

## بررسی رخداد ناپایداری در ناحیه‌ی کششی تیرهای فولادی با استفاده از یک مدل یک بُعدی

Research Note

حمید محرمی (دانشیار)

ابوالفضل عربزاده\* (دانشیار)

محسن وره‌زیاری (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی هندیسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

ناپایداری جانبی تیرها در ناحیه‌ی کششی، که با عنوان کمناش انتقالی جان در کارهای پژوهشگران پیشین مورد بررسی قرار گرفته است، حالتی از ناپایداری است که در گسیختگی شاه‌تیرها و تیورق‌های فولادی مشاهده شده است. مطالعات انجام‌گرفته در این زمینه، محدود و بر پایه‌ی مدل‌های ساده است و همچنین روابط پیشنهادی موجود براساس آنها، تخمین محافظه‌کارانه‌ی از بار بحرانی به دست می‌دهد. در این نوشتار مکانیسم ایجاد کمناش انتقالی جان بررسی و براساس آن یک مدل یک بُعدی (اسکلنال) برای شبیه‌سازی این ناپایداری توسعه داده شده است. با استفاده از تحلیل پایداری مدل پیشنهادی، برای تیرهای تحت بارگذاری عرضی روابطی ارائه شده است که رخداد این پدیده و ظرفیت تیر را تحت ناپایداری جانبی در ناحیه‌ی کششی به نحو مطلوب پیش‌بینی کند. در مدل پیشنهادی، پارامترهای مؤثر به ویژه اثر ضخامت جان در بار بحرانی به خوبی در نظر گرفته شده و مقایسه‌ی بار تخمینی مدل پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی و تحلیل‌های عددی، سازگاری مطلوبی نشان داده است. مقدار اختلاف موجود بین نتایج در حدود ۳۰٪ است، که در مقایسه با روابط طراحی آیین‌نامه‌ها برای این ناپایداری، که خطایی در حدود ۳۵ تا ۱۹۰ درصد را نشان می‌دهد، مطلوب و قابل پذیرش است.

hamid@modares.ac.ir  
 arabzade@modares.ac.ir  
 mv.civil@yahoo.com

واژگان کلیدی: کمناش جان، بال کششی، مدل اسکلتال، تیر فولادی، ناپایداری.

### ۱. مقدمه

جان مربوط به آزمایش‌هایی است که در دانشگاه Lehigh در سال ۱۹۶۷ انجام شده و گزارش‌های آن، کمناش یا ناپایداری جانبی بال پایینی (بال عمدتاً کششی) را نشان داده است (شکل ۱).<sup>[۱]</sup>

روابط طراحی در آیین‌نامه‌ی AISC ۱۹۷۸ بر مبنای پژوهش‌های باسلر بنیان نهاده شده است.<sup>[۲]</sup> در پژوهش‌های وی فرض بر این است که بال پایینی حرکت جانبی ندارد و به نوعی مهارشده تلقی می‌شود.

در پژوهشی در سال ۱۹۷۰، با بررسی مطالعات باسلر و مشاهده‌ی نتایج آزمایش‌های انجام‌شده، این نتیجه به دست آمد که مدل باید به گونه‌ی توسعه داده شود که به بال کششی امکان حرکت جانبی بدهد. در ستون فرضی مدل‌شده در پژوهش مذکور، اگرچه تکیه‌گاه پایینی آزادی حرکت در راستای جانبی را داشت، ولی حرکت آن توسط فنری که بیانگر سختی خمشی بال کششی حول محور قوی خود است، محدود شده بود. این فنر معادل سختی حول محور قوی برای بال پایینی ایفای نقش می‌کرد.<sup>[۳]</sup>

برخی پژوهشگران (۱۹۸۲) نیز با استناد به نتایج آزمایش‌ها و خرابی سازه‌های واقعی، لزوم طراحی در برابر این نوع ناپایداری (با عنوان ناپایداری بال کششی) را مشخص کردند. آنان با هدف ارائه‌ی یک روش ساده‌ی طراحی مقاطع I شکل در

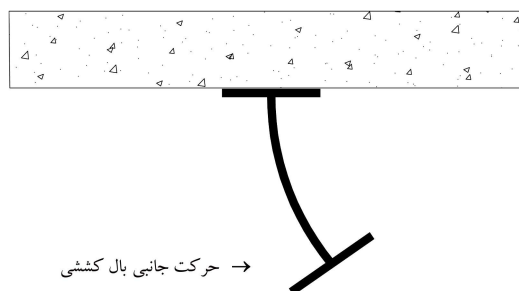
یک تیر تحت بارگذاری، که بال بالایی آن در برابر حرکت جانبی نگهداری شده است، معمولاً برای تسلیم در خمش و برش ناشی از بارگذاری و کمناش موضعی بال فشاری یا ناحیه‌ی فشاری جان طراحی می‌شود. در روابط طراحی برای موارد ذکرشده، فرض بر این است که بال پایینی (بال کششی) حرکت جانبی ندارد. با وجود این، در برخی آزمایش‌ها عملاً مشاهده شده است که تحت شرایط خاصی تیرهای با تکیه‌گاه ساده و تیرهای با طول زیاد، که درجات خاصی از گیرداری را در تکیه‌گاه خود دارند، و یا تیرهای سراسری می‌توانند به حالتی از ناپایداری برسند که کمتر بررسی شده است. پدیده‌ی مشاهده‌شده در این مطالعات به عنوان کمناش انتقالی جان یا ناپایداری بال کششی ذکر شده است.

