

# بررسی تحلیلی رفتار فشار - نشست پی واقع بر بسته مسلح با ژئوسل

طاهره شفافی (کارشناس ارشد)

سید ناصو مقدس نقوشی\* (استاد)

دانشکده هندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

امروزه بررسی رفتار پی واقع بر بسته مسلح با انواع ژئوتکنیک‌ها نظریه ژئوتکنیک است، از این رو، این نوشتار یک روش تحلیلی بر مبنای تئوری روسازی لایه‌ها و تئوری خاک‌های چند لایه برای تخمین تغییرات فشار - نشست پی دایری پی واقع بر بسته ماسه‌بی غیرمسلح و مسلح با ژئوسل ارائه کرده است. مدل کشسانی لایه‌های غیرمسلح و لایه‌ی مسلح با ژئوسل و خاک داخل سلول‌های لایه‌ی ژئوسل) به صورت یک ماده‌ی مركب، با استفاده از نتایج آزمایش سه محوری روی نمونه‌های خاک غیرمسلح و خاک مسلح به دست آمده است. تطبیق قابل قبول نتایج حاصل از روش تحلیلی مورد نظر با نتایج حاصل از آزمایش پارگذاری صفحه‌بی، مبین دقت و عملکرد مناسب روش تحلیلی مورد نظر است. همچنین تأثیر پارامترهای نظیر: مدل سختی بدون بعد خاک، سختی مصالح مصرفی در ساخت ژئوسل، ارتقای لایه‌ی ژئوسل و قطر صفحه‌ی پارگذاری در رفتار نشان - نشست بسته مسلح بررسی قرار گرفته است.

tahereh.shaghaghi@gmail.com  
nas\_moghaddas@kntu.ac.ir

واژگان کلیدی: ظرفیت باربری، ژئوسل، نشست، روش تحلیلی، مدل کشسان.

## ۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر تسلیح خاک با استفاده از ژئوتکنیک‌ها نظریه ژئوتکنیک، ژئوگرد و ژئوسل به طور چشمگیری در ساخت جاده‌ها، پایداری شبیه‌ها، بهبود بسته نرم پی‌ها توسعه یافته است. از این انواع ژئوتکنیک‌ها، ژئوسل به دلیل ساختار سلولی و قابلیت محصور کردن مصالح داخل سلول‌های خود موجب افزایش مقاومت برشی بیشتر خاک مسلح در مقایسه با تسلیح با انواع دیگر مسلح‌کننده‌ها می‌شود. علاوه بر این، مقاومت حاصل از اندرکش ژئوسل با خاک بالا و پایین موجب افزایش محصور شدگی جانبی، کاهش کرنش جانبی، افزایش سختی، کاهش فشار توزیع شده در بسته و درنهایت، کاهش نشست و افزایش باربری بسته می‌شود. در خصوص تسلیح با ژئوسل، مطالعات آزمایشگاهی فراوانی انجام شده است.<sup>[۱-۴]</sup> در پژوهشی در سال ۱۹۹۹، رفتار ماسه‌ی محصور شده با ژئوسل تک سلولی و چند سلولی را با انجام آزمایش سه محوری مورد مطالعه قرار داده‌اند.<sup>[۵]</sup> پژوهشگرانی نیز با استفاده از یک مدل فیزیکی، ظرفیت باربری پی نواری مستقر بر بسته ماسه‌بی مسلح با ژئوسل را بررسی کرده‌اند.<sup>[۶-۷]</sup> همچنین در یک سری مطالعات آزمایشگاهی و نظری، باربری خاک‌گزیزهای مسلح با ژئوسل مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۸-۹]</sup> در پژوهش‌های دیگری نیز با استفاده از یک مدل فیزیکی رفتار بسته ماسه‌بی مسلح با ژئوسل تحت بارهای استاتیکی و سیکلی بررسی شده است.<sup>[۱۰-۱۲]</sup> تمامی پژوهشگران در مطالعات خود تأثیر مثبت و قابل توجه ژئوسل را در بهبود عملکرد خاک‌گزیز مسلح با

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۳۰ اکتبر ۱۳۹۲، اصلاحیه ۳، ۱۳۹۲/۴/۳۰، پذیرش ۱۵ اکتبر ۱۳۹۲.

یانگ ( $E_t$ ) و مدل مماسی بالک ( $B_t$ ) بیان شده است.<sup>[۱۷]</sup>

یک سیستم متشکل از  $n$  لایه خاک با مدول کشسان  $E_m$ ، نسبت پواسون  $\nu_m$  و ضخامت  $H_m$  برای هر لایه ( $m = 1, 2, \dots, n$ ) تحت بار قائم  $q$ ، ضخامت معادل ( $H_{me}$ ) لایه  $m$  را برای هر یک از لایه‌ها (با فرض یکسان بودن مدول کشسانی تمامی لایه‌ها برابر  $E_n$ ) بدست آورد. همچنین وی رابطه‌یی را برای محاسبه‌یی مدول کشسان معادل  $E_h$  یک سیستم  $n$  لایه نیز ارائه کرده است. وکیلی و همکاران نیز برای یافتن نشست سطح خاک، روش مبتنی بر تئوری لایه‌های روسازی را پیشنهاد و با درنظرگرفتن یک سیستم خاک سه لایه تحت بار یکنواخت  $q$  وارد بر یک سطح دایره‌یی با شعاع  $a$  و روابط تئوری خاک‌های  $n$  لایه، تئوری لایه‌های روسازی را ارائه کرده‌اند.<sup>[۱۹]</sup>

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، عمدۀی مطالعات پژوهشگران بر روی عملکرد زئوسل، مبتنی بر مطالعات آزمایشگاهی و یا عددی است، به طوری که بررسی‌های تحلیلی اندکی بر روی عملکرد زئوسل در بستر مسلح با زئوسل انجام شده است. بنابراین با توجه به کاربرد رو به گسترش زئوسل در تسییح خاک، ارائه‌ی یک روش تحلیلی در خصوص پاره‌یی پی‌های سطحی واقع بر بستر مسلح با زئوسل و تعیین رفتار فشار- نشست آن‌ها بسیار سودمند خواهد بود. از این رو هدف از این مطالعه، ارائه‌ی یک روش تحلیلی جهت ارزیابی رفتاربار- نشست پی واقع بر بستر غیرمسلح و بستر مسلح با زئوسل است، به طوری که جهت استفاده از این روش، فقط نیاز به داشتن نتایج آزمایش سه‌محوری بر روی خاک غیرمسلح و خاک مسلح از بستر موردنظر است.

