

شناسایی مفصل خمیری در تیر ساده تحت اثر زلزله با محاسبه‌ی دیاگرام انحناء

رضا کویی محمدی^{*} (دانشیار)

معین خلچ (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی هندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهمنگی عمران شرف، (همار ۱۳۹۶) دوری ۳-۲، شماره ۲/۱، ص. ۴۹-۵۰، (پادشاهی ف)

در این نوشتار، روش جدیدی برای شناسایی خرابی تیر دو سر مفصل ارائه شده است، که در آن با استفاده از ابزار تعییرات انحنا در طول تیر حین زلزله به شناسایی مفاصل خمیری ایجاد شده در تیر پرداخته شده است. در این نوشتار ابتدا سعی شده است که خرابی از نوع ترک مصنوعی (ترک ایجاد شده در تیر قبل از اعمال بارگذاری) با استفاده از ابزارهای موجود در روش‌های پردازش سیگنال و همچنین روش تعییرات بردار انحنا خرابی از نوع مفصل خمیری شناسایی شود. در ادامه، روش مذکور بسط و گسترش داده شده و از آن برای شناسایی خرابی از نوع مفصل خمیری در یک تیر در طول بارگذاری زلزله استفاده شده و در نهایت، دقت روش ذکر شده و مزیت‌های آن نسبت به روش‌های موجود پردازش سیگنال نظیر تبدیل موجک بیان شده است.

rkarami@kntu.ac.ir
mkhalaj@mail.kntu.ac.ir

واژگان کلیدی: شناسایی آسیب، مفصل خمیری، انحنای خمیری، تبدیل موجک.

۱. مقدمه

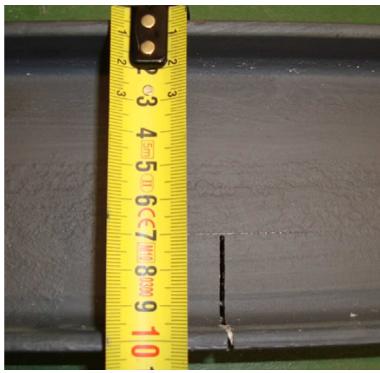
پس از جنگ جهانی دوم، صنعت ساخت و ساز در سراسر جهان توسعه یافته است. با وجود این، مدت زمان بهره‌برداری از سازه‌های ساخته شده به دست بشر محدود است و تحت هیچ شرایطی ابدی نیست. گذر زمان و وجود عوامل داخلی و خارجی باعث می‌شود که اجزاء سازه دچار آسیب شود. همچنین سازه تحت باربرداری چهارمشکلات جدی و حتی انهدام شود. کشف زودهنگام آسیب می‌تواند از خرابی فاجعه‌بار سازه جلوگیری کند. همچنین تشخیص به موقع آسیب و اقدام در جهت رفع عیوب آن، باعث افزایش عمر مفید سازه می‌شود. از این رو، در دهه‌های اخیر مطالعات فراوانی در زمینه‌ی شناسایی آسیب در سازه‌ها صورت گرفته و توسعه‌ی سازه‌های هوشمند و پایش سلامت سازه در رشته‌ی مهندسی عمران در دهه‌ی اخیر، جذابیت خاصی داشته و توجه جامعه‌ی دانشگاهی، پژوهشگران، و صنعت را به خود جلب کرده است.^[۱] ایده‌ی اصلی کاربرد روش مذکور از صنعت هواناضا و تومیل گرفته شده، اما کاربرد آن در صنعت ساخت عمرانی در دهه‌های اخیر به شکل چشم‌گیری افزایش یافته است. به طور کلی، هدف از پایش سلامت سازه، ارزیابی دقیق شرایط فلزی سازه و تضمیم‌گیری مناسب در زمینه‌ی نگهداری یا بازسازی احتمالی آن است. با توجه به نوع داده‌های مورد مطالعه و روش‌های مختلف جمع‌آوری داده‌ها، روش‌های متعددی جهت پایش سلامت سازه وجود دارد.^[۲]

روش‌های شناسایی آسیب می‌توانند به دو گروه کلی یا جامع و محلی یا موضعی

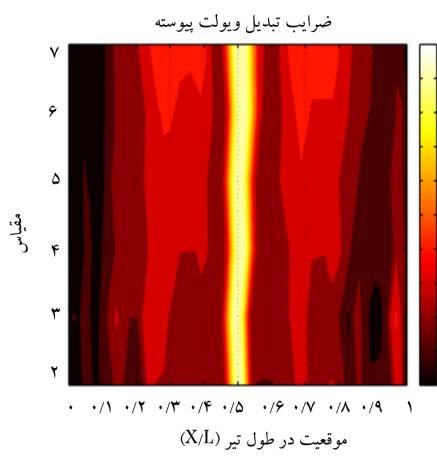
* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۷/۱۲/۱۳۹۳، اصلاحیه ۱۰/۴/۱۳۹۴، پذیرش ۶/۷/۱۳۹۴.

$$MAC(\phi_a, \phi_b) = \frac{|\phi_a^T \phi_b|}{(\phi_a^T \phi_a)(\phi_b^T \phi_b)} \quad (1)$$



شکل ۱. نمونه‌ی ترک ایجاد شده در پژوهش سولیس و همکاران.^[۸]



شکل ۲. ضرایب موجک پیوسته‌ی تیر دو سر مفصل با استفاده از اختلاف شکل مودی با استفاده از پاسخ ۶۵ نقطه.^[۸]