پژوهشگری (۱۹۶۰) پس از انجام آزمایش‌های خود به این نتیجه رسید که باید ضوابط طراحی برای تیرها و به ویژه تیورق‌ها، کنترل‌کننده‌ی ناپایداری‌های موضعی در جان تیورق‌های تحت بار موضعی باشد. مشاهدات وی نشان داده است که وقتی بار موضعی (متمرکز) روی تیورق اعمال می‌شود، جان تیر مستعد رخداد کمناش موضعی است.<sup>[۱]</sup> نخستین مورد از مشاهده‌ی پژوهشی در زمینه‌ی کمناش انتقالی

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۳/۱۱، اصلاحیه ۱۳۹۳/۷/۱۲، پذیرش: ۱۳۹۳/۷/۱۲

و چرخش نامقید بیان و از مطالعه پارامتری روی نتایج حل عددی، پیشنهادهایی برای اصلاح روابط طراحی موجود ارائه کرده است.<sup>[۱۲]</sup> به طور کلی با اینکه این ناپایداری از سال ۱۹۷۰ مورد مطالعه قرار گرفته است، ولی کارهای انجام شده بر مبنای مدل‌های سازه‌ی ساده و تحلیل‌های عددی و همچنین آزمایش‌های متعدد استوار است. در این مطالعات چندان به مکانیسم ایجاد و تئوری حاکم بر این موضوع پرداخته نشده است. در این نوشتار به بررسی ناپایداری ناحیه کششی جان تیرهای فولادی از منظر مکانیزم ایجاد و توسعه‌ی مدل تئوری ساده شده از مسئله پرداخته شده است.



شکل ۱. ناپایداری بال کششی در تیر مرکب.<sup>[۲]</sup>

## ۲. معرفی مدل پیشنهادی

پس از بررسی نتایج پژوهش‌های پیشین و انجام تحلیل‌های عددی، آزمایشگاهی، و مرور روابط تئوری، مدلی متشکل از المان‌های یک بُعدی (اسکلتال) پیشنهاد شده است. در این مدل رخداد ناپایداری با فرض رفتار کمانشی یک ناحیه جان در زیر بار و عمل کششی یک قسمت پایینی مقطع به صورت دو عضو مهار کششی مطابق شکل ۲، شبیه‌سازی شده است. در واقع جان به عنوان ستون تحت فشاری است که در تکیه‌گاه گیردار بالای خود تحت یک جابه‌جایی قائم و رو به پایین قرار داشته و در انتهای پایین خود (یعنی ناحیه بال کششی) توسط دو عضو کششی نگهداری شده است.

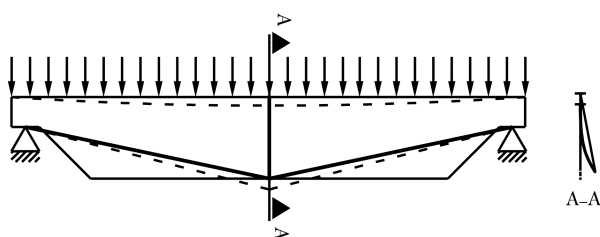
برای این منظور مدل شکل ۳ انتخاب و روابط حاکم بر تعادل و تغییرشکل آن استخراج شده است.

وقتی تغییرمکان  $V$  به ستون به ارتفاع  $h$  در مدل شکل ۳ وارد می‌شود، اعضاء مهاری با طول اولیه‌ی  $l$  از وضعیت آزاد تحت کشش قرار می‌گیرند. قبل از تغییرشکل ستون، تغییر طول این اعضاء طبق روابط مکانیک جامدات به مقدار کوتاه‌شدگی ستون ناشی از نیروی فشاری یا  $V_P$  و پس از تغییرشکل ستون به تغییرمکان جانبی ستون تحت خمش (کوتاه‌شدگی تصویر قائم ستون به دلیل خیز جانبی  $V_w$ ) وابسته است. پس می‌توان گفت تغییرمکان  $V$ ، که به انتهای بالای ستون اعمال شده است، در انتهای پایین ستون به تغییرمکان  $V_f = V - V_w$  تبدیل می‌شود؛ چون به اندازه‌ی  $V_u = V_p + V_w$  از آن کاسته می‌شود. روابط ۱ و ۲، مقادیر کوتاه‌شدگی را نشان می‌دهند:

$$V_p = \int_0^h \frac{N}{EA} dx \cong 0 \quad (1)$$

$$V_w = h - h_w = \frac{1}{V} \int_0^h w'' dx \quad (2)$$

که در آن‌ها،  $N$  نیروی محوری ستون،  $E$  و  $A$  مدول کشسانی و سطح مقطع ستون و



شکل ۲. معادل‌سازی رفتار تیر با مدل ستون مهار شده.

