

# پیش بینی رفتار گسیختگی شاه تیر مرکب با سخت کننده ی طولی و پیشنهاد روش برآورد ظرفیت برشی

علی اکبر حیات داودی (دانشجوی دکتری)

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف آباد، گروه عمران، نجف آباد، ایران

ایوب دهقانی\* (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه خلیج فارس بوشهر

مجید قاسمی (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

مهندسی عمران شریف، زمستان ۱۳۹۵ (۳۲-۲، شماره ۴/۲، ص. ۲۱-۳۳)

در این پژوهش رفتار و بیشینه ی ظرفیت برشی شاه تیرهای مرکب بتنی - فولادی با سخت کننده ی طولی در جان، تحت بارگذاری برشی به صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. روش تحلیلی با در نظر گرفتن عملکرد میدان کششی در جان شاه تیر، گسیختگی برشی دال بتنی، و محل قرارگیری سخت کننده های طولی با موقعیت های مختلف در جان رابطه سازی شده است. برای توسعه ی روابط فرض شده است که هر پانل شاه تیر، مقاومت برشی مربوط به خود را ارائه می دهد. این فرض در بررسی های المان محدود مختلف به اثبات رسیده است. دقت روش پیشنهادی با استفاده از تحلیل های اجزاء محدود انجام گرفته بر روی شاه تیرهای مرکب، که چیدمان های مختلفی از سخت کننده های طولی دارند، سنجیده شده است. رفتار غیرخطی مصالح و هندسه ی شاه تیرهای مرکب با یک مدل سه بعدی اجزاء محدود شبیه سازی شده است. نتایج این تحلیل ها نشان می دهد که وجود سخت کننده ی طولی در جان شاه تیر علاوه بر افزایش مقاومت کمانشی، مقاومت نهایی برشی شاه تیر را نیز افزایش می دهد. همچنین مقایسه ی نتایج به دست آمده از روش تحلیلی با مدل های اجزاء محدود نشان می دهد که روش تحلیلی قابلیت پیش بینی ظرفیت برشی نهایی شاه تیرهای با سخت کننده ی طولی، دقت قابل قبولی دارد.

واژگان کلیدی: شاه تیرهای مرکب، سخت کننده ی طولی، روش المان محدود، ظرفیت برشی.

## ۱. مقدمه

که دو پارامتر سادگی و دقت را به صورت هم زمان دارد.<sup>[۱]</sup> به طور کلی، پژوهشگران زیادی مقاومت کمانشی شاه تیرهای فولادی با سخت کننده ی طولی را مورد بررسی قرار داده اند و نتایج به دست آمده اغلب تحت تأثیر این باور بوده است که مقاومت شاه تیرها غالباً تحت تأثیر کمانش جان قرار دارد. نتایج آزمایش ۱۰ شاه تیر فولادی نشان داده است که همه ی نمونه های مذکور با وجود دقت کافی در ساخت، اعوجاج اولیه داشته اند؛ به طوری که اعوجاج پیوسته ی ذکر شده از ابتدای بارگذاری تا لحظه ی گسیختگی بیشتر شده و بنابراین هیچ رویداد پایداری کشسانی رخ نداده است.<sup>[۲]</sup> لذا با وارد کردن یک بار گسترده ی یکنواخت بر مرکز قسمت فوقانی بال هر شاه تیر این نتیجه به دست آمده است که به علت عدم پایداری کشسانی، اثر کمانش جانبی جان در ظرفیت باربری باید در نظر گرفته شود. همچنین نتایج انجام ۶ آزمایش بار نهایی بر روی دو شاه تیر به هم جوش شده که در آن ها اندازه و موقعیت سخت کننده های طولی، شرایط بارگذاری، و فاصله ی سخت کننده های عرضی متغیر بوده است، نشان

تفاوت اساسی بین یک شاه تیر I شکل و یک تیر معمولی، لاغری جان در شاه تیر است. این تفاوت سبب می شود که روش های موجود برای طراحی تیرهای معمولی برای شاه تیرها معتبر نباشند. در اولین مطالعات در این زمینه، کمانش کشسان ورق های جان با شرایط مختلف تکیه گاهی، بارگذاری، و همچنین چیدمان مختلفی از سخت کننده ها به صورت گسترده یی مورد بررسی قرار گرفته و در نتایج مطالعات مذکور، روشی ساده برای محاسبه ی تنش کمانشی جان ارائه شده است.<sup>[۳]</sup> سپس رفتار شاه تیرهای با جان سخت شده با سخت کننده های عرضی تحت بارگذاری برشی خالص مطالعه شده است.<sup>[۴]</sup> ارزیابی روش های مختلف تعیین مقاومت برشی شاه تیرهای فلزی با سخت کننده ی عرضی نشان داده است<sup>[۵]</sup> که روش بار نهایی،<sup>[۵]</sup> بهترین روشی است

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۶/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۴/۲/۱، پذیرش ۱۳۹۴/۴/۶.

داده است که کمینگی صلبیت سخت‌کننده‌ی که توسط تئوری کماتش برآورد می‌شود، در بار نهایی جوابگو نیست. [۷] در ادامه، نتایج بیش از ۱۴۰ آزمایش کماتشی بر روی جان شاه‌تیرهای آلومینیومی پیچ‌شده با سخت‌کننده‌های طولی و عرضی یک‌طرفه ارائه شده است. [۸] بر مبنای آزمایش‌های مذکور، قوانین طراحی برای فواصل سخت‌کننده‌ها و متناسب قراردادن سخت‌کننده‌های طولی و عرضی پیشنهاد شده است. با وجود اینکه تمام پژوهشگران بیان کرده بودند که مقاومت نهایی شاه‌تیرهای فولادی با سخت‌کننده‌ی طولی بزرگ‌تر از مقاومت کماتشی جان بدون سخت‌کننده است، تا آن زمان اثر سخت‌کننده‌های طولی در رفتار و مقاومت نهایی شاه‌تیرها به طور واضح ارائه نشده بود. برای روشن شدن این مسئله، مطالعه‌های آزمایشگاهی بر روی شاه‌تیرها با سخت‌کننده‌ی طولی انجام شده، [۹] و [۱۰] و این زمینه‌ی مطالعاتی در سال‌های اخیر نیز ادامه یافته است. به عنوان نمونه، تلاش شده است تا با تحلیل‌های عددی شاه‌تیرهای فولادی، علت، چگونگی، و زمان تشکیل مفاصل خمیری شرح داده شود. [۱۱] همچنین ظرفیت برشی و طراحی شاه‌تیرهای فولادی با ورق موج‌دار در جان به منظور رسیدن به طرحی اقتصادی ارائه شده است. [۱۲]

علی‌رغم مطالعات گسترده‌ی آزمایشگاهی و تئوری بر روی شاه‌تیرهای فولادی، فقط مطالعات محدودی بر روی شاه‌تیرهای مرکب بتنی - فولادی انجام شده است. شاه‌تیرهای متصل شده به دال بتن مسلح از طریق گل‌میخ‌های برشی جوش‌شده به بال شاه‌تیر، رفتار متفاوتی در مقایسه با عملکرد شاه‌تیر فولادی تنها دارند. در شاه‌تیرهای مذکور، رفتار میدان کششی در جان به دلیل عملکرد مرکب به طور چشم‌گیری تغییر می‌کند. به طوری که در مرحله‌ی گسیختگی فاصله‌ی بین مفاصل خمیری در بال مرکب بزرگ‌تر از بال کششی است. همچنین رفتار کشسان و غیرکشسان این دو نوع شاه‌تیرها متفاوت است و مقاومت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب به مقدار چشم‌گیری بزرگ‌تر از شاه‌تیر فولادی متناظر خود است. آزمایش‌های انجام‌شده روی شاه‌تیرهای مرکب دهانه‌ی کوتاه نشان می‌دهد که مقاومت برشی عمودی شاه‌تیرهای مرکب طراحی شده با اتصالات برشی کافی، به طور قابل ملاحظه‌ی بزرگ‌تر از مقاومت برشی شاه‌تیر فولادی تنهاست. [۱۳] و [۱۴] همچنین آزمایش‌هایی روی شاه‌تیرهای مرکب با تکیه‌گاه ساده تحت بار برشی انجام شده و رابطه‌ی برای محاسبه‌ی مقاومت برشی عمودی که شامل: مقاومت برشی دال بتنی و شاه‌تیر فولادی بوده است، ارائه شده است. [۱۵] و نیز روابطی برای طراحی شاه‌تیرهای مرکب براساس مقاومت برشی شاه‌تیر، که شامل مقاومت برشی دال بتنی است، ارائه شده است. [۱۶] اما اثر عملکرد مرکب در این معادلات در نظر گرفته نشده است. رفتار شاه‌تیرهای مرکب با اتصالات برشی کم و زیاد، که به ترتیب منجر به عملکرد مرکب محدود و کامل می‌شود، تحت بارگذاری متمرکز و یک‌سوی با انجام تحلیل‌های اجزاء محدود غیرخطی مطالعه شده است. [۱۷] همچنین با انجام یک مطالعه‌ی تحلیلی روی شاه‌تیرهای مرکب با تکیه‌گاه ساده تحت بار برشی و با در نظر گرفتن رفتار مرکب، یک روش تحلیلی برای پیش‌بینی ظرفیت برشی نهایی این‌گونه اعضا ارائه شده است. [۱۸] در پژوهش دیگری با در نظر گرفتن خمش علاوه بر برش، روش ارائه‌شده‌ی اخیر، [۱۸] و برایش و روشی برای تعیین ظرفیت برشی شاه‌تیرهای مرکب ارائه شده است. [۱۹] اغلب پژوهشگران روی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی عرضی تمرکز کرده‌اند و تاکنون هیچ روشی برای پیش‌بینی مقاومت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی ارائه نشده است. در این مطالعه با به‌کارگیری روش کار مجازی، روابطی برای تعیین مقاومت برشی شاه‌تیرهای بتنی - فولادی مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی پیشنهاد شده است. همچنین تئوری اساسی برای پیش‌بینی مقاومت برشی در نظر گرفتن مراحل مختلف رفتار شاه‌تیر، که منجر به گسیختگی می‌شود، توسعه داده شده و دقت روش ذکر شده با مقایسه کردن مقادیر پیش‌بینی شده‌ی ظرفیت برشی با مقادیر به‌دست‌آمده از نمونه‌های

آزمایشگاهی متناظر خود در مدل‌های اجزاء محدود ارزیابی شده است. در این مطالعه، معادلات حاکم بر رفتار برشی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی از مرحله‌ی کشسان تا مرحله‌ی گسیختگی با استفاده از روش کار مجازی توسعه داده شده است. سپس با استفاده از تحلیل‌های سه‌بعدی اجزاء محدود غیرخطی، دقت روابط ارائه‌شده سنجیده شده است. این تذکر لازم است که مدل‌سازی‌های اجزاء محدود بر روی نمونه‌های آزمایشگاهی صورت گرفته است، که رفتار آنها توسط پژوهشگران دیگری نیز بررسی شده است. در پایان هم تأثیر چیدمان‌های مختلف سخت‌کننده‌های طولی در مقدار ظرفیت برشی مطالعه شده است. این تذکر لازم است که تأثیر سخت‌کننده‌های قطری در رفتار شاه‌تیرهای کامپوزیتی، که مؤلفان انجام داده‌اند، قبلاً در نوشتار دیگری منتشر شده است. [۲۰]

