

ارزیابی تأثیر شکل سطح تسلیم در تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی سازه‌های ژئوتکنیکی

Original Article

هشتم حیدرزاده (دانشجوی دکتری)

محمد علیانی* (استادیار)

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

در این پژوهش، دو مدل رفتاری MCH و DPH معرفی شده‌اند، که ساختاری کاملاً مشابه دارند و تفاوت آنها فقط در معیار تسلیمی است که برای آنها در نظر گرفته شده است. این دو مدل رفتاری در حقیقت از تلفیق مدل هذلولی، به ترتیب با سطوح تسلیم موهر-کولمب و دراگر-پراگر پدید آمده‌اند. پس از کالیبره کردن این مدل‌های رفتاری با داده‌های آزمایشگاهی در یک مسیر تنش خاص، نحوه عملکرد آنها در مسیرهای دیگر تنش با توجه به داده‌های آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفته است. سپس به کمک زبان برنامه‌نویسی Fish، این دو مدل رفتاری به نرم‌افزار FLAC معرفی شده‌اند، تا زمینه مناسب برای انواع تحلیل‌های عددی فراهم آید. به این ترتیب نحوه عملکرد این مدل‌های رفتاری و در نتیجه تأثیر سطوح تسلیم در تحلیل‌های عددی استاتیکی و دینامیکی مربوط به مسائل مختلف ژئوتکنیک (مثل ظرفیت باربری پی، تونل، و گودبرداری) مورد ارزیابی قرار گرفته است. در یک نگاه کلی، پیش‌بینی مدل‌های رفتاری به‌کاررفته در این پژوهش، با توجه به مسیر تنش کالیبراسیون (یعنی آزمایش سه‌محوری متداول)، در بارگذاری پی کمترین انطباق و در مسئله‌ی گود بیشترین انطباق را نشان داده‌اند.

واژگان کلیدی: سطح تسلیم، مدل‌های رفتاری، مسیرهای مختلف بارگذاری، تحلیل‌های عددی استاتیکی و دینامیکی.

heidarzadeh@ut.ac.ir
m.olyaei@modares.ac.ir

۱. مقدمه

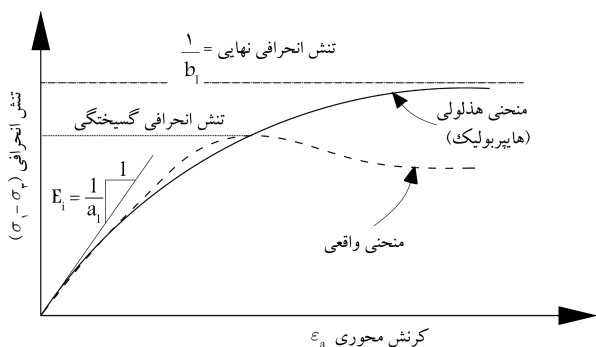
هرم شش ضلعی و مخروط در فضای تنش‌های اصلی ارائه شده‌اند که مقاطع آنها در صفحه‌ی انحرافی، شش ضلعی نامنظم و دایره است. در ادامه، معیارهای تسلیم مختلفی برای خاک پیشنهاد شده است که سطوح تسلیم آنها در صفحه‌ی انحرافی توسط یک منحنی که اغلب بین دایره و شش ضلعی قرار دارند، بیان می‌شود. به عنوان مثال، در پژوهشی در سال ۱۹۷۵^[۵]، یک معیار تسلیم براساس نامتغیرهای تنش به صورت $J_1/J_2 = const$ ارائه شده است. همچنین در پژوهش دیگری (۱۹۷۴)^[۶] نیز یک معیار تسلیم دیگر به صورت $J_1/J_2/J_3 = const$ ارائه شده است (J_1, J_2, J_3 نامتغیرهای تنش هستند).

مسئله‌ی قابل طرح در این بین، میزان تأثیر شکل این سطوح تسلیم در تحلیل‌های عددی است. به عبارت دیگر، از آنجایی که ساختگاه استفاده از معیار تسلیم، نرم‌افزارها و تحلیل‌های عددی مسائل ژئوتکنیکی هستند، باید دید که این سطوح مختلف تسلیم، عملاً چقدر در تحلیل‌های عددی تأثیرگذار خواهند بود. برای این منظور در اینجا دو مدل رفتاری به نام‌های MCH و DPH معرفی شده‌اند، که در ساختار خود به ترتیب از معیارهای آشنای موهر-کولمب و دراگر-پراگر استفاده می‌کنند. شکل این سطوح تسلیم در صفحه‌ی انحرافی مانند شکل ۱ است. ساختار کلی این مدل‌ها کاملاً مشابه است و تفاوت آنها فقط در همان معیار تسلیمی است که به‌کار برده‌اند.

همگام با پیشرفت تکنولوژی و ایجاد امکانات مناسب برای انجام آزمایش‌های مختلف آزمایشگاهی در عرصه‌ی ژئوتکنیک، این فرصت ایجاد شده است تا رفتار دقیق‌تری از خاک رصد شود. در نتیجه‌ی این مطالعات و مشاهدات تلاش می‌شود که مدل‌های رفتاری دقیق‌تری ارائه شود تا در تحلیل‌های عددی بتوان رفتار صحیح‌تری از خاک را شبیه‌سازی کرد. یکی از اقداماتی که در این راستا انجام شده است، ارائه‌ی معیارهای تسلیم (گسیختگی) مختلف و متنوعی است که پژوهشگران مختلف ارائه کرده‌اند. از جمله پژوهش‌هایی که در خصوص معیارهای تسلیم صورت پذیرفته‌اند، در مراجع^[۱-۱۴] فهرست شده‌اند. در این بین، در ابتدا می‌توان به دو معیار تسلیم ابتدایی و بسیار مشهور Tresca^[۲] و von Mises^[۴] اشاره کرد که مستقل از تنش میانگین هستند و به‌طور عمده برای فلزات ارائه شده‌اند. این دو معیار در فضای تنش‌های اصلی، به ترتیب معرف مشهور شش ضلعی و استوانه هستند. یکی از خصوصیات کلیدی خاک‌ها در هنگام به تسلیم رسیدن، تنش میانگین خاک است. به عبارت دیگر، یک معیار صحیح تسلیم برای خاک، باید تابعی از اولین نامتغیر تنش یا تنش میانگین باشد. بر این اساس، دو معیار معروف موهر-کولمب و دراگر-پراگر به ترتیب به صورت

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۸/۱۹، اصلاحیه ۱۳۹۳/۵/۲۱، پذیرش ۱۳۹۳/۶/۱۵.



شکل ۲. نمایش شماتیک تابع هذلولی (هایپربولیک) و پارامترهای آن.

به صورت معادله ۲ بیان می شود:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad \text{یا} \quad \dot{\epsilon}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (2)$$

که در آن ها، D_{ijkl} و C_{ijkl} به صورت معادلات ۳ الف و ۳ ب تعریف می شوند:

$$D_{ijkl} = (K - \frac{2G}{3}) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3 \text{ الف})$$

$$C_{ijkl} = (\frac{1}{9K} - \frac{1}{6G}) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{4G} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3 \text{ ب})$$

که در آن ها، G مدول برشی و K مدول بالک است.

در این راستا، معمولاً نمودار تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری به دست آمده از آزمایش سه محوری متداول (زهکشی شده) رسم می شود و با برازش یک منحنی هذلولی به داده های آزمایشگاهی، پارامترهای مدل به دست می آید. البته پس از تعمیم مدل برای حالت کلی بارگذاری، می توان از آن برای سایر مسیرهای تنش از جمله آزمایش سه محوری زهکشی نشده استفاده کرد.

نسبت تغییرات تنش محوری (یا تغییرات تنش انحرافی) به تغییرات کرنش محوری، همان مدول یانگ مصالح است. به عبارت دیگر، شیب نمودار تنش انحرافی - کرنش محوری، چنانچه رفتار مصالح کشسان فرض شود، برابر مدول یانگ خواهد بود. در نتیجه، شیب تابع هذلولی مورد نظر در هر لحظه برابر خواهد بود با (رابطه ۴):

$$\frac{d(\sigma_{11} - \sigma_{33})}{d\epsilon_{11}} = \frac{d\sigma_{11}}{d\epsilon_{11}} = \frac{\dot{\sigma}_{11}}{\dot{\epsilon}_{11}} = E \Rightarrow E = \frac{a_1}{(a_1 + b_1 \epsilon_{11})^2} \quad (4)$$

رابطه ۴ طوری نوشته می شود که مقدار مدول یانگ بر حسب تنش به دست آید (رابطه ۵):

$$E = \frac{(1 - b_1(\sigma_{11} - \sigma_{33}))^2}{a_1} \quad (5)$$

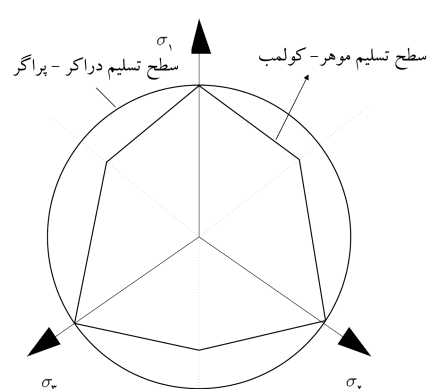
که در آن، ϵ_{11} کرنش محوری، σ_{11} تنش محوری، و σ_{33} تنش همه جانبه اولیه هستند.

کسر $\frac{1}{a_1}$ بیانگر شیب نمودار در نقطه ی شروع منحنی هذلولی است و به عنوان مدول یانگ اولیه (E_i یا E_0) در نظر گرفته می شود (رابطه ۶):

$$E_i = \frac{1}{a_1} \quad (6)$$

بر اساس پژوهش های مختلف،^[۲۱،۲۲] مقدار شیب اولیه ی نمودار (E_i) را به تنش جانبی (σ_{33}) نسبت می دهند (رابطه ۷):

$$E_i = K_h p_a \left(\frac{\sigma_{33}}{p_a} \right)^n \quad (7)$$



شکل ۱. نمایش شماتیک شکل سطح تسلیم موهر - کولمب و دراکر - پراگر در صفحه ی انحرافی.

در بیان چرایی انتخاب دو معیار موهر - کولمب و دراکر - پراگر می توان اول از همه به شهرت و کاربرد وسیع این دو معیار تسلیم اشاره کرد. در وهله ی دوم، ساختار و شکل کاملاً متفاوتی است که این دو معیار در صفحه ی انحرافی به خود می گیرند (شکل ۱)، و تقریباً می توان ادعا کرد که سایر معیارهای تسلیم در صفحه ی انحرافی، فرمی بین این معیارهای تسلیم دارند.