برابر کمانش انتقالی جان، مروری کامل بر مدل‌های قبلی انجام دادند و با انجام مدل‌سازی عددی و نیز ساخت مدل‌های آزمایشگاهی از جنس پلی‌اکسی‌گلس، سعی در شناخت و فرمول‌بندی این پدیده کردند.<sup>[۵]</sup> آنها با گردآوری نتایج پژوهش‌های انجام شده در رابطه با کمانش انتقالی جان، پیشنهادهایی برای تغییر در پایه‌ریزی روابط طراحی موجود ارائه و در مطالعات خود مدل با سار را اصلاح کردند و روابطی ارائه دادند که کمانش انتقالی جان را در نظر می‌گرفت و روابط طراحی آیین‌نامه‌ی AISC درویرایش‌های بعدی بر مبنای مطالعات آن‌ها بازنگری شد.<sup>[۸-۶]</sup> این آیین‌نامه در ضوابط طراحی خود، وجود سخت‌کننده‌های عرضی جان در زیر بار وارد بر تیر را در حالتی که بال فشاری در برابر چرخش مقید شده باشد، به عنوان مانع ایجاد این ناپایداری می‌داند و در حالت بال فشاری نامقید برای چرخش وجود سخت‌کننده را بی‌تأثیر می‌داند.<sup>[۸]</sup> در این پژوهش، فرض بر عدم وجود سخت‌کننده‌ی عرضی یا بی‌تأثیر بودن آن است.

پژوهشگران دیگری (۱۹۹۵) نیز در کار خود مروری بر پژوهش‌های قبل (به ویژه سامرز و یورا) انجام داده و آزمایش‌هایی روی نمونه‌های پلی‌استیرین و نیز نمونه‌های مقیاس واقعی انجام داده‌اند.<sup>[۹]</sup> همچنین در پژوهش دیگری (۱۹۹۹)، پایداری جانبی بال کششی تیر I شکل متقارن با بال فشاری مهار شده بررسی شده است. این کار از طریق انجام آزمایش و مدل‌سازی عددی و پس از آن ارائه‌ی اصلاح بر مدل سامرز صورت گرفته است. در تحلیل عددی مذکور، اثر تنش‌های پسماند، ناکاملی اولیه، تغییرشکل‌های بزرگ و خواص غیرخطی و مومسان مصالح لحاظ و با انجام تحلیل عددی و تجربی، سعی در اصلاح روابط موجود شده است.<sup>[۱۰]</sup> لذا طراحی آزمایش و آماده‌سازی نمونه‌ها بر مبنای فرضیات و انتظاراتشان از رفتار موردنظر بوده و کمانش جان به عنوان عامل اصلی ناپایداری خوانده شده و رابطه‌ی اندرکنشی برای این فرض ارائه شده است، و بر این اساس ناپایداری ناحیه‌ی زیر فشار قائم از جان و همراهی آن با ضعف بال کششی در گیرداری کافی برای خیز جانبی جان، عامل ایجاد و گسترش ناپایداری شناخته شده است.

در پژوهش دیگری در همان سال ۱۹۹۹، پایداری بال کششی تیر I شکل با بال فشاری مهار شده تحت لنگرهای انتهایی یکسان در دو سو بررسی شده است. اهمیت پژوهش انجام شده بیشتر در مدل ساده‌شده‌ی است که گذار بین حالت پایدار و ناپایدار را نشان می‌دهد. نتیجه‌ی پژوهش انجام شده تخمینی از بار بحرانی ندارد.<sup>[۱۱]</sup> پژوهشگر دیگری (۲۰۰۶) این پدیده را کمانش خطی جان در شکل کمانش جانبی یا انتقالی جان به عنوان یک حالت حدی نامیده است، که در طراحی تیرهای با بار موضعی باید لحاظ شود. وی در مطالعه‌ی عددی‌اش پارامترهای مؤثر در این پدیده را بررسی کرده است. مدل عددی وی به طور عمده دو نوع ناپایداری را از تحلیل مقدار ویژه کمانش نشان می‌دهد، که عبارت‌اند از: کمانش موضعی در جان و کمانش انتقالی جان. وی نتایج تحلیل عددی خود را برای دو حالت چرخش مقید

### ۳. معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر مدل

دیاگرام آزاد شکل ۴، نمای جانبی ستون قبل و پس از تغییرشکل ناشی از کمانش را نشان می‌دهد. نیروی  $T$ ، مؤلفه‌ی عمودی کشش مهارها در حالت تغییرشکل یافته است. با توجه به دیاگرام آزاد می‌توان مؤلفه‌های این نیرو را به شکل روابط ۷ و ۸ نوشت:

$$N_T = N_{T_w} + V_{T_w} = \frac{T(\sin \beta \cos \tan^{-1} w' - \cos \beta \sin \tan^{-1} w')}{-1 + 2 \cos^2 \tan^{-1} w'} \quad (7)$$

$$V_T = N_{T_x} + V_{T_x} = \frac{T(\cos \beta \cos \tan^{-1} w' - \sin \beta \sin \tan^{-1} w')}{-1 + 2 \cos^2 \tan^{-1} w'} \quad (8)$$