## ۲. مطالعه‌ی تحلیلی

### ۲.۱. عملکرد شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی تحت بار

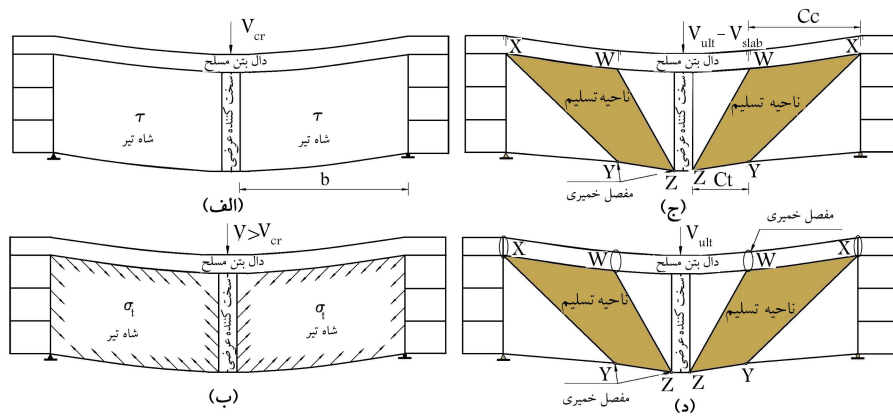
#### برشی

براساس مشاهده‌های آزمایشگاهی و مطالعه‌های اجزاء محدود، [۲۱] رفتار شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی عرضی تحت بار برشی را می‌توان مطابق شکل ۱ به ۴ مکانیزم باربری تقسیم‌بندی کرد. در ۲ مرحله‌ی اول، تنش‌های اصلی کششی و فشاری در ورق جان توسعه می‌یابند و یک مکانیزم جدید باربری در شاه‌تیر به وجود می‌آید، به طوری که بار برشی اضافی از طریق یک میدان تنش غشایی کششی تحمل می‌شود. در مرحله‌ی سوم، جان به مقاومت تسلیم می‌رسد و در مرحله‌ی چهارم، گسیختگی نهایی با تشکیل مفاصل خمیری در بال‌ها و گسترش ترک‌خوردگی شدید در دال بتنی به وجود می‌آید. این وضعیت در شکل‌های ۱ ج و ۱ د نشان داده شده است. در شاه‌تیرهای مذکور به دلیل عملکرد مرکب، بخشی از میدان کششی قطری توسط دال بتنی مهار شده است و بنابراین بال فشاری تیر فولادی، عملکرد قوی‌تری نسبت به بال کششی خواهد داشت. چنین عملکردی سبب می‌شود که در حالت گسیختگی، فاصله‌ی بین مفاصل خمیری در بال فشاری ( $C_c$ ) بیشتر از فواصل بین مفاصل خمیری در بال کششی ( $C_t$ ) باشد.

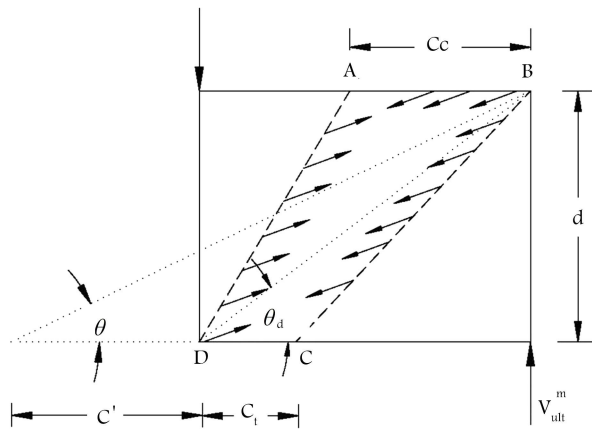
براساس شواهد آزمایشگاهی و نتیجه‌های به‌دست‌آمده از مطالعه‌های اجزاء محدود شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی، [۲۱] می‌توان فرض کرد که در هر پانل از شاه‌تیرهای مذکور، میدان کششی مربوط به خود ایجاد می‌شود و عملکرد کلی آنها مشابه با شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی عرضی است. مقاومت نهایی شاه‌تیر مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی می‌تواند از ترکیب مقاومت برشی قسمت فولادی شاه‌تیر ( $V_s$ ) و دال بتنی ( $V_c$ ) محاسبه شود. این دو مؤلفه می‌توانند با در نظر گرفتن اثر مرکب به طور جداگانه محاسبه و سپس با هم جمع شوند تا مقاومت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی عرضی به‌دست آید. مطالعه‌های نویسندگان این نوشتار نشان داده است که روابط مذکور تاکنون توسعه داده نشده‌اند. در این نوشتار، ۳ حالت مختلف برای قرارگیری سخت‌کننده‌ی عرضی در نظر گرفته شده و براساس آن رابطه‌ی برای پیش‌بینی مقاومت برشی توسعه داده شده است.

### ۲.۲. برآورد مقاومت برشی بخش فولادی شاه‌تیر

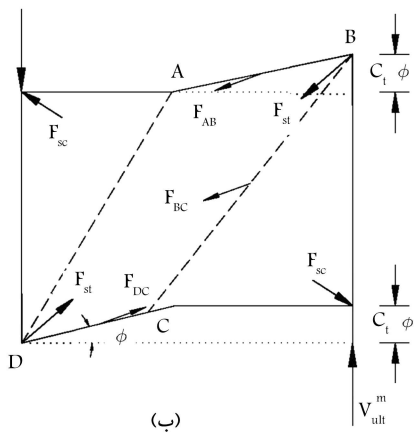
برای تعیین مقاومت برشی قسمت فولادی شاه‌تیر مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی از مدل کاردیف، [۲۱] استفاده شده است. در مدل ذکر شده، اتصال سخت‌کننده‌های طولی و عرضی به پانل برشی جان به صورت تکیه‌گاه ساده فرض می‌شود. این تذکر



شکل ۱. چهار بخش مکانیزم باربری شاه تیرهای مرکب.



(الف)



(ب)

شکل ۲. حالت گسیختگی برای برش خالص در قسمت فولادی شاه تیر.

پانل خواهد بود و به صورت روابط ۳ و ۴ قابل محاسبه است:

$$k = 5,34 + 4 \left(\frac{d}{b}\right)^2 \quad \text{وقتی که } \frac{b}{d} \geq 1 \quad (3)$$

$$k = 5,34 + 4 \left(\frac{d}{b}\right)^2 + 4 \quad \text{وقتی که } \frac{b}{d} \leq 1 \quad (4)$$

با رسیدن تنش برشی در پانل جان به مقدار  $\tau_{cr}$ ، جان کمانش و مکانیزم باربری تغییر می‌کند. بارهای اضافه شده پس از بار کمانشی توسط یک میدان کششی غشایی، که مطابق شکل ۲ الف از بال بالا تا بال پایین و از دو طرف تا سخت‌کننده‌های عرضی

لازم است که شرایط تکیه‌گاهی واقعی به نسبت ضخامت بال، جان، و سخت‌کننده‌ها وابسته است. با فرض اینکه از اثرات تنش‌های خمشی بر تنش کمانشی جان صرف نظر شود و تنش غشایی  $(\sigma_t^y)$ ، بر روی جان به صورت یکنواخت توزیع شود، مقاومت برشی نهایی قسمت فولادی شاه تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی عرضی می‌تواند از رابطه‌ی به دست آید: [۱۸]

$$V_s' = (C_c + C_t) \sigma_t^y t \sin^2 \theta + \sigma_t^y t d (\cot \theta - \cot \theta_d) \sin^2 \theta + \tau_{cr} t d \leq dt \frac{\sigma_{yw}}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

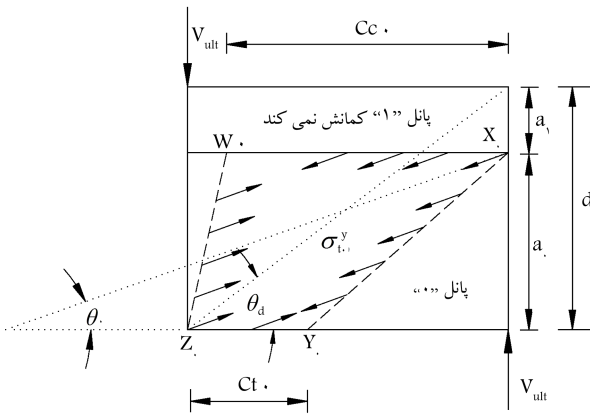
که در آن،  $C_c$  و  $C_t$  به ترتیب فاصله‌ی طولی مفاصل خمیری در بال فشاری و کششی،  $\sigma_t^y$  تنش غشایی تسلیم در نوار کششی،  $\theta$  زاویه‌ی تورب تنش غشایی کششی،  $\theta_d$  زاویه‌ی قطر پانل برشی با افق،  $t$  ضخامت جان شاه تیر،  $d$  عمق جان شاه تیر، و  $\tau_{cr}$  تنش برشی بحرانی کشسان در جان است (شکل ۲)، که با رسیدن تنش برشی به این مقدار، پانل جان دچار کمانش می‌شود. تنش برشی بحرانی کشسان با این فرض محافظه‌کارانه، که اتصال لبه‌های پانل برشی به سخت‌کننده‌ها با تکیه‌گاه ساده مدل‌سازی می‌شود، [۲۱] براساس تئوری پایداری کلاسیک سازه‌ها، [۲۲] به صورت رابطه‌ی ۲ نوشته می‌شود:

$$\tau_{cr} = k \left[ \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{d}\right)^2 \right] \leq \tau_y = \frac{\sigma_{yw}}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

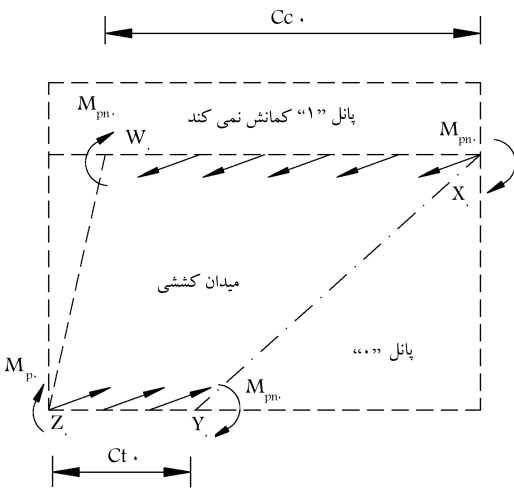
که در آن،  $E$  مدول کشسان،  $\nu$  ضریب پواسون،  $\sigma_{yw}$  تنش تسلیم جان،  $\tau_y$  تنش تسلیم برشی، و  $K$  ضریب کمانش کشسان برشی با سخت‌کننده‌ی طولی است. این تذکر لازم است که اگر یک شاه تیر با جان کاملاً مسطح تحت بارگذاری برشی واقع شود، تنش برشی یکنواختی در سرتاسر پانل رخ می‌دهد و متناظر با آن، تنش‌های کششی و فشاری اصلی با بزرگی  $\tau$  در جان به ترتیب در زوایای ۴۵ و ۱۳۵ درجه نسبت به بال به وجود می‌آیند. با افزوده شدن بار برشی مقدار  $\tau$  افزایش می‌یابد و با رسیدن به مقدار بحرانی،  $\tau_{cr}$  پانل‌ها دچار کمانش می‌شوند.

