

# آنالیز قابلیت اعتماد و حساسیت شمع‌های فولادی و بتنی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی

مهمشی عمارت‌شناسی، (همایر ۱۳۹۶) دوری ۳، شماره ۲، ص. ۶۴-۷۶

مهراوه رخشانی‌مهر<sup>\*</sup> (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه الزهرا

حامد میرکمالی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شیواز

ناصر شابختی (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

محسن راشکی (استادیار)

گروه مهندسی معماری، دانشگاه سیستان و بلوچستان

در نوشتار حاضر، کاربرد روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو، شبیه‌سازی وزنی، و روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان در برآورد این‌می شمع‌های بتنی و فولادی تحت بار تقلیل برای دو نوع خاک چسبنده و غیرچسبنده مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر آن، نتایج حساسیت مبتنی بر تحلیل قابلیت اطمینان شمع نیز با استفاده روش‌های شبیه‌سازی و مرتبه‌ی اول ارائه شده است. مقایسه‌ی نتایج حاصل شده نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های مرتبه‌ی اول برای ارزیابی این‌می شمع‌ها در خاک‌های چسبنده مناسب است و نتایج حساسیت مبتنی بر این روش‌ها نیز به عنوان پاسخ دقیق می‌تواند مورد استفاده قرار گرفته شود. لیکن به دلیل پیچیدگی تابع شرایط حدی، به‌کارگیری آن برای ارزیابی شمع‌های واقع در خاک‌های غیرچسبنده صحیح نیست. برای این منظور، مخصوصاً زمانی که احتمال خرابی پالین است و استفاده از روش مونت‌کارلو نیازمند به‌کارگیری نمونه‌های زیاد است، با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی می‌توان نتایجی دقیق با تعداد اندکی نمونه به دست آورد.

**واژگان کلیدی:** شمع، خاک چسبنده و غیرچسبنده، احتمال خرابی، تحلیل حساسیت، شبیه‌سازی.

m.rakhshanimehr@alzahra.ac.ir  
h.mirkamali@sutech.ac.ir  
shabakhty@iust.ac.ir  
mrashki@eng.usb.ac.ir

## ۱. مقدمه

که در آن،  $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$  بردار پارامترهای تصادفی سازه،  $(x)$  بیان‌گر تابع چگالی احتمال تأمین برای همه‌ی پارامترهای تصادفی سازه و  $G(x)$  تابع عملکرد سازه‌ی مورد‌نظر است.<sup>[۱]</sup> عموماً به‌دست‌آوردن شکل دقیق تابع چگالی احتمال متغیرهای طراحی ممکن نیست؛ علاوه بر آن، گاهی  $(x)$  نیز در مسائل به‌شکل ضمنی است. حتی اگر تابع مذکور موجود هم باشد، محاسبه‌ی انتگرال چندگانه‌ی فوق بسیار دشوار است. بنابراین اغلب از روش‌های تخمين عددی برای ساده‌سازی محاسبات احتمال خرابی استفاده می‌شود.<sup>[۲]</sup> که متدالول ترین آن‌ها، روش‌های مرتبه‌ی اول و دوم قابلیت اطمینان (FORM)،<sup>[۳]</sup> (SORM)<sup>[۴]</sup> و روش‌های شبیه‌سازی نظری شبیه‌سازی مونت‌کارلو<sup>[۵]</sup> (MCS) هستند.<sup>[۶-۸]</sup> در میان روش‌های ذکر شده، روش FORM به دلیل سادگی مراحل حل و دقت مناسب برای توابع با درجه‌ی غیرخطی پایین، مورد توجه پژوهشگران است. به‌صورت کلی، چنانچه تابع شرایط حدی یک نقطه‌ی طراحی داشته باشد و تابع شرایط حدی در مجاورت این نقطه، خطی باشد؛ نتایج حاصله از این روش برای حل مسائل مهندسی با دقت کاملاً مطلوب هستند.<sup>[۹]</sup>

براساس برخی نقص‌های موجود در طراحی، مدل‌سازی‌های عددی و نیز در اثر برآکنده‌ی های موجود در مقادیر میانگین، پارامترهای بار و مقاومت، عدم قطعیت‌ها جزء ذاتی و جدا نشدنی مسائل مهندسی هستند. با وجود اینکه پارامترهای مذکور در طراحی اغلب به صورت قطعی مورد استفاده قرار می‌گیرند، در آنالیز قابلیت اطمینان هر کدام از این کمیت‌ها همراه عدم قطعیت‌هایی در نظر گرفته می‌شوند.<sup>[۱۰]</sup> آنالیز قابلیت اطمینان سازه‌ها به طرح کمک می‌کند تا این عدم قطعیت‌ها را به منظور محاسبه‌ی قابلیت اطمینان طی مراحل مختلف طراحی و ساخت سازه در نظر بگیرد. عموماً در مسائل سازه‌بی قابلیت اطمینان، احتمال خرابی را می‌توان به صورت رابطه‌ی نوشت:

$$P_f = \int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx \quad (1)$$

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۸/۲/۱۳۹۵، اصلاحیه ۲۵/۵/۱۳۹۵، پذیرش ۳۱/۵/۱۳۹۵

در زمانی که سایر روش‌ها قادر به تخمین قابلیت اطمینان نیستند، این روش تخمین دقیقی از احتمال خرابی را ارائه خواهد کرد. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو براساس تئوری اعداد بزرگ، احتمال خرابی را به صورت رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌کند:

$$P_f = \frac{1}{N^\infty} \sum_{j=1}^{N^\infty} I(x_j) \quad (2)$$

که در آن،  $x_j$ ، زمین بردار از پارامترهای تصادفی سازه و  $I(x_j)$  یک شمارنده برای موفقیت و عدم موفقیت شبیه‌سازی است و به شکل روابط ۳ و ۴ تعریف می‌شود:

$$I(x_j) = 1 \rightarrow \text{if } G(x_j) \leq 0 \quad (3)$$

$$I(x_j) = 0 \rightarrow \text{if } G(x_j) > 0 \quad (4)$$

به منظور محاسبه احتمال خرابی  $P_f$ ، تعداد  $N$  نمونه‌ی تصادفی مستقل تولید می‌شوند. چنانچه نمونه‌های موجود در ناحیه‌ی خرابی با  $N_H$  نمایش داده شود، احتمال خرابی به صورت رابطه‌ی ۵ نشان داده می‌شود:

$$P_f \cong \frac{N_H}{N} \quad (5)$$

مشاهده می‌شود که مطابق این روش برای رسیدن به دقتی بالا، نیاز به تعداد زیادی شبیه‌سازی است. خصوصاً زمانی که احتمال خرابی مقداری کوچک باشد، به عنوان تلاشی برای کاهش هزینه‌ی محاسبات زیاد موردنیاز در این روش، روش‌های کاهش واریانس مختلفی ارائه شده‌اند، که از میان آن‌ها می‌توان به روش‌های IS Simulation، Direct Sampling، Latin Hypercube Sampling، Line Sampling Subset اشاره کرد.<sup>[۲۰-۲۱]</sup>

## ۲.۲. روش شبیه‌سازی وزنی

در روش شبیه‌سازی وزنی، احتمال خرابی به صورت «سبت وزن نمونه‌های موجود در ناحیه‌ی خرابی به وزن کل نمونه‌های تولید شده براساس تابع چگالی یکنواخت» تعریف شده است. براساس روش وزنی، متغیرهای تصادفی به صورت یکنواخت در کل فضای طراحی توزیع می‌شوند، در حالی که وزن اختصاص داده شده برای نمونه، آن‌ها را از یکدیگر متمایز می‌کند. برای هر نمونه، یک تابع شمارنده نمونه‌های موجود در ناحیه‌ی سلامت و خرابی را از یکدیگر جدا می‌سازد. بدین ترتیب با استفاده از تابع چگالی یکنواخت و اعمال وزن به نمونه‌ها امکان برآورد احتمال خرابی و محتمل ترین احتمال خرابی سازه به سادگی ممکن خواهد بود. بدین ترتیب احتمال خرابی براساس رابطه‌ی ۶ محاسبه خواهد شد:

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^N I.W_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (6)$$

که در آن،  $W_i$  وزن نمونه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی و  $I$  نیز شمارنده‌ی است که مقدار آن برای نقاط موجود در ناحیه‌ی خرابی برابر ۱ و برای سایر نقاط برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.<sup>[۲۲]</sup> شکل ۱، نحوه برآورد احتمال خرابی با استفاده از روش وزنی را نشان می‌دهد.