مدل های رفتاری ذکر شده، به صورت کشسان غیرخطی - خمیری کامل، رفتار خاک را شبیه سازی خواهند کرد. برای شبیه سازی رفتار غیرخطی خاک، از مدل هذلولی استفاده شده است. ساختار مدل هذلولی بسیار مشهور است و بارها به روش های مختلف در پژوهش های گوناگون مورد استفاده واقع شده است. اما مبنای این مدل برگرفته از مطالب پیشنهاد شده در پژوهشی در سال ۱۹۶۳ است،^[۱۵] و بعداً در برخی پژوهش ها،^[۱۷،۱۶] بیشتر تکامل یافته و استفاده شده است.

در این نوشتار، پس از ارائه ی ساختار و فورمولاسیون مدل های رفتاری MCH و DPH، پیش بینی های ارائه شده با این دو مدل رفتاری در مسیرهای مختلف تنش با توجه به داده های آزمایشگاهی ارائه شده توسط Mofiz و همکاران،^[۱۹،۱۸] مورد سنجش و مقایسه قرار گرفته است. سپس این مدل های رفتاری به نرم افزار FLAC معرفی و با طرح ۳ مسئله ی پر کاربرد در ژئوتکنیک یعنی بارگذاری پی (ظرفیت باربری پی)، تونل و گودبرداری، نحوه ی عملکرد آنها در پیش بینی رفتار خاک در سطوح مختلف تنش تحت شرایط استاتیکی و دینامیکی تحلیل و ارزیابی شده است. مشروح مباحث در ادامه، در بخش های مربوط ارائه شده است.

۲. مدل هذلولی (هایپربولیک)

بر اساس تئوری مدل هذلولی، چنانچه ترکیبی از کمیت های تنش ($\bar{\sigma}$) در مقابل ترکیبی از کمیت های کرنش ($\bar{\epsilon}$)، فرم یک منحنی هذلولی (هایپربولیک) به خود گیرند (معادله ۱)، می توان بر اساس شیب منحنی هذلولی که به آن داده ها برازش می یابد، مدول مصالح را در هر سطحی از تنش برآورد کرد و با استفاده از قانون نموی هوک (معادله ۲) رفتار غیرخطی خاک را شبیه سازی کرد. فرم کلی معادله ی هذلولی به صورت معادله ۱ است:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\epsilon}}{a_1 + b_1 \bar{\epsilon}} \quad (1)$$

که در آن، a_1 و b_1 پارامترهای معادله هذلولی هستند که مقدار آنها به طور شماتیک در شکل ۲، و خصوصیات آنها در ادامه ارائه شده است. معادله یا قانون نموی هوک

کمک تئوری مدل هذلولی تخمین زده شود. در اینجا دیگر نیاز نیست مقدار پارامتر b_1 در مدل هذلولی، مستقیماً به صورت پارامتر مدل وارد شود؛ بلکه می توان مقدار این پارامتر را با استفاده از معیار تسلیم دراگر - پراگر محاسبه کرد. به این صورت که براساس موقعیت تنش، مقدار نهایی تنش انحرافی با استفاده از معیار تسلیم دراگر - پراگر محاسبه شود و از روی آن b_1 به دست آید.

معیار تسلیم دراگر - پراگر را می توان به صورت رابطه ی ۱۳ نوشت:

$$f = \sqrt{J_2} - \alpha_f p - k_f = 0 \quad (13)$$

که در آن، α_f و k_f پارامترهای معیار دراگر - پراگر و با مقادیر مثبت هستند. همچنین تنش فشاری در رابطه ی مذکور، مثبت در نظر گرفته شده است. در هر سطحی از تنش که مد نظر باشد، مقدار نهایی $\sqrt{J_2}$ در لحظه ی گسیختگی به صورت رابطه ی ۱۴ خواهد بود:

$$\sqrt{J_2} = \alpha_f p + k_f \quad (14)$$

از این رو مقدار تنش انحرافی در لحظه ی گسیختگی (q_f) از رابطه ی ۱۵ به دست می آید:

$$q = \sqrt{3} J_2 \Rightarrow q_f = \sqrt{3} (\alpha_f p + k_f) \quad (15)$$

از آنجایی که موقعیت تنش هیچ گاه بجانب مدل هذلولی را قطع نمی کند، مقدار بجانب تنش انحرافی را می توان اندکی بزرگ تر از تنش انحرافی لحظه ی گسیختگی در نظر گرفت (رابطه ی ۱۶):

$$q_u = R_f \cdot q_f \Rightarrow q_u = R_f \cdot \sqrt{3} (\alpha_f p + k_f) \quad (16)$$

که در آن، R_f یک ضریب بزرگ تر از ۱ است، که باید براساس آزمایش ها مشخص شود. بنابراین مدول یانگ با توجه به رابطه ی ۱۱، به صورت رابطه ی ۱۷ قابل محاسبه است:

$$E = E_i \left(1 - \frac{q}{\sqrt{3} R_f (\alpha_f p + k_f)} \right)^2 \quad (17)$$

بنابراین در این مدل رفتاری، معیار تسلیم دراگر - پراگر گسیختگی خاک را کنترل می کند و در داخل سطح تسلیم، مدول خاک با توجه به معادله ی ۱۷ تعیین می شود.

۴. مدل رفتاری MCH (مدل هذلولی به همراه سطح

تسلیم موهر - کولمب)

جهت ادغام مدل هذلولی با سطح تسلیم موهر - کولمب و در نتیجه، ارائه ی ساختار مدل رفتاری MCH، تلاش می شود تا تنش انحرافی نهایی مورد نیاز در مدل هذلولی، براساس سطح تسلیم موهر - کولمب به دست آید. رابطه ی کلی معیار تسلیم موهر - کولمب به صورت رابطه ی ۱۸ است:

$$f_s = \frac{J_1}{3} \sin \phi + \sqrt{J_2} \cos \theta - \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \sin \phi \sin \theta - c \cos \phi \leq 0 \quad (18)$$

که در آن، مقدار K_h و n با رسم نمودار E_i در مقابل σ_2 به دست می آید. همچنین مقدار p_a فشار اتمسفر یا فشار مبناء است، که بدین جهت مورد استفاده قرار گرفته است که رابطه ی ذکر شده از لحاظ ابعادی به مشکل بر نخورد. پارامتر b_1 نیز به صورت رابطه ی ۸ با تنش نهایی ارتباط دارد:

$$b_1 = \frac{1}{(\sigma_{11} - \sigma_{22})_{ultimate}} \quad (8)$$

بنابراین براساس مدل هذلولی می توان با استفاده از آزمایش سه محوری متداول، بین مدول یانگ مصالح و سطح تنش ارتباط برقرار کرد. سپس با دانستن نسبت پواسون، مقدار مدول بالک و مدول برشی در هر سطحی از تنش یافت می شود. در نهایت با استفاده از رابطه های ۲ و ۳ می توان رفتار خاک را در حالت کلی برای مسیرهای تنش مختلف براساس روش هذلولی پیش بینی کرد.

اما باید توجه داشت که روابط ذکر شده براساس یک مسیر تنش خاص یعنی آزمایش سه محوری متداول نوشته شده است. برای اینکه بتوان به این روابط جامعیت بیشتری داد تا مسیرهای تنش مختلف را بهتر در نظر بگیرد و در عین حال به کلیت استخراج روابط و پارامترهایی که در متن اشاره شده است، لطمه وارد نشود، در این پژوهش این اصلاحات لحاظ شده است:

۱. مقدار تنش انحرافی در آزمایش سه محوری متداول و در نتیجه در روابط ذکر شده به صورت $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ در نظر گرفته شده است. اما در حالت کلی تنش انحرافی از رابطه ی ۹ به دست می آید:

$$q = \sqrt{3} J_2 \quad (9)$$

که در آن، J_2 نامتغیر دوم تنسور تنش انحرافی و q اندازه ی تنش انحرافی در حالت کلی است. در نتیجه رابطه ی ۱۰ را خواهیم داشت:

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \quad (10)$$

بنابراین رابطه ی ۵ به صورت رابطه ی ۱۱ نوشته می شود:

$$E = \frac{(1 - b_1 q)^2}{a_1} \Rightarrow E = E_i (1 - b_1 q)^2 \quad (11)$$

در آزمایش سه محوری متداول، $q = (\sigma_{11} - \sigma_{22})$ است.

۲. مقدار E_i (و در نتیجه a_1) در روابط ذکر شده به σ_{22} مرتبط شده است. بهتر است در حالت کلی، این پارامتر به تنش هیدرواستاتیک (تنش همه جانبه ی میانگین) p مرتبط شود (رابطه ی ۱۲):

$$E_i = K_h p_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^n \quad (12)$$

که در آن، $p = \frac{1}{3} ((\sigma_{11}) + (\sigma_{22}) + (\sigma_{33}))$ و σ_{ii} مجموع تنش نرمال است.

۳. مدل رفتاری DPH (مدل هذلولی به همراه سطح

تسلیم دراگر - پراگر)

مفهوم به کار گرفته در مدل رفتاری موسوم به DPH چنین است که معیار تسلیم با توجه به سطح گسیختگی دراگر - پراگر تعیین و درون این سطح، رفتار غیرخطی خاک با

توسط موفیز و همکاران (۲۰۱۰)^[۱۹] استفاده شده است. این آزمایش روی خاکی موسوم به خاک Barind انجام شده است، که متعلق به نواحی گرمسیری و شبه‌گرمسیری و شامل ۵۰٪ رس، ۲۸٪ سیلت، و ۲۲٪ ماسه است.

شش سری آزمایش مختلف روی این خاک، به منظور ارزیابی نحوه‌ی عملکرد آن در مسیرهای تنش مختلف، انجام شده است. مسیرهای تنش مذکور عبارت‌اند از:

۱. آزمایش سه‌محوری فشاری متداول (CTC): در این آزمایش تنش همه‌جانبه ثابت است و مقدار تنش محوری افزایش می‌یابد.
۲. آزمایش سه‌محوری کششی متداول (CTE): در این آزمایش تنش محوری ثابت است و مقدار تنش همه‌جانبه افزایش می‌یابد.
۳. آزمایش سه‌محوری فشاری کاهشدهنده (RTC): در این آزمایش تنش محوری ثابت است و مقدار تنش همه‌جانبه کاهش می‌یابد.
۴. آزمایش سه‌محوری کششی کاهشدهنده (RTE): در این آزمایش تنش همه‌جانبه ثابت است و مقدار تنش محوری کاهش می‌یابد.
۵. آزمایش سه‌محوری فشاری (TC): تنش محوری افزایش و تنش همه‌جانبه کاهش می‌یابد. در این آزمایش نسبت تغییرات تنش‌ها به صورت $\Delta\sigma_3 = -\frac{\Delta\sigma_1}{3}$ است.
۶. آزمایش سه‌محوری کششی (TE): تنش محوری کاهش و تنش همه‌جانبه افزایش می‌یابد. در این آزمایش نسبت تغییرات تنش‌ها به صورت $\Delta\sigma_3 = -\frac{\Delta\sigma_1}{3}$ است.