اگر در جان شاه تیرهای مرکب از سخت‌کننده‌های طولی استفاده شود، بدیهی است که رابطه‌ی ۱ که برای شاه تیر با سخت‌کننده‌ی عرضی توسعه داده شده است، دیگر معتبر نخواهد بود. بنابراین با در نظر گرفتن اثرات سخت‌کننده‌ی طولی، رابطه‌ی جدیدی توسعه داده می‌شود.

مطالعات برخی پژوهشگران، [۲۳] نشان داده است که ضریب کمانش کشسان با پانل‌های برشی، که با سخت‌کننده‌ی طولی تقویت شده باشند، وابسته به نسبت ابعاد



شکل ۴. عملکرد شاه‌تیر مرکب چنانچه پانل «۱» کمانش نکند.



شکل ۵. دیاگرام آزاد جسم پانل چنانچه پانل «۱» کمانش نکند.

از رابطه‌ی ۷ به دست می‌آید:

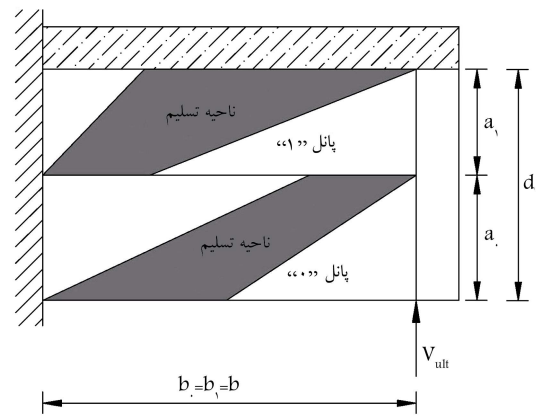
$$V_{s1} = a_1 t \frac{\sigma_{yw}}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

همچنین به صورت ساده‌تر، مقدار  $V_{s1}$  در این حالت می‌تواند از روش ارائه شده در استاندارد BS5950، از رابطه‌ی  $V_{s1} = 0.6 \cdot a_1 \cdot t \cdot \sigma_{yw}$  به دست آید. عملکرد برشی برشی پانل «۰» کمی پیچیده‌تر از پانل «۱» است و مقاومت برشی آن را می‌توان از معادله‌ی ۱ به دست آورد. با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد برای پانل «۰»، مطابق شکل ۵، فاصله‌ی طولی مفاصل خمیری در معادله‌ی ۱ برای این حالت از روابط ۸ و ۹ به دست می‌آید:

$$C_c = \frac{2}{\sin \theta} \sqrt{\frac{M_{pn0,1}}{\sigma_t^y t}} \leq b \quad (8)$$

$$C_t = \frac{2}{\sin \theta} \sqrt{\frac{M_{pn0,1}}{\sigma_t^y t}} \leq b \quad (9)$$

که در آن‌ها،  $M_{pn0}$  لنگر خمیری بال کششی است و از رابطه‌ی  $M_{pn0} = \sigma_y f \cdot b_f \cdot t_f / 4$  محاسبه می‌شود و  $M_{pn0}$  لنگر خمیری بال فشاری است که براساس توزیع نیروها در مقطع مطابق آنچه در شکل ۶ نشان داده شده است، محاسبه می‌شود. مقدار لنگری که باعث تشکیل مفاصل خمیری  $W$  و  $X$  می‌شود، باید از لنگر مقاوم قسمت بالایی شاه‌تیر مرکب بیشتر شود، زیرا فقط در این صورت مفصل



شکل ۳. مدل میدان کششی برای پانل برشی با سخت‌کننده‌ی طولی.

توسعه می‌یابد، تحمل می‌شود؛ که به این فرایند، عملکرد برشی میدان کششی گفته می‌شود. با افزایش بارگذاری، تنش غشایی افزایش می‌یابد، تا آنکه مجموع این تنش و تنش کمانشی  $\tau_{cr}$  سبب تسلیم جان شوند. این مقدار تنش غشایی، که با  $\sigma_t^y$  نشان داده می‌شود، براساس مطالعات دیگری<sup>[۱۲]</sup> از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید:

$$\sigma_t^y = -\frac{3}{4} \tau_{cr} \sin 2\theta + \sqrt{\sigma_{yw}^2 + (\tau_{cr})^2 \left[ \left( \frac{3}{4} \sin 2\theta \right)^2 - 3 \right]} \quad (5)$$

که در آن،  $\theta$  زاویه‌ی تورب تنش غشایی کششی و  $\sigma_{yw}$  تنش تسلیم جان است. اگر در پانل جان از یک سخت‌کننده‌ی طولی استفاده شود، مطابق شکل ۳ جان به دو پانل تقسیم می‌شود که در هر کدام از آنها میدان کششی غشایی شکل خواهد گرفت و با رسیدن تنش غشایی کششی به  $\sigma_t^y$ ، دو ناحیه‌ی تسلیم مجزا به وجود خواهد آمد. برای رخداد چنین رفتاری، سخت‌کننده‌ی طولی باید از یک سوی صلبیت کافی برای تشکیل میدان کششی در هر پانل برشی و از سوی دیگر، سطح مقطع کافی برای انتقال مؤلفه‌های افقی میدان کششی از یک سمت پانل به سمت دیگر را داشته باشد.

در ادامه، برای برآورد مقاومت برشی بخش فولادی شاه‌تیر مرکب فرض شده است که ابعاد پانل‌های «۱» و «۰»، به ترتیب  $a_1$ ،  $b_1$  و  $a_0$ ،  $b_0$  باشند، به طوری که  $b_0 = b_1 = b$  و  $a_1 + a_0 = d$ ، عرض پانل جان، و  $d$  عمق جان باشند. اکنون مقاومت برشی هر پانل ( $V_{s0}$  و  $V_{s1}$ ) می‌تواند به‌طور جداگانه و سپس، مقاومت برشی نهایی قسمت فولادی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی ( $V_s$ ) از مجموع مقاومت برشی هر پانل به صورت رابطه‌ی ۶ به دست آید:

$$V_s = V_{s1} + V_{s0} \quad (6)$$

مقادیر  $V_{s1}$  و  $V_{s0}$  به موقعیت سخت‌کننده‌ی طولی در جان و کمانش و یا عدم کمانش پانل‌ها وابسته است. براساس موقعیت سخت‌کننده‌ی طولی، هر کدام از پانل‌های «1» و «0» ممکن است کمانش نکنند و یا هر دو پانل کمانش کنند، که در هر حالت شاه‌تیرهای مرکب رفتار متفاوتی خواهند داشت. در ادامه، جزئیات هر حالت به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

۱.۲.۲. مقاومت برشی قسمت فولادی شاه‌تیر چنانچه پانل «۱» کمانش نکند مطابق شکل ۴، اگر سخت‌کننده‌ی طولی در نزدیکی بال فوقانی قرار گیرد، پانل «۱» دچار کمانش نمی‌شود. به عبارت دیگر، تنش برشی بحرانی در جان پانل «۱»  $\tau_{cr}$ ، از تنش تسلیم  $\tau_y$  بیشتر می‌شود. در چنین حالتی مقاومت برشی پانل «۱» مستقیماً

$p_{w\lambda}$  و نیروی موجود در ورق سخت‌کننده  $p_s$  هستند. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای کششی و فشاری، فاصله  $\bar{Y}$  از رابطه ۱۱ به دست می‌آید:

$$\bar{Y} = \left(\frac{t_f}{\gamma}\right) \left(1 + \frac{p_{w\lambda} + p_s - p_{rb} - p_{rt}}{p_f}\right) \quad (11)$$

که در آن،  $p_f$  نیرو در بال،  $p_{w\lambda}$  نیروی جان در پانل «۱» و  $p_s$  نیروی موجود در ورق سخت‌کننده است. با لنگرگیری حول محور خنثی خمیری، لنگر خمیری بال فشاری  $M_{pn^o}$  از رابطه ۱۲ به دست می‌آید:

$$M_{pn^o} = \frac{p_f}{\gamma t_f} \left[ \bar{Y}^2 + (t_f - \bar{Y})^2 \right] + (p_{rt} d_{rt} + p_{rb} d_{rb} + p_{w\lambda} d_w + p_s) \quad (12)$$

که در آن:

$$p_{rt} = \sigma_{yr} A_{rt}$$

$$p_{rb} = \sigma_{yr} A_{rb}$$

$$p_f = \sigma_{yf} b_f t_f$$

$$p_{w\lambda} = \sigma_{yw} a_{\lambda} t_w$$

$$p_s = \sigma_{yf} b_f t_s$$

که در آن‌ها،  $A_{rt}$  و  $A_{rb}$  به ترتیب سطح مقطع آرماتورهای فوقانی و تحتانی در دال بتنی، و  $\sigma_{yf}$  و  $\sigma_{yr}$  به ترتیب مقاومت تسلیم آرماتورها و بال هستند. برای آنکه تار خنثی خمیری در جان پانل «۱» قرار گیرد، باید رابطه ۱۳ برقرار باشد:

$$p_{rt} + p_{rb} + p_f < p_{w\lambda} + p_s \quad (13)$$

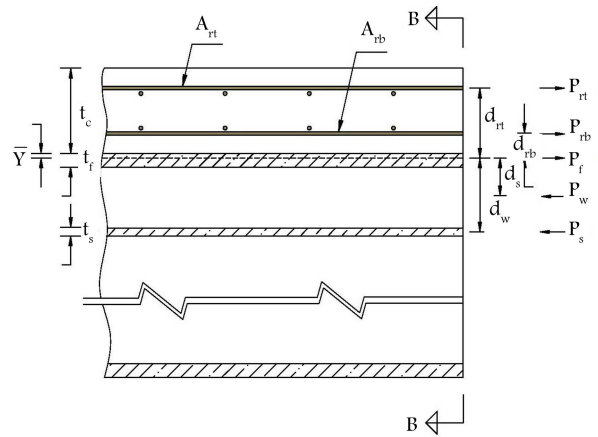
در این حالت نیز اگر فرض شود تار خنثی در فاصله  $\bar{Y}$  از لبه بال فوقانی فولادی شاه‌تیر قرار گیرد، قسمتی از جان به اندازه  $\bar{Y}$  در کشش و قسمت دیگر یعنی  $(a_{\lambda} - \bar{Y})$  در فشار قرار می‌گیرد. در این حالت نیز قسمت کششی بال مرکب شامل نیروهای موجود در آرماتورها و بال فولادی و قسمت فشاری شامل نیروی درون سخت‌کننده هستند. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای کششی و فشاری، فاصله  $\bar{Y}$  را می‌توان از رابطه ۱۴ به دست آورد:

$$\bar{Y} = \left(\frac{t_f}{\gamma}\right) \left(1 - \frac{p_f + p_{rb} + p_{rt} - p_s}{p_{w\lambda}}\right) \quad (14)$$