## ۳.۲. روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد

یکی از پرکاربردترین روش‌های مرتبه‌ی اول در سال ۱۹۷۴ ارائه شده است.<sup>[۲۳]</sup> مهم‌ترین ویژگی روش ارائه شده مذکور، تغییرناپذیر بودن شاخص قابلیت اعتماد به

استفاده از روش‌های تخمینی مزبور مورد توجه پژوهشگران سازه و ژئوتکنیک قرار گرفته است. در سال ۱۹۹۳، آنالیز قابلیت اطمینان شمع‌ها تحت اثر بار عمودی در خاک‌های چسبنده مورد بررسی قرار گرفته و از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای به دست آوردن تابع چگالی احتمال با توجه به ظرفیت باربری شمع استفاده شده است.<sup>[۱۱]</sup> مطالعه‌ی دیگری نیز بر روی ظرفیت و سطح عملکرد شمع‌ها با توجه به منابع اصلی عدم قطعیت انجام شده است، که در آن از دستورالعمل مؤسسه‌ی نفت آمریکا استفاده شده است.<sup>[۱۲]</sup> با استفاده از تحلیل قابلیت اعتماد برای ارزیابی ظرفیت محوری شمع با استفاده از رویکرد طراحی، تابع احتمالاتی به دست آمده از روش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند.<sup>[۱۳]</sup> در تحلیل قابلیت اطمینان شمع‌ها تحت اثر بار محوری، پژوهشگران یک روش طراحی براساس سطح طراحی با استفاده از روش مونت‌کارلو توسعه داده‌اند.<sup>[۱۴]</sup> همچنین برای بهبود بازدهی محاسباتی روش مونت‌کارلو از روش مبتنی بر اهمیت برای ارزیابی قابلیت اطمینان سریع شمع‌ها تحت بار جابجی استفاده شده است.<sup>[۱۵]</sup> در پژوهش دیگری نیز پس از تحلیل تأثیر غییرات مکانی جرم خاک روی نشست پی فونداسیون با استفاده از روش المان محدود تصادفی، این نتیجه به دست آمده است که نشست نوک شمع به شکل زیادی متأثر از عدم قطعیت و تصادفی بودن پارامترهای سیس قابلیت اطمینان نشست شمع فونداسیون با درنظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۱۶]</sup> آنالیز قابلیت اعتماد نشست پی فونداسیون نیز با استفاده از روش رسم طراحی براساس پارامترهای تصادفی انجام شده و رابطه‌ی بین پارامترها به عنوان عدم قطعیت در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۷]</sup> همچنین فرمول قابلیت اعتماد شمع تک تحت چند روش طراحی مشترک به دست آورده شده و تأثیر ضریب انحراف از روش‌های طراحی مذکور بر روی قابلیت اطمینان ظرفیت باربری پی شمع مورد تحلیل قرار گرفته است.<sup>[۱۸]</sup> همچنین فرمول قابلیت اطمینان برای شمع پی، تحت حالت حدی نهایی و حالت حدی سرویس به دست آورده شده و تأثیر تصادفی بودن نشست مجاز سر شمع بر روی نتایج قابلیت اطمینان تحت حالت حدی سرویس مورد مطالعه قرار گرفته است.<sup>[۱۹]</sup> همچنین در مطالعه‌ی دیگری به بررسی قابلیت اطمینان شمع پی براساس مود خرابی نشست پرداخته شده و حساسیت متغیرهای مؤثر در خرابی شمع مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۲۰]</sup> در پژوهش حاضر، کارایی روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد، شبیه‌سازی وزنی، و شبیه‌سازی مونت‌کارلو جهت برآورد احتمال خرابی شمع‌های بتی و فولادی تحت اثر بارگذاری نقلی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، روش‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر به همراه مروری بر توابع موجود جهت ارزیابی اینمی شمع تحت بار تغییل ارائه شده است.

## ۲. روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد مورد استفاده در

### پژوهش

ذیلا روش‌های قابلیت اطمینان مورد استفاده در پژوهش حاضر به صورت خلاصه ارائه شده است.

## ۲. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو

روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو اغلب به عنوان ابزاری برای مقایسه‌ی روش‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد.<sup>[۲۱]</sup> خصوصاً برای مسائل با ماهیت پیچیده و متغیرهای زیاد

است. با تعریف پارامترهای فوق به صورت روابط ۱۲ الی ۱۶، می‌توان حساسیت  $P_f$  متناظر با میانگین و انحراف استاندارد متغیر  $x$  را محاسبه کرد:

$$\lambda = -\frac{1}{\nabla_U G(U^*, m^*)} = -\frac{1}{\frac{\partial G}{\partial U}} \quad (12)$$

$$\nabla_m G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial m_1}, \frac{\partial G}{\partial m_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial m_n} \right\}^T \quad (13)$$

$$\nabla_U G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial U_1}, \frac{\partial G}{\partial U_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial U_n} \right\}^T \quad (14)$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_x} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial \mu_x} \quad (15)$$

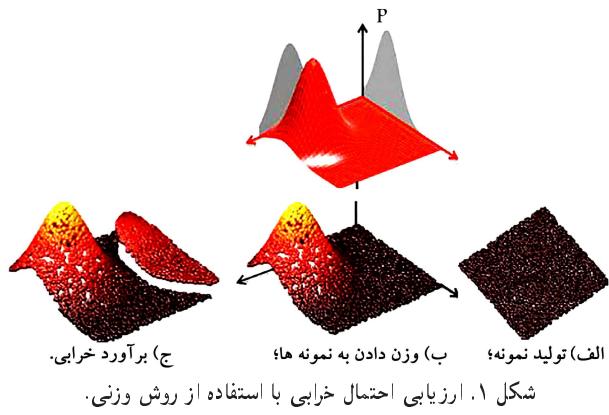
$$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_x} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_x} \quad (16)$$

با درنظرگرفتن پارامتر  $b$  و تغییرات  $\partial b$ ، تخمینی از  $\partial b / \partial \beta$  به صورت رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial \beta}{\partial b} = \frac{\beta(b + \delta b) - \beta(b)}{\delta b} \quad (17)$$

در روش‌های شیوه‌سازی معمولاً از روابط ۱۸ جهت محاسبه‌ی مقادیر حساسیت استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_f}{\partial P} &= \frac{\partial}{\partial P} \int I[g < 0] f_v(u) du = \frac{\partial}{\partial P} \int I[g < 0] f_{x(p)}(x) dx \\ &= \int I[g < 0] \frac{\partial f_{x(p)}(x)}{\partial P} dx \\ &= \int I[g < 0] \frac{\partial f_{x(p)}(x)}{\partial P} \frac{1}{f_{x(p)}(x)} f_{x(p)}(x) dx \end{aligned} \quad (18)$$



شکل ۱. ارزیابی احتمال خرابی با استفاده از روش وزنی.