۲.۵. کالیبراسیون مدل‌های رفتاری

جهت کالیبراسیون هر یک از مدل‌های رفتاری MCH و DPH برای خاک موردنظر، از داده‌های آزمایش سه‌محوری متداول (CTC) استفاده شده است. مقادیر پارامترهای حاصل در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

در اینجا تلاش شده است تا براساس مدل‌های پانگ اولیه (E_i) در تنش‌های مؤثر میانگین اولیه p' به دست آمده از آزمایش CTC، پارامترهای رابطه‌ی ۱۲ یعنی n و K_h به دست آیند. مقادیر اولیه‌ی مدل پانگ (E_i) در مقابل تنش میانگین متناظر آن در جدول ۲ ارائه شده است.

با در نظر گرفتن فشار مبنای (P_a) ۱۰۰ kPa، بهترین رابطه‌ی توانی برازش شده به داده‌ها به صورت رابطه‌ی ۲۳ است:

$$E_{i0} = 31235 \left(\frac{p'_0}{100} \right)^{0.6607} \Rightarrow E_i = 31235 \left(\frac{p'}{100} \right)^{0.6607} \quad (23)$$

جدول ۱. پارامترهای مدل‌های رفتاری موردنظر حاصل از کالیبراسیون برای خاک Barind.

مدل رفتاری MCH		مدل رفتاری DPH	
C	۲۰/۹۳ kPa	k_f	۲۵/۳۶ kPa
ϕ	۲۷/۱۷°	α_f	۰/۶۲۲
ν	۰/۲۵	ν	۰/۲۵
R_f	۱/۲	R_f	۱/۲
E_i	براساس توضیحات ذکر شده	E_i	براساس توضیحات ذکر شده

زاویه‌ی θ به زاویه‌ی Lode موسوم است و در حقیقت راستای موقعیت تنش را در صفحه‌ی انحرافی نشان می‌دهد. مقدار این زاویه برای موقعیت تنش موجود، به صورت رابطه‌ی ۱۹ تعریف می‌شود:

$$\theta = -\frac{1}{3} \text{Arc sin} \left(\frac{3\sqrt{3} J_r}{J_r'} \right), \quad -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \quad (19)$$

از این رو مقدار بیشینه‌ی نامتغیر دوم تنش انحرافی به صورت رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود:

$$\sqrt{J_r} \leq \frac{-\frac{J_1}{3} \sin \phi + c \cos \phi}{\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi \sin \theta} \Rightarrow \left(\sqrt{J_r} \right)_{\max} = \left| \frac{-\frac{J_1}{3} \sin \phi + c \cos \phi}{\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi \sin \theta} \right| \quad (20)$$

بنابراین، مقدار نهایی تنش انحرافی q_u در معیار هذلولی، به صورت رابطه‌ی ۲۱ تعریف می‌شود:

$$q = \sqrt{3J_r} \Rightarrow q_u = \sqrt{3} \left| \frac{-\frac{J_1}{3} \sin \phi + c \cos \phi}{\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi \sin \theta} \right| R_f \quad (21)$$

ضریب بدون بُعد R_f ، همان‌طور که در بخش پیشین بیان شده است، عددی بزرگ تر از ۱ (مثلاً ۱/۱) است. بنابراین در نهایت، مدل پانگ در هر لحظه با استفاده از رابطه‌ی ۲۲ قابل محاسبه است:

$$E = E_i \left(1 - \frac{q}{q_u} \right)^r \Rightarrow E = E_i \left(1 - \frac{\sqrt{J_r}}{R_f \cdot \left(\sqrt{J_r} \right)_{\max}} \right)^r \quad (22)$$

که در روابط اخیر، J_1 ، J_r و J_r' به ترتیب، نامتغیر اول، نامتغیر دوم و نامتغیر سوم تنش انحرافی هستند.

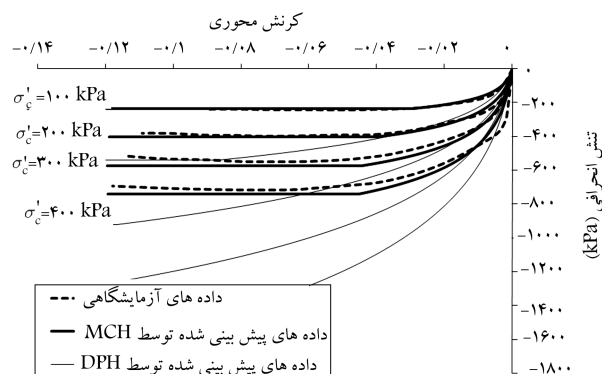
بنابراین مدل‌های رفتاری کشسان غیرخطی - خمیری کامل MCH و DPH، علی‌رغم ارائه‌ی پیش‌بینی مناسب‌تری از رفتار خاک، نسبت به مدل‌های کشسان خطی - خمیری کامل موهر - کولمب و دراکر - پراگر، به هیچ پارامتر اضافیه‌ی نیاز ندارند. تفاوت مدل‌های DPH و MCH نسبت به مدل‌های موهر - کولمب و دراکر - پراگر معمولی فقط در مقدار مدولی است که کاربر به عنوان پارامتر ورودی وارد می‌کند (که در مدل‌های DPH و MCH به مدل اولیه به جای مدل متوسط نیاز است).

توجه شود که C و ϕ مربوط به سطح تسلیم موهر - کولمب و α_f و k_f مربوط به سطح تسلیم دراکر - پراگر، از همان روش معمول یعنی رسم دایره‌ی موهر یا رسم نمودار تنش انحرافی - تنش متوسط قابل محاسبه هستند. البته برای افزایش دقت پیش‌بینی‌ها می‌توان با برازش یک منحنی به داده‌های آزمایشگاهی، یک رابطه برای مدل اولیه‌ی E_i بر حسب فشار همه‌جانبه‌ی میانگین تعیین شود و مورد استفاده قرار گیرد.

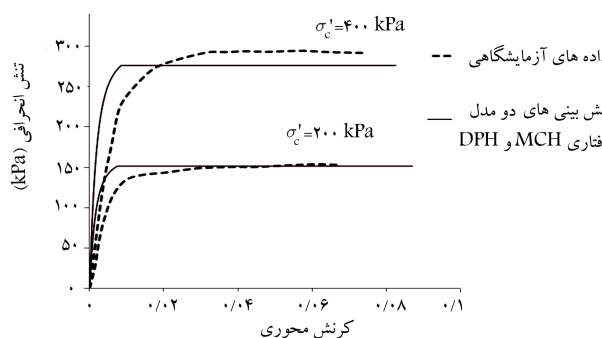
۵. داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های مدل‌های رفتاری MCH و DPH

۱.۵. خصوصیات کلی خاک و آزمایش‌ها

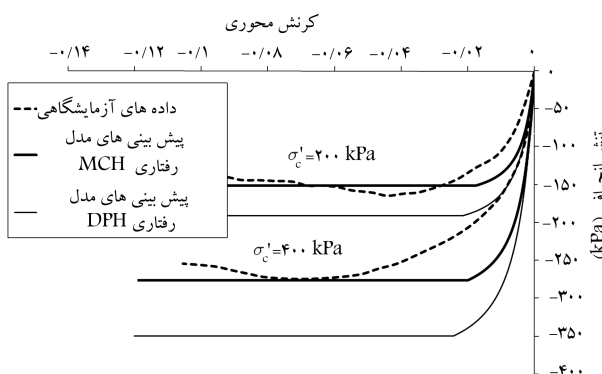
به منظور ارزیابی نحوه‌ی عملکرد دو مدل رفتاری ارائه‌شده در این پژوهش، یعنی MCH و DPH، در مسیرهای بارگذاری مختلف از داده‌های آزمایشگاهی ارائه‌شده



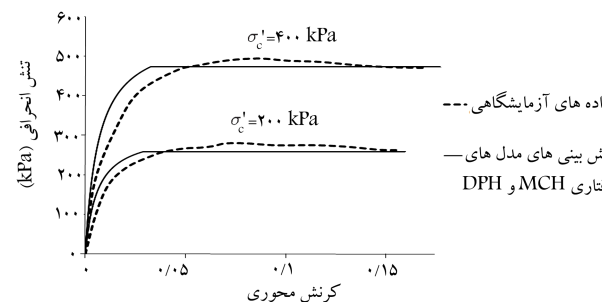
شکل ۴. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش CTE.



شکل ۵. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش RTC.



شکل ۶. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش RTE.



شکل ۷. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش TC.

جدول ۲. مقادیر مدول یانگ اولیه در مقابل تنش مؤثر میانگین اولیه.

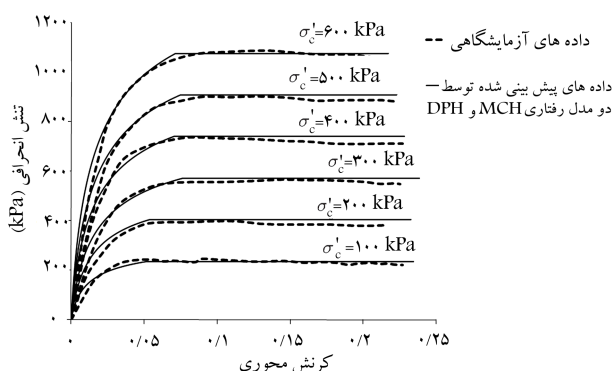
تنش مؤثر میانگین اولیه (p'_0) (kPa)	مدول یانگ اولیه (E_{i0}) (kPa)
۱۰۰	۱۱۵۰۰۰
۲۰۰	۹۰۰۰۰
۳۰۰	۸۰۰۰۰
۴۰۰	۵۵۰۰۰
۵۰۰	۴۵۰۰۰
۶۰۰	۳۵۰۰۰

در حقیقت پارامترهای معادله‌ی ۱۲، به صورت $K_h = 312/35$ و $n = 0.6607$ به دست آمده‌اند.

