفاده شده است.<sup>[۹]</sup>

### ۳.۴. نتایج تحلیل پایداری خاکریز تحت اثر بار راه‌آهن

در تحلیل‌های پایداری انجام شده، موارد مختلفی به‌منزله‌ی نتایج تحلیل مدنظر بوده است. در این میان دامنه‌ی کاربرد ستون‌های سنگی برای پایداری خاکریز، مکانیزم انتقال بار از خاکریز به ستون‌ها، توزیع تنش در سر ستون‌ها به‌طور ویژه مدنظر قرار گرفته‌اند. در بخشی از نوشتار نیز رابطه‌های ظرفیت باربری و نشست برای خاکریز متکی بر ستون‌های سنگی براساس نتایج تحلیل عددی استخراج شده است که در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرند.<sup>[۱۶]</sup>

#### ۲.۳.۴. بررسی مکانیزم باربری ستون‌های سنگی در بستریهای سست

در این بخش تنش‌های وارد بر ستون‌های سنگی بر اثر اعمال بار قطار و وزن خاکریز بررسی شده است، به طوری که مقادیر تنش در بالای هر یک از ستون‌های سنگی قرائت و با رسم نمودار رفتار آن‌ها در زیر خاکریز مشخص شده است. نقاط مورد نظر در بالا و وسط ستون‌ها در یک طرف خاکریز مشخص و مقادیر تنش در هر یک خوانده شده است. همان‌طور که در شکل ۷ نشان داده شده است، نمودار متقارن است چرا که مدل‌سازی کاملاً به لحاظ هندسی متقارن و میران تنش در بالای ستون‌ها در دو طرف خاکریز با تقریب کاملاً قابل قبول یکسان فرض شده است و ستون‌هایی که در شیروانی خاکریز قرار می‌گیرند نسبت به ستون‌هایی که در وسط واقع می‌شوند، مقدار تنش کم‌تری را تحمل می‌کنند که البته این امر بدیهی است؛ چرا که وزن خاک و بار اعمال شده در وسط خاکریز بیشتر است. در شکل ۷ مقادیر تنش در وسط ستون‌های قرارگرفته در زیر بیشترین ارتفاع خاکریز (۱۵ متری) تحت بارهای محوری ۱۲/۵، ۱۵، ۱۷/۵، ۲۰، ۲۲/۵، ۲۵ تن که به صورت گسترده‌ی یکنواخت بر روی خاکریز واقع شده است، به صورت  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$  نشان داده شده است. محور افقی نیز بیانگر تعداد ستون‌های قرارگرفته در زیر خاکریز و محور قائم تنش در هر یک از ستون را نشان می‌دهد.

با کمی دقت و مقایسه بین شکل‌های ۷ و ۸ مشخص می‌شود که ستون‌های سنگی در بستریهای با مقاومت برشی پایین، عملکرد مناسب‌تری نسبت به ستون‌هایی که در بستریهایی با مقاومت بالاتر قرارگرفته‌اند از خود نشان می‌دهند. در واقع، تفاوت بین بیشترین و کم‌ترین مقدار تنش در  $C_u$  های پایین بیشتر است.

#### ۳.۳.۴. استخراج رابطه‌ی میان بار محوری قطار و پارامترهای هندسی و مقاومت برشی بستر

در این بخش هدف آن است که با توجه به شرایط بستر رسی از نظر مقاومت زهکشی‌نشده مشابه آنچه که در ارائه‌ی رابطه‌های ظرفیت باربری شمع‌ها در شرایط کوتاه‌مدت مدنظر قرار می‌گیرد، رابطه‌ی مشابهی میان سربار اعمالی از طرف راه‌آهن ( $q$ ) و پارامترهای هندسی بی‌بعد ستون‌های سنگی  $\frac{H}{D}$  (طول به قطر)، پارامتر هندسی بی‌بعد خاکریز  $\frac{H}{B}$  (ارتفاع به عرض)، تعداد ستون‌ها  $N$  و همچنین مقاومت برشی بستر ایجاد شود. [۱۷] برای این منظور فرم کلی را به صورت رابطه‌ی ۲ در نظر می‌گیریم:

$$q = \alpha \cdot \left(\frac{N \cdot L}{D}\right)^\beta \cdot (C_u)^\gamma \cdot \left(\frac{H}{W}\right)^\eta \quad (2)$$