از این شکلهای مختلف یکتابع شرایط حدی مشخص تحت نگاشتهای یکسان برای متغیرهای تصادفی است.<sup>[۲۳]</sup> در روش مذکور، متغیرهای تصادفی مسئله از فضای اصلی  $X$ ، به فضای نرمال غیروابسته  $U$  منتقل می‌شوند. در این فضای  $X$ ، با نام فضای نرمال استاندارد از آن یاد می‌شود، مقدار میانگین متغیرها برابر صفر و ماتریس کوواریانس آن‌ها یک ماتریس واحد خواهد بود، که برای متغیرهای تصادفی با تابع توزیع نرمال، این نگاشت به صورت رابطه‌ی ۷ ارائه می‌شود:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

بدین ترتیب فاصله‌ی هندسی میان مبدأ و تابع شرایط حدی انتقال یافته‌ی  $g(u)$  به عنوان شاخص قابلیت اعتماد مسئله تعیین شود. در نتیجه با محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد مسئله، احتمال خرابی با استفاده از رابطه‌ی ۸ محاسبه خواهد شد:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (8)$$

### ۳. روابط مورد استفاده در برآورد ایمنی شمع تحت بار نقلی

چنانچه ظرفیت تحمل خاک کمتر از مقدار موردنیاز جهت تحمل وزن سازه باشد، استفاده از پی‌های گستردۀ ممکن است چندان کارا و یا مقرون به صرفه نباشد. در چنین شرایطی، اغلب از شمع‌ها به منظور تأمین ظرفیت موردنیاز خاک برای تحمل وزن سازه استفاده می‌شود. بدین ترتیب با کوبش شمع‌ها به زمین می‌توان مقاومت برشی خاک را به شکل مطلوبی بهبود بخشد.<sup>[۲۷-۲۵]</sup> با افزایش بار بر روی شمع، نیروی مقاوم اولیه توسط اصطکاک جدار شمع آغاز و پس از آن با افزایش نیرو توسط قسمت انتهایی شمع کنترل می‌شود. تحت مقدار بار مشخصی که اغلب از آن به برش پانچ تعییر می‌شود، خاک زیر شمع گسیخته می‌شود، که به آن ظرفیت نهایی شمع اطلاق می‌شود.<sup>[۲۹-۲۸]</sup> شکل ۲، نیز مکانیزم انتقال بار توسط شمع را نشان می‌دهد.

نخستین مرحله در ارزیابی قابلیت اطمینان پی‌های دارای شمع، تصمیم‌گیری در مورد معیارهای عملکرد به صورت ارائه‌ی یک تابع شرایط حدی و پارامترهای بار و مقاومت مرتبط با آن است.<sup>[۲۳-۲۱]</sup> در ارتباط با آنالیز ایمنی شمع‌ها، سیستم به اینکه شمع در چه نوع خاکی کوییده می‌شود، تابع شرایط حدی مختلفی برای دو نوع خاک چسبنده و غیرچسبنده ارائه شده است. در این پژوهش، روابط مرتبط میان بار و مقاومت مجاز طراحی برای نمونه‌ی شمع‌های بتنی در خاک‌های چسبنده و

### ۴.۲. آنالیز حساسیت براساس قابلیت اعتماد

به دست آوردن حساسیت‌ها، مرحله‌ی مهم در طراحی بهینه‌ی سازه‌های است، که به منظور مطالعه‌ی اثر اصلاح در مقادیر پارامترها، محاسبه جهت جستجو برای یافتن طراحی بهینه و تخمین تابع ساخت به کار می‌رود.<sup>[۲۳]</sup> در مسائل قابلیت اطمینان، علاوه بر موارد فوق، آنالیز حساسیت به طراح کمک می‌کند تا مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در احتمال خرابی سازه را شناسایی و از آن در مقاوم‌سازی سازه‌ی نایمن استفاده کند. برای روش‌های مرتبه‌ی اول، قابلیت اطمینان احتمال خرابی به صورت رابطه‌ی ۹ تعریف می‌شود:

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (9)$$

که در آن،  $P_f$  احتمال خرابی و  $(\beta)\Phi$  تابع تجمعی نرمال استاندارد است. بدین ترتیب حساسیت متناسب با  $P_f$  از رابطه‌های ۱۰ و ۱۱ به دست می‌آید:

$$\frac{\partial P_f}{\partial b} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial m} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial b} = \lambda \nabla_m G(U^*, m^*) = \lambda \frac{\partial G}{\partial U} \cdot \frac{\partial U}{\partial m} \quad (11)$$

که در آن‌ها،  $(\beta)\Phi$  تابع احتمال نرمال استاندارد و  $\partial \beta / \partial m$  حساسیت شاخص قابلیت اطمینان نسبت به متغیر طراحی  $m$  است،  $\{U|G(m, U) = 0\} = A$ ،  $U$  یک بردار استاندارد بدون همبستگی و با متغیرهای نرمال و  $\lambda$  ضربی لاغرانژ

جدول ۱. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع بتنی در خاک چسبنده.

ضریب تغییرات	میانگین	توزيع	متغیر
۰,۱۵	۴۰ N/m <sup>۳</sup>	لوگ نرمال	مقاومت مشخصه‌ی بتن
۰,۰۶	۳ × ۱۰ <sup>-۱</sup> m	نرمال	قطر شمع
۰,۱۵	۴۶۰ N/m <sup>۳</sup>	لوگ نرمال	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
۰,۰۶	۲۵ × ۱۰ <sup>-۳</sup> m	نرمال	قطر فولاد
۰,۱۵	۱۲ kN/m <sup>۲</sup>	لوگ نرمال	چسبنده‌گی
۰,۱۵	۱/۰	لوگ نرمال	ضریب چسبنده‌گی
۰,۰۶	۱۲ m	نرمال	طول شمع
۰,۱۵	۳,۰	لوگ نرمال	ضریب اطمینان

جدول ۲. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع فولادی در خاک چسبنده.

ضریب تغییرات	میانگین	توزيع	متغیر
۰,۱۵	۴۶۰ N/m <sup>۳</sup>	لوگ نرمال	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
۰,۰۶	۱/۴ × ۱۰ <sup>-۱</sup> m <sup>۳</sup>	نرمال	مساحت شمع
۰,۱۵	۲۸ kN/m <sup>۲</sup>	لوگ نرمال	چسبنده‌گی
۰,۰۶	۱/۰	نرمال	ضریب چسبنده‌گی
۰,۰۶	۴۸/۸۴ m <sup>۳</sup>	نرمال	مساحت شفت
۰,۱۵	۲,۰	لوگ نرمال	ضریب اطمینان

جدول ۳. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

ضریب تغییرات	میانگین	توزيع	متغیر
۰,۱۵	۴۰ N/m <sup>۳</sup>	لوگ نرمال	مقاومت مشخصه‌ی بتن
۰,۰۶	۴,۵ × ۱۰ <sup>-۱</sup> m	نرمال	قطر شمع
۰,۱۵	۴۶۰ N/m <sup>۳</sup>	لوگ نرمال	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
۰,۰۶	۲۵ × ۱۰ <sup>-۳</sup> m	نرمال	قطر فولاد
۰,۱۵	۱۷/۳ kN/m <sup>۲</sup>	لوگ نرمال	وزن مخصوص خاک
۰,۰۶	۱۲ m	نرمال	طول شمع
۰,۰۷	۳۴°	لوگ نرمال	زاویه‌ی زهکشی شده
۰,۰۵	۳۴°	لوگ نرمال	زاویه‌ی تنش مؤثر
۰,۰۵	۲۲°	لوگ نرمال	زاویه‌ی اصطکاک مؤثر
۰,۱۵	۳,۰	لوگ نرمال	ضریب اطمینان