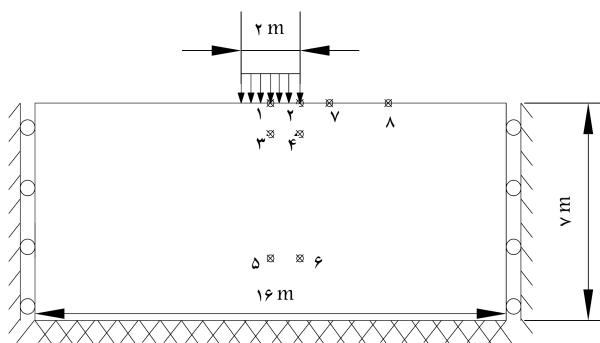
۳.۵. ارائه‌ی پیش‌بینی‌های مدل‌های رفتاری MCH و DPH در

مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی برای مسیرهای مختلف تنش پس از به‌دست آوردن پارامترهای مورد نیاز مدل‌های رفتاری برای خاک مورد نظر، نحوه‌ی تغییرات تنش در مقابل کرنش در مسیرهای مختلف بارگذاری با استفاده از مدل‌های رفتاری ذکر شده مورد پیش‌بینی قرار گرفته است. مقادیر این پیش‌بینی‌ها به همراه مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه، در شکل‌های ۳ الی ۸ ارائه شده است. با توجه به نتایج ارائه شده، این موارد قابل ذکر است:

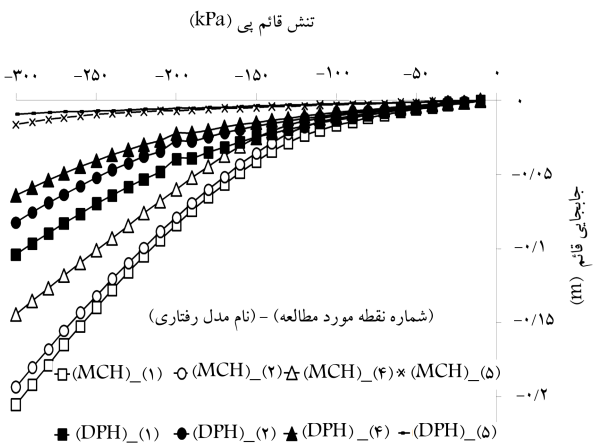
- همان‌طور که اشاره شده است، مدل‌های رفتاری برای مسیرهای تنش آزمایش CTC کالیبره شده‌اند. شکل ۳، پیش‌بینی‌ها و داده‌های آزمایشگاهی مربوط به این مسیر تنش را نشان می‌دهد، که مطابق آن پیش‌بینی‌های مدل‌های رفتاری MCH و DPH کاملاً بر هم منطبق هستند و همچنین این پیش‌بینی‌ها انطباق مناسبی را با داده‌های آزمایشگاهی از خود نشان می‌دهند.
- از آنجایی که با توجه به نوع کالیبراسیون، انطباق سطوح تسلیم به‌کاررفته در مدل‌های MCH و DPH در حالت بارگذاری فشاری است؛ به‌طور کلی، پیش‌بینی‌های انجام‌شده توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH در حالتی که آزمایش‌ها از نوع فشاری هستند (شکل‌های ۳، ۵ و ۷)، کاملاً بر هم منطبق هستند.
- در حالتی که آزمایش‌ها از نوع کششی هستند (شکل‌های ۴، ۶ و ۸)، پیش‌بینی‌های مدل MCH انطباق مناسب‌تری با داده‌های آزمایشگاهی دارد و نقطه‌ی گسیختگی پیش‌بینی شده توسط سطح تسلیم به‌کاررفته در این مدل (یعنی سطح تسلیم موهر--



شکل ۸. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش CTC.



شکل ۹. شمای کلی مسئله‌ی پی و موقعیت نقاط شاخص.

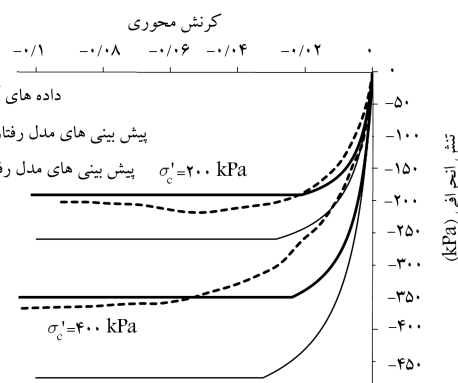


شکل ۱۰. تغییر مکان قائم (نشست) نقاط شاخص مورد نظر در مقابل میزان فشار وارد از طرف پی بر خاک براساس تحلیل‌های انجام شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH.

است که ظرفیت باربری پی با توجه به خصوصیات خاک مورد مطالعه، براساس روش‌های معمول مهندسی پی، حدود ۲۰۰ kPa تخمین زده می‌شود. تعدادی نقاط شاخص روی هندسه مسئله تعیین شده است که با توجه به تغییر کمیت‌های این نقاط (نشست یا همان جابه‌جایی قائم) بتوان نحوه عملکرد هر یک از مدل‌های رفتاری MCH و DPH را مورد بررسی قرار داد. شمای کلی مسئله و موقعیت این نقاط شاخص منتخب، در شکل ۹ نشان داده شده است.

پس از اتمام بارگذاری‌ها و انجام تحلیل‌ها به کمک هر یک از مدل‌های رفتاری نشست‌های حاصل (تغییر مکان‌های قائم) در نقاط شاخص، در هر نماز بارگذاری به دست آمده است، که تغییر مکان قائم مربوط به این نقاط در مقابل تنش قائم اعمالی روی پی در شکل ۱۰ ارائه شده است. این تذکر لازم است که جهت پرهیز از شلوغی و ازدحام بیش از اندازه‌ی منحنی‌ها در شکل ۱۰، از میان نقاط شاخص معرفی شده فقط منحنی‌های نشست در نقاط ۱، ۲ و ۴ به عنوان نقاط بحرانی و همچنین نقطه‌ی ۵ به عنوان نمونه رسم شده است. عمده‌ی تفاوت مقادیر پیش‌بینی شده توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH در بارگذاری پی، مربوط به منطقه‌هایی است که در زیر پی و در نزدیکی آن قرار دارند. در سایر نقاط (نقاط کناری پی و نقاط دورتر زیر پی) یعنی نقاط ۵ الی ۸ در شکل ۹، چندان اختلافی بین پیش‌بینی‌ها مشاهده نمی‌شود.

جالب اینجاست که در نقاط ۱ الی ۴ تقریباً در تمامی موارد یعنی در تمام سطوح تنش اعمالی از طرف پی، نشست برآورد شده با استفاده از مدل رفتاری DPH



شکل ۸. مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی‌های ارائه شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH در آزمایش TE.

کولمب) انطباق بهتری با داده‌های آزمایشگاهی دارد. در این نوع آزمایش‌ها، مدل DPH (و سطح تسلیم به‌کاررفته در آن یعنی سطح تسلیم دراکر - پراگرا) منطقه‌ی کشسان بزرگ‌تری را تخمین می‌زند، که چندان با داده‌های اندازه‌گیری شده هماهنگ نیست.

-- در حالت کلی مشاهده می‌شود که در عین انطباق مناسب داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های آزمایشگاهی، مدول برآورد شده توسط مدل‌های رفتاری در مسیرهای مختلف بارگذاری (غیر از مسیر CTC)، کمی بیشتر از مقادیر مربوط به داده‌های آزمایشگاهی است.

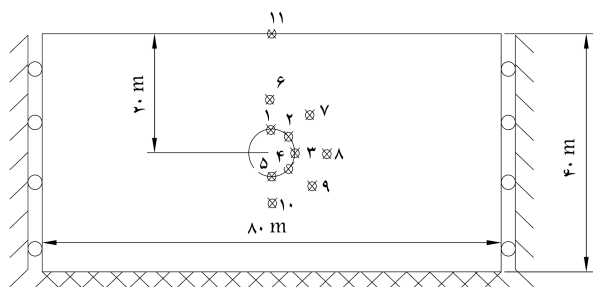
۶. تحلیل‌های عددی - حالت استاتیکی

پس از ارائه‌ی مدل‌های رفتاری مورد نظر و ارزیابی نحوه‌ی عملکرد آنها در پیش‌بینی نتایج داده‌های آزمایشگاهی در مسیرهای تنش مختلف قرار است نحوه‌ی عملکرد مدل‌های مذکور و در نتیجه میزان تأثیر شکل سطح تسلیم در نتایج نهایی حاصل از تحلیل‌های عددی مسائل مهم ژئوتکنیکی مورد ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور سه مسئله‌ی پر کاربرد و مطرح در ژئوتکنیک یعنی بارگذاری پی، تونل، و گودبرداری انتخاب شده است. علت انتخاب این مسائل، ماهیت مسیرهای گوناگون تنشی است که در نتیجه‌ی اجرای این سازه‌های ژئوتکنیکی در خاک به وجود می‌آید. به عبارت دیگر، می‌توان ماهیت مسیر تنش را برای خاک زیر پی به صورت بارگذاری، برای تونل به صورت باربرداری و در مسئله‌ی گودبرداری، به صورت مسیرهای توأمان بارگذاری و باربرداری در نظر گرفت.

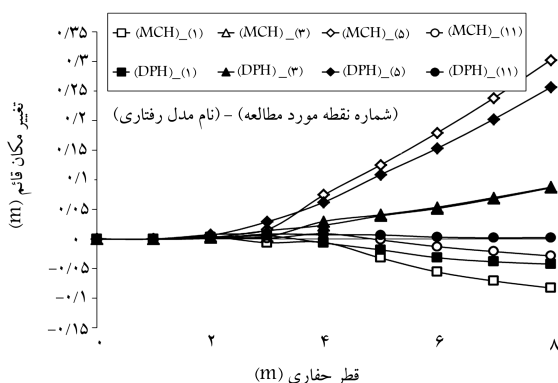
در نتیجه برای این منظور، الگوریتم مدل‌های رفتاری معرفی شده (MCH و DPH) با کمک زبان برنامه‌نویسی Fish که در نرم‌افزار FLAC تعبیه شده است، نوشته و به نرم‌افزار مذکور معرفی شده است. به این ترتیب، امکان تحلیل انواع مسائل ژئوتکنیکی با استفاده از نرم‌افزار FLAC و مدل‌های رفتاری مورد نظر فراهم شده است.

۱.۶. بارگذاری پی

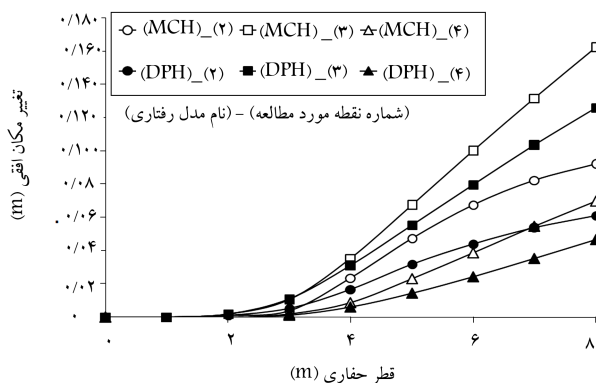
در بررسی مسئله‌ی پی و نحوه‌ی عملکرد هر یک از مدل‌های رفتاری MCH و DPH در این نوع مسائل، یک پی نواری به عرض ۲ متر و به طول بی‌نهایت در نرم‌افزار ۲D FLAC مدل‌سازی شده است. بارگذاری پی با نمو بارگذاری ۱۰ kPa تا تنش‌های به اندازه‌ی کافی بزرگ (۳۰۰ kPa) انجام شده است. این تذکر لازم



شکل ۱۱. شمای کلی مسئله‌ی تونل و موقعیت نقاط شاخص جهت ارزیابی و مقایسه‌ی نحوه‌ی عملکرد مدل‌های رفتاری.