### ۳. فرمولاسیون تغییرات فشار- نشست پی واقع بر بستر غیرمسلح

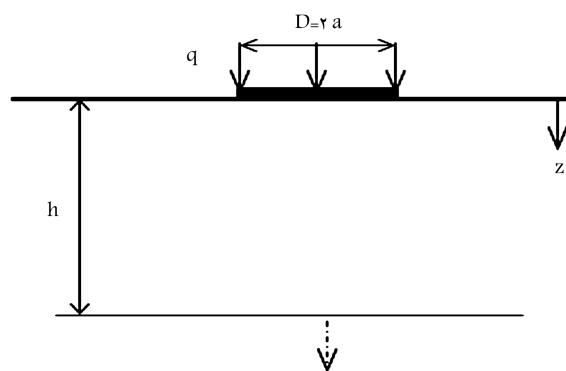
برای یک پی دایره‌یی با قطر  $2a$  ( $D = 2a$ ) تحت نشش قائم و یکنواخت  $q$  واقع بر یک لایه خاک نیمه‌یی به نهایت با مدول کشسان  $E_n$  و نسبت پواسون  $\nu_n$  (شکل ۲)، تغییرات نشست بستر در مقابل نشش  $q$  در هر نقطه واقع در عمق  $z$ ، واقع در زیر مرکز پی طبق رابطه‌یی ۱ بیان می‌شود.<sup>[۱۸]</sup>

$$w(z) = \frac{2aq(1-\nu_n)}{E_n} \left( \sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}} - \frac{z}{a} \right) \left\{ 1 + \frac{z/a}{2(1-\nu_n)\sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}}} \right\} \quad (1)$$

که در آن،  $E_n$  و  $\nu_n$  به ترتیب مدول کشسانی و ضریب پواسون لایه‌ی خاک، شعاع پی دایره‌یی ( $D = 2a$ ),  $z$  عمق نقطه‌یی موردنظر و  $q$  نشش یکنواخت وارد بر پی هستند.

### ۴. فرمولاسیون تغییرات فشار- نشست پی واقع بر بستر مسلح

مشابه با یک لایه‌ی زئوسل شکل ۳‌اله، یک پی دایره‌یی با قطر  $2a$  ( $D = 2a$ ) بر روی بستر مسلح با یک لایه‌ی زئوسل به ضخامت  $h_g = H_1$  واقع در عمق  $u = H_1$  از سطح بستر را نشان می‌دهد. به منظور ارائه‌ی رابطه‌ی فشار- نشست پی بستر مسلح، روش ارائه‌شده توسط وکیلی و همکاران،<sup>[۱۹]</sup> در خصوص تئوری خاک‌های چند لایه استفاده شده



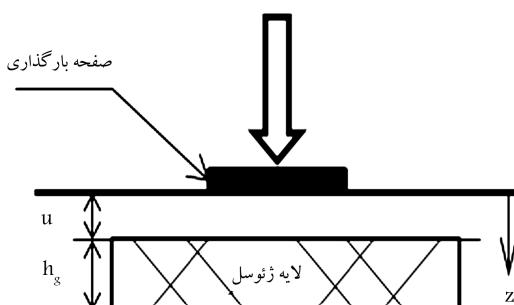
شکل ۲. پی دایره‌یی واقع بر بستر خاک غیرمسلح.

### ۲. طرح موضوع و فرضیات

شکل ۱، تصویر شمانیک یک پی دایره‌یی با قطر  $2a$  ( $D = 2a$ ) واقع بر بستر مسلح با یک لایه‌ی زئوسل را نشان می‌دهد. لایه‌ی زئوسل به ضخامت  $h_g$  در عمق  $u$  از سطح بستر قرار گرفته است. هدف کلی، ارائه‌ی یک روش تحلیلی برای ارزیابی رفتار فشار- نشست پی دایره‌یی واقع بر بستر غیرمسلح و بستر مسلح با یک لایه‌ی زئوسل (نمایش شکل ۱) است. روش تحلیلی و روابط موردنظر بر مبنای تئوری سیستم خاک‌های  $n$  لایه،<sup>[۱۸]</sup> و تئوری روسازی لایه‌ها<sup>[۱۹]</sup> استوار است.

- این فرضیات در این روش تحلیلی در نظر گرفته شده‌اند:
  - بستر پی از نوع خاک دانه‌یی، همگن و ایزوتrop است.
  - لایه‌های غیرمسلح و مسلح فقط تغییرشکل قائم می‌دهند.
  - بار قائم وارد بر پی به صورت یکنواخت در لایه‌ها توزیع می‌شود.
  - پی دایره‌یی و فاقد عمق مدفون ( $u = 0$ ) است.
  - ارتباط فشار- نشست در لایه‌های خاک غیرمسلح و خاک مسلح با زئوسل به صورت کشسان فرض شده است، اما با تغییر ساختی لایه‌های بستر در هر نواز نشش، رفتار غیرخطی فشار- نشست پی قابل ارائه است.

فرمولاسیون مورد استفاده در تحلیل رفتار نشش- نشست پی واقع بر بستر مسلح و غیرمسلح، بر پایه‌ی روابط هیرایی برای خاک‌های چند لایه،<sup>[۱۸]</sup> وکیلی و همکاران در خصوص تئوری لایه‌های روسازی،<sup>[۱۹]</sup> استوار است. هیرایی با توسعه‌ی روابط مربوط به بررسی کشسان خاک‌های چند لایه که قبل‌اً توسط پژوهشگران دیگری بررسی شده بود،<sup>[۲۰]</sup> روابط جدیدی در این زمینه ارائه کرد. او با درنظرگرفتن



شکل ۱. طرح شماتیک نزوه‌ی قارگیری پی دایره‌یی واقع بر بستر مسلح با یک لایه‌ی زئوسل.

می‌آید:

$$w_1 = \frac{2aq(1-v^r)}{E_r} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{H_e}{a}\right)^2} - \frac{H_e}{a} \right) \quad (5)$$

$$(1 + \frac{H_e}{2a(1-v)\sqrt{1 + \left(\frac{H_e}{a}\right)^2}})$$

$$w_2 = \frac{2a(1-v^r)q}{E_r} \quad (6)$$

$$w_r = \frac{E_r}{E_h} (w_2 - w_1) \quad (7)$$

$$w = w_1 + w_r \quad (8)$$

در روابط مذکور،  $w_1$  مقدار جابجایی لایه‌ی معادل در عمق  $z = H_e$  جابجایی لایه‌ی معادل در عمق  $z = 0$  و  $w_2$  نیز میزان تغییرشکل لایه‌ی معادل خاک هستند. مدول سختی لایه‌ها در مراحل مختلف بارگذاری با توجه به روابط بخش ۱.۵ و کرنش زامین لایه (j = ۱, ۲, ۳) در شکل ۱۳ الف با توجه به روابط ۹ الی ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$h_{e_j} = (E_j/E_r)^{\frac{1}{2}} H_j \quad (9)$$

$$w_j = \frac{2aq(1-v^r)}{E_r} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a}\right)^2} - \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a} \right) \quad (10)$$

$$(1 + \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{2a(1-v)\sqrt{1 + \left(\frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a}\right)^2}})$$

$$w_{pj} = \frac{E_r}{E_j} (w_{j-1} - w_j) \quad (11)$$

$$\varepsilon_j = \frac{w_{pj}}{H_j} \quad (12)$$

در روابط مذکور، پارامترهای  $j$ ,  $h_{e_j}$ ,  $w_j$ ,  $w_{pj}$  و  $\varepsilon_j$  به ترتیب ارتفاع معادل زامین لایه با لایه چهارم سیستم، جابجایی در عمق  $\sum_{k=1}^j h_{e_k}$ ، میزان تغییرشکل واقعی لایه با ضخامت  $H_j$  و کرنش زامین لایه هستند. نشست سطح خاک در زامین مرحله‌ی بارگذاری (w) از طریق رابطه‌های ۱۳ الی ۱۶ محاسبه می‌شود:

$$\Delta w_1 = \frac{2a(q_i - q_{i-1})(1-v^r)}{E_r} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{H_e}{a}\right)^2} - \frac{H_e}{a} \right) \quad (13)$$