هستند که به صورت پیش‌بینی نشده‌ی می‌توانند عملکرد شمع را تحت تأثیر قرار دهند. پارامترهایی نظیر زاویه‌ی زهکشی شده و زاویه‌ی اصطکاک مؤثر خاک نیز به دلیل لایه‌بندی‌های مختلف و ویژگی‌های خاک مشمول این عدم قطعیت هستند، که با درنظرگرفتن انحراف معیار در برآورد اینمی سازه در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر متغیرهای آماری و توزیع چگالی مرتبه به آن‌ها برای تابع شرایط حدی ذکر شده به ترتیب در جدول‌های ۱ الی ۴ ارائه شده است.

$$\text{مقاومت اصطکاک پوسته بینی نهایی} = Q_{su}$$

$$Q_{pu} = q_{pu} A_p$$

$$\text{مقادیر بار نقطه بینی نهایی} = Q_{pu}$$

$$\text{طریق باربری شمع} = q_{pu}$$

$$\text{مساحت شمع} = A_p$$

غیرچسبنده به ترتیب از طریق روابط ۱۹ و ۲۰ به دست می‌آید:<sup>[۱]</sup>

$$G(X) = ۰,۳۳ f_{cu} \frac{\pi D_1^3}{4} + ۰,۴ f_y \frac{\pi D_1^2}{4} - \left\{ \frac{\pi D_1^2}{4} (۹S_u) + \pi D_1 L_b \alpha S_u \right\} / SF \quad (۱۹)$$

$$G(X) = [۰,۲۵۹ f_{cu} D_1^3 + ۰,۳۱۴ f_y D_1^2 - k_f] / SF \quad (۲۰)$$

که در آن‌ها،  $f_{cu}$  مقاومت مشخصه‌ی بتن،  $D_1$  قطر فولاد،  $D_2$  قطر شمع،  $L_b$  مساحت شمع،  $S_u$  چسبنده‌گی،  $\alpha$  ضریب چسبنده‌گی و  $SF$  ضریب اطمینان هستند.  $k_f$  نیز به صورت رابطه‌ی ۲۱ تعریف شده است:

$$k_f = ۰,۷۸۵ \gamma L D_1^3 \left( \frac{\left[ e^{(۰,۳۶+۰,۵\Phi) \tan \Phi} \right]^r}{\gamma \cos^r (۴5 - ۰,۵\Phi)} \right) + ۳,۱۴ D_1 L \gamma L (1 - \sin \Phi') \tan \delta \quad (۲۱)$$

که در آن،  $f_{cu}$  مقاومت مشخصه‌ی بتن،  $D_1$  قطر شمع،  $D_2$  قطر فولاد،  $L$  طول شمع،  $\gamma$  وزن مخصوص خاک،  $\Phi'$  زاویه‌ی زهکشی شده،  $\Phi$  زاویه‌ی تش تش مؤثر،  $\delta$  زاویه‌ی اصطکاک مؤثر و  $SF$  ضریب اطمینان هستند.  $\gamma$  از رابطه‌ی ۲۲ مورد استفاده قرار گرفته است:<sup>[۱]</sup>

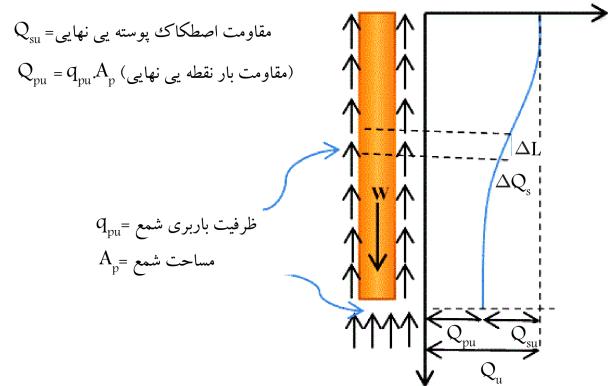
$$G(X) = ۰,۳۴ f_y A_p - \left\{ A_p (qS_u) + \sum (A_s \alpha S_u) \right\} / SF \quad (۲۲)$$

$$G(X) = [۰,۳۵ f_y A_p - \frac{k_f}{SF}] \quad (۲۳)$$

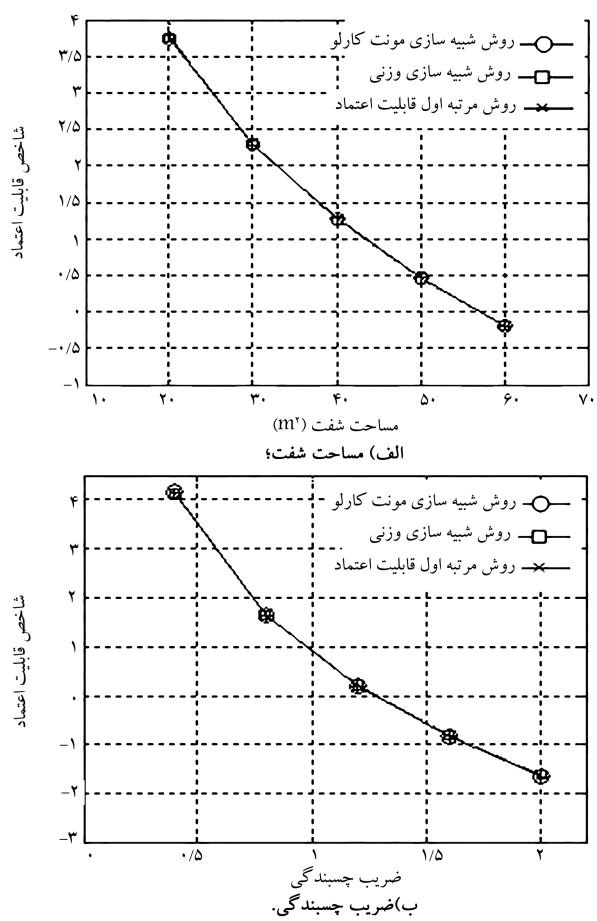
که در آن‌ها،  $f_y$  مقاومت مشخصه‌ی فولاد،  $S_u$  چسبنده‌گی یا مقاومت برشی زهکشی نشده،  $\alpha$  ضریب چسبنده‌گی،  $A_s$  مساحت شفت،  $A_p$  مساحت شمع و  $SF$  ضریب اطمینان هستند و  $k_f$  از رابطه‌ی ۲۴ به دست می‌آید:

$$k_f = A_p \gamma L \left( \frac{\left[ e^{(۰,۳۶+۰,۵\Phi) \tan \Phi} \right]^r}{\gamma \cos^r (۴5 - ۰,۵\Phi)} \right) + A_s \gamma L (1 - \sin \Phi') \tan \delta \quad (۲۴)$$

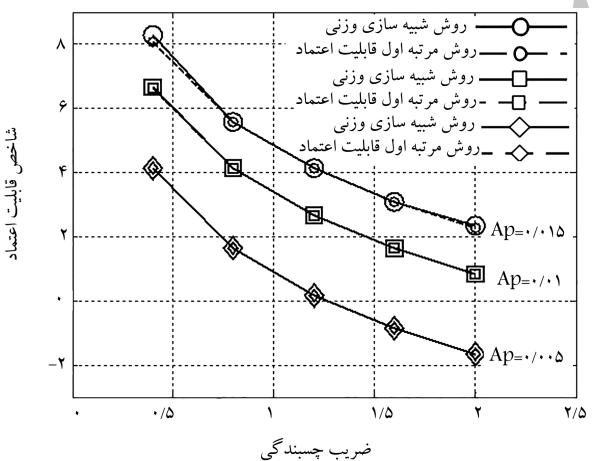
که در آن،  $A_s$  مساحت شفت و  $A_p$  مساحت شمع است. از دیدگاه آماری و واقع‌بینانه می‌توان بیان داشت متغیرهای موجود به دلیل عواملی مانند خطاهای انسانی در ساخت، دارای شرایط محیطی عدم قطعیت



شکل ۲. مکانیزم انتقال بار در شمع.