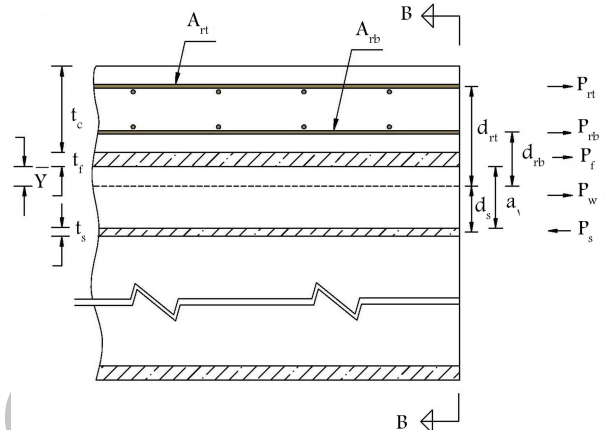
با لنگرگیری حول تار خنثی خمیری، لنگر خمیری بال مرکب  $M_{pn^o}$  از رابطه ۱۵ به دست می‌آید:

$$M_{pn^o} = \frac{p_w}{\gamma a_{\lambda}} \left[ \bar{Y}^2 + (a_{\lambda} - \bar{Y})^2 \right] + (p_{rt} d_{rt} + p_{rb} d_{rb} + p_f d_f + p_s d_s) \quad (15)$$

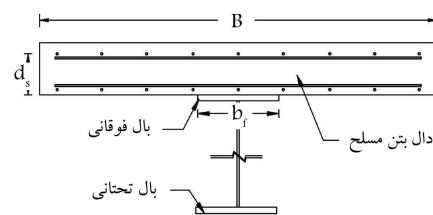
بنابراین لنگر خمیری در هر کدام از حالت‌های قرارگیری تار خنثی با روابط ذکر شده قابل محاسبه است و از آن می‌توان برای محاسبه  $C_t$  و  $C_c$  مطابق روابط ۸ و ۹ استفاده کرد. به این ترتیب تمامی پارامترهای رابطه ۱ تعیین می‌شود و می‌توان مقاومت برشی پانل «۰» را از رابطه ۱۰ محاسبه کرد و سپس مطابق رابطه ۶ مقاومت برشی کل قسمت فولادی شاه‌تیر در حالتی که پانل «۱» کماتش نکند، از مجموع  $V_{s\lambda}$  و  $V_s$  به دست خواهد آمد.



الف) تار خنثی در بال فوقانی شاه‌تیر باشد؛



ب) تار خنثی در جان پانل «۱» باشد؛



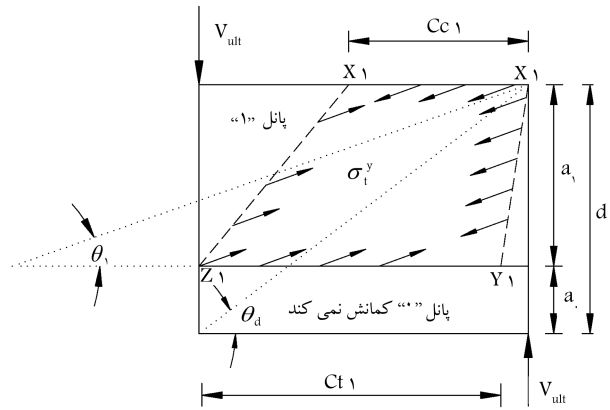
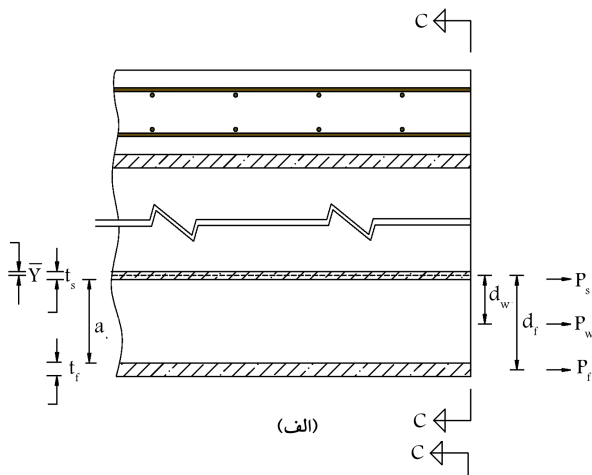
ج) نمایش مقطع عرضی شاه‌تیر.

شکل ۶. جزئیات در بال مرکب و پانل «۱».

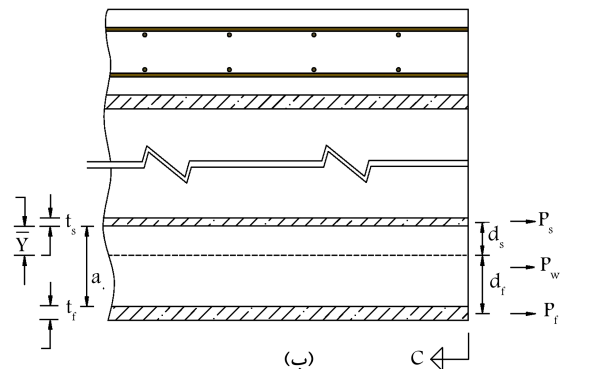
خمیری می‌تواند تشکیل شود. همان‌طور که در شکل الف نشان داده شده است، فرض می‌شود قسمت بالایی شاه‌تیر شامل: دال بتنی، بال فولادی فوقانی، جان پانل «۱»، و سخت‌کننده‌ی طولی باشد. با در نظر گرفتن مقطعی در مجاورت تکیه‌گاه، که تحت لنگر منفی قرار می‌گیرد، تار خنثی خمیری قسمت بالای شاه‌تیر می‌تواند مطابق شکل الف ۶ در بال یا مطابق شکل ۶ ب در جان پانل «۱» قرار گیرد. بنابراین باید لنگر خمیری به‌طور جداگانه محاسبه شود. برای آنکه تار خنثی خمیری در بال فولادی فوقانی شاه‌تیر قرار گیرد، باید رابطه ۱۰ برقرار باشد:

$$p_{rt} + p_{rb} + p_f > p_{w\lambda} + p_s \quad (10)$$

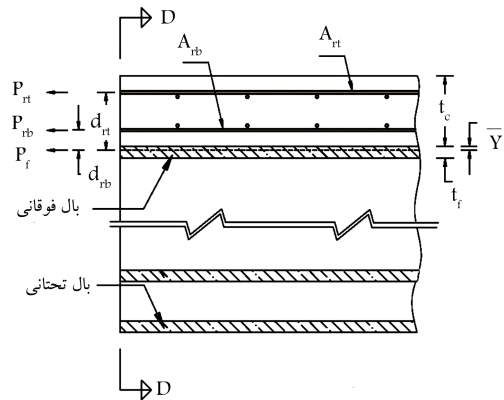
اگر در این حالت فرض شود تار خنثی در فاصله  $\bar{Y}$  از لبه بالی بال قرار گیرد، قسمتی از بال فولادی به اندازه  $\bar{Y}$  در کشش و قسمت دیگر یعنی،  $(t_f - \bar{Y})$  در فشار واقع می‌شود. قسمت کششی بال مرکب شامل نیروهای آرماتورهای بالا و پایین  $p_{rb}$  و  $p_{rt}$  و قسمت فشاری شامل نیروی موجود در جان



شکل ۷. عملکرد شاه‌تیر مرکب چنانچه پانل «۰» کمانش نکند.



شکل ۹. جزئیات در بال کششی و پانل «۰».



شکل ۸. جزئیات در بال مرکب.

یعنی  $(t_f - \bar{Y})$  در فشار قرار می‌گیرد. قسمت کششی بال مرکب شامل نیروهای موجود در آرماتورهای دال است. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای کششی و فشاری فاصله  $\bar{Y}$  می‌تواند از رابطه‌ی ۱۷ به دست آید:

$$\bar{Y} = \left(\frac{t_f}{\gamma}\right) \left(1 - \frac{p_{rb} + p_{rt}}{p_f}\right) \quad (17)$$

با لنگرگیری حول تار خنثی خمیری، لنگر خمیری بال فشاری  $M_{pn}$ ، از رابطه‌ی ۱۸ محاسبه می‌شود:

$$M_{pn} = \frac{p_f}{\gamma \cdot t_f} \left[ \bar{Y}^2 + (t_f - \bar{Y})^2 \right] + (p_{rt} \cdot d_{rt} + p_{rb} \cdot d_{rb}) \quad (18)$$

لنگر خمیری بال کششی فولادی  $M_p$  با توجه به شکل ۹ به دست می‌آید. مقدار  $M_p$  بستگی به موقعیت تار خنثی دارد، که ممکن است در جان پانل «۰» یا بال پایین شاه‌تیر قرار گیرد. این تذکر لازم است که با فرض اینکه ضخامت ورق سخت‌کننده کمتر از ضخامت بال باشد، تار خنثی نمی‌تواند در ورق سخت‌کننده قرار گیرد. بنابراین با توجه به موقعیت تار خنثی لنگر خمیری برای هر حالت به طور جداگانه به دست می‌آید.

حالت اول آن است که تار خنثی خمیری در جان پانل «۰» واقع شود. این حالت زمانی رخ می‌دهد که رابطه‌ی ۱۹ برقرار باشد:

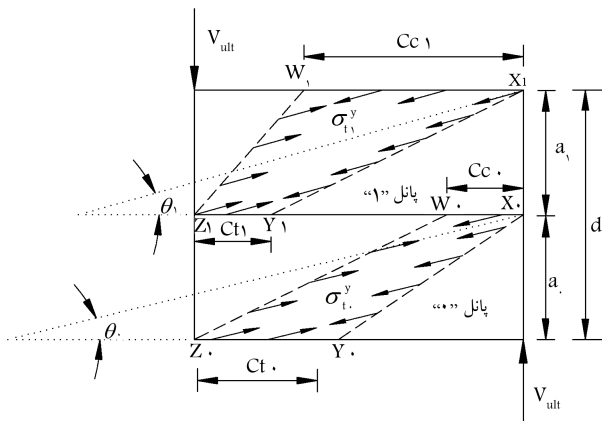
$$p_s + p_{w0} > p_f \quad (19)$$

در این حالت تار خنثی خمیری در جان پانل «۰» در فاصله  $\bar{Y}$  از لبه‌ی پایین سخت‌کننده‌ی طولی مطابق شکل ۹ الف قرار می‌گیرد. قسمتی از بال فولادی به

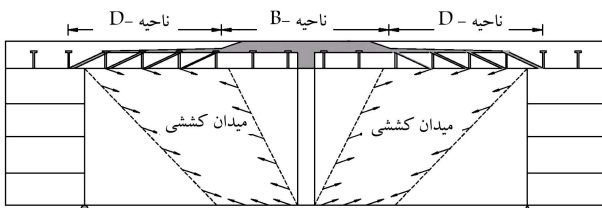
مقاومت برشی قسمت فولادی شاه‌تیر چنانچه پانل «۰» کمانش نکند اگر سخت‌کننده‌ی طولی مطابق شکل ۷ در نزدیکی بال کششی قرار گیرد، پانل «۰» دچار کمانش نمی‌شود. به عبارت دیگر، تنش برشی بحرانی  $\tau_{cr}$  در جان این پانل از تنش تسلیم  $\tau_y$  بیشتر می‌شود. در چنین شرایطی مقاومت برشی پانل «۰» مشابه با رابطه‌ی ۷ به صورت رابطه‌ی ۱۶ نوشته می‌شود:

$$V_{s0} = a_s t \frac{\sigma_{yw}}{\sqrt{3}} \quad (16)$$

مقاومت برشی پانل «۱» می‌تواند از معادله‌ی ۱ به دست آید. لنگرهای خمیری در بال‌های کششی و فشاری،  $M_p$  و  $M_{pn}$ ، با معادله‌های داده‌شده در قسمت قبل متفاوت است. از آنجا که در این حالت فرض شده است که پانل «۱» کمانش نکند، میدان کششی غشایی شکل خواهد گرفت و مقاومت برشی آن را می‌توان از معادله‌ی ۱ به دست آورد. بنابراین نیاز است که مقادیر  $C_c$  و  $C_t$  که با روابط ۸ و ۹ معرفی شده‌اند، براساس لنگرهای خمیری بال‌های کششی و فشاری در وضعیتی که پانل «۱» کمانش نکند، محاسبه شوند. به عبارت دیگر، در روابط ۸ و ۹ به جای مقادیر  $M_p$  و  $M_{pn}$  باید مقادیر  $M_{p0}$  و  $M_{pn0}$  جایگزین شوند. برای محاسبه‌ی دو لنگر خمیری مذکور از جزئیات نیرویی نشان داده‌شده در شکل ۸ کمک گرفته شده است. در این حالت بال فوقانی شاه‌تیر، که عملکرد مرکب دارد، شامل بال فولادی و دال بتن مسلح است. در طول دهانه‌ی شاه‌تیر، مقطع  $D$  نزدیک به تکیه‌گاه که تحت لنگر منفی قرار می‌گیرد، را در نظر بگیرید. فرض می‌شود که تار خنثی خمیری بال مرکب در بال فولادی شاه‌تیر و در فاصله‌ی  $\bar{Y}$  از لبه‌ی بالا قرار گیرد. بنابراین قسمتی به اندازه‌ی  $\bar{Y}$  از بال فولادی در کشش و قسمت دیگر آن



شکل ۱۰. عملکرد شاه تیر مرکب چنانچه هر دو پانل کمانش کند.