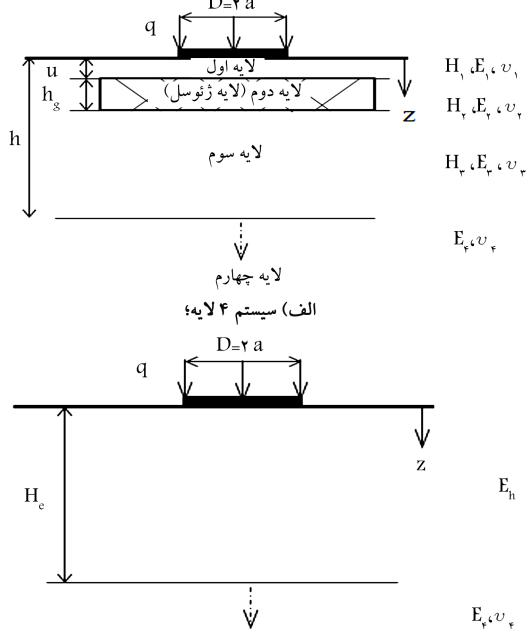
$$(1 + \frac{H_e}{2a(1-v)\sqrt{1 + \left(\frac{H_e}{a}\right)^2}})$$

$$\Delta w_2 = \frac{2a(1-v^r)(q_i - q_{i-1})}{E_r} \quad (14)$$

$$\Delta w_r = \frac{E_r}{E_h} (\Delta w_2 - \Delta w_1) \quad (15)$$

$$w^i = w^{i-1} + \Delta w_1 + \Delta w_2 \quad (16)$$

که در روابط مذکور،  $\Delta w_1$ ,  $\Delta w_2$  و  $w^i$  به ترتیب نمو جابجایی در عمق  $H_e$  از لایه‌ی معادل به ازاء نمو بار  $q_i - q_{i-1}$ ، نمو جابجایی در سطح لایه‌ی معادل به ازاء نمو بار  $q_i$ ، نمو تغییرشکل لایه به عمق  $h$  و نمو جابجایی سطح لایه به ضخامت  $h$  در بار  $q_i$  هستند. همچنین برای محاسبه میزان نشست زامین



الف) سیستم ۴ لایه

شکل ۳. سیستم خاک مسلح با ژئوسل.

است. براین اساس مطابق شکل ۳ الف، بستر موردنظر به ۴ لایه تقسیم و ضخامت لایه سوم ( $H_3$ ) با درنظرگرفتن عمق مؤثر  $h$  از سطح بستر تعیین شده است:

$$H_3 = h - u - h_g \quad (2)$$

ملک تعیین عمق مؤثر ( $h$ ) در زیر پی در هر مرحله از بارگذاری در دو حالت بستر غیرمسلح و بستر مسلح عمقی است که فقط ۱۰٪ از تنش وارد بر پی به آن منتقل می‌شود.

مدول کشسانی و ضربی پواسون لایه‌ی اول (لایه‌ی خاک غیرمسلح با ضخامت  $H_1$ )، لایه‌ی دوم (لایه‌ی ژئوسل و خاک درون چشممه‌های آن با ضخامت  $H_2$ ) و لایه‌ی سوم (لایه‌ی خاک غیرمسلح محدود با ضخامت  $H_3$ ) به ترتیب  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  و  $v_3$  هستند. همچنین لایه‌ی چهارم با مدول کشسانی  $E_4$ ، ضربی پواسون  $v_4$  و ضخامت نامحدود فرض می‌شود.

با استفاده از تئوری لایه‌های روسازی،<sup>[۱۹]</sup> سیستم ۴ لایه‌ی شکل ۳ الف تحت بارگذاری یکنواخت روی پی دایره‌بی به یک سیستم ۲ لایه‌ی مطابق شکل ۳ ب قابل تبدیل است. مطابق با این تئوری مدول کشسانی معادل ( $E_h$ ) و ضخامت لایه‌ی معادل ( $H_e$ ) برای سیستم موردنظر در شکل ۳ ب به ترتیب مطابق روابط ۳ و ۴ قابل محاسبه است:

$$E_h = (E_1^{\frac{1}{2}} \frac{H_1}{H_1 + H_2 + H_3} + E_2^{\frac{1}{2}} \frac{H_2}{H_1 + H_2 + H_3} + E_3^{\frac{1}{2}} \frac{H_3}{H_1 + H_2 + H_3})^2 \quad (3)$$

$$H_e = \left( \frac{E_h}{E_r} \right)^{\frac{1}{2}} (H_1 + H_2 + H_3) \quad (4)$$

با توجه به سیستم معادل در شکل ۳ ب و با استفاده از تئوری لایه‌های روسازی نشست در سطح خاک (نشستت پی)،  $w$  با استفاده از روابط ۵ الی ۸ به دست

لایه در زیرزمینی مراحله ای بارگذاری برای سیستم ۴ لایه از روابط ۱۷ الی ۲۰ استفاده می شود.



شکل ۴. تصویری از آزمایش بارگذاری صفحه.<sup>[۱۱]</sup>

جدول ۱. جزئیات آزمایش های بارگذاری صفحه،<sup>[۱۱]</sup> جهت مقایسه با نتایج تحلیل ها.

نوع آزمایش	تعداد لایه های ژتوسل	تعداد آزمایش
غیرمسلح	—	۱
غیرمسلح	۱	۱

جدول ۲. جزئیات آزمایش های سه محوری،<sup>[۱۲]</sup> جهت تخمین مدول کشسانی لایه های مسلح و غیرمسلح.

نوع آزمایش	تنشی همه جانبه	تعداد لایه های ژتوسل	تعداد آزمایش
غیرمسلح	(کیلوپاسکال)	—	۳
غیرمسلح	۱۵۰، ۱۰۰، ۵۰	—	۳

مورد استفاده دقیقاً مشابه خاک و ژتوسل موردنظر در آزمایش های مقدس تقریبی و همکاران،<sup>[۱۱]</sup> هستند. جدول ۲، جزئیات آزمایش های سه محوری را نشان می دهد. برای جزئیات بیشتر از آزمایش های بارگذاری صفحه و آزمایش های سه محوری می توان به مراجع مذکور،<sup>[۱۲]</sup> مراجعه کرد.

### ۱.۵. محاسبه مدول کشسانی لایه های غیرمسلح و مسلح

مدول کشسانی لایه های غیرمسلح و مسلح بر حسب کرنش و فشار همه جانبه مدل (E = f(σ₄, ε)) در هر مرحله از بارگذاری با انجام رگرسیون غیرخطی روی نتایج ۶ آزمایش سه محوری،<sup>[۱۲]</sup> (شکل ۵) مربوط به نمونه خاک غیرمسلح و نمونه خاک مسلح در فشارهای همه جانبه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ کیلوپاسکال به دست آمده است. شکل ۵ الف و ۵ ب ترتیب نتایج آزمایش های سه محوری روی نمونه های غیرمسلح و نمونه های مسلح را نشان می دهد.