شکل ۳. شاخص قابلیت اعتماد برای شمع فولادی در خاک چسبنده.



شکل ۴. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب چسبندگی برای شمع فولادی در خاک چسبنده به ازاء مساحت‌های مختلف شمع.

بیشترین تأثیر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهند داشت. همچنین مشاهده می‌شود ضریب تغییرات متغیرهای فوق نیز تأثیر محسوسی در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهد داشت. برای شمع‌های بتمنی در خاک‌های چسبنده نیز با توجه به بالابودن شاخص قابلیت اطمینان از روش وزنی جهت کنترل نتایج FORM استفاده شده است. مشاهده می‌شود نتایج روش FORM برای تابع شرایط حدی خاک‌های چسبنده

جدول ۴. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع فولادی در خاک غیرچسبنده.

متغیر	ضریب	میانگین	توزیع
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	۰/۱۵	۴۶۰ N/m <sup>2</sup>	لوگ نرمال
مساحت شمع	۰/۰۶	۱/۶ × 10 <sup>-۱</sup> m <sup>2</sup>	نرمال
وزن مخصوص خاک	۰/۱۵	۲۷/۳ KN/m <sup>3</sup>	لوگ نرمال
طول شمع	۰/۰۶	۱۲ m	نرمال
زاویه‌ی زهکشی شده	۰/۰۷	۳۴	لوگ نرمال
مساحت شفت	۰/۰۶	۱۶/۹۶ m <sup>2</sup>	نرمال
زاویه‌ی تش مؤثر	۰/۰۵	۳۴°	لوگ نرمال
زاویه‌ی اصطکاک مؤثر	۰/۰۵	۲۲°	لوگ نرمال
ضریب اطمینان	۰/۱۵	۳/۰	لوگ نرمال

جدول ۵. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع فولادی در خاک چسبنده.

متغیر	$\delta\beta/\delta\sigma$	$\delta\beta/\delta\mu$
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	$1/۹۲ \times 10^{-۸}$	$1/۰۳ \times 10^{-۸}$
مساحت شمع	$۳۵۴/۴$	$۴۸۹/۰۱$
چسبندگی	$۸/۶۲ \times 10^{-۵}$	$-۹/۳ \times 10^{-۵}$
ضریب چسبندگی	$۰/۹۶$	$-۲/۵۶$
مساحت شفت	$۰/۰۱۶۱$	$-۰/۴۳۳$
ضریب اطمینان	$۱/۲۱$	$۱/۲۹۹$

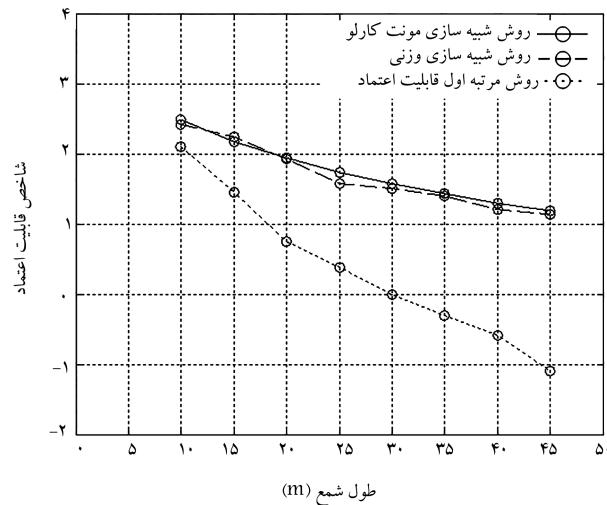
## ۴. تحلیل و نتایج

در این بخش، نتایج به دست آمده از آنالیز قابلیت اطمینان و حساسیت برای ۴ تابع شرایط حدی مذکور ارائه شده است. برای این منظور، نتایج روش مرتبه‌ی اول با روش‌های شبیه‌سازی مقایسه شده است.

در شکل‌های ۳ و ۴، روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و روش شبیه‌سازی وزنی به همراه روش FORM برای تابع شرایط حدی مخصوص شمع فولادی در خاک‌های چسبنده مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است. برای حالتهای که احتمال خرابی پایین است، مانند حالت  $A_p = ۰/۰۱۵$ ، روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو نیاز به تعداد نمونه‌ی خیلی زیاد برای برآورد احتمال خرابی دارد، در حالی که روش شبیه‌سازی وزنی برای این حالت، با تعداد نمونه‌ی در حدود  $۱/۰۰۰$  روش مونت‌کارلو جواب قابل قبول را ارائه می‌دهد. با توجه به شکل تابع و اشکال مذکور مشاهده می‌شود که روش FORM برای چنین تابع شرایط حدی نتایج قابل قبولی را به همراه داشته است. همچنین براساس شکل ۳ مشاهده می‌شود که تغییرات  $A_p$  و  $\alpha$  تغییرات محسوسی در شاخص قابلیت اطمینان به همراه داشته است. لذا با توجه به دقت مناسب روش FORM برای تابع شرایط حدی مربوط به شمع فولادی در خاک‌های چسبنده، از روش آنالیز حساسیت مرتبه‌ی اول برای یافتن مهم‌ترین متغیرها استفاده و نتایج در جدول ۵ ارائه شده است. همچنین مطابق شکل ۴، به ازاء مساحت‌های شمع  $۰/۰۱۵$  و  $۰/۰۱$ ،  $A_p = ۰/۰۱$  و  $۰/۰۰۵$ ، شمع در حاشیه‌ی اینمی کامل قرار دارد، اما در صورت کاهش مساحت شمع به  $۰/۰۰۰۵$ ،  $A_p = ۰/۰۰۰۵$ ، اینمی شمع کاهش پیدا می‌کند، به گونه‌یی که به ازاء ضریب چسبندگی برابر با  $۱/۲$  شاخص قابلیت اطمینان به صفر کاهش پیدا می‌کند. نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت، نشان‌دهنده‌ی آن است که  $A_p$  و  $\alpha$  تغییرات

در قابلیت اطمینان شمع مورد طراحی خواهند بخشد. در شکل ۶، مقایسه میان نتایج به دست آمده از آنالیز قابلیت اطمینان شمع بتنی در خاک غیرچسبنده ارائه شده است. همان‌طور که در رابطه  $20$  مشاهده می‌شود، تابع شرایط حدی برای حالت موردنظر بسیار پیچیده بوده است و بدین ترتیب همان‌گونه که از شکل مذکور نیز بر می‌آید، روش FORM نتایج مناسبی برای تحلیل قابلیت اطمینان شمع‌ها ارائه نخواهد داد. بنابراین آنالیز حساسیت صورت‌گرفته توسط روش‌های مرتبه‌ی اول نیز مطمئن نخواهد بود. در جدول‌های  $7$  و  $8$ ، نتایج آنالیز حساسیت برای تابع مذکور به دو روش تفاضل محدود و FORM ارائه شده و امکان مقایسه‌ی پاسخ‌ها را فراهم آورده است. همچنین شکل  $6$ ، نشان‌دهنده‌ی اینمی کامل شمع بتنی در خاک غیرچسبنده به ازاء طول لوله از  $10$  تا  $45$  متر است.