شکل ۱۲. تغییرمکان قائم نقاط شاخص در تحلیل تونل با استفاده از مدل‌های رفتاری MCH و DPH.



شکل ۱۳. تغییرمکان افقی نقاط شاخص در تحلیل تونل با استفاده از مدل‌های رفتاری MCH و DPH.

اختلاف در نتایج حاصل از مدل‌های MCH و DPH در پیش‌بینی تغییرمکان افقی) مربوط به نقطه‌ی ۳ (دیواره‌ی تونل) است. همچنین بیشترین تغییرمکان قائم ثبت شده، مربوط به نقطه‌ی ۵ (کف تونل) است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در قطرهای کوچک، اختلاف بین نتایج حاصل از تحلیل‌های انجام شده توسط MCH و DPH ناچیز است و رفته‌رفته با افزایش قطر حفاری (با افزایش قطر تونل) اختلاف بین نتایج بیشتر به چشم می‌آید.

سطح زمین در بالای محور تونل هنگامی که قطر تونل ۸ متر است، در تحلیل توسط مدل MCH حدود ۲٫۵ سانتی‌متر نشست را نشان می‌دهد؛ اما در تحلیل توسط مدل رفتاری DPH نشستی در آن نقطه ملاحظه نمی‌شود. رویهم‌رفته با توجه به نتایج آزمایشگاهی و انطباق مناسب‌تر آن نتایج با پیش‌بینی‌های مدل رفتاری

تقریباً نصف مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل MCH است. با توجه به اینکه در بخش ارائه‌ی پیش‌بینی‌های مدل‌های رفتاری در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی ملاحظه شده است که پیش‌بینی‌های مدل MCH در مسیرهای مختلف تنش، انطباق مناسب‌تری با داده‌های آزمایشگاهی خاک موردنظر دارند؛ می‌توان نتیجه گرفت که تحلیل‌ها و نتایج حاصل از مدل MCH می‌تواند مقدار دقیق‌تری باشد و با داده‌های واقعی در مسئله‌ی پی، سازگاری بیشتری داشته باشد. بنابراین در به‌کارگیری مدل DPH (با سطح تسلیم دراکر - پراگر)، چنانچه پارامترهای سطح تسلیم از مسیرهای تنش فشاری (مانند CTC) برآورد شوند، نشست‌هایی کمتر از مقدار واقعی (حتی نزدیک به نصف مقدار واقعی) پیش‌بینی خواهند شد.

بنابراین به‌نظر می‌رسد که در استفاده از مدل‌های رفتاری دارای سطح تسلیم دراکر - پراگر در بارگذاری پی، بهتر این باشد که پارامترهای مربوط به سطح تسلیم، از مسیرهای آزمایش‌های کششی تعیین شوند تا مقادیر نشست خیلی کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی نشوند. در این حالت، قسمت اعظمی از سطح تسلیم دراکر - پراگر در صفحه‌ی انحرافی داخل سطح تسلیم موهر - کولمب قرار خواهد گرفت (البته این موضوع نیاز به مطالعه و بررسی بیشتر دارد).

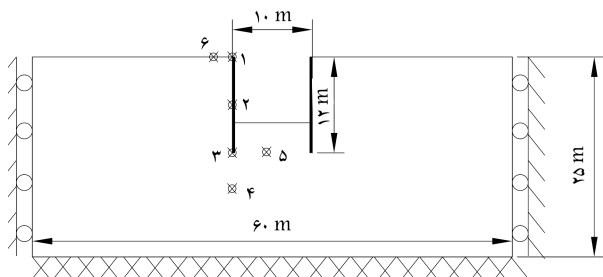
۲.۶. تونل

به منظور ارزیابی مسئله‌ی تونل به کمک مدل‌های رفتاری MCH و DPH، هندسه‌ی مدل به طول ۸۰ متر و به ارتفاع ۴۰ متر در نظر گرفته شده است، به طوری که مرکز تونل در عمق ۲۰ متری از سطح زمین قرار دارد. جهت مقایسه‌ی تحلیل‌های انجام شده توسط هر یک از مدل‌های رفتاری، چند نقطه در موقعیت‌های مختلف به‌عنوان نقاط شاخص در نظر گرفته شده است. موقعیت این نقاط در شکل ۱۱ به نمایش گذاشته شده است.

جهت القاء تدریجی سطح تنش به مسئله و ارزیابی مدل‌های رفتاری در مسیرهای مختلف تنش، صرف‌نظر از شیوه‌های رایج حفر تونل فرض شده است قطر تونل در مراحل مختلف، رفته‌رفته افزایش یابد. به طوری که در هر مرحله ۱ متر به قطر تونل (نیم متر به شعاع تونل) افزوده و در نهایت، بزرگ‌ترین قطر تونل ۸ متر در نظر گرفته شده است. تأثیر ناشی از حفر تونل در هر مرحله (افزایش در قطر تونل) روی نقاط شاخص را می‌توان در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشاهده کرد (شکل‌های مذکور، تغییرمکان‌های قائم و افقی نقاط شاخص را به تصویر کشیده‌اند). البته در اینجا نیز به علت پرهیز از ازدحام بیش از اندازه‌ی منحنی‌ها در نمودارها، فقط تغییرمکان‌های مربوط به برخی نقاط خاص در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به نمایش گذاشته شده است. برای این منظور نقاط ۱، ۳، ۵ و ۱۱ برای رسم تغییرشکل قائم (شکل ۱۲) و نقاط ۲ الی ۴ برای رسم تغییرمکان افقی (شکل ۱۳) انتخاب شده‌اند. در نتیجه می‌توان نحوه‌ی عملکرد مدل‌های رفتاری موردنظر را در تونل‌هایی با قطرهای مختلف و همچنین در سطوح تنش القاء شده‌ی مختلف مورد ارزیابی قرار داد.

این تذکر لازم است که به منظور پایداری دیواره‌ی تونل، پوشش بتنی دیواره به ضخامت ۱۵ سانتی‌متر، مدول یانگ ۲۰ GPa و چگالی 2200 kg/m^3 در نظر گرفته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در مسئله‌ی تونل نیز تغییرمکان‌های قائم و افقی پیش‌بینی شده با مدل DPH کمتر از تغییرمکان‌های پیش‌بینی شده توسط مدل MCH است، اما شدت و مقدار این اختلاف، در مقایسه با مسئله‌ی پی کمتر است.

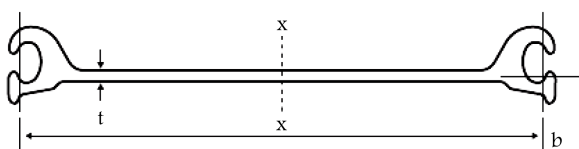
همان‌طور که انتظار می‌رود، تغییرمکان‌های افقی در نقاط ۱، ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱ به علت تقارن مسئله، صفر هستند. بیشترین تغییرمکان افقی (و در نتیجه بیشترین



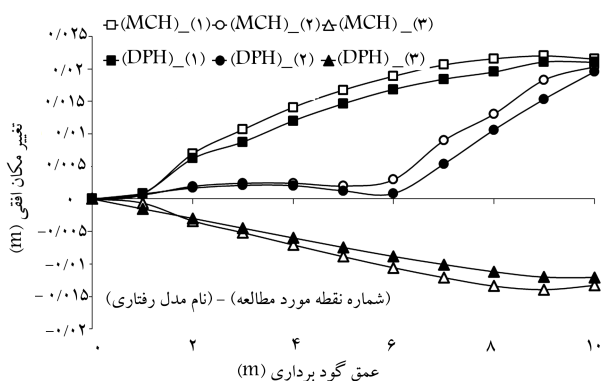
شکل ۱۴. شمای کلی مسئله‌ی گودبرداری به همراه نقاط شاخص مورد نظر جهت ارزیابی و مقایسه‌ی نحوه‌ی عملکرد مدل‌های رفتاری.

جدول ۳. مشخصات سپرهای به کاررفته در این مسئله.

توضیحات	ممان اینرسی (mm ^۴ /m)	اساس مقطع (mm ^۲ /m)	جنس	نام سپر
قابل قفل و بست با خودش	۳/۸۲ × ۱۰ ^۶	۱۰/۲۰ × ۱۰ ^۴	فولاد	PS - ۲۸



شکل ۱۵. تصویر مقطع (نیمرخ) سپر PS-۲۸.



شکل ۱۶. نمودار تغییر مکان‌های افقی در نقاط شاخص - تحلیل گودبرداری با استفاده از مدل‌های رفتاری MCH و DPH.

ضمناً چنین استنباط می‌شود که اگر پارامترهای مدل‌های رفتاری براساس مسیرهای آزمایش کششی کالیبره می‌شدند، نتایج حاصل از مدل دراگر - پراگر بسیار محافظه‌کارانه می‌شد و تغییر شکل‌ها را خیلی بیشتر از مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل رفتاری MCH (که با توجه به داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده در بخش‌های قبل، احتمالاً صحیح‌تر است)، تخمین می‌زد.

۷. تحلیل‌های عددی - حالت دینامیکی

به منظور بررسی میزان تأثیر شکل سطوح تسلیم مدل‌های رفتاری در تحلیل‌های دینامیکی، در اینجا سه مسئله‌ی مطرح شده در بخش قبل (بخش مربوط به تحلیل استاتیکی)، تحت بارگذاری دینامیکی مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. تحلیل‌ها در دو حالت

MCH، می‌توان نتیجه گرفت که به طور کلی نتایج این مدل به واقعیت نزدیک‌تر است و پارامترهای مدل DPH به نوعی باید اصلاح شوند.