#### ۱.۱.۵. مدول کشسانی لایه های غیرمسلح

با استفاده از داده های به دست آمده از شکل ۵ الف، تغییرات تنش قائم (σ₁) بر حسب کرنش (ε) و فشار همه جانبه (σ₄) مطابق رابطه (۱۰) برای نمونه های غیرمسلح به دست آمده است:

$$\sigma_1 = 61,47 \cdot e^{-0,174} \cdot \sigma_4^{0,73} \quad (۲۲)$$

لایه در زیرزمینی مراحله ای بارگذاری برای سیستم ۴ لایه از روابط ۱۷ الی ۲۰ استفاده می شود.

$$h_{e_j} = (E_j/E_t)^{\frac{1}{r}} H_j \quad (۱۷)$$

$$\Delta w_j = \frac{2a(q_i - q_{i-1})(1-v^r)}{E_t} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a} \right)^r} - \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a} \right) \left( 1 + \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{2a(1-v)\sqrt{1 + \left( \frac{\sum_{k=1}^j h_{e_k}}{a} \right)^r}} \right) \quad (۱۸)$$

$$\Delta w_{pj} = \frac{E_t}{E_j} (\Delta w_{j-1} - \Delta w_j) \quad (۱۹)$$

$$\varepsilon_j^i = \varepsilon_j^{i-1} + \frac{\Delta w_{pj}}{H_j} \quad (۲۰)$$

پارامترهای  $j$ ،  $\Delta w_{pj}$  و  $\varepsilon_j^i$  به ترتیب نمو جابجایی زیرزمین لایه در عمق  $h_{e_j}$  به ازاء نمو بار  $i - q_{i-1}$ ، نمو تغییرشکل زیرزمین لایه به عمق  $H_j$  و کرنش زیرزمین لایه به ضخامت  $j$  در بار  $q_i$  هستند.

با افروختن میرزان جزء نشست  $w_i$  برای هر جزء بارگذاری ( $\Delta q = q_i - q_{i-1}$ )، به نشست مرحله ای  $(1 - i)$  آم (معنی  $w_{i-1}$ ) نشست مرحله ای آم ( $w_i$ ) مطابق رابطه ۲۱ به دست می آید:

$$w_i = w_{i-1} + \Delta w_i \quad (۲۱)$$

از آنجا که زاویه توزیع بار در لایه های مسلح و غیرمسلح متفاوت است، این مقدار در لایه های مسلح برابر با  $40^\circ$  درجه و در لایه های غیرمسلح برابر با  $27^\circ$  درجه در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۲]</sup>

## ۵. نتایج

به منظور بررسی نحوه کاربرد و همچنین بررسی صحت و عملکرد فرمولاسیون ارائه شده در محاسبه تغییرات فشار- نشست بستر غیرمسلح و بستر مسلح با ژتوسل، نتایج حاصل از روش تحلیلی با نتایج آزمایش های بارگذاری صفحه ای استاتیکی مقدس تقریبی و همکاران،<sup>[۱۱]</sup> مقایسه شده است. آزمایش های بارگذاری صفحه روی یک مدل بی دایره بی به قطر  $30$  سانتی متر واقع بر بستر غیرمسلح و بستر مسلح (شکل ۱) انجام شده اند. ژتوسل مورد استفاده در این آزمایش ها به شکل لانه زنپوری از اتصال نوارهای بریده شده از یک نوع ژوتکستیل بافته شده با مقاومت کششی نهایی  $13,1$  کیلوپاسکال بر متر، ابعاد سلول  $110 \times 110$  میلی متر و ارتفاع  $100$  میلی متر ساخته شده است. خاک دانه بندی مورد استفاده در آزمایش ها، ماسه های خوب دانه بندی شده ای (SW) عبوری از الک  $38$  میلی متر با توده های ویژه ای است. شکل ۴، تصویری از آزمایش های بارگذاری صفحه و جدول ۱، جزئیات این آزمایش ها را نشان می دهند.

همچنین جهت تخمین مدول کشسانی لایه های مختلف بستر (مسلح و غیرمسلح) در حین مراحل مختلف بارگذاری (مطابق بخش ۱.۱.۵)، از نتایج آزمایش های سه محوری انجام شده توسط مقدس تقریبی و نوری،<sup>[۱۲]</sup> روی نمونه خاک غیرمسلح و خاک مسلح با یک لایه ژتوسل با ارتفاع  $100$  میلی متر استفاده شده است. نمونه های سه محوری به ترتیب دارای قطر و ارتفاع  $100$  و  $200$  میلی متر و خاک و ژتوسل

کیلوپاسکال هستند.  $K_u$  عدد مدول بدون بعد از مدل هایپرولیک پیشنهادی توسط دانکن و چنگ،<sup>[۲۱]</sup> و مقدار  $M$  از نمودار بار - تغییر طول مصالح تشکیل دهنده‌ی رُؤسول در مقدار متوسط ۲/۵٪ بدست می‌آیند.

رابطه‌ی پیشنهادی لاتا مدول کشسانی را به تراز کرنش وابسته نمی‌کند.<sup>[۲۲]</sup> لذا به منظور اصلاح این رابطه، مقدار مدول کشسانی ( $E_g$ ) در حالت کلی مطابق رابطه‌ی ۲۵ توسط مؤلفان پیشنهاد شده است:

$$E_g = a_1 \sigma_3^{b_1} (K_u + a_2 M^{b_2}) * f(\varepsilon) \quad (25)$$

که در آن،  $a_1$ ،  $a_2$ ،  $b_1$  و  $b_2$  پارامترهای مدل هستند که از نتایج آزمایش سه‌محوری به دست می‌آیند. تابع ( $\varepsilon$ )  $f(\varepsilon)$  نیز در رابطه‌ی ۲۳ به تعریف شده است. پارامترهای  $a_1$  و  $b_1$  با قراردادن  $M = 0$  در رابطه‌ی ۲۵ و تطبیق با منحنی تنش - کرنش نمونه‌های غیرمسلح در شکل ۵‌الف و پارامترهای  $a_2$  و  $b_2$  نیز با استفاده از منحنی تنش - کرنش نمونه‌های مسلح در شکل ۵‌ب مطابقت دارند. در نهایت، رابطه‌ی مدول کشسان لایه‌ی مسلح با رُؤسول بر حسب  $\sigma_3$ ،  $\varepsilon$ ،  $K_u$  و  $M$  مطابق رابطه‌ی ۲۶ بیان می‌شود:

$$E_g = ۰/۱۲ \sigma_3^{۰/۷۴} (K_u + ۱۰۰ M^{۰/۱}) * f(\varepsilon) \quad (26)$$

جهت محاسبه‌ی فشار همه‌جانبه در وسط هر لایه، نیاز به مقدار ضربی فشار جانبه لایه در حالت غیرمسلح ( $k_{un}$ ) و حالت مسلح ( $k_r$ ) است. مقدار  $k_{un}$  با توجه به توصیه‌ی لاتا برابر  $۵/۵$ ،<sup>[۲۳]</sup> و مقدار  $k_r$  نیز طبق رابطه‌ی ۲۷ (توسط مؤلفان) توصیه می‌شود:

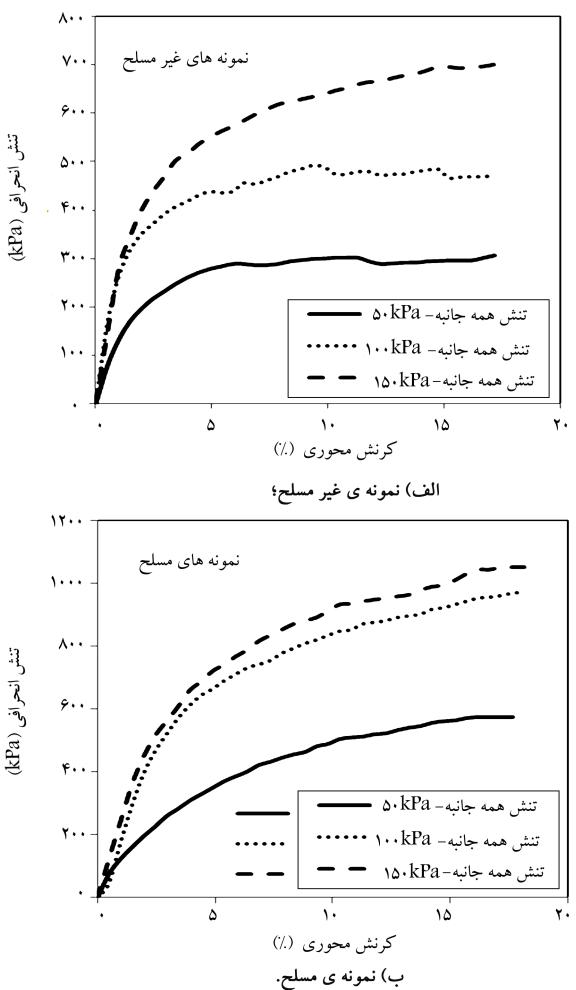
$$k_r = k_{un} (K_u + ۱۰۰ M^{۰/۱}) / K_u \quad (27)$$