با توجه به نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و با استفاده از روش کمینه‌ی مجموع مربعات خطا<sup>۱</sup>، مقادیر پارامترهای  $\alpha, \beta, \gamma, \eta$  قابل محاسبه خواهند بود. برای سهولت بیشتر از فرم خطی‌شده‌ی معادله به صورت رابطه‌ی ۳ استفاده شده است: [۱۷]

$$\ln q = \ln \alpha + \beta \ln\left(\frac{N \cdot L}{D}\right) + \gamma \ln(C_u) + \eta \ln\left(\frac{H}{W}\right) \quad (3)$$

در این صورت مقادیر این پارامترها از روش LSM به ترتیب به این صورت هستند:

$$\alpha = 46.99, \quad \beta = 0.24, \quad \gamma = -0.29, \quad \eta = -0.65$$

مقدار ضریب همبستگی و یا میزان انحراف فرمول از مقدار واقعی برای رابطه‌ی به دست آمده  $R_v = 0.97$  است. لذا فرم نهایی رابطه‌ی ۳ به صورت رابطه‌ی ۴ خواهد بود:

$$q = 46.99 \cdot \left(\frac{N \cdot L}{D}\right)^{0.24} \cdot C_u^{-0.29} \cdot \left(\frac{H}{W}\right)^{-0.65} \quad (4)$$

که در این رابطه،  $q$  بارگسترده‌ی یکنواخت راه‌آهن در عرض خاکریز برحسب کیلونیوتن بر مترمربع؛  $N, L, D$  به ترتیب تعداد، طول، و قطر ستون‌های سنگی برحسب متر؛  $C_u$  مقاومت برشی زهکشی‌نشده‌ی خاک بستر برحسب کیلونیوتن بر مترمربع؛  $W, H$  به ترتیب ارتفاع و عرض پایین خاکریز راه‌آهن برحسب متر.

#### ۴.۳.۴. استخراج رابطه‌ی میان نشست، پارامترهای هندسی، و پارامترهای مقاومت برشی بستر

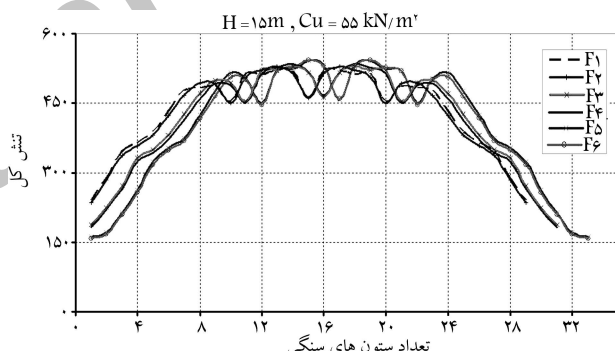
با رویکردی مشابه بخش قبل می‌توان میان نشست، پارامترهای هندسی ستون‌ها، خاکریز، و همچنین پارامتر مقاومت برشی بستر رابطه‌ی مشابهی را به صورت رابطه‌ی ۵ برقرار کرد:

$$S_{\max} = \alpha \cdot \left(\frac{N \cdot L}{D}\right)^\beta \cdot (C_u)^\gamma \cdot \left(\frac{H}{W}\right)^\eta \quad (5)$$