شکل ۱۱. نحوه پخش تنش در دال بتنی شاه تیر مرکب.

مطالعاتی در سال ۲۰۱۲<sup>[۱۸]</sup> نشان داده است که عملکرد مرکب میان شاه تیر فولادی و دال بتنی فقط در قسمتی از شاه تیر وجود دارد. بنابراین مطابق شکل ۱۱ می توان طول دهانه ی شاه تیر مرکب را به دو قسمت «ناحیه ی B» و «ناحیه ی D» تقسیم بندی کرد که در آن فقط ناحیه ی D، عملکرد مرکب دارد. از آنجا که فرمول بندی مقاومت برشی دال بتنی در شاه تیر مرکب در مطالعه ی مذکور<sup>[۱۸]</sup> توضیح داده شده است، در اینجا فقط به ذکر روابط بسنده شده است.

#### ۴.۲.۲. مقاومت برشی دال بتنی (V<sub>c</sub>)

ظرفیت برشی ناحیه ی D را می توان براساس ACI ۲۴۳۱۸M-۰۵<sup>[۲۴]</sup> از رابطه ی ۲۵ به دست آورد:

$$V_{C-D} = F_{st} \sin \omega . N_{st} \quad (25)$$

که در آن، تعداد گل میخ در هر ردیف و  $F_{st}$  مقاومت فشاری اسمی یک دستک فشاری (strut) بدون آرماتور برشی است، که مطابق شکل ۱۱ در فاصله ی میان دو گل میخ متوالی تشکیل می شود<sup>[۲۵]</sup> و از رابطه ی ۲۶ قابل محاسبه است:

$$F_{st} = f_{ce} A_{st} \quad (26)$$

به طوری که (رابطه ی ۲۷):

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f_{cu} \quad (27)$$

که در آن،  $\beta_s = 1$  برای دستک فشاری با مقطع یکنواخت،  $\beta_s = 0.75$  برای دستک فشاری بطری شکل با آرماتور عرضی کافی،  $\beta_s = 0.6$  برای دستک

اندازه ی  $\bar{Y}$  در کشش و قسمت دیگر آن یعنی  $(a_0 - \bar{Y})$  در فشار قرار می گیرد. قسمت کششی شامل نیروهای موجود در ورق سخت کننده  $(p_s)$ ، و قسمت فشاری شامل نیروی موجود در بال  $(p_f)$  است. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای کششی و فشاری فاصله ی  $\bar{Y}$  می تواند از طریق رابطه ی ۲۰ به دست آید:

$$\bar{Y} = \left( \frac{a_0}{\gamma} \right) \left( 1 + \frac{p_f - p_s}{p_{w^0}} \right) \quad (20)$$

سپس با لنگرگیری حول تار خنثی خمیری، لنگر خمیری بال فشاری  $(M_{p1})$ ، از معادله ی ۲۱ به دست می آید:

$$M_{p1} = \frac{p_{w^0}}{\gamma . a_0} \left[ \bar{Y}^2 + a_0 - \bar{Y} \right]^2 + (p_s . d_s + p_f . d_f) \quad (21)$$

حالات دوم آن است که تار خنثی خمیری در بال پایین شاه تیر واقع شود. این حالت زمانی رخ می دهد که رابطه ی ۲۲ برقرار باشد:

$$p_s + p_{w^0} < p_f \quad (22)$$

این شرایط در شکل ۹ ب نشان داده شده است. در این حالت فرض شده است که تار خنثی خمیری در بال پایین شاه تیر در فاصله یی به اندازه ی  $\bar{Y}$  از لبه ی بالای بال مذکور قرار می گیرد. بنابراین قسمتی به اندازه ی  $\bar{Y}$  از بال فولادی در کشش و قسمت دیگر آن یعنی  $(t_f - \bar{Y})$  در فشار قرار می گیرد. قسمت فشاری نیروهای موجود در ورق سخت کننده  $(p_s)$  و جان  $(p_{w^0})$  است. با در نظر گرفتن تعادل نیروهای فشاری و کششی فاصله ی  $\bar{Y}$  از رابطه ی ۲۳ قابل محاسبه است:

$$\bar{Y} = \left( \frac{t_f}{\gamma} \right) \left( 1 - \frac{p_s + p_{w^0}}{p_f} \right) \quad (23)$$

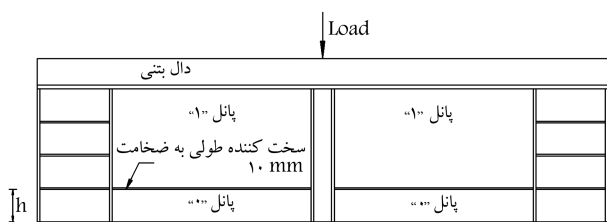
با لنگرگیری حول تار خنثی خمیری، لنگر خمیری بال فشاری  $(M_{p1})$ ، از طریق رابطه ی ۲۴ محاسبه می شود:

$$M_{p1} = \frac{p_f}{\gamma t_f} \left[ \bar{Y}^2 + (t_f - \bar{Y})^2 \right] + (p_s d_s + p_{w^0} d_w) \quad (24)$$

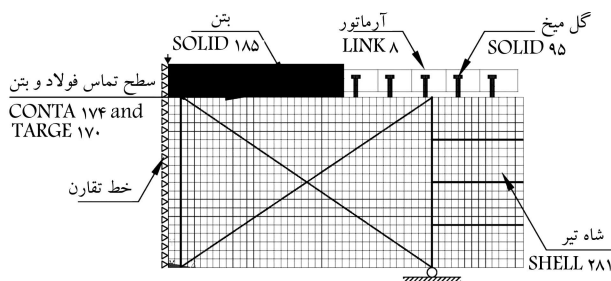
بنابراین لنگر خمیری در هر کدام از حالت های قرارگیری تار خنثی با استفاده از روابط به دست آمده قابل محاسبه است و از آن می توان مقادیر  $C_c$  و  $C_t$  را با استفاده از روابط ۸ و ۹ محاسبه کرد. بنابراین تمامی پارامترهای رابطه ی ۱، برای تعیین مقاومت برشی پانل «۱» که دچار کمانش شده است مشخص می شود. مقاومت برشی پانل «۰» نیز که دچار کمانش نشده است از رابطه ی ۱۶ به دست می آید. بنابراین مقاومت برشی قسمت فولادی شاه تیر در این حالت از مجموع این دو مقاومت برشی به دست می آید.

#### ۳.۲.۲. مقاومت برشی قسمت فولادی شاه تیر مرکب چنانچه هر دو پانل کمانش کند

اگر سخت کننده ی طولی در وسط جان شاه تیر قرار گیرد، تنش غشایی کششی مطابق شکل ۱۰ در هر کدام از پانل های «۱» و «۰» می تواند دچار کمانش شود و تنش غشایی کششی در آنها شکل گیرد. بنابراین مقاومت برشی هر دو پانل را می توان از معادله ی ۱ به دست آورد. برای این منظور باید  $C_c$  و  $C_t$  برای هر پانل به صورت مجزا به دست آید، تا بتوان از معادله ی ۱ برای تعیین مقاومت برشی استفاده کرد. در محاسبه ی  $C_c$  و  $C_t$  برای هر پانل می توان از رابطه های ۸ و ۹ استفاده کرد و در هر مورد لنگر خمیری مربوط را در روابط قرار داد. این تذکر لازم است که لنگر خمیری بال مرکب در پانل «۱» از معادله ی ۱۸ قابل محاسبه است. همچنین لنگر خمیری سخت کننده ی طولی مربوط به این پانل از رابطه ی



شکل ۱۲. نمونه‌یی از شاه‌تیرهای مرکب CPG۱، CPG۲، CPG۳، CPG۴ با سخت‌کننده‌ی عرضی و سخت‌کننده‌ی طولی افزوده شده در مدل اجزاء محدود.



شکل ۱۳. نمونه‌یی از مدل المان محدود شاه‌تیرهای مرکب.

توجه به آنکه در مدل آزمایشگاهی دو نمونه مذکور از سخت‌کننده‌ی طولی استفاده شده است، می‌توان از آنها برای ارزیابی دقت روش تحلیلی پیشنهادی در برآورد مقاومت برشی شاه‌تیر به خوبی استفاده کرد. این تذکر لازم است که جزئیات اجرایی، ابعاد، و خصوصیات مصالح شاه‌تیر در نظر گرفته شده در مطالعه‌ی حاضر مطابق مطالعات آزمایشگاهی اخیر<sup>[۱۴]</sup> بوده و مدل‌سازی‌های اجزاء محدود براساس آن انجام شده است.

### ۱.۳. تحلیل اجزاء محدود

برای انجام تحلیل‌های اجزاء محدود غیرخطی (مطابق شکل ۱۳)، یک مدل سه‌بعدی با استفاده از نرم‌افزار ANSYS توسعه داده شده است. بال شاه‌تیر، جان، و ورق‌های تقویتی قسمت فولادی با المان پوسته‌یی ۸ گره‌یی SHELL۲۸۱ و دال بتنی با المان SOLID۱۸۵ مدل‌سازی شده است. آرماتورها و اتصالات برشی نیز به ترتیب با المان رابط LINK۸ و المان ۲۰ گره‌یی SOLID۹۵ مدل‌سازی شده است. در لنگر مثبت، زمانی که دال بتنی تحت فشار است، دال به طرف بال فولادی یا اتصالات برشی حرکت می‌کند و بنابراین نیروی فشاری بین آنها توسعه داده خواهد شد. تحت لنگر منفی، یعنی زمانی که دال در جهت مخالف حرکت می‌کند، فاصله‌یی میان بال و دال در امتداد اتصالات برشی به وجود می‌آید. برای مدل‌کردن این رفتار، المان‌های اتصال سطح به سطح CONTA۱۷۴ و TARGE۱۷۰، بر روی سطوح المان SOLID و پوسته‌یی قرار داده شده است. با تعریف ضریب اصطکاک، هر کدام از این زوج اتصالات قادر هستند لغزش بین دو سطح را مدل‌سازی کنند. در این پژوهش ضریب اصطکاک ۰٫۴۵ فرض شده است. در تحلیل صورت‌گرفته، خصوصیات داده شده در مطالعات آزمایشگاهی اخیر<sup>[۱۴]</sup> مورد استفاده قرار گرفته و رفتار فولاد با مدل کشسان‌خمیری کامل مدل‌سازی و مصالح به صورت کشسان و همسان‌گرد فرض شده است. برای اطلاعات بیشتر در مورد مقاومت فشاری بتن و فولاد می‌توان به مرجع مذکور<sup>[۱۴]</sup> رجوع کرد.