که در آن‌ها، زیرنویس‌های  $w$  و  $x$  به ترتیب مربوط به مؤلفه‌های راستای  $w$  و  $x$  نیروی  $T$  هستند، که هرکدام از آنها خود به دو مؤلفه‌ی محوری  $N_T$  و برشی  $V_T$  در ستون تجزیه می‌شوند. زاویه‌ی  $\beta$  نیز در شکل ۴ نشان داده شده است. مقدار نیروی  $T$  با توجه به تغییرشکل اعضاء مهار، به صورت روابط ۹ و ۱۰ نوشته می‌شود:

$$T = 2T' \cos \phi = 2T' \cos \cos^{-1} \frac{l'}{h + V_f} = 2T' \frac{l'}{h + V_f} \quad (9)$$

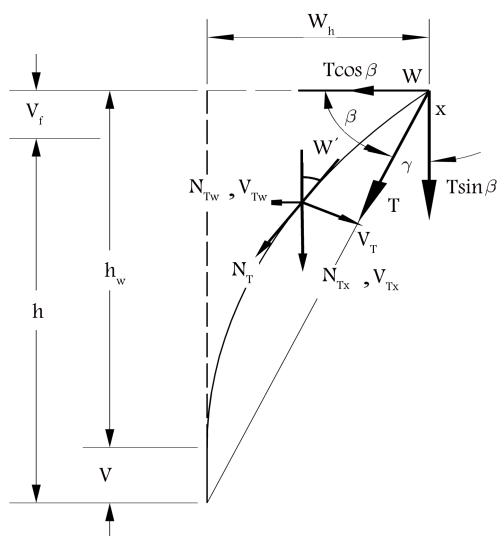
$$T' = \frac{EA_{br}}{l} \left( \sqrt{l'^2 + V_f^2 + 2V_f h + W_h^2} - l \right) \quad (10)$$

و روابط تعادلی مذکور برای تحلیل مدل پیشنهادی به‌کار گرفته می‌شوند. برای استخراج معادله‌ی دیفرانسیل، دیاگرام آزاد شکل ۵ را می‌توان در نظر گرفت. رابطه‌ی لنگر با فرض مختصات داده‌شده حول نقطه‌ی  $M$  به صورت رابطه‌ی ۱۱ نوشته می‌شود:

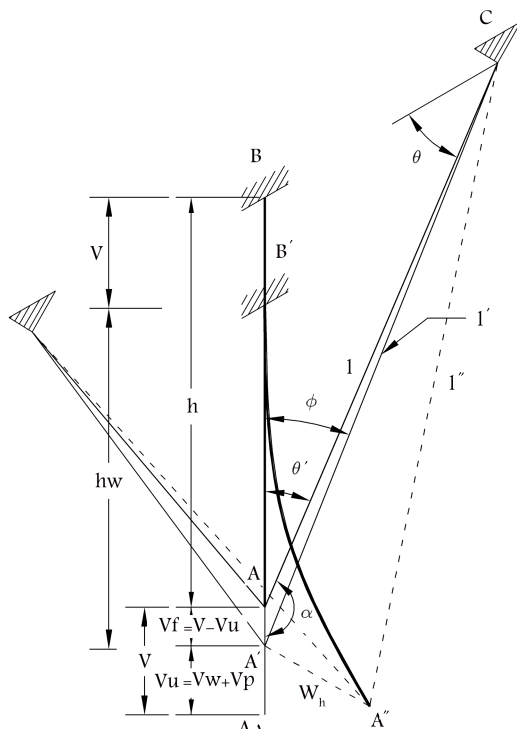
$$M = EIw'' = -(T \cos \gamma)w + (T \sin \gamma)x \quad (11)$$

با دانستن رابطه‌ی  $(w_h/h_u)$  که در آن  $\gamma = \tan^{-1}(w_h/h_u)$  است، می‌توان رابطه‌ی ۱۱ را مطابق رابطه‌ی ۱۲ نوشت:

$$EIw'' = T \left[ x \cdot \sin \left( \tan^{-1} \frac{w_h}{h_u} \right) - w \cdot \cos \left( \tan^{-1} \frac{w_h}{h_u} \right) \right] \quad (12)$$



شکل ۴. دیاگرام آزاد نیروها در ستون کمانش یافته.



شکل ۳. مدل پیشنهادی برای بررسی کمانش انتقالی جان.