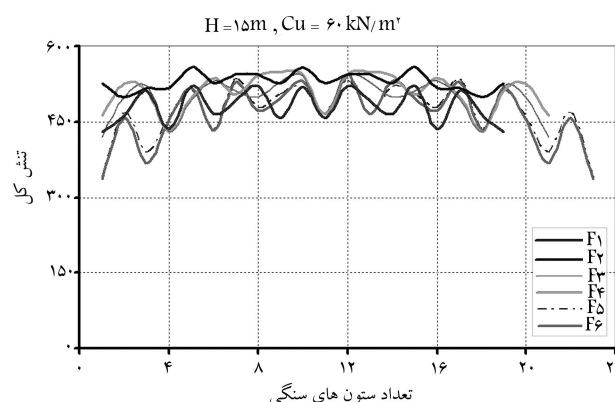
مجدداً براساس نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و استفاده از روش LSM مقادیر پارامترهای  $\alpha, \beta, \gamma, \eta$  به ترتیب معادل  $0.15, -0.21, 0.17, 0.36$  و  $\eta = 0.36$  محاسبه می‌شود. ضریب همبستگی نیز برای رابطه‌ی به دست آمده  $R_v = 0.91$  است که این ضرایب نشان‌دهنده‌ی مناسب بودن رابطه‌ی استخراج شده به لحاظ آماری است.

#### ۵.۳.۴. ارائه‌ی گراف‌های طراحی

با توجه به روابط استخراج شده در بخش قبل، در این قسمت به دنبال ارائه‌ی گراف‌های طراحی کاربردی هستیم که بتوان با استفاده از آن‌ها بر مبنای بار بهره‌برداری راه‌آهن، شرایط بستر و ارتفاع خاکریز، مشخصات اولیه‌ی برای ستون‌های سنگی استخراج کرد. در این راستا با استفاده از رابطه‌های تحلیلی به دست آمده‌ی ۲ و ۴ گراف‌هایی



شکل ۷. مقادیر تنش در بالای ستون‌های سنگی واقع در زیر خاکریز ۱۵ متری و  $C_u = 55$



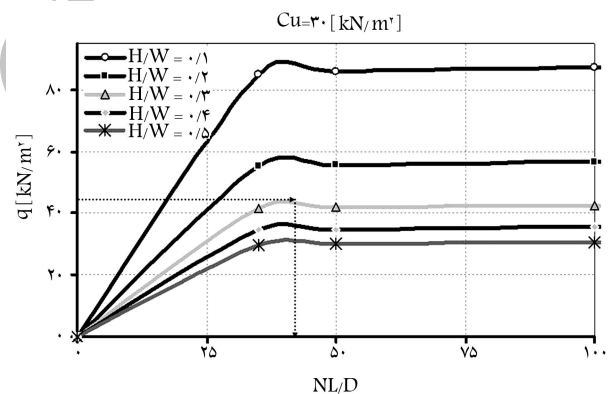
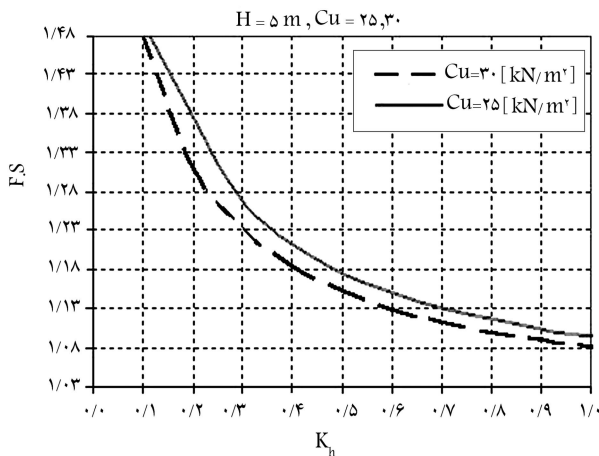
شکل ۸. مقادیر تنش در بالای ستون‌های سنگی واقع در زیر خاکریز ۱۵ متری و  $C_u = 60$