نکته‌ی دیگری که در تحلیل رعایت شده است و لازم است در اینجا به آن اشاره شود، روش اعمال کماتش در جان شاه‌تیر است. اگر بارگذاری بر روی شاه‌تیر کاملاً درون صفحه‌ی پانل جان باشد و این پانل نیز هیچ‌گونه نقص اولیه‌یی نداشته باشد،

فشاری بطری‌شکل بدون آرماتور عرضی کافی،  $f_{cu}$  مقاومت فشاری استوانه‌یی بتن، و  $A_{st}$  سطح مقطع کوچک‌تر عمود بر محور دستک فشاری در یک انتهاست، که از رابطه‌های ۲۸ و ۲۹ به دست می‌آید:

$$A_{st} = d_{st} D_s \quad (28)$$

$$d_{st} = D_s \sin \omega \quad \omega = \tan^{-1} \left( \frac{a}{l} \right) \quad (29)$$

که در آن‌ها،  $D_s$  قطر گل‌میخ و  $d_{st}$  عرض دستک فشاری است. مقاومت برشی در ناحیه‌ی  $B$  را نیز می‌توان براساس ACI۲۳۳۱۸M-۰۵<sup>[۲۲]</sup> از رابطه‌ی ۳۰ به دست آورد:

$$V_{C-B} = 0.17 \sqrt{f_{cu}} (B - b_f) d_s \quad (30)$$

به طوری‌که در آن،  $B$  عرض دال بتنی و  $d_s$  ضخامت مؤثر دال برای برش است. بنابراین ظرفیت برشی کلی دال بتنی برابر با مجموع مقاومت برشی ناحیه‌های  $B$  و  $D$  است و به صورت رابطه‌ی ۳۱ نوشته می‌شود:

$$V_C = V_{C-D} + V_{C-B} \quad (31)$$

با رسیدن بتن به ظرفیت برشی خود، شاه‌تیر مرکب دیگر تحمل بار بیشتر را ندارد و بنابراین مقاومت برشی نهایی شاه‌تیر مرکب از مجموع مقاومت برشی قسمت فولادی شاه‌تیر ( $V_s$ ) و دال بتنی ( $V_c$ ) به دست می‌آید (رابطه‌ی ۳۲):

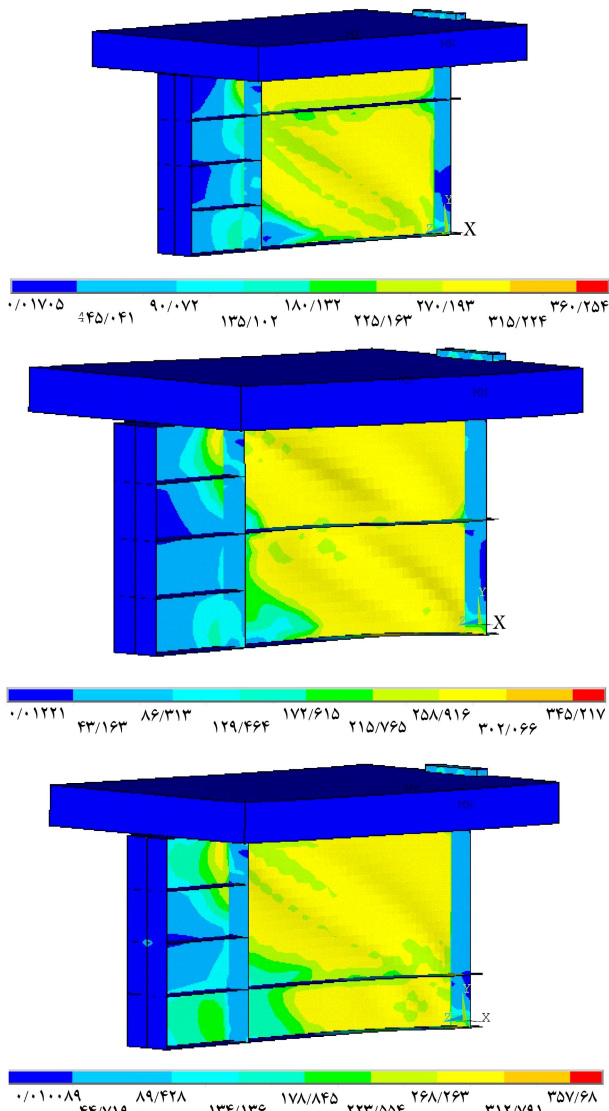
$$V_{ult} = V_s + V_c \quad (32)$$

## ۳. ارزیابی دقت روش پیشنهادی

در ادامه، دقت روش تحلیلی پیشنهادی در پیش‌بینی ظرفیت برشی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی و نتایج تحلیل‌های اجزاء محدود غیرخطی مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای انجام تحلیل‌های اجزاء محدود از نرم‌افزار ANSYS<sup>[۲۶]</sup> استفاده شده است. همچنین تأثیر سخت‌کننده‌های طولی در ظرفیت برشی در مقایسه با نتایج به دست آمده از شاه‌تیرهای مرکب بدون سخت‌کننده تشریح شده است. برای این منظور، شاه‌تیرهای مرکب آزمایش‌شده‌یی در سال ۲۰۰۳<sup>[۱۴]</sup> مبنای کار قرار گرفته و نمونه‌هایی با نام‌های CPG۱، CPG۲، CPG۳، CPG۴ انتخاب شده است. در نمونه‌های ذکر شده فقط از سخت‌کننده‌ی عرضی استفاده شده و هیچ‌گونه سخت‌کننده‌یی در پانل‌های برشی به صورت طولی و یا قطری قرار داده نشده است. این نمونه‌ها کاملاً مشابه هستند و تفاوت آنها فقط در آن است که نمونه‌ی CPG۱، جان نازک‌تری نسبت به نمونه‌ی CPG۲ و نمونه‌های CPG۳ و CPG۴، آرماتور برشی اضافی در دال بتنی داشته‌اند. تفاوت نمونه‌های CPG۳ و CPG۴ آن است که نسبت عمق به ضخامت در آنها به ترتیب ۲۵۰ و ۱۵۰ است. هر کدام از این نمونه‌ها در مطالعه‌ی حاضر با استفاده از سخت‌کننده‌ی طولی در ۳ حالت مختلف قرارگیری در جان پانل شامل: نزدیک به بال فوقانی، نزدیک به بال تحتانی، و در وسط جان مقاوم شده‌اند. در تمامی موارد، ضخامت سخت‌کننده‌ی طولی ثابت و برابر با ۱۰ میلی‌متر فرض شده است. تصویر شماتیکی از این نمونه‌ها، که سخت‌کننده‌ی طولی به آن اضافه شده است، در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

دو نمونه‌ی شاه‌تیر انتخاب‌شده‌ی دیگر از مطالعات آزمایشگاهی مذکور<sup>[۱۴]</sup> CPG۷ و CPG۸ هستند، که سخت‌کننده‌ی طولی در وسط پانل جان دارند. با





شکل ۱۴. تنش فون میسز برای شاهتیر مرکب با موقعیت‌های متفاوت سخت‌کننده‌ی طولی برای نمونه‌ی CPG۲ و چگونگی کمانش پانل جان با توجه به موقعیت سخت‌کننده‌ی طولی.

آزمایشگاهی  $V_{exp}$ ، که در جدول ۱ برای هر شاهتیر مرکب داده شده است، معرف نصف مقادیر داده‌شده در مرجع<sup>[۱۴]</sup> است. زیرا مقادیر ارائه‌شده در مرجع مذکور به بار گسیختگی شاهتیرها مربوط می‌شود، در حالی که مقادیر پیش‌بینی‌شده از این روش مربوط به مقاومت برشی یک پانل شاهتیر، یعنی نصف بارگسیختگی است.

در ادامه، از دو دیدگاه نتایج مورد بحث قرار گرفته است. ابتدا دقت روش تحلیلی پیشنهادی در برآورد ظرفیت برشی بررسی و سپس تأثیر سخت‌کننده‌های طولی در مقاومت برشی شاهتیرهای مرکب مطالعه شده است. مقادیر  $V_{ult}/V_{ANSYS}$  برای نمونه‌های CPG۱ تا CPG۴ که در جدول ۱ فهرست شده است، نشان می‌دهد که خطای روش تحلیلی پیشنهادی نسبت به مدل‌سازی اجزاء محدود کمتر از ۸٪ است. این میزان خطا در روش‌های تحلیلی یک مقدار قابل قبول محسوب می‌شود. از آنجا که در نمونه‌های آزمایشگاهی CPG۱ تا CPG۴ از سخت‌کننده‌های طولی استفاده نشده است، نمی‌توان برای صحت‌سنجی روش پیشنهادی در برآورد ظرفیت برشی به نتایج آزمایشگاهی آنها استناد کرد. اما به طور نسبی مقادیر نزدیک

از نظر تئوریک کمانش رخ نخواهد داد و بنابراین نمی‌توان تحلیل را کاملاً انجام داد. به عبارت دیگر، در چنین شرایطی لازم است یک تغییرمکان برون‌صفحه‌یی به‌عنوان نقص اولیه به سازه اعمال شود. برای این منظور دو مرحله‌ی تحلیلی مجزا برای مطالعه‌ی عددی شاه‌تیر لحاظ شده است. در مرحله‌ی اول، تحلیل کمانشی مقادیر ویژه‌ی سازه برای پیش‌بینی موده‌های کمانشی به‌کار گرفته شده و اولین مود حاصل از این تحلیل به‌عنوان تغییرشکل اولیه به منظور شبیه‌سازی پاسخ کمانشی ممکن به جان شاه‌تیر اعمال شده است. سپس در مرحله‌ی دوم، در حالی که تغییرشکل اولیه در جان شاه‌تیر وجود دارد، تحلیل غیرخطی اجزاء محدود انجام شده است. به این ترتیب اثرات کمانشی اجزاء فولادی در نتایج تحلیل در نظر گرفته شده است.

### ۲.۳. نتایج و بحث‌ها

اولین نتیجه‌یی که باید با استفاده از تحلیل‌های اجزاء محدود کنترل شود، آن است که هر کدام از پانل‌های «۱» و «۲» بتوانند میدان کششی غشایی مربوط به خود را توسعه دهند. به عبارت دیگر، وقتی سخت‌کننده‌ی طولی در نزدیکی بال تحتانی قرار می‌گیرد، پانل «۱» باید بتواند میدان کششی غشایی را درون خود توسعه دهد و وقتی سخت‌کننده‌ی مذکور در نزدیکی بال فوقانی واقع می‌شود، پانل «۲» باید این توانایی را داشته باشد. همچنین اگر سخت‌کننده در وسط پانل جان واقع شود، میدان کششی غشایی باید در هر دو پانل واقع شود. یادآوری می‌شود که روابط توسعه داده‌شده در بخش‌های گذشته براساس این ۳ حالت پایه‌ریزی شده است.