تابع  $w$  تغییرشکل جانبی ستون را نشان می‌دهند.  $h_w$  نیز تصویر قائم ارتفاع ستون پس از تغییرشکل جانبی است. رابطه‌ی ۱ در مقایسه با رابطه‌ی ۲ قابل صرف‌نظر است، بنابراین می‌توان رابطه‌ی ۳ را نوشت:

$$V_u \cong V_w \quad (3)$$

طول مهارها در صفحه‌ی قائم مدل در حالت اولیه برابر  $l$ ، پس از اعمال تغییرمکان قائم و بدون خمش ستون معادل  $l'$  و پس از خمش ستون  $l''$  خواهد شد. کل ارتفاع برای حالت اولیه برابر  $h$  و پس از اعمال آن و ایجاد کمانش در ستون برابر  $h - V_f$  خواهد شد.  $l'$  و  $V_f$  مثالی ایجاد می‌کنند که در آن زاویه‌ی مجاور اتصال به ستون  $\alpha$  نامیده می‌شود. برای مثلث مذکور، رابطه‌ی کسینوس‌ها به شکل رابطه‌ی ۴ نوشته می‌شود:

$$l'^2 = l^2 + V_f^2 - 2lV_f \cos \alpha, \quad (4)$$

برای زاویه‌ی اعضاء کششی با افق یا  $\theta$  نیز طبق شکل ۳ می‌توان روابط ۵ را بیان کرد:

$$\theta = \sin^{-1} \frac{h}{l}, \theta' = \cos^{-1} \frac{h}{l} \Rightarrow \alpha = \pi - \theta' = \pi - \cos^{-1} \frac{h}{l} \quad (5)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\pi - \cos^{-1} \frac{h}{l}) = -\frac{h}{l}$$

با محاسبه‌ی مقدار  $l'$  (تصویر ستون تغییرشکل یافته بر صفحه‌ی اولیه‌ی سازه در شکل ۳) و با توجه به عمودبودن  $w_h$  (تغییرمکان انتهای ستون) بر امتداد آن، می‌توان رابطه‌ی فیثاغورث را برای تعیین طول نهایی اعضاء مهار به کار برد (رابطه‌ی ۶):

$$l'' = l' + V_f^2 + 2V_f h \Rightarrow l''^2 = (l' + V_f^2 + 2V_f h) + (w_h^2) \quad (6)$$

$$l'' = \sqrt{l'^2 + V_f^2 + 2V_f h + w_h^2}$$

را نتیجه می‌دهد:

$$T_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(h + V_f)^2} \quad (18)$$

با فرض مستقل بودن  $T$  از هندسه در مرز ناپایداری، مقدار بار بحرانی برای این سیستم، که کشش موجود در مهارهاست، به دست می‌آید؛ که مشابه بار کمناش اولر برای ستون با دو انتهای ساده، ولی با طول کمی بیشتر است. نیروی کششی در مهارها یکی از متغیرهای مسئله است. این نیرو به دو عامل هندسی وابسته است: ۱. مقدار تغییرمکان  $V_f$ ، ۲. مقدار خیز ستون یا  $w$ . مقدار بحرانی این نیرو طبق رابطه ۱۸ می‌تواند تعیین‌کننده رخداد یا عدم رخداد کمناش باشد.

#### ۴. تعمیم مدل پیشنهادی به رفتار تیر

با داشتن بار بحرانی کششی در مهارها یا  $T_{cr}$  می‌توان با استفاده از رابطه بین تغییرشکل اعمالی به سازه ( $V_f$ )، مقدار بحرانی آن ( $V_{cr}$ ) را به دست آورد، که اعمال آن معادل با ایجاد نیروی  $T_{cr}$  در مهارهاست. از طرفی خیز ناشی از بارگذاری، که در تیر واقعی به وجود می‌آید، نماینده مقدار  $V$  است و بنابراین می‌توان بارگذاری بحرانی را به مقدار  $V_{cr}$  وابسته کرد. همچنین برای در نظر گرفتن نقش مهارها، بخشی از مساحت مقطع تیر به عنوان ناحیه کششی باید در نظر گرفته شود. ستون مدل پیشنهادی نیز متناظر با بخشی از جان تیر در ناحیه بارگذاری شده و با ابعاد مشابه با مدل سامرز در نظر گرفته شده است. انتهای بالای ستون به صورت گیردار، مشابه حالتی که بال فوقانی تیر در برابر چرخش مقید است، مدل شده است و انتهای پایینی ستون با مهارهای کششی مقید شده است، که نقش ناحیه کششی مقطع تیر را خواهد داشت.