در این حالت شاید اگر پارامترهای سطح تسلیم این مدل (یعنی پارامترهای سطح تسلیم دراگر - پراگر)، میانگینی از دو حالت فشاری و کششی در نظر گرفته شوند، نتایج پیش‌بینی‌های ناشی از این سطح تسلیم، اصلاح شود. یعنی در حقیقت شاید اگر پارامترهای سطح تسلیم طوری انتخاب شوند که دایره‌ی سطح تسلیم دراگر - پراگر در صفحه‌ی انحرافی، به نوعی بین دوایر حاصل از کالیبره کردن این سطح تسلیم با داده‌های آزمایش‌های سه‌محوری کششی (دایره یا منطقه‌ی کشسان کوچک‌تر) و آزمایش‌های سه‌محوری فشاری (دایره‌ی بزرگ‌تر) و با به عبارت دیگر، بین دوایر محاطی و محیطی مربوط به سطح تسلیم موهر - کولمب قرار گیرد، رفتار خاک در تحلیل تونل توسط مدل رفتاری DPH (سطح تسلیم دراگر - پراگر) بیشتر به واقعیت نزدیک شود.

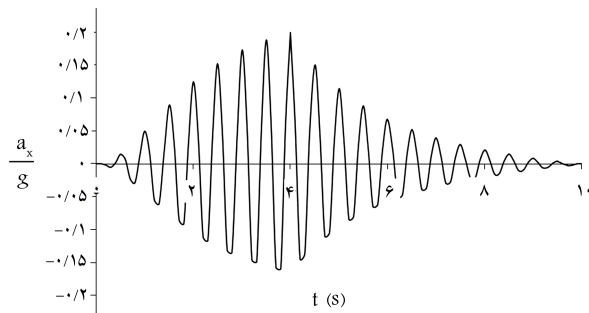
۳.۶. گودبرداری

در مسئله‌ی گودبرداری، به منظور ایجاد مسیرهای مختلف تنش، جهت پایداری دیواره‌ی گود از سپر (سپر طریبی) استفاده شده است. زیرا، به عنوان نمونه، خاک پشت سپر در بالای گود، شاهد باربرداری جانبی و خاک پشت آن در زیر گود، شاهد بارگذاری جانبی خواهد بود و همچنین منطقه‌ی داخلی گود به نوعی شاهد باربرداری محوری است. بر این اساس می‌توان انتظار داشت که در این مسئله، مسیرهای مختلف تنش رخ خواهد داد.

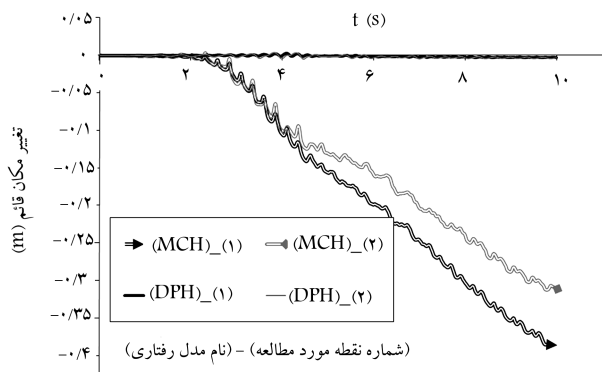
در این مسئله نیز نقاطی به عنوان نقاط شاخص در نظر گرفته شده است، که موقعیت آنها به همراه ابعاد کلی مسئله در شکل ۱۴ ارائه شده است. جهت حفظ پایداری گود، دو سپر موازی به ارتفاع ۱۲ متر در فاصله‌ی ۱۰ متری از هم داخل زمین اجرا شده است. سپس گودبرداری به صورت مرحله به مرحله (در هر مرحله ۱ متر) انجام شده است، تا اینکه در نهایت عمق گود به ۱۰ متر رسیده است. به این ترتیب نحوه‌ی عملکرد هر یک از مدل‌های رفتاری MCH و DPH در مراحل مختلف گودبرداری (در نتیجه سطوح مختلف تنش القاعده ناشی از گودبرداری) مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است.

مشخصات سپر، برگرفته از کتاب اصول مهندسی ژئوتکنیک^[۲۲] است که در جدول ۳ ارائه و نمای ظاهری مقطع آن در شکل ۱۵ به نمایش گذاشته شده است. ارزیابی و مقایسه‌ی نحوه‌ی عملکرد دو مدل رفتاری MCH و DPH در تحلیل مسئله‌ی گودبرداری، با توجه به تغییر مکان‌های افقی نقاط شاخص که در شکل ۱۶ ارائه شده است، انجام می‌پذیرد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در حالت کلی تغییر مکان‌های پیش‌بینی شده با استفاده از هر یک از دو مدل‌های رفتاری MCH و DPH بسیار به هم نزدیک و شبیه هستند. در این مسئله، حفاری در عمق‌های بیش از ۷ الی ۸ متر، فقط جهت ایجاد تغییر شکل‌ها و سطوح تنش بیشتر است و در عمل این کار چندان منطقی نیست. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تغییر مکان‌های افقی پیش‌بینی شده توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH، مخصوصاً در اعماق کمتر از ۷ الی ۸ متر، بسیار به هم نزدیک و گاه‌ها بر هم منطبق هستند.

هر چند در اینجا نیز تغییر مکان‌های پیش‌بینی شده با استفاده از مدل رفتاری DPH در حالت کلی کمتر از پیش‌بینی‌های انجام شده توسط مدل MCH است، اما این اختلاف رو به رفته خیلی زیاد نیست و می‌توان چنین استنباط کرد که در خصوص مسائلی مانند گودبرداری، استفاده از مسیرهای فشاری جهت کالیبره کردن مدل‌های رفتاری معقول است و به نتایج صحیح ختم خواهد شد.



شکل ۱۷. منحنی شتاب افقی زلزله‌ی ایده‌آل وارد بر بستر.



شکل ۱۸. تغییر شکل قائم (نشست) پی تحت تأثیر بار دینامیکی در نقاط بحرانی براساس تحلیل‌های انجام‌شده توسط مدل‌های رفتاری MCH و DPH.

گسیختگی رخ دهد، در نتیجه تغییر شکل‌های مربوط به آن بسیار اندک پیش‌بینی می‌شود.

با توجه به شکل ۱۸ ملاحظه می‌شود که تغییر مکان‌های قائم محاسبه‌شده توسط دو مدل رفتاری مورد نظر، تقریباً تا ثانیه‌ی دوم پس از زلزله بر هم منطبق هستند، اما پس از آن نشست‌های محاسبه‌شده توسط مدل رفتاری MCH بسیار زیاد می‌شود و اختلاف کاملاً فاحشی با نشست‌های محاسبه‌شده توسط DPH پیدا می‌کنند. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که در بارگذاری دینامیکی پی، نقش شکل سطح تسلیم می‌تواند بسیار پررنگ باشد و در این حالت لازم است که از مدل رفتاری استفاده شود که سطح تسلیم آن به گونه‌ی بی‌اشک است که شرایط تسلیم را بهتر مدل می‌کند و استفاده از سطوح تسلیم ساده‌تر می‌تواند منجر به نتایج شدیداً نادرست شود.

۲.۷. تحلیل دینامیکی تونل

به منظور انجام تحلیل دینامیکی تونل در این پژوهش، از کلیت مسئله‌ی مطرح‌شده در تحلیل استاتیکی تونل استفاده شده است. در این راستا، فرض شده است که تونلی به قطر ۶ متر تحت بار دینامیکی (همان‌طور که در قسمت پیش توضیح داده شده است) قرار گیرد.

تغییر مکان‌های قائم در دو نقطه‌ی ۱ و ۳ (به ترتیب تاج و دیواره‌ی تونل) و تغییر مکان‌های افقی در نقاط ۲ و ۳ (دیواره‌ی تونل) که توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH محاسبه شده‌اند، در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ ارائه شده‌اند. خطوط ضخیم در این شکل‌ها نشان‌دهنده‌ی تغییر مکان پیش‌بینی‌شده توسط مدل MCH است و خطوط نازک پیش‌بینی‌های مدل DPH را نشان می‌دهند.

همان‌طور که از شکل ۱۹ ملاحظه می‌شود، هر دو مدل رفتاری نشان می‌دهند که دیواره‌ی تونل همگام با زلزله نوسان می‌کند، اما در تاج نوسان قابل توجهی در

یعنی براساس مدل‌های رفتاری MCH و DPH انجام و با مقایسه‌ی نتایج حاصل از این دو مدل رفتاری، تأثیر شکل سطح تسلیم در بارگذاری دینامیکی ارزیابی شده است.

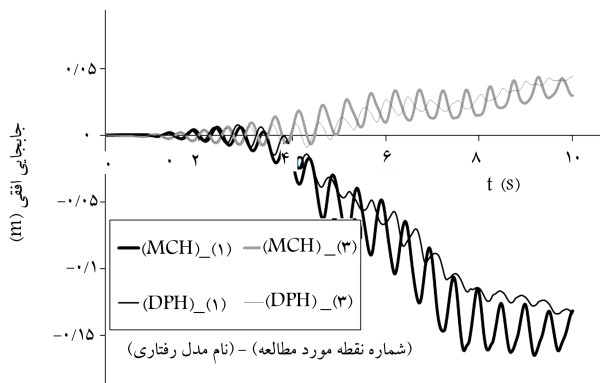
برای این منظور از منحنی شتاب افقی (شکل ۱۷)، استفاده شده است. این شکل شتاب یک زلزله‌ی ایده‌آل را نشان می‌دهد، که در بستر مسائل مورد بررسی وارد آمده و بسامد ۲ Hz و شتاب بیشینه‌ی ۰٫۲ g دارد. مدت زمان وقوع این زلزله ۱۰ ثانیه است، که پس از گذشت ۴ ثانیه از شروع زلزله به بیشینه‌ی شتاب خود می‌رسد. سپس شتاب رفته‌رفته کاهش می‌یابد و پس از گذشت ۶ ثانیه (یعنی پس از ۱۰ ثانیه از شروع زلزله) مجدد به مقدار صفر می‌رسد.

توضیح: در اینجا شاید این شتاب مطرح شود که اساساً مدل‌های MCH و DPH چندان مدل‌های مطلوبی برای پیش‌بینی رفتار واقعی سازه‌های ژئوتکنیکی در بارگذاری‌های دینامیکی نیستند. این موضوع تا حد زیادی درست است و مؤلفان این پژوهش نیز به این موضوع اذعان دارند. زیرا یکی از پایه‌ی‌ترین موضوعاتی که باید یک مدل رفتاری برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی خاک در نظر بگیرد، اثر بوشینگر و طبیعتاً سخت‌شوندگی جنبشی است، که این دو مدل رفتاری (MCH و DPH) فاقد این خصوصیت هستند. اما فراموش نشود که هدف در این پژوهش به دست آوردن جواب‌های دقیق از تحلیل‌های دینامیکی نیست، بلکه هدف مقایسه‌ی عملکرد و اثر سطوح تسلیم مختلف در چنین بارگذاری‌هایی است. در واقع قرار است مطالعه شود که پیش‌بینی‌های مدل‌های رفتاری با سطوح تسلیم ساده‌تر در مسائل مختلف ژئوتکنیکی، چقدر با پیش‌بینی‌های حاصل از همان دسته مدل‌های رفتاری، اما با سطوح تسلیم دقیق‌تر (و طبیعتاً پیچیده‌تر)، انطباق یا اختلاف دارند. بنابراین از آنجایی که ساختار مدل‌های رفتاری MCH و DPH کاملاً شبیه به هم هستند و تفاوت آنها، فقط شکل سطح تسلیمی است که در ساختارشان به کار رفته است، از میزان انطباق یا عدم انطباق پیش‌بینی‌های حاصل از دو مدل رفتاری ذکر شده می‌توان میزان تأثیر شکل سطوح تسلیم را در تحلیل‌های عددی مسائل ژئوتکنیکی مورد بررسی قرار داد.