نتایج تحلیل‌های اجزاء محدود نشان می‌دهد که میدان کششی غشایی در پانل‌ها مطابق آنچه گفته شده است، وابسته به محل قرارگیری سخت‌کننده‌ی طولی در پانل‌های «۱» و «۲» توسعه می‌یابد. شکل ۱۴، توزیع تنش فون میسز را برای نمونه‌ی CPG۲ در ۳ حالت قرارگیری سخت‌کننده نشان می‌دهد و این نکته را اثبات می‌کند که هر پانل وابسته به محل سخت‌کننده، توانایی توسعه‌ی میدان کششی غشایی را دارد. بدیهی است در پانل‌هایی که میدان تنش غشایی شکل نمی‌گیرد، مقدار تنش برشی بحرانی کشسان ( $T_{cr}$ ) از تنش تسلیم ( $T_y$ ) بزرگ‌تر است و لذا شرایط کمانش برای آن به وجود نخواهد آمد. اما توسعه‌ی میدان کششی غشایی در پانل‌ها نشان می‌دهد که تنش برشی بحرانی کشسان ( $T_{cr}$ ) از تنش تسلیم ( $T_y$ ) کمتر است و بنابراین با رسیدن تنش برشی درون پانل به مقدار  $T_{cr}$ ، ورق جان دچار کمانش می‌شود. در این هنگام است که تنش غشایی کششی در آن شکل می‌گیرد. شکل ۱۴، لحظه‌یی از بارگذاری را نشان می‌دهد که در یک و یا هر دو پانل «۱» و «۲» تنش برشی موجود از  $T_{cr}$  بزرگ‌تر شده و میدان کششی غشایی امکان توسعه یافته و ورق جان دچار کمانش شده است. به این ترتیب فرض اولیه‌یی که برای توسعه‌ی روابط تحلیلی انجام شده بود، اثبات می‌شود. اکنون می‌توان نتایج حاصل از روش تحلیلی در پیش‌بینی ظرفیت برشی شاهتیر را با نتایج اجزاء محدود مقایسه کرد و دقت روش تحلیلی را مورد سنجش قرار داد.

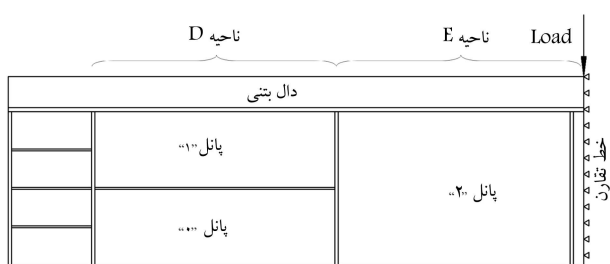
برای این منظور با استفاده از روش تحلیلی پیشنهادی مقاومت برشی بخش فولادی شاه‌تیر  $V_s$ ، مقاومت برشی بحرانی قسمت فولادی شاه‌تیر برای هر پانل  $V_{cr}$ ، مقاومت برشی دال بتنی  $V_c$  و مقاومت نهایی شاهتیرهای مرکب  $V_{ult}$  محاسبه شده و در جدول ۱، همراه با مقادیر پیش‌بینی‌شده با نتایج اجزاء محدود متناظر آن  $V_{ANSYS}$  فهرست شده است. در دو ستون انتهایی جدول، مقادیر  $V_{ult}/V_{ANSYS}$  و  $V_{ult}/V_{exp}$  ارائه شده است که به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نسبت مقاومت برشی نهایی پیش‌بینی‌شده با روش تحلیلی ( $V_{ult}$ ) به مقادیر متناظر به دست‌آمده از اجزاء محدود ( $V_{ANSYS}$ ) و آزمایشگاهی ( $V_{exp}$ ) است. این تذکر لازم است که مقادیر

جدول ۱. مقایسه‌ی مقاومت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی مربوط به نمونه‌های CPG۱ تا CPG۴.

$\frac{V_{ult}}{V_{exp}}$	$\frac{V_{ult}}{V_{ANSYS}}$	$V_{exp}$ (Kn)	$V_{ANSYS}$ (Kn)	$V_{ult}$ (Kn)	$V_{S1}$ (Kn)	$V_{S0}$ (Kn)	$V_{Cr1}$ (Kn)	$V_{Cr0}$ (Kn)	$V_c$ (Kn)	$h$ (mm)	شاه تیر
۱٫۰۸	۱٫۰۴	۴۳۱	۴۴۸	۴۶۶	۲۶۷	۹۸	۵۴	۹۸	۱۰۱	۱۸۷٫۵	CPG۱-T
۱٫۰۵	۱٫۰۲	۴۳۱	۴۴۳	۴۵۳	۲۱۶	۱۳۶	۷۵	۷۵	۱۰۱	۳۷۵	CPG۱-M
۱٫۰۸	۱٫۰۶	۴۳۱	۴۴۰	۴۶۶	۹۸	۲۶۷	۹۸	۵۴	۱۰۱	۳۶۲٫۵	CPG۱-B
۱٫۲۶	۱٫۰۷	۵۶۲	۶۶۰	۷۰۶	۴۴۴	۱۶۴	۲۵۰	۱۶۴	۹۸	۱۸۷٫۵	CPG۲-T
۱٫۲۹	۱٫۰۳	۵۶۲	۷۰۲	۷۲۴	۳۱۳	۳۱۳	۳۱۳	۳۱۳	۹۸	۳۷۵	CPG۲-M
۱٫۲۶	۱٫۰۸	۵۶۲	۶۵۶	۷۰۶	۱۶۴	۴۴۴	۱۶۴	۲۵۰	۹۸	۳۶۲٫۵	CPG۲-B
۱٫۰۱	۱٫۰۳	۵۴۳	۵۳۱	۵۵۱	۲۶۷	۹۸	۵۴	۹۸	۱۸۳	۱۸۷٫۵	CPG۳-T
۱٫۰۱	۱٫۰۲	۵۴۳	۵۲۷	۵۴۸	۲۱۶	۱۳۶	۷۵	۷۵	۱۸۳	۳۷۵	CPG۳-M
۱٫۰۱	۱٫۰۴	۵۴۳	۵۲۵	۵۵۱	۹۸	۲۶۷	۹۸	۵۴	۱۸۳	۳۶۲٫۵	CPG۳-B
۱٫۱۶	۱٫۰۷	۶۷۵	۷۳۶	۷۸۴	۴۴۴	۱۶۴	۲۵۰	۱۶۴	۱۷۶	۱۸۷٫۵	CPG۴-T
۱٫۱۹	۱٫۰۳	۶۷۵	۷۷۹	۸۰۲	۳۱۳	۳۱۳	۳۱۳	۳۱۳	۱۷۶	۳۷۵	CPG۴-M
۱٫۱۶	۱٫۰۸	۶۷۵	۷۲۹	۷۸۴	۱۶۴	۴۴۴	۱۶۴	۲۵۰	۱۷۶	۳۶۲٫۵	CPG۴-B

جدول ۲. مقایسه‌ی مقاومت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی مربوط به نمونه‌های مرکب CPG۷ و CPG۸.

$\frac{V_{ult}}{V_{exp}}$	$\frac{V_{ult}}{V_{ANSYS}}$	$V_{exp}$ (Kn)	$V_{ANSYS}$ (Kn)	$V_{ult}$ (Kn)	$V_{S2}$ (Kn)	$V_{S1}$ (Kn)	$V_{S0}$ (Kn)	$V_{Cr2}$ (Kn)	$V_{Cr1}$ (Kn)	$V_{Cr0}$ (Kn)	$V_c$ (Kn)	شاه تیر
۰٫۹۱	۰٫۹۶	۴۳۶	۴۱۲	۳۹۶	۲۶۷	۱۵۸	۱۱۶	۵۰	۷۵	۷۵	۱۲۹	CPG۷
۱٫۰۳	۱٫۰۵	۶۲۹	۶۱۶	۶۴۶	۵۱۷	۳۱۳	۳۱۳	۲۰۸	۳۱۳	۳۱۳	۱۲۹	CPG۸



شکل ۱۵. نمونه‌ی از شاه‌تیرهای مرکب CPG۷ و CPG۸ با سخت‌کننده‌های طولی و عرضی.

نسبت عمق به ضخامت است. همچنین این‌گونه سخت‌کننده‌ها در شاه‌تیرهای با دهانه‌ی کوتاه، که مود برشی بر رفتار آنها حاکم است، نمی‌تواند مؤثر واقع شود. اما در شاه‌تیرهای با دهانه‌ی بلند و نسبت عمق به ضخامت کم، تأثیر افزودن سخت‌کننده‌ی طولی در مقاومت برشی قابل توجه بوده است، به طوری که در مطالعه‌ی حاضر به طور متوسط در حدود ۲۵٪ برآورده شده است.

نتایج ارائه‌شده در جدول ۲ مربوط به شاه‌تیرهای CPG۷ و CPG۸ است. مقاومت برشی این‌گونه شاه‌تیرهای مرکب که با هر دو سخت‌کننده‌ی عرضی و طولی مقاوم شده‌اند، مطابق شکل ۱۵ با فرض اینکه اثر لنگر خمشی در هر پانل در نظر گرفته نشود، مساوی کمترین مقاومت برشی ناحیه‌ی D و ناحیه‌ی E است. جدول ۲ نشان می‌دهد که مجموع  $V_{S1}$  و  $V_{S0}$  مربوط به ناحیه‌ی D برای هر دو شاه‌تیر بزرگ‌تر از  $V_{S2}$  است. بنابراین مقاومت برشی نهایی از مجموع  $V_{S2}$  و  $V_c$  به دست می‌آید. دو نسبت  $V_{ult}/V_{ANSYS}$  و  $V_{ult}/V_{exp}$  در شاه‌تیرهای مذکور نشان‌دهنده‌ی دقت کافی برای اعداد پیش‌بینی‌شده توسط روش تحلیلی پیشنهادی است، که در

به یک  $V_{ult}/V_{exp}$  در نمونه‌های CPG۱ و CPG۳ که سخت‌کننده‌ی طولی تأثیر چندانی در افزایش ظرفیت برشی شاه‌تیر نداشته است، می‌تواند بیان‌گر دقت روابط ارائه‌شده باشد. همچنین خلاصه‌ی نتایج تحلیل‌ها برای نمونه‌های CPG۷ و CPG۸ که مطابق نمونه‌های آزمایشگاهی، سخت‌کننده‌ی طولی در یکی از پانل‌های خود دارند، در جدول ۲ فهرست شده است. مقادیر  $V_{ult}/V_{exp}$  برای دو نمونه‌ی ذکرشده، که کاملاً شبیه نمونه‌ی آزمایشگاهی مدل‌سازی شده‌اند، نشان می‌دهد که خطای روش تحلیلی پیشنهادی در نمونه‌ی CPG۷ حدود ۹٪ و در نمونه‌ی CPG۸ در حدود ۳٪ مقداری است که توسط آزمایش به دست آمده است. این نتایج نیز می‌تواند بیان‌گر دقت قابل قبول روابط ارائه‌شده باشد.