در هر مرحله از بارگذاری، مدول کشسان لایه‌های غیرمسلح و مسلح با محاسبه‌ی فشار همه‌جانبه در وسط هر لایه و کرنش مرحله‌ی قبل به ترتیب از رابطه‌های ۲۳ و ۲۶ به دست خواهد آمد. فشار همه‌جانبه در وسط هر لایه با ضرب تنش قائم توزیع شده در وسط لایه در ضربی فشار جانبه محاسبه می‌شود. جهت شروع مرحله محاسبه، مقدار کرنش در اولین مرحله از بارگذاری برابر  $۱/۵۰$  لحظه شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با استفاده از نتایج آزمایش‌های سه‌محوری روی نمونه‌های غیرمسلح و نمونه‌های مسلح با رُؤسول، رابطه‌ی برای محاسبه‌ی مدول سختی لایه مورد نظر بر حسب تنش همه‌جانبه و کرنش به دست آمده است، به طوری که با توجه به میزان تنش همه‌جانبه و تراز کرنش لایه مورد نظر می‌توان به تخمینی از مدول سختی آن لایه دست یافت. بنابراین با انجام تعدادی آزمایش سه‌محوری روی هر نوع خاک (خاک بستر مورد مطالعه) در حالت‌های غیرمسلح و مسلح و طی روند مذکور می‌توان ضمن محاسبه‌ی مدول بدون بعد خاک غیرمسلح ( $K_u$ )، روابطی مشابه روابط ۲۳ و ۲۶ به دست آورد. همچنین از آنجا که مدول مسامی کششی هر نوع مسلح کشته (۴) توسط شرکت سازنده رُؤسول تعیین و ارائه می‌شود، مدول سختی لایه مسلح با توجه به نوع مسلح کشته به سهولت قابل تعیین است.

## ۲.۵. بررسی صحیت روش ارائه شده

به منظور بررسی عملکرد و دقت روش تحلیلی موردنظر، تغییرات فشار - کرنش پی دایره‌یی حاصل از روش تحلیلی و مدل آزمایشی،<sup>[۲۴]</sup> برای پی واقع بر بستر غیرمسلح



شکل ۵. تغییرات تنش تفاضلی با کرنش محوری برای نمونه‌های غیرمسلح و مسلح با رُؤسول در فشارهای همه‌جانبه‌ی ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ کیلو پاسکال.

با توجه به رابطه‌ی مذکور، تغییرات مدول کشسانی بر حسب فشار همه‌جانبه در هر نقطه از منحنی تنش - کرنش حاصل از آزمایش سه‌محوری طبق رابطه‌ی ۲۳‌الف به دست می‌آید:

$$E = ۶۱,۴۷ \sigma_3^{۰/۷۴} * f(\varepsilon) \quad (23\text{الف})$$

تابع ( $\varepsilon$ ) در رابطه‌ی ۲۳‌الف مطابق رابطه‌ی ۲۳ ب تعریف می‌شود:

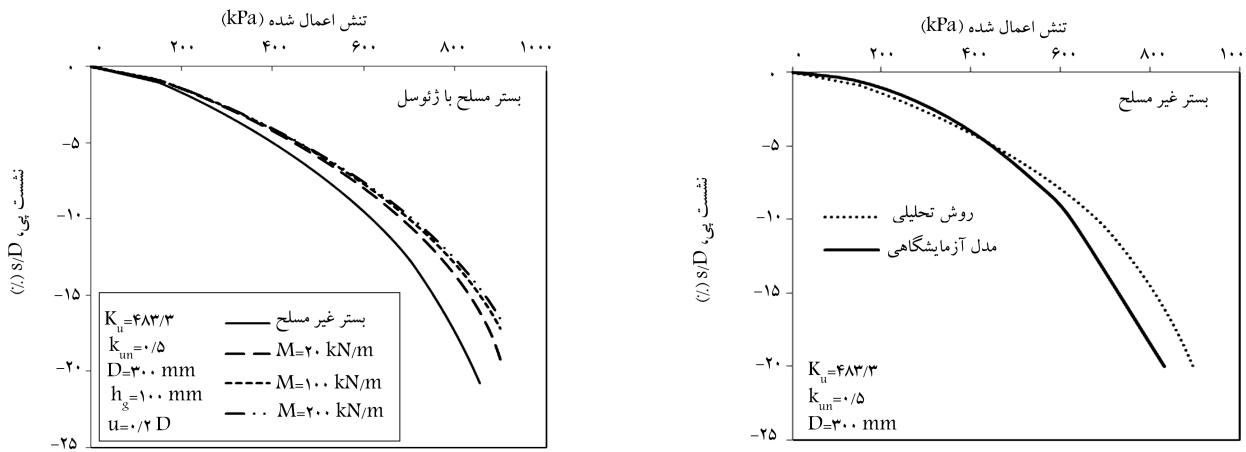
$$f(\varepsilon) = (-3/17e^{-3/17\varepsilon} + ۰/۳۴e^{۰/۳۴\varepsilon}) e^{-۳/۱۷\varepsilon} \quad (23\text{ب})$$

رابطه‌ی ۲۳‌الف، امکان محاسبه‌ی مدول کشسانی  $E$  در تراز کرنش و فشار همه‌جانبه موردنظر را فراهم می‌سازد.

**۲.۱.۵. مدول کشسانی لایه‌یی مسلح**  
براساس آزمایش‌های سه‌محوری فشاری بر نمونه ماسه‌ی مسلح با رُؤسول، یک معادله‌ی تجربی طبق رابطه‌ی ۲۴ را برای بیان مدول کشسان ماسه‌ی مسلح با رُؤسول ( $E_g$ ) پیشنهاد کرده است:<sup>[۲۴]</sup>

$$E_g = ۴\sigma_3^{۰/۷} (K_u + ۲۰۰ M^{۰/۱۸}) \quad (24)$$

که در آن،  $K_u$  مدول بدون بعد ماسه‌ی غیرمسلح،  $M$  مدول مسامی کششی رُؤسول بر حسب کیلوپاسکال بر متر و  $\sigma_3$  فشار همه‌جانبه در وسط لایه مورد نظر بر حسب



شکل ۶. مقایسه‌ی نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی رفتار فشار - نشت بی واقع بر بستر غیر مسلح.

پاسخ فشار - نشت بی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح، مطالعات پارامتری به منظور بررسی اثر پارامترهای نظری مدول مماسی مصالح زئوسل ( $M$ )، مدول سختی بدون بعد خاک ( $K_u$ )، ضخامت لایه زئوسل ( $h_g$ ) و قطر صفحه‌ی بارگذاری ( $D$ ) انجام شده است.