## ۵. کنترل پایداری لرزه‌ی خاکریزهای راه‌آهن متکی بر ستون‌های سنگی

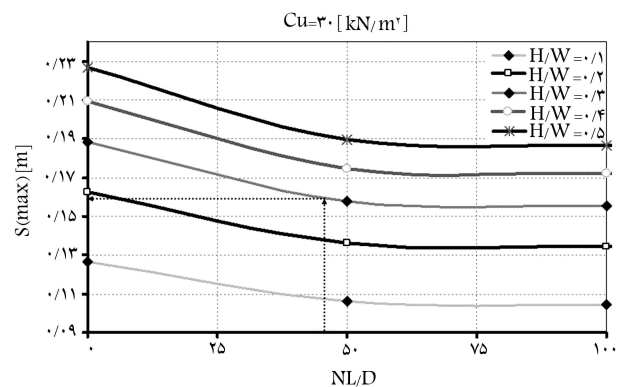
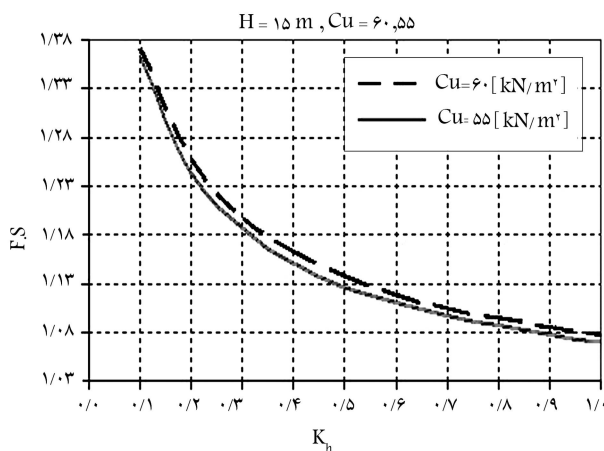
سؤال اصلی در این بخش آن است که آیا بارگذاری راه‌آهن ایمن‌ترین شیب برای خاکریز و بهترین چیدمان برای ستون‌ها را در شرایط مختلف بهره‌برداری ارائه کرده است یا خیر؟ به عبارت دیگر، آیا بار قطار به‌منزله‌ی سربار زنده در مقایسه با بار زلزله، بار غالب به‌شمار می‌رود یا خیر؟ با انجام تحلیل‌های شبه‌استاتیکی روی خاکریزهای متکی بر ستون‌های سنگی مشخص شد که برای دامنه‌ی شتاب افقی  $0.1$  تا  $0.75$  گرم خاکریزهای راه‌آهن از ارتفاع  $5$  تا  $15$  متر پایدار بوده است و ضریب اطمینان مربوط را با دقت مناسب پوشش می‌دهند. لازم به ذکر است که این شتاب‌ها، از نظر هندسی و با توجه به شرایط کشور قابل قبول به‌شمار می‌روند، لذا نتایج تحلیل از نظر کاربردی دارای کفایت لازم‌اند. شکل ۱۱، نتایج تحلیل پایداری لرزه‌ی به‌روش شبه‌استاتیکی را برای خاکریز  $15$  و  $5$  متری (بلندترین و کوتاه‌ترین ارتفاع خاکریز) متکی بر بستر با چسبندگی  $25$  و  $60$  کیلو نیوتن بر مترمربع را به‌طور نمونه نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، ضرایب اطمینان برای دامنه‌ی شتاب افقی  $0.1$  تا  $0.75$  گرم همگی بزرگ‌تر از  $1.1$  هستند که روند این نمودارها در تمامی خاکریزها به‌صورت مشابه ملاحظه شده است. لذا می‌توان گفت در محدوده‌ی کاربردی مهندسی و زلزله‌های معمول، خاکریز راه‌آهن متکی بر ستون‌های سنگی پایدار خواهد بود. [۱۸]

برای بیان ارتباط میان  $q$  سربار راه‌آهن، ابعاد هندسی خاکریز، شرایط هندسی، تعداد ستون‌های سنگی و  $C_u$  مقاومت چسبندگی بستر رسم شده است. نمونه‌ی این نمودارها در شکل‌های ۹ و ۱۰ ملاحظه می‌شود. مثلاً با مشخص بودن بار قطار (به‌صورت گسترده بر روی خاکریز) و انتخاب هندسه‌ی خاکریز به‌راحتی مقدار تقریبی ستون‌های سنگی مورد نیاز ( $NL/D$ ) مشخص می‌شود که پس از آن با انتخاب قطر ستون سنگی با توجه به خاک بستر، تعداد و طول ستون‌ها و یا به‌عبارت دیگر چیدمان مناسب برای ستون‌های سنگی به‌دست می‌آید. پس از تعیین تعداد ستون‌های سنگی، با استفاده از شکل ۱۰ به‌راحتی می‌توان میزان تقریبی نشست کل خاکریز در محور خط را نیز تعیین کرد.