نتایج آنالیز حساسیت برای روش مرتبه‌ی اول بیان‌گر حساسیت بالای شاخص قابلیت اطمینان نسبت به متغیرهای  $D_1$  و  $D_2$  است. در حالی که نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت توسط نتایج مونت‌کارلو بیان‌گر حساسیت بالای تابع به پارامتر انحراف معیار  $\delta$  و  $\Phi$  و نیز میانگین  $\bar{\Phi}$  در کنار پارامترهای مذبور است. به منظور کنترل صحت نتایج، تغییرات شاخص قابلیت اطمینان پارامترهای مورد بحث با ضریب تغییرات این متغیرها در شکل  $7$  ارائه شده است. که مطابق آن، در محدوده‌ی مشخصی از ضریب تغییرات، پارامترهای مورد بحث تغییرات زیادی در مقدار شاخص قابلیت



شکل ۶. شاخص قابلیت اعتماد در برابر طول شمع برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

جدول ۷. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

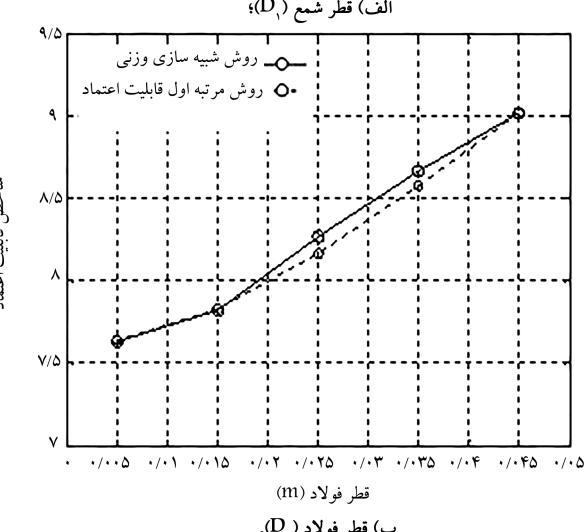
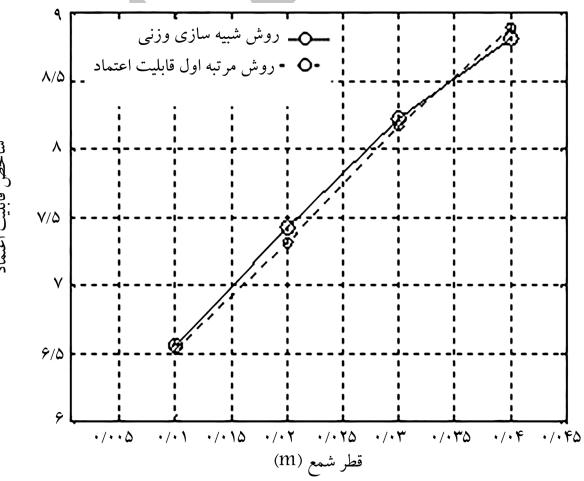
$\delta\beta/\delta\sigma$	$\delta\beta/\delta\mu$	متغیر
$-2 \times 10^{-16}$	$3 \times 10^{-8}$	مقاومت مشخصه‌ی بتن
$6,39$	$5,68$	قطر شمع
$2,27 \times 10^{-21}$	$1,20 \times 10^{-10}$	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
$3,023$	$4,38$	قطر فولاد
$1,6 \times 10^{-13}$	$-5,20 \times 10^{-7}$	وزن مخصوص خاک
$1,93 \times 10^{-6}$	$-1,50 \times 10^{-4}$	طول شمع
$2,13 \times 10^{-6}$	$-2,60 \times 10^{-4}$	زاویه‌ی زهکشی شده
$9,14 \times 10^{-5}$	$-1,60 \times 10^{-6}$	زاویه‌ی تنش مؤثر
$2,90 \times 10^{-3}$	$-0,0336$	زاویه‌ی اصطکاک مؤثر
$9,86 \times 10^{-6}$	$0,036$	ضریب اطمینان

مورد اطمینان بوده و بنابراین آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول جهت تعیین پارامترهای مهم آنالیز شمع مورد استفاده قرار گرفته است. در جدول  $6$ ، نتایج آنالیز حساسیت نسبت به میانگین و ضربت تغییرات تابع مذبور ارائه شده است.

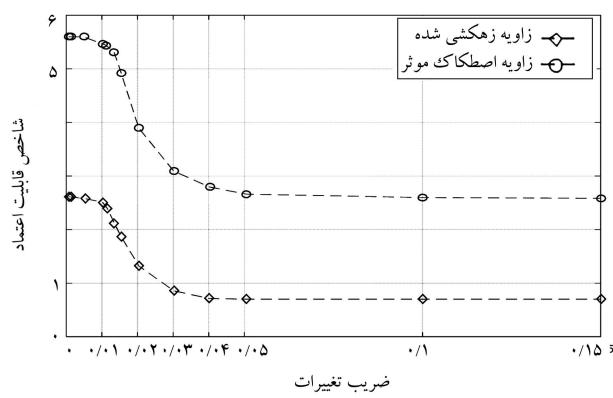
در شکل  $5$  مشاهده می‌شود که پارامترهای  $D_1$  و  $D_2$  و نیز  $\alpha$  بیشترین تأثیر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهند داشت. جدول‌های حساسیت فوق در مباحث طراحی بسیار مؤثر هستند و به طراح دید مناسبی از اهمیت پارامترها

جدول ۶. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع بتنی در خاک چسبنده.

$\delta\beta/\delta\sigma$	$\delta\beta/\delta\mu$	متغیر
$1,30 \times 10^{-16}$	$2,77 \times 10^{-8}$	مقاومت مشخصه‌ی بتن
$4,811$	$5,436$	قطر شمع
$2,33 \times 10^{-21}$	$1,31 \times 10^{-10}$	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
$2,154$	$4,88$	قطر فولاد
$2,26 \times 10^{-11}$	$-6,75 \times 10^{-6}$	چسبنده‌گی
$0,003$	$-0,0785$	ضریب چسبنده‌گی
$3,05 \times 10^{-6}$	$-0,0034$	طول شمع
$1,94 \times 10^{-4}$	$0,0271$	ضریب اطمینان



شکل ۵. شاخص قابلیت اعتماد برای شمع بتنی در خاک‌های چسبنده.



شکل ۸. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب تغییرات دو پارامتر برای شمع فولادی در خاک‌های غیرچسبنده.

جدول ۹. نتایج آنالیز حساسیت نقاط محدود با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای شمع فولادی در خاک غیرچسبنده.