### ۳.۵. تأثیر مدول مماسی مصالح زئوسل ( $M$ ) در رفتار فشار - نشت بی

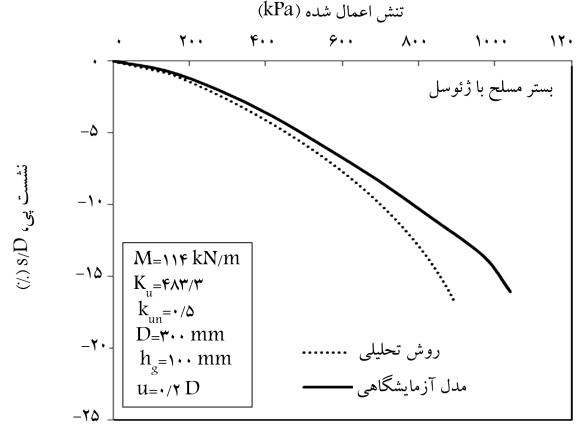
به منظور بررسی اثر پارامتر مدول مماسی مصالح زئوسل در رفتار بستر مسلح تغییرات فشار - نشت بی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح با یک لایه زئوسل برای مقادیر مختلف  $M$  (۲۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ کیلونیوتون بر متر) و مقدار  $K_u = 483/3$  در شکل ۸ ارائه شده است.

این شکل نشان می‌دهد که با افزایش مقدار  $M$  (سختی لایه مسلح) برابری پی در یک میزان مشخص از نشت افزایش می‌یابد. این امر به علت افزایش سختی لایه مسلح (طبق رابطه ۲۶) و همچنین افزایش ضریب رانش لایه مسلح با زئوسل (طبق رابطه ۲۷) است. اگرچه با افزایش مقدار  $M$  نزدیک به بود در رفتار بستر کاهش می‌یابد، اما به هر حال تأثیر افزایش در برابری با افزایش  $M$  در ترازهای بالای بار قابل انتظار است.

### ۴.۵. تأثیر مدول سختی بدون بعد خاک ( $K_u$ ) در رفتار فشار - نشت بی

پارامتر بدون بعد مدول سختی خاک ( $K_u$ ) تابع عوامل مختلف نظری نوع خاک و تراکم آن است، از این رو این پارامتر می‌تواند نقش مؤثری در کنترل رفتار فشار - نشت بی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح داشته باشد. بدین منظور تأثیر این پارامتر برای پی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح با درنظرگرفتن مقادیر  $K_u$  برابر ۳۵۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ و همچنین  $M = 100$  kN/m به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده است.

مالحظه می‌شود که افزایش مقدار پارامتر  $K_u$  تأثیر بهسازی در بهبود رفتار پی صرف نظر از تسليح یا عدم تسليح بستر دارد. این تذکر لازم است که افزایش مقدار  $K_u$  نه فقط موجب افزایش سختی لایه غیر مسلح می‌شود،

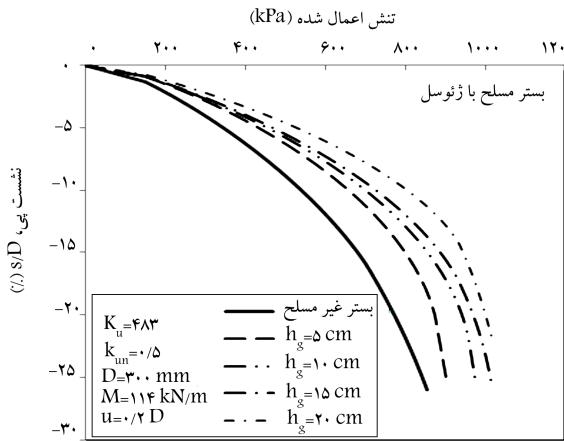


شکل ۷. مقایسه‌ی نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی رفتار فشار - نشت بی واقع بر بستر مسلح با زئوسل.

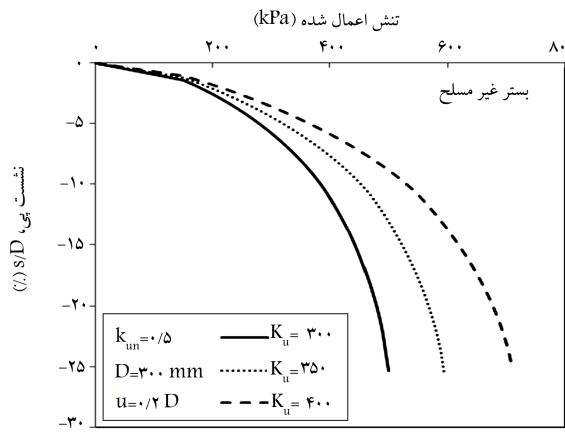
و بستر مسلح با زئوسل به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است. مقادیر  $K_u$  و  $M$  با توجه به نوع خاک و زئوسل مورد استفاده در آزمایش‌ها<sup>[۱۲]</sup> به ترتیب برابر  $483/3$  (با توجه به نوع خاک بستر) و  $114$  کیلونیوتون بر متر (با توجه به جنس زئوکستالیل مصرفی در ساخت زئوسل)، بدست آمده‌اند، که جزئیات محاسبه‌ی آن‌ها به منظور اختصار ارائه نشده است. مقدار ضریب پواسون لایه‌های غیر مسلح و مسلح به نظر گرفته شده است.

شکل‌های ۶ و ۷ نشان می‌دهند که نتایج حاصل از روش تحلیلی و مدل آزمایشگاهی، تطبیق قابل قبولی به خصوص در ترازهای نشت پائین (موردنظر در طراحی) دارند؛ که این امر مبنی عملکرد مناسب روش تحلیلی موردنظر است. این تذکر لازم است که روش ارائه شده برای تخمین رفتار نشت - نشت بی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح بسیار وابسته به روابط موردنظر جهت محاسبه‌ی مدول کشسان لایه‌ها (روابط ۲۳ و ۲۶) است.

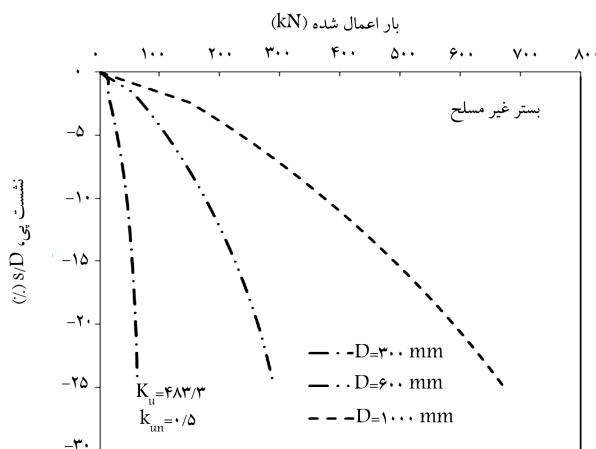
بدیهی است هر چه تعداد آزمایش‌های سه‌محوری در فشارهای همه‌جانبه مختلف بیشتر باشد، دقت تخمین مدل برای مدول سختی افزایش می‌یابد و این انتظار وجود خواهد داشت که نتایج روش تحلیلی، تطبیق بهتری در مقایسه با نتایج آزمایش‌ها دارند. در ادامه، با توجه به دقت مناسب روش تحلیلی موردنظر در تعیین



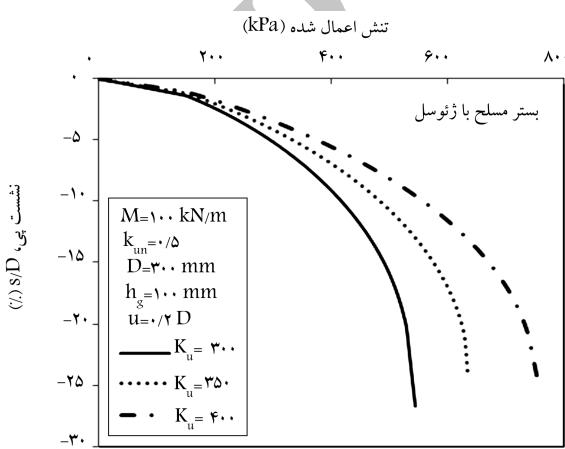
شکل ۱۱. تأثیر ضخامت لایه‌ی ژوسل ( $h_g$ ) در تغییرات فشار - نشست پی واقع بر بستر مسلح با ژوسل.