با استفاده از روابط ۹ و ۱۰، رابطه ۱۸ به شکل رابطه ۱۹ بازنویسی می‌شود:

$$\frac{2T'l'}{h + V_f} = \frac{\pi^2 EI}{(h + V_f)^2} \quad (19)$$

جای‌گذاری مقدار  $l'$  در رابطه ۱۹، عبارت ۲۰ را نتیجه می‌دهد:

$$2T'l' \sqrt{l'^2 + V_f^2} + 2V_f h = \frac{\pi^2 EI}{h + V_f} \quad (20)$$

$$\frac{2EA}{l} \left( \sqrt{l'^2 + V_f^2} + 2V_f h - l \right) \left( \sqrt{l'^2 + V_f^2} + 2V_f h \right) = \frac{\pi^2 EI}{h + V_f}$$

و با ساده سازی آن، رابطه‌های ۲۱ و ۲۲ نتیجه می‌شود:

$$2A \left( l + \frac{V_f^2}{l} + \frac{2V_f h}{l} - \sqrt{l'^2 + V_f^2} + 2V_f h \right) = \frac{\pi^2 I}{h + V_f} \quad (21)$$

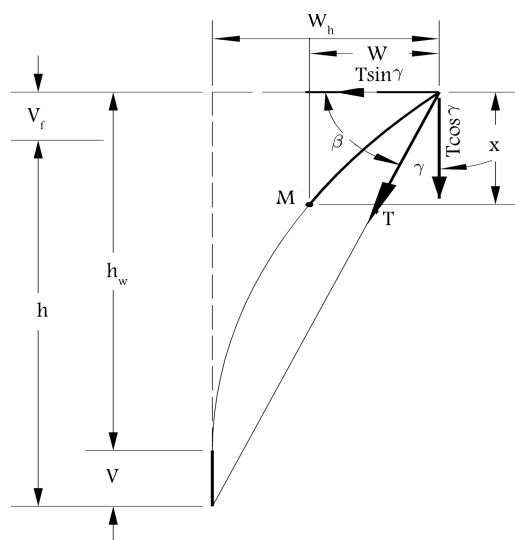
$$(h + V_f) \cdot \left( l + \frac{V_f^2}{l} + \frac{2V_f h}{l} - \sqrt{l'^2 + V_f^2} + 2V_f h \right) - \frac{\pi^2 I}{2A} = 0$$

$$(4h) V_f^2 - (4h^2) V_f - \frac{\pi^2 I l}{A} = 0 \quad (22)$$

$$V_f = \frac{h^2 A \pm \sqrt{h^4 A^2 - I h A \pi^2 l}}{2hA}$$

ساده‌سازی رابطه ۲۲، رابطه‌ی به شکل رابطه ۲۳ برای  $V_f$  حاصل می‌کند:

$$V_{cr} = \frac{h}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{I \pi^2 l}{h^3 A}} \right) \quad (23)$$



شکل ۵. دیاگرام آزاد از نیروهای وارد بر مقطع ستون.

در بررسی معادله دیفرانسیل ۱۱، می‌توان گفت با توجه به اینکه کمناش ناگهانی و با وجود مقدار بسیار کوچکی از  $w$  اتفاق می‌افتد، فرض می‌شود نیروی  $T$  مستقل از تابع خیز ستون  $w$  است.

همچنین زاویه  $\gamma$  را می‌توان کوچک در نظر گرفت. بنابراین روابط ۱۳، با توجه به تعریف  $k = T/EI$  (معادله ۱۱)، به شکل رابطه ۱۴ نوشته می‌شود:

$$\cos \gamma \approx 1, \quad \sin \gamma \approx \gamma, \quad \tan \gamma \approx \gamma \Rightarrow \gamma = \frac{wh}{h_u} \quad (13)$$

$$w'' - kw + k\gamma x = 0 \quad (14)$$

حل عمومی برای معادله ۱۴ نیز به صورت رابطه ۱۵ است:

$$w(x) = A_1 \sin kx + A_2 \cos kx + A_3 x + A_4 \quad (15)$$

و شرایط مرزی نیز مطابق روابط ۱۶ هستند:

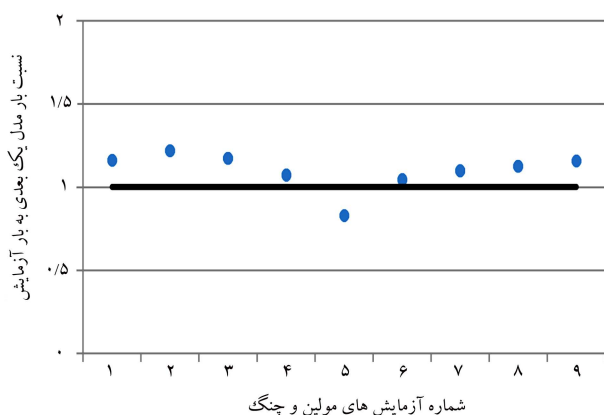
$$\begin{cases} w|_0 = 0 \\ w'|_0 = 0 \\ w''|_h = 0 \\ EI w'''|_h + T w'|_h = T \left( \frac{w}{h_u} \right) \end{cases} \quad (16)$$

شرط اول و دوم مربوط به صفر بودن خیز و شیب در پای ستون و شرط سوم و چهارم به ترتیب صفر بودن لنگر و رابطه تعادل برش در انتهای ستون هستند.