برای نمونه اگر بار محوری قطار  $25$  تن باشد،  $q = 60/4$  و مقاومت زهکشی نشده‌ی بستر  $30$  کیلو نیوتن بر مترمربع و ارتفاع خاکریز  $7.5$  متر، با توجه به هندسه‌ی به‌دست‌آمده از خاکریز در بخش ۴.۳. مقدار  $NL/D$  با ادامه نمودارهای شکل ۹ تقریباً عددی معادل  $50$  می‌باشد که تحلیل این خاکریز با مشخصات ذکر شده توسط نرم‌افزار PLAXIS نشان می‌دهد برای پایداری نیاز به  $23$  عدد ستون با طول  $22$  متر و قطر  $1$  متر است که تعداد ستون سنگی بسیار نزدیک به عدد به‌دست‌آمده از نمودار است. پس از تعیین تعداد ستون سنگی به‌راحتی از شکل ۱۰ می‌توان میزان تقریبی نشست را تخمین زد که در این مثال، عدد  $13$  سانتی‌متر میزان نشست کل در این خاکریز است که بسیار نزدیک به مقدار تغییر مکان قائم قرانت‌شده‌ی بالاترین نقطه در محور خاکریز به میزان  $12.6$  cm از نرم‌افزار PLAXIS است.



شکل ۹. نمودارهای تعیین تعداد ستون‌های سنگی در مقابل میزان بار قطار و شرایط بستر.



شکل ۱۰. نمودارهای تعیین مقدار نشست مطلق خاکریز تحت بار بهره‌برداری در بستر مسلح شده با ستون‌سنگی.

## ۶. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، هدف ارائه‌ی روندی تحلیلی برای امکان‌سنجی استفاده از ستون‌های سنگی برای تثبیت خاکریزهای راه‌آهن متکی بر بسترهای رسی سست بوده است. در این راستا، با استفاده از روش اجزاء محدود، اندرکنش خاکریز راه‌آهن با گروه ستون‌های سنگی تحت اثر بار راه‌آهن و شتاب افقی زلزله با روش شبه‌استاتیک بررسی شده است. به‌طور کلی عمده‌ی نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش را می‌توان به این صورت خلاصه کرد:

۴. با افزایش ارتفاع خاکریز و مقاومت زهکشی‌نشده‌ی بستر، سهم باربری ستون‌های سنگی از بار راه‌آهن کاهش می‌یابد.
۵. از آنجایی‌که بار اعمال‌شده به ستون‌های کناری نسبت به ستون‌هایی که در وسط ارتفاع خاکریز واقع می‌شود کم‌تر است، مقدار تنش در ستون‌های وسط بیشتر از ستون‌های اطراف است، به‌طوری‌که با افزایش مقدار چسبندگی تفاوت میان بیشترین و کم‌ترین مقدار تنش کاهش می‌یابد و با افزایش ارتفاع این اختلاف بیشتر می‌شود.
۶. کنترل‌های لرزه‌یی در شرایط شبه‌استاتیک نشان‌دهنده‌ی آن است که خاکریز راه‌آهن متکی بر ستون‌های سنگی تا شتاب افقی  $g/5$  دارای پایداری مناسبی‌اند و لذا می‌توان این‌گونه استنباط کرد که بار زنده‌ی راه‌آهن را می‌توان بار غالب در طراحی این سیستم فرض کرد.
۷. رابطه‌های رگرسیون و گراف‌های طراحی ارائه‌شده را می‌توان با دقت مناسبی برای ارزیابی اولیه‌ی تعداد و ابعاد ستون‌های سنگی زیر خاکریز راه‌آهن به‌کار برد.