شکل ۹. تأثیر مدول سختی بدون بعد خاک ( $K_u$ ) در تغییرات فشار - نشست پی واقع بر بستر غیر مسلح.



شکل ۱۲. تأثیر قطر صفحه‌ی بارگذاری ( $D$ ) در تغییرات فشار - نشست پی واقع بر بستر غیر مسلح.



شکل ۱۰. تأثیر مدول سختی بدون بعد خاک ( $K_u$ ) در تغییرات فشار - نشست پی واقع بر بستر مسلح با ژوسل.

**۵.۶. تأثیر قطر پی ( $D$ ) در رفتار بار - نشست پی**  
سطح یک پی تأثیر بهسازی در ظرفیت بارگذاری و در نتیجه میزان بار قابل تحمل توسط آن دارد. با توجه به انجام آزمایش‌های بارگذاری صفحه براساس استاندارد قابل قبول،<sup>[۱۱]</sup> و قابل اعتماد بودن نتایج این نوع آزمایش جهت تعیین ظرفیت بارگذاری پی‌ها با ابعاد بزرگ‌تر، اثر مقنوس مشکل جدی به نظر نمی‌رسد. از این‌رو با توجه به تطبیق نسبتاً مناسب نتایج روش تحلیلی ارائه شده با نتایج آزمایش‌های بارگذاری صفحه می‌توان این روش تحلیلی را نیز برای پی‌ها با ابعاد بزرگ‌تر، البته با کمی اختیاط، بهکار برد. به منظور بررسی تأثیر قطر پی ( $D$ ) در رفتار آن، تغییرات بار - نشست پی واقع بر بستر غیر مسلح و بستر مسلح برای مقادیر مختلف از قطر پی ( $D = 300, 600, 1000$  mm) در شکل ۱۱ ارائه شده است.

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود، اگرچه افزایش ضخامت ژوسل موجب افزایش بارگذاری پی در یک میزان مشخص از تراز نشست پی است.<sup>[۱۲]</sup>

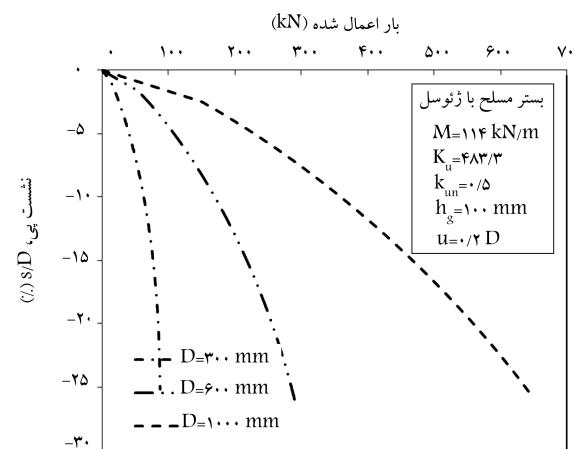
بلکه افزایش سختی لایه‌ی مسلح با ژوسل (به علت افزایش سختی خاک داخل چشممه‌های ژوسل) را نیز در بر دارد. از این‌رو باید دقت لازم در انتخاب نوع خاک و تراکم آن جهت افزایش بارگذاری لایه‌های غیر مسلح و مسلح صورت گیرد.

**۵.۵. تأثیر ارتفاع لایه‌ی ژوسل ( $h_g$ ) در رفتار فشار - نشست پی**  
ضخامت لایه‌ی ژوسل یکی از پارامترهای مؤثر در میزان بارگذاری پی است.<sup>[۱۳]</sup> به منظور بررسی اثر این پارامتر، منحنی تغییرات فشار - نشست پی برای بستر ژوسل با درنظرگرفتن ژوسل با ضخامت‌های مختلف  $h_g = \text{cm}$  در شکل ۱۱ ارائه شده است.

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود، اگرچه افزایش ضخامت ژوسل موجب افزایش بارگذاری پی در یک میزان مشخص از تراز نشست پی می‌شود، اما نیز افزایش در بارگذاری با افزایش ضخامت ژوسل کاهش می‌یابد، که این امر با نتایج حاصل از مطالعه‌ی آزمایشگاهی دیگر پژوهشگران،<sup>[۱۴,۱۵]</sup> تطابق دارد.

خاک غیرمسلح و مسلح با ژوسل است، لذا استفاده‌ی عملی و کاربردی از روش تحلیلی ارائه شده ساده خواهد بود. با این روش می‌توان نشست بی‌تحت بار وارد و همچنین با تعریف نشست مجاز پی، می‌توان ظرفیت بارگردانی مجاز بستر غیرمسلح یا مسلح با ژوسل را تعیین و در طراحی‌ها استفاده کرد. در صورت عدم کفايت بارگردانی بستر، می‌توان با تغییر نوع ژوسل یا ضخامت آن بدون تکرار آزمایش‌های سه‌محوری، ظرفیت بارگردانی مجاز بستر را تخمین زد.

- این تذکر لازم است که به منظور حذف اثر مقیاس و جلوگیری از هرگونه خطأ در تعیین پارامترهای موردنیاز در روابط تحلیلی، باید با رعایت نسبت بیشینه‌ی بعد ذرات خاک به قطر نمونه در آزمایش سه‌محوری براساس استاندارد موردنظر<sup>[۲۵]</sup> نسبت به انتخاب قطر نمونه سه‌محوری اقدام کرد.



شکل ۱۳. تأثیر قطر صفحه‌ی بارگذاری ( $D$ ) در تغییرات فشار - نشست بی‌واقع بر بستر مسلح با ژوسل.

میزان بار قابل تحمل برای بی‌سه قطر ۳۰۰، ۶۰۰ و ۱۰۰۰ میلی‌متر به ترتیب برابر ۳۸، ۱۱۰ و ۲۳۵ کیلونیوتن است.

## ۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک روش تحلیلی با استفاده از تئوری سیستم خاک چند لایه<sup>[۱۸]</sup> و تئوری روسازی لایه‌ها<sup>[۱۹]</sup> برای تخمین تغییرات فشار - نشست بی‌دایره‌یی و بستر غیرمسلح و مسلح با ژوسل ارائه شده است. در این خصوص این نتایج قابل بیان است:

- روش تحلیلی موردنظر، عملکرد و دقت مطلوبی برای تخمین تغییرات فشار - نشست بی‌واقع بر بستر غیرمسلح و بستر مسلح در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دارد. از این رو می‌تواند در تخمین تغییرات فشار - نشست بی‌دایره‌یی واقع بر بستر غیرمسلح و مسلح با یک لایه ژوسل مورد استفاده قرار گیرد.
- دقت روش تحلیلی موردنظر مبنی عملکرد مناسب روش ارائه شده در تخمین مدول کشسانی لایه‌های خاک غیرمسلح و مسلح با ژوسل از نتایج آزمایش‌های سه‌محوری است.
- با توجه به درنظرگرفتن تغییرات مدول کشسانی لایه‌ها به صورت غیرخطی و امکان تخمین مدول کشسانی در هر نوازنش و تراز کرنش موردنظر، استفاده از رابطه‌ی خطی بین تنش و نشست قادر به تخمین مناسب تغییرات فشار - نشست بی است.
- افزایش مدول سختی بدون بعد خاک ( $K_u$ ) و مدول مماسی مصالح ژوسل ( $M$ ) موجب افزایش بارگردانی پی و کاهش نشست آن می‌شود.
- افزایش ضخامت لایه ژوسل ( $h_g$ ) موجب افزایش سختی بستر و در نتیجه بهبود رفتار بی‌واقع بر بستر مسلح می‌شود. نزدیک بهبود در بارگردانی بی‌سه افزایش ضخامت لایه ژوسل کاهش می‌یابد.
- افزایش قطر صفحه‌ی بارگذاری ( $D$ ) موجب افزایش بار قابل تحمل پی در یک درصد نشست مشخص ( $S/D$ ) می‌شود.
- از آنجاکه برای تعیین مدول سختی بستر مسلح و غیرمسلح و درنهایت تعیین رفتار نشش - نشست بی‌لاقع فقط نیاز به انجام تعدادی آزمایش سه‌محوری روی نمونه‌های

$K_u$ : مدول بدون بعد ماسه‌ی غیرمسلح؛  
 $M$ : مدول ماسی کششی زویسل؛  
 $k_{un}$ : ضریب فشار جانبی لایه در حالت غیرمسلح؛  
 $k_r$ : ضریب فشار جانبی لایه در حالت مسلح.  
 $w_i$ : نشست مرحله‌ی  $i$ ؛  
 $\sigma_1$ : تنش قائم؛  
 $\sigma_2$ : فشار هم‌جانبه؛  
 $E_g$ : مدول کشسان ماسه‌ی مسلح با زویسل؛

## منابع (References)

1. Dash, S.K., Sireesh, S. and Sitharam, T.G. "Model studies on circular footing supported on geocell reinforced sand underlain by soft clay", *Geotextiles and Geomembranes*, **21**(4), pp. 197-219 (2003).
2. Sitharam, T.G., Sireesh, S. and Dash, S.K. "Performance of surface footing on geocell-reinforced soft clay beds", *Geotechnical and Geological Engineering*, **25**(5), pp. 509-524 (2007).
3. Sireesh, S., Sitharam, T.G. and Dash, S.K. "Bearing capacity of circular footing on geocell-sand mattress overlying clay bed with void", *Geotextiles and Geomembranes*, **27**(2), pp. 89-98 (2009).
4. Krishnaswamy, N.R., Rajagopal, K. and Madhavi, L.G. "Model studies on Geocel supported embankments constructed over soft clay foundation", *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, **23**(1), pp. 45-54 (2000).
5. Rajagopal, K., Krishnaswamy, N.R. and Madhavi Latha, G. "Behavior of sand confined with single and multiple Geocells", *Geotextiles and Geomembranes*, **17**(3), pp. 171-184 (1999).
6. Dash, S.K., Krishnaswamy, N.R. and Rajagopal, K. "Bearing capacity of strip footings supported on Geocell-Reinforced sand", *Geotextiles and Geomembranes*, **19**(4), pp. 235-256 (May 2001a).
7. Dash, S.K., Krishnaswamy, N.R. and Rajagopal, K. "Strip footing on Geocell reinforced sand beds with additional planar reinforcement", *Geotextiles and Geomembranes*, **19**(8), pp. 529-538 (December 2001b).
8. Latha, G.M., Rajagopal, K. and Krishnaswamy, N.R. "Experimental and theoretical investigations on geocell-supported embankments", *International Journal of Geomechanics*, ASCE, **6**(1), pp. 30-35 (2006).
9. Zhou, H.B. and Wen, X.J. "Model studies on geogrid- or geocell-reinforced sand mattress on soft soil", *Geotextile and Geomembranes*, **26**(3), pp. 231-238 (2008).
10. Moghaddas Tafreshi, S.N. and Dawson, A.R. "Behavior of footings on reinforced sand subjected to repeated loading – comparing use of 3D and planar geotextile", *Geotextiles and Geomembranes*, Elsevier, **28**(5), pp. 434-447 (October 2010a).
11. Moghaddas Tafreshi, S.N., Khalaj, O. and Dawson, A.R. "Pilot-scale load tests of a combined multi-layered geocell and rubber-reinforced foundation", *Geosynthetics International*, **20**(3), pp. 143-161 (2013a).
12. Moghaddas Tafreshi, S.N., Nouri, B. and Khalaj, O. "Stress-strain response of multi-layered geocell reinforced soil by triaxial test", International Symposium on Design and Practice of Geosynthetic-Reinforced Soil Structures, Italy (2013b).
13. Al-Qadi, I.L. and Hughes, J.J. "Field evaluation of geocell use in flexible pavements", *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **1709**(1), pp. 26-35 (2000).
14. Emersleben, A. and Meyer, N. "The use of geocells in road construction over soft soil: Vertical stress and falling weight deflectometer measurements", *The Fourth Geosynthetics Conference (EuroGeo4)*, **132**, pp. 1-8 (2008).
15. Ming-Hua, Z., Zhang, L., Heng, Z. and Caijun, S. "Bearing capacity of geocell reinforcement in embankment engineering", *Journal of Geotextiles and Geomembranes*, **28**(5), pp. 475-482 (2009).
16. Zhao, M.H., Zhang, L., Zou, X.J. and Zhao, H. "Research progress in two-direction composite foundation formed by geocell reinforced mattress and gravel piles", *Chinese Journal of Highway and Transport*, **22**(1), pp. 1-10 (2009).
17. Dash, S.K., Rajagopal, K. and Krishnaswamy, N.R. "Behavior of geocell reinforced sand beds under strip loading", *Canadian Geotechnical Journal*, **44**(7), pp. 905-916 (2007).
18. Hirai, H. "Settlements and stresses of multi-layered grounds and improved grounds by equivalent elastic method", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **32**(5), pp. 523-557 (2007).
19. Vakili, J. "A simplified method for evaluation of pavement layers moduli using surface deflection data", The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG) (1-6 October 2008).
20. Palmer, L.A. and Barber, E.S. "Soil displacement under a circular loaded area", *Proceedings of the Highway Research Board*, **20**, pp. 279-286 (1940).
21. Odemark, N. "Investigations as to the elastic properties of soils and design of pavements according to the theory of elasticity", *Statens Vaginstitut: Meddelande*, **77**, Stockholm, Sweden (1949).
22. Avesani, J.O., Bueno, B.S. and Futai, M.M. "A bearing capacity calculation method for soil reinforced with a geocell", *Geosynthetics International*, **20**(3), pp. 129-142 (2013).

23. Latha, G.M. "Investigation on the behavior of geocell supported embankments", Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Madras, Chennai (2000).
24. Duncan, J.M. and Chang, C.Y. "Non-linear analysis of stress and strain in soils", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **96**(5), pp. 1629-1653 (1970).
25. American Society for Testing and Materials, *Standard Test Method for Index of Aggregate Particle Shape and Texture*, ASTM, D 3398 (2000).

Archive of SID