۱.۷. تحلیل دینامیکی پی

در این حالت از چهارچوب کلی به‌کاررفته در تحلیل استاتیکی پی استفاده شده است. به این ترتیب که فرض شده است پی نواری به عرض ۲ متر، که بار استاتیکی ۱۰۰ kPa بر آن وارد می‌آید، تحت تأثیر بار دینامیکی (با توجه به توضیحات قسمت قبل) قرار دارد. بر این اساس، میزان تغییر شکل قائم (نشست) حاصل از تحلیل دینامیکی با استفاده از مدل‌های رفتاری MCH و DPH در بحرانی‌ترین نقاط (یعنی نقاط ۱ و ۲) جهت مقایسه‌ی نحوه‌ی عملکرد این دو مدل رفتاری و در نتیجه میزان تأثیر سطح تسلیم، در شکل ۱۸ ارائه شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تغییر مکان نهایی حاصل از تحلیل مربوط به مدل رفتاری MCH حدود ۳۵ سانتی‌متر به دست آمده است، یعنی در واقع تحت زلزله، پی مورد نظر دچار گسیختگی شده و نشست بسیار بیشتر از مقادیر مجاز رخ داده است. این در حالی است که نشست نهایی محاسبه‌شده با استفاده از مدل رفتاری DPH در حدود چند میلی‌متر است. علت این موضوع در حقیقت ناشی از همان تفاوتی است که در شکل سطوح تسلیم به‌کاررفته در این مدل‌های رفتاری وجود دارد. مدل MCH به علت استفاده از معیار گسیختگی موهر-کولمب زودتر به گسیختگی می‌رسد، در حالی که در تحلیل مربوط به مدل رفتاری DPH به علت سطح تسلیم بزرگ‌تر (معیار تسلیم دراکر-پراگر) موقعیت تنش‌ها در المان‌ها به گونه‌ی بی‌اشک است که



شکل ۲۱. تغییر مکان افقی گودبرداری مربوط به دو نقطه‌ی ۱ و ۳ تحت بار دینامیکی - محاسبات براساس دو مدل رفتاری MCH و DPH.

شده است، به مسئله اعمال شود. تغییر مکان‌های افقی مربوط به دو نقطه‌ی ۱ و ۳ جهت مقایسه‌ی عملکرد دو مدل رفتاری MCH و DPH در شکل ۲۱ ارائه شده است.

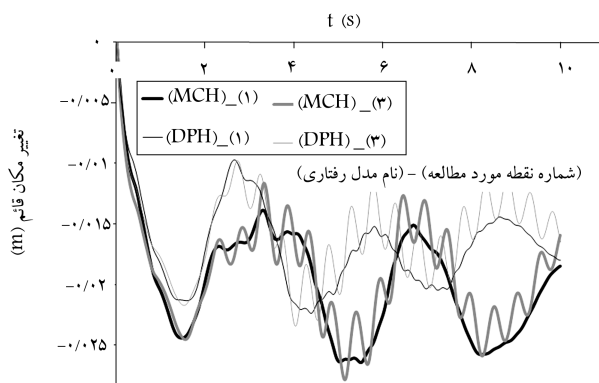
با توجه به شکل ۲۱ ملاحظه می‌شود که تغییر مکان‌های افقی مربوط به سپر در هر دو محاسبات انجام شده توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH تقریباً به مقادیر مشابهی رسیده‌اند. یعنی علی‌رغم اینکه در طول اعمال بار دینامیکی، محاسبات انجام شده توسط مدل MCH، نوسان بیشتری را در مقایسه با پیش‌بینی‌های مدل DPH نشان می‌دهد؛ اما در نهایت، مقادیر جابه‌جایی پیش‌بینی شده توسط هر دو مدل تقریباً یکی است.

از این رو در یک جمع‌بندی کلی می‌توان چنین گفت که تحلیل دینامیکی گود می‌تواند متأثر از سطح تسلیم به‌کاررفته در مدل رفتاری باشد. بنابراین برای به‌دست آوردن جواب‌های دقیق‌تر باید از مدل رفتاری استفاده شود که سطح تسلیم مربوط به آن دقیق‌تر و با داده‌های آزمایشگاهی حاصل از مسیرهای مختلف بارگذاری سازگارتر باشد. اما از آنجایی که سطوح تسلیم به‌کاررفته در این دو مدل رفتاری (یعنی سطح تسلیم موهر - کولمب و سطح تسلیم دراگر - پراگر محیط بر سطح تسلیم موهر - کولمب متناظر) به نوعی سطوح تسلیم حدی هستند؛ در حالت کلی، سطح تسلیم حقیقی که کاملاً منطبق بر داده‌های آزمایشگاهی مسیرهای مختلف تنش است، احتمالاً سطحی بین این دو سطح تسلیم است. بنابراین با توجه به اینکه داده‌های حاصل از تحلیل‌های انجام شده توسط دو مدل رفتاری MCH و DPH در این مسئله خیلی با هم اختلاف ندارند، شاید بتوان در اینجا با یک دقت خوب، تقریب ناشی از شکل سطح تسلیم را پذیرفت و استفاده از مدل رفتاری با سطح تسلیم ساده‌تر را نسبت به دقت حاصل از مدل پیچیده‌تر ارجحیت داد.

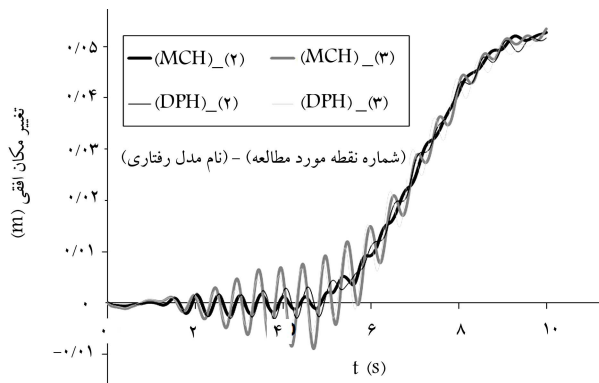
بنابراین در یک کلام چنین می‌توان گفت که در تحلیل دینامیکی گود، شکل سطح تسلیم می‌تواند روی افزایش دقت تحلیل‌ها اثر بگذارد؛ اما انجام تحلیل‌های دینامیکی مربوط به گود با استفاده از مدل‌های رفتاری با سطح تسلیم ساده‌تر نیز می‌تواند تا حدی قابل قبول باشد.

۸. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، میزان تأثیر شکل سطوح تسلیم به‌کاررفته در مدل‌های رفتاری مختلف در پیش‌بینی داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل‌های عددی استاتیکی و دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا سعی شده است که با تعریف دو مدل رفتاری



شکل ۱۹. تغییر مکان قائم دو نقطه‌ی ۱ و ۳ در تحلیل دینامیکی تونل - محاسبات براساس مدل‌های رفتاری MCH و DPH.



شکل ۲۰. تغییر مکان افقی دو نقطه‌ی ۲ و ۳ در تحلیل دینامیکی تونل - محاسبات بر اساس مدل‌های رفتاری MCH و DPH.

تغییر مکان قائم ملاحظه نمی‌شود. همچنین با توجه به شکل ۱۹ ملاحظه می‌شود که بیشترین اختلاف در پیش‌بینی‌های دو مدل برای تغییر مکان قائم در لحظات پایانی زلزله رخ می‌دهد، که بیشینه‌ی مقدار آن تقریباً ۵ میلی‌متر است. اما در نهایت (در پایان زلزله) تقریباً تغییر مکان‌های قائم پیش‌بینی شده توسط هر دو مدل رفتاری برای هر یک از نقاط ۱ و ۳ بر هم منطبق می‌شوند.

همچنین از شکل ۲۰ ملاحظه می‌شود که منحنی‌های تغییر مکان افقی پیش‌بینی شده توسط دو مدل رفتاری موردنظر، در طول زلزله تقریباً بر هم منطبق هستند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که شکل سطح تسلیم در این حالت چندان مؤثر و تعیین‌کننده نیست و استفاده از مدل رفتاری با سطح تسلیم ساده‌تر علی‌رغم اینکه باعث سادگی و سرعت محاسبات می‌شود، چندان دقت محاسبات را مخدوش نخواهد کرد.

البته این تذکر لازم است که دو سطح تسلیم به‌کاررفته در این مدل‌های رفتاری در نقطه‌ی مربوط به آزمایش‌های سه‌محوری فشاری بر هم منطبق هستند (یعنی سطح تسلیم دراگر - پراگر محیط بر سطح تسلیم موهر - کولمب است).

۳.۷. تحلیل دینامیکی گودبرداری

به‌منظور ارزیابی تأثیر سطح تسلیم در تحلیل‌های دینامیکی مربوط به مسئله‌ی گودبرداری با استفاده از سپر طره‌یی، از مسئله‌ی مطرح شده در بحث تحلیل استاتیکی استفاده شده است. در اینجا فرض شده است که گودبرداری تا عمق ۸ متر از سطح زمین انجام و بار دینامیکی به همان صورتی که در بخش‌های پیشین توضیح داده

بیشترین انطباق در مسئله‌ی تونل مشاهده شده است. البته انطباق پیش‌بینی‌ها در مسئله‌ی گودبرداری نیز مورد قبول است.

-- همان‌طور که در متن نیز اشاره شده است، تفاوت در نتایج تحلیل‌های عددی صورت‌گرفته توسط دو مدل رفتاری DPH و MCH مربوط به تفاوت در سطح تسلیم به‌کاررفته در این مدل‌های رفتاری و همچنین ترکیبی از مؤلفه‌های تنش در المان‌هایی است که با توجه به نوع بارگذاری مسئله به گسیختگی می‌رسند.