در بخش دوم، نتایج از دیدگاه تأثیر سخت‌کننده‌ی طولی در مقاومت برشی شاه‌تیر بررسی شده است. همان‌طور که قبلاً عنوان شده است، مقادیر  $V_{ult}/V_{exp}$  در جدول ۱ نشان‌دهنده‌ی افزایش مقاومت برشی شاه‌تیرهای با سخت‌کننده‌ی طولی نسبت به شاه‌تیرهای بدون سخت‌کننده است. شاه‌تیرهایی که در مود برشی گسیخته می‌شوند، شاه‌تیرهایی هستند که دهانه‌ی کوتاه دارند و اثر لنگر خمشی در آنها قابل اغماض است. به عبارت دیگر، در این‌گونه شاه‌تیرها نسبت عمق - به - ضخامت ( $d/t$ )، زیاد است. در این موارد، قراردادن سخت‌کننده‌ی طولی تأثیر چندانی در مقاومت برشی ندارد. با افزودن سخت‌کننده‌های طولی به شاه‌تیرهای CPG۱ و CPG۳ که دارای نسبت عمق - به - ضخامت ( $d/t$ )، ۲۵٪ هستند، افزایش مقاومت برشی به ترتیب در حدود ۸٪ و ۱٪ بوده است. بنابراین افزودن سخت‌کننده‌ی طولی به این‌گونه شاه‌تیرها، توجیه‌پذیر نیست. اما شاه‌تیرهای CPG۲ و CPG۴ با نسبت عمق - به - ضخامت ( $d/t$ )، ۱۵٪ در زمانی که با سخت‌کننده‌ی طولی مقاوم شده‌اند، به ترتیب افزایش مقاومت در حدود ۳٪ و ۲۰٪ از خود نشان داده‌اند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر سخت‌کننده‌های طولی در مقاومت برشی وابسته به

آن بیشینه‌ی خطا در حدود  $9 \pm$ ٪ بوده و مقدار قابل قبولی برای یک روش تحلیلی است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک روش تحلیلی برای تعیین رفتار گسیختگی و ظرفیت برشی نهایی شاه‌تیرهای مرکب بتنی - فولادی با سخت‌کننده‌ی طولی ارائه شده است. در روش مذکور، مودهای گسیختگی ممکن براساس موقعیت قرارگیری سخت‌کننده‌ی طولی در نظر گرفته شده است. این روش ساده است و نیازمند محاسبات پیچیده‌ی ریاضی نیست. روش پیشنهادی بر روی تعدادی از شاه‌تیرهای آزمایش شده توسط پژوهشگران دیگر به‌کار گرفته شده و نتایج با مقادیر به دست آمده از روش المان محدود با استفاده از نرم‌افزار ANSYS برای ارزیابی تأثیر سخت‌کننده‌ها مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به اختلاف کم بین نتایج پیش‌بینی شده از روش تحلیلی پیشنهادی و مدل‌های المان محدود می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی، دقت کافی برای طراحی شاه‌تیرهای مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی دارد. در تمامی نمونه‌های CPG۱ تا CPG۴، روش تحلیلی پیشنهادی توانسته است ظرفیت برشی شاه تیر را با خطایی کمتر از ۸٪ نسبت به مقدار به دست آمده از تحلیل اجزاء محدود پیش‌بینی کند. همچنین این روش تحلیلی مقادیر ظرفیت برشی شاه‌تیرهای CPG۸ و CPG۷ که کاملاً شبیه نمونه‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته شده‌اند، را با خطایی کمتر از ۹٪ برآورد کرده است. همچنین مقادیر  $V_{exp}$  و  $V_{ANSYS}$  در این دو نمونه، صحت روش مدل‌سازی اجزاء محدود غیرخطی انجام‌گرفته در این مطالعه را به اثبات می‌رساند.

#### تقدیر و تشکر

همچنین از همکاری مسئولان سایت کامپیوتری دانشگاه ملی مالزی که تحلیل‌های ANSYS در آنجا انجام شده است، کمال تشکر را دارند.

#### فهرست علائم

$A_{rb}$ : سطح مقطع آرماتور طولی در پایین دال بتنی؛  
 $A_{rt}$ : سطح مقطع آرماتور طولی در بالای دال بتنی؛  
 $a$ : ارتفاع اتصالات برشی؛  
 $B$ : عرض دال بتنی؛  
 $b$ : عرض پانل جان؛

$b_f$ : عرض بال شاه‌تیر؛  
 $C_c$ : فاصله‌ی طولی مفاصل خمیری در بال فشاری؛  
 $C_t$ : فاصله‌ی طولی مفاصل خمیری در بال کششی؛  
 $D_s$ : قطر سرگل میخ یا همان اتصالات برشی؛  
 $d$ : عمق پانل جان؛  
 $d_{rb}$ : فاصله از تار خنثی خمیری تا آرماتور بالای دال بتنی؛  
 $d_{rt}$ : فاصله از تار خنثی خمیری تا آرماتور پایین دال بتنی؛  
 $d_s$ : عمق مؤثر دال در برش؛  
 $E$ : مدول کشسانی؛  
 $f_{ce}$ : مقاومت فشاری مؤثر عضو فشاری بتنی؛  
 $f_{cu}$ : مقاومت فشاری استوانه‌ی بتن؛  
 $h$ : فاصله‌ی سخت‌کننده‌ی طولی تا پایین شاه‌تیر؛  
 $l$ : فاصله‌ی اتصالات برشی؛  
 $M_p$ : لنگر خمیری مقاوم بال فولادی در کشش؛  
 $M_{pn}$ : لنگر خمیری مقاوم بال مرکب؛  
 $P_{rb}$ : نیروی خمیری در لایه‌ی پایین آرماتورهای دال بتنی؛  
 $P_{rt}$ : نیروی خمیری در لایه‌ی بالای آرماتورهای دال بتنی؛  
 $t$ : ضخامت جان؛  
 $t_c$ : عمق دال بتنی؛  
 $t_f$ : ضخامت بال فولادی؛  
 $V_c$ : مقاومت برشی دال بتنی؛  
 $V_s$ : مقاومت برشی شاه‌تیر فولادی با سخت‌کننده‌ی قطری؛  
 $V_{cr}$ : برش بحرانی؛  
 $V_{exp}$ : برش نهایی آزمایشگاهی؛  
 $V_{ult}$ : مقاومت برشی نهایی شاه‌تیر مرکب با سخت‌کننده‌ی طولی؛  
 $\theta$ : زاویه‌ی مورب تنش غشایی کششی؛  
 $\theta_d$ : زاویه‌ی مورب قطری پانل برشی؛  
 $k$ : ضریب کماتش برشی؛  
 $\nu$ : ضریب پواسون؛  
 $\sigma_t$ : تنش غشایی وارده بر میدان کششی؛  
 $\sigma_t^y$ : تنش غشایی تسلیم بر میدان کششی؛  
 $\sigma_{yr}$ : تنش تسلیم آرماتورهای طولی؛  
 $\sigma_{yw}$ : تنش تسلیم جان؛  
 $\tau$ : تنش برشی در جان؛  
 $\tau_{cr}$ : تنش بحرانی کشسان در جان.

#### منابع (References)

- Basler, K. and Thurlimann, B., *Literature Survey on Stability of Plate Girders*, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 251.1 (1957).
- Cooper, P.B., *Literature Survey on Longitudinally Stiffened Plates*, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 304.2 (1963).
- Lee, S.C. and Yoo, C.H. "Experimental study on ultimate shear strength of web panels", *J. Struct. Eng.*, **125**(8), pp. 838-846 (1999).
- White, D.W. and Barker, M.G. "Shear resistance of

- transversely stiffened steel I girders”, *J. Struct. Eng.*, **134**(9), pp. 1425-1436 (2008).
5. Basler, K. “Strength of plate girders in shear”, *J. Struct. Div.*, **87**(10), pp. 151-180 (1961).
  6. Gaber, E. “Beulversuche an modelltragern aus stahl”, *Bautechnik*, **22**, p. 6 (1944).
  7. Massonnet, C. “Essais de voilement sur poutres a ame raidies” *Memoires AIPC*, Zurich **14**, pp. 125-186 (1954).
  8. Rockey, K.C. “Shear buckling of a web reinforced by vertical stiffeners and a central horizontal stiffener”, *Aluminium Development Association*, **17**, p. 161-171 (1957).
  9. D’Apice, M.A. and Cooper, P.B., *Static Bending Tests on Longitudinally Stiffened Plate Girders*, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 304.5 (1965).
  10. Fielding, D.J. and Cooper, P.B., *Static Shear Tests on Longitudinally Stiffened Plate Girders*, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 304.7 (1965).
  11. Alinia, M.M., Shakiba, M. and Habashi, H.R. “Shear failure characteristics of steel plate girders”, *Thin-Walled Structures*, **47**(12), pp. 1498-1506 (2009).
  12. Moon, J., Yi, J., Choi, B.H. and Lee, H.E. “Shear strength and design of trapezoidally corrugated steel webs”, *J. Constr. Steel Res.*, **65**(5), pp. 1198-1205 (2009).
  13. Narayanan, R., Al-Amery, R.I.M. and Roberts, T.M. “Shear strength of composite plate girders with rectangular web cut-outs”, *J. Constr. Steel Res.*, **12**(2), pp. 151-166 (1989).
  14. Baskar, K. and Shanmugam, N.E. “Steel-concrete composite plate girders subject to combined shear and bending”, *J. Constr. Steel Res.*, **59**(4), pp. 531-557 (2003).
  15. Porter, D.M. and Cherif, Z.E.A., *Ultimate Shear Strength of Thin Webbed Steel and Concrete Composite Girders*, Elsevier Applied Science Publishers, pp. 55-64 (1987).
  16. Roberts, T.M. and Al-Amery, R.I.M. “Shear strength of composite plate girders with web cutouts”, *J. Struct. Eng. ASCE*, **117**(7), pp. 1897-1910 (1991).
  17. Queiroz, F.D., Vellasco, P.C.G.S. and Nethercot, D.A. “Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection”, *J. Constr. Steel Res.*, **63**(4), pp. 505-521 (2007).
  18. Darehshouri, S., Shanmugam, N.E. and Osman, S. “Collapse behavior of composite plate girders loaded in shear”, *J. Struct. Eng.*, **138**(3), pp. 318-326 (2012).
  19. Hayatdavoodi, A. and Shanmugam, N.E. “Web buckling and ultimate strength of composite plate girders subjected to shear and bending”, *Int. J. Struct. Stab. Dy.*, **15**(2), 18 p. (2015).
  20. Dehghani, A., Hayatdavoodi, A.A. and Nateghi-A, F. “Behavior and ultimate shear strength of composite plate girder with diagonal stiffener”, *Sharif J., Civil Eng.*, **32-2**(1.2), pp. 37-46 (2016).
  21. Porter, D.M., Rockey, K.C. and Evans, H.R. “The collapse behaviour of plate girders loaded in shear”, *Struct. Eng.*, **53**(8), pp. 313-325 (1975).
  22. Timoshenko, S. and Gere, J.M., *Theory of Elastic Stability*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, U.S.A. (1965).
  23. Yonezawa, H., Miakami, I., Dogaki, M. and Uno, H. “Shear strength of plate girders with diagonally stiffened webs”, *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, **1978**(269), pp. 17-27 (1978).
  24. BS 5950: Part 1, *Structural Use of Steelwork in Building. British Standard Code of Practice for Design in Simple and Continuous Construction*, Hot Rolled Sections, British Standards Institution (1990).
  25. American Concrete Institute (ACI), *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, ACI 318M-05, Detroit (2005).
  26. ANSYS, *User’s Manual*, Version 11, Ansys (2009).