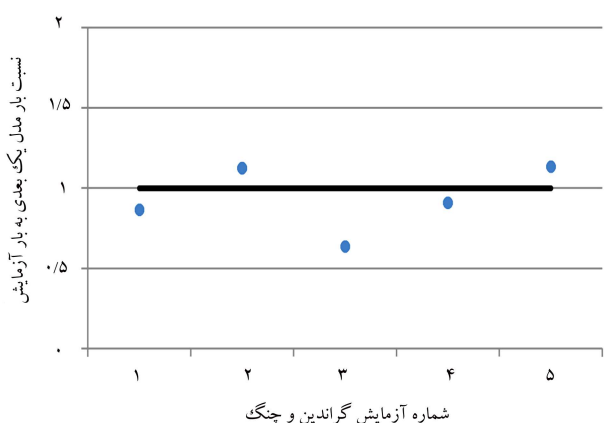
اعمال شرایط مرزی ۱۶ در رابطه ۱۵ و سپس استخراج ماتریس ضرایب، رابطه ۱۷ را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ k & 0 & 1 & 0 \\ \sin kh & \cos kh & 0 & 0 \\ k^2 \sin kh & k^2 \cos kh & 0 & k^2/h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (17)$$

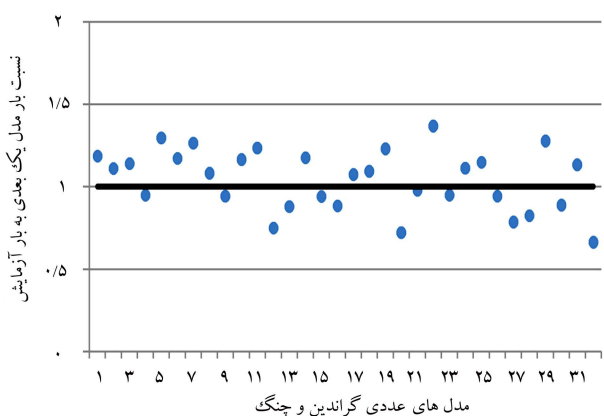
برای حل به صورت مسئله مقدار ویژه، دترمینان ماتریس ضرایب محاسبه و مساوی صفر قرار داده می‌شود. ساده‌سازی و استفاده از تعریف  $k = T/EI$ ، رابطه ۱۸



شکل ۶. مقایسه‌ی بار بحرانی مدل پیشنهادی با آزمایش‌های مولین و چنگ.



شکل ۷. مقایسه‌ی بار بحرانی مدل پیشنهادی با آزمایش‌های گراندین و چنگ.



شکل ۸. مقایسه‌ی بار بحرانی مدل پیشنهادی با تحلیل‌های عددی گراندین و چنگ.

## ۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، کماتش انتقالی جان با استفاده از تحلیل پایداری یک مدل ستونی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج را می‌توان به این صورت خلاصه کرد:

۱. مدل پیشنهادی به نحو مناسبی اثر پارامترهای هندسی مانند ضخامت و ارتفاع جان، مقطع بال کششی در تیر واقعی را در نظر می‌گیرد.
۲. تخمین بار بحرانی به‌دست‌آمده از مدل اسکلتال در مقایسه با روابط طراحی

برای عبارت زیر رادیکال در رابطه‌ی ۲۳، علامت منفی در نظر گرفته شده است، که دلیل آن رسیدن به مقادیر معنادار برای پارامتر  $V_f$  بوده است. این مقدار بحرانی تغییرمکان قائم ستون توسط رابطه‌ی ارتجاعی بار - تغییرمکان برای تیرهای تحت بارگذاری عرضی به بار اعمال‌شده روی تیر تبدیل می‌شود. در رابطه‌ی ۲۳، مقدار  $h$  و  $l$  برای هر نوع تیر مشخص است، ولی مقدار  $A$  و مقدار  $I$  به ترتیب به صورت ضریبی از مساحت مقطع و لنگر اینرسی مقطع باید در آن وارد شود. مقدار  $A$  معادل کسری از مساحت مقطع بال پایینی و مساحت کششی مقطع جان (که در اینجا  $1/3$  مساحت مقطع جان به عنوان مساحت مؤثر در کشش است) در نظر گرفته شده است. ضریب در نظر گرفته‌شده برای لنگر اینرسی مقطع نیز معادل لنگر اینرسی جان و ضریبی از لنگر اینرسی بال پایینی محاسبه می‌شود (این فرضیات با توجه به بررسی نتایج مطالعات پیشین پژوهشگران روی پارامترهای مؤثر در کماتش انتقالی جان در نظر گرفته شده است) (روابط ۲۴ و ۲۵):

$$I = I_{\text{جان}} + aI_{\text{بال}} \quad (24)$$

$$A = b(A_{\text{بال}} + 1/3A_{\text{جان}}) \quad (25)$$

که در آن‌ها، ضرایب  $a$  و  $b$  از کالیبره‌کردن این مدل توسط نتایج آزمایش‌های انجام‌شده و مدل‌های عددی در پژوهش‌های پیشین<sup>[۱۰]</sup> به صورت روابط ۲۶ الی ۲۸ به دست می‌آید:

$$a = 0.15 \rightarrow \text{برای تیر با تکیه‌گاه ساده} \quad (26)$$

$$a = 0.06 \rightarrow \text{برای تیر با تکیه‌گاه گیردار} \quad (27)$$

$$b = 0.5 \quad (28)$$

ضرایب ذکرشده برای مقاطع اجرایی متداول با ابعاد هندسی معمول، که در آزمایش‌ها و مدل‌های عددی پژوهشگران مورد بررسی قرار گرفته‌اند، تعیین شده‌اند و طبعاً برای رسیدن به تخمین دقیق‌تر باید مطالعات آزمایشگاهی بیشتری در این زمینه صورت گیرد.