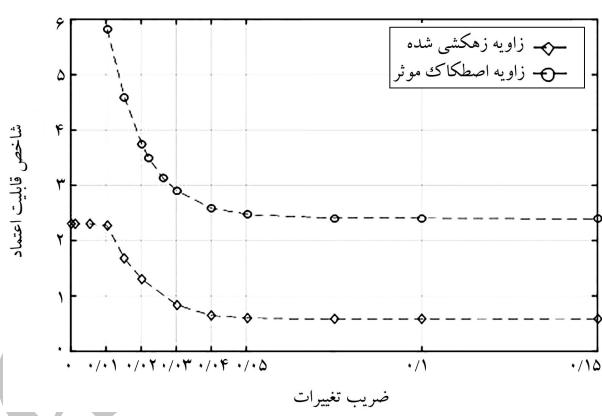
$\delta\beta/\delta\sigma$	$\delta\beta/\delta\mu$	متغیر
$0,01$	$0,13$	مقاومت مشخصه فولاد
$2,77 \times 10^{-3}$	$0,357$	مساحت شمع
$-2,3 \times 10^{-3}$	$-0,21$	وزن مخصوص خاک
$-5,6 \times 10^{-3}$	$-0,38$	طول شمع
$0,032$	$-0,42$	زاویه زهکشی شده
$3 \times 10^{-3}$	$0,27$	مساحت شفت
$0,23$	$0,81$	زاویه تشن مؤثر
$2,515$	$-1,3 \times 10^{-2}$	زاویه اصطکاک مؤثر
$8,25 \times 10^{-3}$	$0,14$	ضریب اطمینان

جدول ۱۰. اثر ضریب تغییرات پارامترهای حساس از شمع فولادی با طول‌های مختلف در خاک‌های غیرچسبنده.

شاخص	ضریب تغییرات			
	قابلیت	زاویه‌ی زهکشی شده	زاویه‌ی اصطکاک مؤثر	طول شمع
اعتماد				
$0,69$	$0,15$	$0,15$	$10$	
$2,59$	$0,07$	$0,15$	$10$	
$2,6$	$0,15$	$0,015$	$10$	
$1,89$	$0,15$	$0,015$	$15$	
$2,6$	$0,15$	$0,0015$	$10$	
$7,3$	$0,0015$	$0,15$	$10$	
$5$	$0,015$	$0,015$	$10$	
$4,83$	$0,015$	$0,15$	$10$	
$4,63$	$0,015$	$0,15$	$20$	
$4,54$	$0,015$	$0,15$	$30$	
$4,4$	$0,015$	$0,15$	$40$	
$4,32$	$0,015$	$0,15$	$50$	

جدول ۸. نتایج آنالیز حساسیت نقاط محدود با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

$\delta\beta/\delta\sigma$	$\delta\beta/\delta\mu$	متغیر
$0,0113$	$0,097$	مقاومت مشخصه‌ی بتن
$5,40 \times 10^{-3}$	$0,069$	قطر شمع
$2,78 \times 10^{-3}$	$6,90 \times 10^{-4}$	مقاومت مشخصه‌ی فولاد
$1,60 \times 10^{-3}$	$5,10 \times 10^{-3}$	قطر فولاد
$-1,40 \times 10^{-4}$	$-0,099$	وزن مخصوص خاک
$4,50 \times 10^{-4}$	$-0,147$	طول شمع
$0,081$	$-0,0597$	زاویه زهکشی شده
$0,0281$	$0,77$	زاویه تشن مؤثر
$0,98$	$-1,90 \times 10^{-3}$	زاویه اصطکاک مؤثر
$0,012$	$0,073$	ضریب اطمینان



شکل ۷. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب تغییرات دو پارامتر برای شمع بتنی در خاک‌های غیرچسبنده.

اطمینان به همراه خواهد داشت. لیکن چنانچه ضریب تغییرات از مقدار مشخصی (C.O.V = ۰,۰۵) بیشتر شود، عملاً تغییری در مقدار شاخص قابلیت اطمینان به وجود نخواهد آمد. در شکل ۷، چنانچه ضریب تغییرات زاویه زهکشی به کمتر از ۰,۰۵ محدود شود (برای این حالت  $2 = \beta$  خواهد شد)، کاهش ضریب تغییرات زاویه اصطکاک مؤثر مقدار شاخص قابلیت اطمینان را به بیش از ۵ خواهد رساند.

شکل ۸ و جدول ۹، وابستگی شاخص قابلیت اطمینان شمع‌های فولادی را به  $\Phi$  و  $\Phi$  نشان می‌دهند. همانند توضیحات ارائه شده برای شمع‌های بتنی،  $\Phi$  و  $\Phi$  مهم‌ترین متغیرها درتابع شرایط حدی هستند. برای شمع‌های فولادی در خاک‌های غیرچسبنده همانند شمع‌های بتنی در این نوع خاک، نتایج FORM برای ارزیابی قابلیت اطمینان غیردقیق است و نمی‌توان از این روش در برآورد قابلیت اطمینان آنها استفاده کرد.

در جدول ۱۰، اثر ضریب تغییرات پارامترهای مهم شمع‌های فولادی در خاک‌های غیرچسبنده به همراه طول‌های مختلف شمع ارائه شده است. مشاهده می‌شود در ارزیابی قابلیت اطمینان اثر ضریب تغییرات‌ها بسیار بیشتر از تغییرات میانگین طول شمع است، لیکن باید توجه داشت مطابق شکل ۸، این تغییرات برای مقدار مشخصی از ضریب تغییرات است. درخصوص امکان‌سنجی فیزیکی نتایج، نظری ارائه‌ی نتیجه قابلیت اطمینان منفی و یا درنظرگرفتن مقادیر میانگین بالا و یا پایین باید توجه داشت که نتایج مذکور برای نشان‌دادن روند تغییرات یک پارامتر برای شمع (به صورت عینی) و نیز امکان مقایسه‌ی کارایی روش‌ها در مقادیر بالا و پایین میانگین تغییرها

مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین ترتیب مشاهده شده است که پیچیدگی تابع شرایط حدی برای خاک های غیرچسبنده سبب می شود نتایج روش های مرتبه ای اول جهت برآوردن قابلیت اطمینان و آنالیز حساسیت مناسب نیست و برای این منظور نیاز به استفاده از روش های دقیق شبیه سازی نظری شبیه سازی مونت کارلو و روش شبیه سازی وزنی است. همچنین مقایسه ای نتایج شبیه سازی نشان می دهد به کارگیری روش شبیه سازی وزنی، با وجود استفاده از تعداد نمونه های اندک، دقت بالایی دارد. نتایج حساسیت بر مبنای قابلیت اطمینان نشان دهنده آن است که در خاک های چسبنده  $D$  و  $A_p$  شمع پارامترهای مؤثر در تغییرات قابلیت اطمینان است، لیکن برای خاک های غیرچسبنده پارامترهای مربوط به خاک و خصوصاً ضریب تغییرات آنها، نقش تعیین کننده بی دارد. نتایج شبیه سازی نشان دارد و باید در طراحی ها  $\Phi$  و  $\delta$  نقش بسیار مؤثری در تعیین شاخص قابلیت اطمینان دارد. بیش از سایر پارامترها مورد توجه قرار گیرند.

ارائه شده است و عملایمکن است وجود سازه بی با ویژگی ارائه شده به لحاظ آماری بسیار کم باشد. این موضوع درخصوص بررسی اثر تغییرات بر اینمی شمع نیز صادق است. نگاهی بر روند طراحی بهینه سازه ها و طراحی بهینه براساس قابلیت اطمینان نشان می دهد روش های موجود باید امکان ارائه پاسخ قابلیت اطمینان صحیح برای چنین مقادیری را داشته باشند، تا الگوریتم بهینه ساز را به سمت جواب بهینه و در ناحیه شدنی قرار دهند.