۱. با افزایش چسبندگی خاک بستر و یا مقاومت زهکشی‌نشده‌ی آن ارتفاع اجرایی خاکریز راه‌آهن قابل افزایش است.

۲. با افزایش ارتفاع خاکریز، محدوده‌ی استفاده از ستون‌های سنگی براساس بیشترین بار محوری (۲۵ تن) از چسبندگی بستر ۲۵ کیلو نیوتن بر مترمربع به چسبندگی ۶۰ کیلو نیوتن بر مترمربع افزایش می‌یابد.

۳. در بسترهایی با مقاومت زهکشی‌نشده‌ی قابل‌توجه، تفاوت توزیع تنش در

## پانوشته‌ها

1. nailing
2. stone or sand column
3. KTM
4. Graz-Wies-Eibiswald
5. ipoh-rawang double track
6. SFM rail yard
7. ASHTO-T221-T222
8. stage contraction
9.  $c-\varphi$  reduction
10. list square method (LSM)

## منابع (References)

1. UIC719R, *Earthwork And Track-Bed Layers For Railway Lines*, International Union Of Railway, 2nd Edition 1.1, Paris (1994).
2. Etezad Borojerdi, M., *Geotechnical Performance of Group of Stone Columns*, A Thesis In Department of Bilding, Civil And Environmental Engineering at Concordia University, Quebec, Canada (August 2007).
3. Raju, V.R., *Ground Improvement Techniques for Railway Embankments*, Keller (M) Sdn.Bhd., Malaysia, Technical Paper, 10-59E (2004).
4. Aboshi, H.; Ichimoto, E.; Enoki, M. and Harada, K. "The composer, a method to improve characteristics of soft clays by inclusion of large diameter sand columns", *Proceedings, International Conference on Soil Reinforce-*

*ment: Reinforced Earth and other Techniques*, 1, Paris (1979).

5. Balaam, N.P. and Booker, J.R. "Analysis of rigid rafts supported by granular piles", *Int. Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 5(4), pp. 379-403 (1981).
6. Guetif, Z.; Bouassida, M. and Debats, J.M. "Improved soft clay characteristics due to stone column installation", *ScienceDirect, computers and Geotechnics*, 34(2), pp. 104-111 (2007).
7. Tan, S.A.; Tjahyono, S. and Oo, K.K. "Simplified plane-strain modeling of stone-column reinforced ground", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134(2), 101061/(ASCE) 1090-0241-134:2(185) (2008).
8. Abusharar, S.W.; Zheng, J.J. and Chen, B.G. "Finite element modeling of the consolidation behavior of multi-column supported road embankment", *Computers and Geotechnics*, 36(4), pp. 676-685 (2009).
9. Eurocode1, *Action on Structures-Part 2: Traffic loads on Bridges*, Final Draft PrEN 1991-2 (July 2002).
10. Instruction of design and supervision on hight speed railway, Management and planing organization of Iran, Bulletin (394) (2007).
11. General specification of railway substructure, Bulletin (279), (2004).
12. Skempton, A.W. "Notes on the compressibility of clays", *Quarterly Journal of the Geological Society of London*, 100, pp. 119-135 (1944).



13. FHWA, *Design and Construction of Stone Columns*, **1**, Report No. FHWA/ RD- 83/026 (1983).
14. *Finite Element Code for Soil and Rock Analyses*, Plaxis Version 8 Tutorial Manual (2002).
15. Brinkgreve, R.B.J. and Bakker, H.L. "Non-Linear finite element analysis of safety factors", *Proc. 7th Int. conf. on Comp. Methods and Advances in Geomechanics, Cairns*, Australia, pp. 1117-1122 (1991).
16. Saraei, M. "Numerical investigation of stone columns effect on clayey beds bearing capacity", A Thesis In Department of Railway Engineering at University of Science and Technology, Tehran, Iran (2009).
17. Bahman, M. "Numerical calculation". 16th Ed. (2009).
18. Kramer, S.L., *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Inc (2003).

Archive of SID