## ۵. نتایج

مقایسه‌ی بار بحرانی به‌دست‌آمده از مدل پیشنهادی با بار گزارش‌شده‌ی آزمایش‌های مولین و چنگ در شکل ۶ ارائه شده است.

مقایسه‌ی بار بحرانی مدل پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی و تحلیل‌های عددی گراندین و چنگ به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. مقایسه‌ی ذکرشده، توانایی مطلوب مدل پیشنهادی در پیش‌بینی بار بحرانی را نشان می‌دهد. علت اختلاف موجود بین بار مدل پیشنهادی و نمونه‌های آزمایشگاهی را می‌توان به تقریبی بودن مدل موردنظر، ساده‌سازی صورت‌گرفته در روابط، و همچنین خطاهای مربوط به آزمایش دانست.

مقایسه‌ی مقادیر تخمینی بین بار تخمینی رابطه‌ی پیشنهادی با آزمایش‌ها و تحلیل‌های عددی، میانگین خطا در تخمین بار بحرانی برای همه نمونه‌ها را در حدود ۳۰٪ نتیجه می‌دهد. این در حالی است که بار تخمینی توسط رابطه‌ی پیشنهادی آیین‌نامه‌ی AISC<sup>[۶]</sup> و همچنین رابطه‌ی پیشنهادی در میجث دهم مقررات ملی ایران<sup>[۱۳]</sup> مقدار خطایی در محدوده‌ی ۳۵ تا ۱۹۰ درصد را در مقایسه با نتایج آزمایش‌ها و مدل‌های عددی پژوهشگران پیشین نشان می‌دهد.<sup>[۱۰]</sup> از سوی دیگر، رابطه‌ی پیشنهادی اثر ضخامت جان را برخلاف روابط طراحی آیین‌نامه در همه حالات در نظر می‌گیرد.

برای حالت‌های تکیه‌گاه ساده و گیردار، بار بحرانی را با دقت بهتری پیش‌بینی می‌کند.

۴. به نظر می‌رسد ناحیه‌ی کششی مؤثر در کماتش انتقالی جان برای توصیف بهتر این پدیده باید به بخشی از مقطع جان تیر نیز گسترش داده شود.

موجود مطلوب‌تر است، ولی مشابه روابط طراحی مقادیر به دست آمده تقریب حد پایین از بار آزمایش یا حل عددی است.

۳. برخلاف روابط طراحی، که شرایط گیرداری انتهای تیر را به صورت یکسان برای همه‌ی حالت‌ها در نظر می‌گیرند، استفاده از مدل پیشنهادی و ضرایب معین

### منابع (References)

- Basler, K., Yen, B.T., Mueller, J.A. and Thurlimann, B., *Web Buckling Tests on Welded Plate Girders*, Bulletin No. 64, Welding Research Council, New York (1960).
- Daniels, J.H. and Fisher, J.W., *Static Behavior of Composite Beams with Variable Load Position*, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 324.3, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania (1967).
- AISC, *Specification for the Design of Structural Steel for Buildings*, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois (1978).
- Yura, J.A., *Web Behavior of Concentrated Loads in Steel Beams*, Column Research Council, Louis, Missouri (1970).
- Summers, P.A. and Yura, J.A., *The Behavior of Beams Subjected to Concentrated Loads*, PMFSEL, Report No. 82-5, University of Texas, Austin (1982).
- AISC, *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois (1994).
- AISC, *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois (2005).
- AISC, *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois (2010).
- Mullin, D. and Cheng, J.J., *The Effect of Tension Flange Movement on The Strength of Point Loaded I-Beams*, Structural Engineering Report No. 208, University of Alberta (1995).
- Grondin, G.Y. and Cheng, J.J.R. "Sidesway web buckling of steel beams", *Engineering Journal, AISC*, **36**(4), pp. 169-79 (1999).
- Axhag, F. and Johansson, B. "Tension flange instability of I-beams", *Journal of Constructional Steel Research*, **49**(1), pp. 69-81 (1999).
- Topkaya, C. "A numerical study on linear bifurcation web buckling of steel I-beams in the sidesway mode", *Journal of Engineering Structures*, **28**(7), pp. 1028-1037 (2006).
- Building and Housing Research Center, *National Iranian Building Codes*, No. 10 (2009).