-- در نهایت و به‌طور خلاصه می‌توان چنین اظهار کرد که شکل سطوح تسلیم به‌کاررفته در مدل‌های رفتاری در تخمین‌های مدل‌های رفتاری می‌توانند مؤثر باشد. اما میزان این تأثیر در مسائل مختلف، متفاوت است. به‌طوری که اگر پارامترهای مدل با استفاده از آزمایش‌های سه‌محوری فشاری به‌دست آیند، در مسائلی مانند پی، شکل سطح تسلیم بیشترین تأثیر و در مسائلی مانند گودبرداری، کمترین تأثیر را خواهد داشت.

بنابراین اگر قرار باشد رفتار دقیقی از خاک ارائه شود، لازم است سطح تسلیمی مورد استفاده قرار گیرد که بیشترین انطباق را با داده‌های آزمایشگاهی حاصل از مسیرهای مختلف تنش داشته باشد. اما در برخی مسائل مهندسی ژئوتکنیک می‌توان با یک دقت قابل قبول، در برخی سطوح تنش از سطوح تسلیم ساده‌تر، مثل سطح تسلیم دراگر - پراگر، استفاده کرد.

این تذکر لازم است که در اینجا تلاش شده است تا تأثیر سطح تسلیم در پیش‌بینی‌های دو مدل رفتاری که ساختار کلی کاملاً مشابه دارند، مورد بررسی قرار گیرد. در حالی که در صورت لزوم می‌توان با تغییر در برخی از روابط مدل‌های رفتاری ارائه‌شده، عملکرد آنها را بسیار به هم نزدیک کرد. مثلاً می‌توان پارامتر R_f را در مدل DPH طوری تعریف کرد که در مسیرهای تنش مربوط به آزمایش‌های کششی نیز مقادیر حاصل از مدل مذکور با مدل MCH هماهنگ‌تر شود. همچنین می‌توان این پارامتر را به زاویه‌ی θ Lode مرتبط کرد تا در مسیرهای مختلف تنش، اصلاحاتی در تنش‌هایی وارد کند و به این ترتیب رفتار خاک در مسیرهای مختلف تنش با رفتار واقعی خاک (مشاهده‌شده در آزمایشگاه) هماهنگ‌تر شود. همچنین باید توجه داشت که اصولاً مدل‌های کشسان - خمیری کامل برای پیش‌بینی رفتار سیکلیک مناسب نیستند و فقط باید برای پیش‌بینی رفتار تک‌سویه (مونوتیک) استفاده شوند، زیرا در باربردارها و حتی بارگذاری‌های مجدد دچار خطاهایی خواهند بود. اما در این پژوهش، از آنجایی که مقایسه‌ی عملکرد سطوح تسلیم مختلف در مدل‌های رفتاری مد نظر است و دو مدل به‌کاررفته در این پژوهش، ساختاری مشابه دارند؛ لذا برای تحلیل‌های دینامیکی، خطای ساختاری آنها در هر دو مدل مشابه است. بنابراین چون این خطا در هر دو مدل به‌طور مشابه وجود خواهد داشت، تأثیر چندانی در مقایسه‌ی عملکرد سطوح تسلیم نخواهد داشت و یک دید کلی در مورد میزان تأثیر شکل سطوح تسلیم در بارگذاری‌های دینامیکی سازه‌های ژئوتکنیکی می‌تواند حاصل شود.

MCH و DPH که به ترتیب از ادغام مدل هذلولی با سطوح تسلیم موهر - کولمب و دراگر - پراگر حاصل شده‌اند، استفاده شود تا رفتار غیرخطی قبل از گسیختگی خاک نیز در پیش‌بینی‌ها لحاظ شود. به این ترتیب، رفتار دقیق‌تری از خاک نسبت به مدل‌های کشسان خطی - خمیری کامل مورد ارزیابی قرار گرفته است.

به‌منظور مقایسه‌ی نحوه‌ی عملکرد مدل‌های رفتاری معرفی‌شده، از داده‌های آزمایشگاهی ارائه‌شده در پژوهش Mofiz و همکاران،^[۱۸، ۱۹] استفاده شده است. آزمایش‌ها در فضای سه‌محوری و در مسیرهای مختلف تنش (یعنی CTC، CTE و...) انجام شده‌اند.

الگوریتم مدل‌های رفتاری مذکور، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی Fish، به نرم‌افزار FLAC معرفی شده و بدین ترتیب، قابلیت تحلیل مسائل مختلف ژئوتکنیکی با استفاده از مدل‌های رفتاری موردنظر، فراهم آمده است. در این راستا، سه نوع سازه‌ی مطرح در مهندسی ژئوتکنیک یعنی پی، تونل، و گودبرداری، طرح و در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی تحلیل شده‌اند (بخش تحلیل‌های عددی). در نهایت مهم‌ترین نتایج حاصل‌شده از این پژوهش را می‌توان به‌طور خلاصه چنین بیان کرد:

-- با توجه به داده‌های آزمایشگاهی، پیش‌بینی‌های دو مدل MCH و DPH (که در آزمایش CTC برای خاک موردنظر کالیبره شده‌اند)، در مسیرهای تنشی که از نوع فشاری هستند، کاملاً بر هم منطبقند. از طرف دیگر، در مسیرهای مربوط به آزمایش‌هایی که از نوع سه‌محوری کششی هستند، پیش‌بینی‌های مدل رفتاری MCH بر داده‌های آزمایشگاهی، انطباق مناسبی را نشان می‌دهد؛ اما پیش‌بینی‌های مدل رفتاری DPH، برآورد چندان مطلوبی از داده‌های آزمایشگاهی ارائه نمی‌دهند و تنش گسیختگی را بیشتر از میزانی که در عمل رخ می‌دهد، پیش‌بینی می‌کنند.

-- در تحلیل‌های عددی مسائل ژئوتکنیکی، پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط دو مدل رفتاری موردنظر، در بارگذاری استاتیکی پی، کمترین انطباق و در مسئله‌ی گودبرداری، بیشترین انطباق را با هم نشان می‌دهند. در مسئله‌ی تونل نیز یک انطباق متوسط بین پیش‌بینی‌های ارائه‌شده وجود دارد. به‌طوری که در نهایت می‌توان چنین نتیجه گرفت: زمانی که از مسیرهای تنش مربوط به آزمایش‌های فشاری سه‌محوری برای کالیبراسیون استفاده می‌شود، تأثیر شکل سطح تسلیم در بارگذاری‌هایی از نوع بارگذاری پی، بسیار چشم‌گیر است؛ اما در مسائلی مانند تونل و همچنین در گودبرداری، تأثیر شکل سطح تسلیم کم‌رنگ‌تر خواهد بود. در ضمن شکل سطح تسلیم، تأثیر خود را زمانی بیشتر نشان می‌دهد که مؤلفه‌های تنش در المان‌ها به‌گونه‌ی باشند که موقعیت تنش به سطوح تسلیم بسیار نزدیک شود (یعنی هنگام رخداد گسیختگی یا تسلیم در المان‌ها).

-- در بارگذاری دینامیکی نیز ملاحظه شده است که کماکان در مسئله‌ی پی، بیشترین اختلاف بین پیش‌بینی‌های حاصل از دو مدل وجود دارد. اما در این حالت

منابع (References)

1. Coulomb, C.A. "Essai sur une application des regies des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture", *Mem. Pres. Par Div. Savants*,

7, pp. 343-382 (1773).

2. Drucker, D.C. and Prager, W. "Soil mechanics and plastic analysis for limit design", *Quart. Appl. Math.*, **10**, pp. 157-165 (1952).

3. Tresca, H. "Sur l'ecoulement des corps solides soumis a

- de fortes pressions”, *C.R. Acad. Sci. (Paris)*, **59**, p. 754 (1864).
4. Von Mises, R. “Mechanik der festen Körper im plastisch deformation”, *Zustand. Nachr. Ges. Wiss., Göttingen*, pp. 582-592 (1913).
 5. Lade, P.V. and Duncan, J.M. “Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil”, *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, **101**, pp. 1037-1053 (1975).
 6. Matsuoka, H. and Nakai, T. “Stress deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses”, *Proc. Japan. Soc. Civil Engineers*, **232**, pp. 59-70 (1974).
 7. Yu, M. and Meng, X. “Twin shear elastoplastic model and its application in geotechnical engineering”, *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **14**(3), pp. 71-75 (1992).
 8. Yoshimine, M. “Mechanical properties of loess soil and failure criteria of materials”, Xi'an: Xi'an Jiaotong University (2004).
 9. Siegfried, M. “Proposition of a general yield function in geomechanics”, *Mecanique*, **333**(3), pp. 279-284 (2005).
 10. Bardet, J.P. “Lode dependence fro-isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials”, *Journal of Applied Mechanics*, **57**(3), pp. 498-506 (1990).
 11. Krenk, S. “A family of invariant stress surface”, *Journal of Engineering Mechanics*, **122**(3), pp. 201-208 (1996).
 12. Shi, S. and Yang, G. “An improvement of the commonly used yield function for rock materials”, *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **9**(4), pp. 60-69 (1987).
 13. Yao, Y. and Lu, D. “Generalized nonlinear strength theory and transformed stress space”, *Science in China (Series E)*, **47**(6), pp. 691-702 (2004).
 14. Yu, M. and Kolupaev, A. “Basic characteristics and development of yield criteria for geomaterials”, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, **1**(1), pp. 71-88 (2009).
 15. Kondner, R.L. “Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils”, *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, **89**(SM1), pp. 115-143 (1963).
 16. Hansen, J.B. “Discussion of ‘hyperbolic stress – strain response: Cohesive soils’ by R. L. Kondner”, *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, **89**(SM4), pp. 241-242 (1963).
 17. Duncan, J.M., and Chang, C.Y. “Nonlinear analysis of stress and strain in soils”, *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, **96**(SM5), pp. 1629-1655 (1970).
 18. Mofiz, S.A. and Nurul Islam, M. “Modeling and numerical analysis of expansive soil in stress path tests”, *GeoFlorida, Advances in Analysis, Modeling & Design, No. ASCE*, pp. 747-756 (2010).
 19. Mofiz, S.A. and Rahman, M.M. “Shear strength behavior of barind soil on triaxial extension stress path tests”, *Auckland, New Zealand: 11th IAEG Congress*, pp. 2249-2256 (2010).
 20. Janbu, N. “Soil compressibility as determined by odometer and triaxial test”, *Proc. Eur. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Wiesbaden*, **1**, pp. 19-25 (1963).
 21. Yu, M. “Advance in strength theory of materials under complex stress state in the 20th century”, *Applied Mechanics Reviews*, **53**(3), pp. 169-218 (2002).
 22. Das, B.M., *Principle of Foundation Engineering*, 2nd Edition, Translated by Tahooni, Sh., Publisher: Pars Aein, pp. 446-447 (2006).