## ۵. نتیجه گیری

در این نوشتار، قابلیت اطمینان و پارامترهای حساس شمع های فولادی و بتی برای دو خاک چسبنده و غیرچسبنده توسط دو روش شبیه سازی و نیز روش FORM

## پانوشت ها

1. first order reliability method
2. second order reliability method
3. Monte Carlo simulation
4. importance sampling

## منابع (References)

1. Afolayan, J.O. and Opeyemi, D.A. "Reliability analysis of static pile capacity for concrete in cohesive and cohesion less soils", *Journal of Applied Science*, **3**(5), pp. 407-411 (2010).
2. Nowak, A.S. and Collins, K.R., *Reliability of Structures*, McGraw-Hill (2000).
3. Madsen, H.O., Krenk, S. and Lind, N.C., *Methods of Structural Safety*, NJ 07632: Prentice- Hall, Inc., Englewood Cliffs (1986).
4. Rajashekhar, M.R. and Ellingwood, B.R. "A new look at the response approach for reliability analysis", *Structural Safety*, **12**(3), pp. 205-220 (1993).
5. Hasofer, A.M. and Lind, N.C. "Exact and invariant second-moment code format", *Engineering Mechanics*, **100**(1), pp. 111-121 (1974).
6. Rackwitz, R. and Fiessler, B. "Structural reliability under combined random load sequences", *Computer and Structures*, **9**(5), pp. 489-494 (1978).
7. Fiessler, B., Neumann, H.J. and Rackwitz, R. "Quadratic limit states in structural reliability", *Engrn. Mech.*, **105**(4), pp. 661-676 (1979).
8. Breitung, K. "Asymptotic approximations for multinormal integrals", *Engrn. Mech.*, **10**(3), pp. 357-366 (1984).
9. Liu, J.S., *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*, Department of Statistic, Harvard University (2001).
10. Tsompanakis, Y., Nikos, D. and Lagaros, M.P., *Structural Design Optimization Considering Uncertainties*, Chapter 21, CRC Press (2008).
11. Alberto, J.P. and Catalina, N.G. "Reliability analysis of piles in cohesionless soils", *In Proceeding of the 11th Southeast Asian Geotechnical Conference*, Singapore, pp. 483-488 (1993).
12. Tang, W.H., Woodford, D.L. and Pelletier, J.H. "Performance reliability of offshore piles", *In Offshore Technology Conference* (Jan. 1990).
13. Lacasse, S. and Nadim, F. "Model uncertainty in pile axial capacity calculations", *In Offshore Technology Conference* (Jan. 1996).
14. Fan, H. and Liang, R. "Reliability-based design of axially loaded drilled shafts using Monte Carlo method", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **37**(14), pp. 2223-2238 (2013).
15. Fan, H. and Liang, R. "Efficient reliability evaluation of axially loaded piles in spatially varying soils using importance sampling", *In Geo-Shanghai Conference* (May 2014).
16. Bian, X.Y., *Reliability Analysis and Design of Pile Foundations for Serviceability Limit State*, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China (2014) (Chinese).
17. Quek, S.T., Chow, Y.K. and Phoon, K.K. "Further contributions to reliability-based pile-settlement analysis", *Journal of Geotechnical Engineering*, **118**(5), pp.726-741 (1992).
18. Bian, X.Y., Zheng, J.J. and Xu, Z.J. "Reliability analysis of bearing capacity of foundation piles considering pile foundation design approach", *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **35**(2), pp.1099-1102 (2013).
19. Bian, X.Y., Zheng, J.J. and Xu, Z.J. "Reliability analysis of serviceability limit state of foundation piles considering uncertainties of parameter and model", *Rock and Soil Mechanics*, **35**(11), pp. 3317-3322 (2014).

20. Zhang, S., Zhong, L. and Xu, Z. "Reliability of foundation pile based on settlement and a parameter sensitivity analysis", *Mathematical Problems in Engineering*, **2016**, 7 p. (2016).
21. Papadakakis, M., Tsompanakis, Y., Lagaros, N.D. and Fragiadakis, M. "Reliability based optimization of steel frames under seismic loading conditions using evolutionary computation", *Special Issue of the Journal of Theoretical and Applied Mechanics on Computational Intelligence in Mechanics*, **42**(3), pp. 585-608 (2004).
22. Kang, F., Han, S., Salgado, R. and Li, J. "System probabilistic stability analysis of soil slopes using Gaussian process regression with Latin hypercube sampling", *Computers and Geotechnics*, **63**, pp. 13-25 (2015).
23. Olsson, A., Sandberg, G. and Dahlblom, O. "On latin hypercube sampling for structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **25**(1), pp. 47-68 (2003).
24. Huntington, D.E. and Lyrintzis, C.S. "Improvements and limitations of Latin hypercube sampling", *Probabilistic Engineering Mechanics*, **13**(4), pp. 245-253 (1998).
25. Wang, Z. and Song, J. "Cross-entropy-based adaptive importance sampling using von Mises- Fisher mixture for high dimensional reliability analysis", *Struct. Saf.*, **59**, pp. 42-52 (March 2016).
26. Fan, H. and Liang, R. "Importance sampling based algorithm for efficient reliability analysis of axially loaded piles", *Computers and Geotechnics*, **65**, pp. 278-284 (2015).
27. Ibrahim, Y. "Observations on applications of importance sampling in structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **9**(4), pp. 269-281 (1991).
28. Nie, J. and Ellingwood, B.R. "Directional methods for structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **22**(3), pp. 233-249 (2000).
29. Depina, I., Le, T.M.H., Fenton, G. and Eiksund, G. "Reliability analysis with metamodel line sampling", *Struct. Safety*, **60**, pp. 1-15 (2016).
30. Pradlwarter, H.J., Schueller, G.I., Koutsourelakis, P.S. and Charmpis, D.C. "Application of line sampling simulation method to reliability benchmark problems", *Struct. Safety*, **29**(3), pp. 208-221 (2007).
31. Rashki, M., Miri, M. and Moghaddam, M.A. "A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point", *Structural Safety*, **39**, pp. 22-29 (2012).
32. Hasofer, M. and Lind, N.C. "Exact and invariant second-moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **100**, pp. 111-121 (1974).
33. Nowak, A.S. and Collins, K.R., *Reliability of Structures*, CRC Press (2012).
34. Choi, S.K., Grandhi, R. and Canfield, R.A., *Reliability-Based Structural Design*, British Library Cataloguing in Publication Data (2007).
35. Zheng, C., Liu, H. and Ding, X. "Lateral dynamic response of a pipe pile in saturated soil layer", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **40**(2), pp. 159-184 (2016).
36. Haque, N., Abu-Farsakh, M.Y. and Tsai, C. "A case study on evaluating pile set-up and the effect of pile installation sequence", In Transportation Research Board 94th Annual Meeting, No. 15-1477 (2015).
37. *Pile Foundations*, Technical Supplement 14F, National Engineering Handbook, Part 654 (2007).
38. Alielahi, H. and Adampira, M. "Comparison between empirical and experimental ultimate bearing capacity of bored piles-a case study", *Arabian Journal of Geosciences*, **9**(1), pp. 1-16 (2016).
39. Bowles, J.E., *Foundation Analysis and Design*, 4th ed., McGraw-Hill Book Company (1998).
40. Kim, K.J., Sarica, R.Z., Hossan, M.S., Rahman, M.S. and Gabr, M.A. "Development of resistance factors for axial capacity of driven prestressed concrete piles by the Vesic method in the Coastal region North Carolina", In Transportation Research Board Annual Meeting (2002).
41. Fan, H. and Liang, R. "Importance sampling based algorithm for efficient reliability analysis of axially loaded piles", *Computers and Geotechnics*, **65**, pp. 278-284 (2015).
42. Huang, J., Kelly, R., Li, D., Zhou, C. and Sloan, S. "Updating reliability of single piles and pile groups by load tests", *Computers and Geotechnics*, **73**, pp. 221-230 (2016).
43. Muthukumaran, K., Keerthi Raaj, S. and Vinod Kumar, M. "Assessment of pile failures due to excessive settlement during pile load test", *Japanese Geotechnical Society Special Publication*, **2**(73), pp. 2520-2524 (2016).