با یکدیگر جمع شده است تا بتوان رفتار کلی سازه را ارزیابی کرد. برای جمع کردن شکل‌های مودی، با استفاده از روش تابع وزنی، تأثیر هر مود که مشارکت بیشتری دارد، بیشتر دخالت داده شده و مودهایی که بسامدهای ارتعاشی آن به واسطه خرابی دچار تغییر نشده‌اند، حذف شده‌اند. در مدل بررسی شده با استفاده از توسعه‌ی شکل‌های مودی، تأثیر افزایش ضرایب تبدیل موجک در نقاط ابتداء و انتهای شکل‌های مودی حذف شده است. در پژوهش سولیس و همکاران از تابع موجک دوآچیس برای محاسبه‌ی ضرایب موجک اختلاف بین شکل‌های مودی و از روش‌های جمع وزنی برای درنظرگرفتن تأثیرات متفاوت مودهای مختلف استفاده شده است. از رابطه‌ی ۲ نیز برای جمع کردن شکل‌های مودی استفاده شده است:

$$CWT_{sum}(u, s) = \sum_{i=1}^N |CWT_{\phi diff}^i(u, s)| / \left(1 - \frac{\omega_u^i}{\omega_d^i} \right)^2 \quad (2)$$

که در آن، CWT_{sum} ضریب موجک اصلاح شده تابع اختلاف مودی، ω_u^i و ω_d^i به ترتیب بسامد مود آم برای ضریب موجک تابع اختلاف مودی، ω_u و ω_d به ترتیب بسامد مود آم برای حالت آسیب‌ندیده و آسیب‌دیده هستند.

شکل ۲، نمودار ضریب موجک پیوسته‌ی تابع اختلاف مودی وزن داده شده برای تیر ساده‌ی است که در وسط دهانه‌ی آن، ترکی به عمق ۳۰ میلی‌متر ایجاد شده است، که مطابق آن در محل ایجاد ترک، ضریب موجک دچار جهش شده است. نتایج بدست آمده حاصل از قرائت پاسخ ۶۵ نقطه در طول تیر ساده هستند.

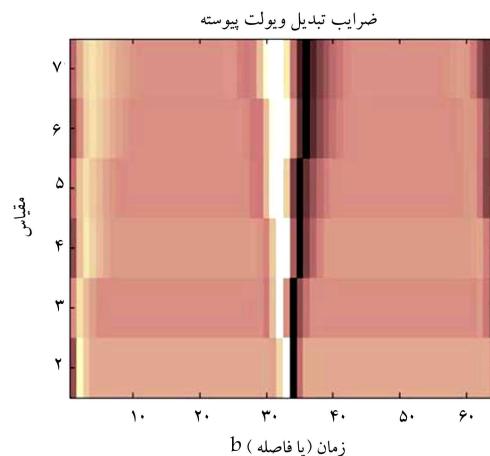
مقدار پارامتر MAC، عددی بین صفر و ۱ است و مقادیر بزرگ‌تر آن، بیان‌گر شباهت بیشتر بین دو مود است، که حاکی از خرابی کمتر در سازه است. استفاده از انحنای شکل مودی، یکی از پرکاربردترین روش‌ها در تعیین آسیب سازه‌ی است و بر این فرض استوار است که تغییرات در انحنای شکل مودی در محل متناظر با خرابی، تمرکز بیشتری دارد. اینجا به صورت مشتق دوم شکل مودی غاییرمکانی تعریف می‌شود. انحنای شکل مودی در مقایسه با شکل مودی، حساسیت بیشتری نسبت به آسیب‌دیدگی دارد. مفهوم انحنای شکل مودی در سال ۱۹۹۱ ارائه شده و با استفاده از مدل المان محدود یک تیر طره‌ی و یک تیر ساده، انحنای شکل مودی متناظر با حالت سالم و آسیب‌دیده‌ی آن‌ها استخراج شده است. نتایج مربوط به تیر ساده با آسیب متفاوتی که به صورت کاوش مدول کشسانی مدل شده است، نشان می‌دهد که انحنای شکل مودی در مقایسه با MAC نسبت به آسیب‌دیدگی، به میزان قابل توجهی حساس‌تر است.^[۱۰] برخی از پژوهشگران با استفاده از انحنای شکل مودی به شناسایی خرابی‌های چندگانه در یک تیر طره پرداخته و برای پرهیز از نقص‌های تبدیل موجک و همچنین شناسایی خرابی از نوع مفصل خمیری از خود تابع انحنای استفاده کرده‌اند.^[۱۱]

جهت صحبت‌سنجی تابع انحنای، ابتدا به کمک تابع‌های تغییرمکان یک تیر دو سر ساده، خرابی از نوع ترک (ترک موجود در تیر قبل از اعمال بار) شناسایی و سپس در یک تحلیل پوش‌اور سعی می‌شود تا ناحیه‌ی خمیری در تیر توسط تابع انحنای شناسایی شود. درنهایت، به کمک تابع انحنای، ناحیه‌ی خمیری ایجاد شده در یک تیر دو سر ساده تحت اثر رکورد زلزله شناسایی می‌شود. در این نوشان روش‌های برای تعیین محل و زمان ایجاد ناحیه‌ی خمیری در تیر و قاب در حین وقوع زلزله ارائه شده است. در واقع، به جای آنکه قبیل از بارگذاری ترک به شکل مصنوعی در سازه مدل شود، به وسیله‌ی بارگذاری در تیر و یا قاب ناحیه‌ی خمیری ایجاد شده، محل و زمان تشکیل آن شناسایی می‌شود. هدف در این نوشان، ارائه‌ی روشهای برای تشخیص خرابی سازه‌ها با استفاده از شبیه یا انحنای سازه است و در ادامه نشان داده شده است که نتایج حاصل از روش مذکور، دقیق‌تر از نشان‌دادن محل و حتی میزان خرابی را دارند. نحوه‌ی محاسبه‌ی منحنی‌های مذکور در بخش‌های بعدی ارائه شده است.

۲. شناسایی محل ترک مصنوعی

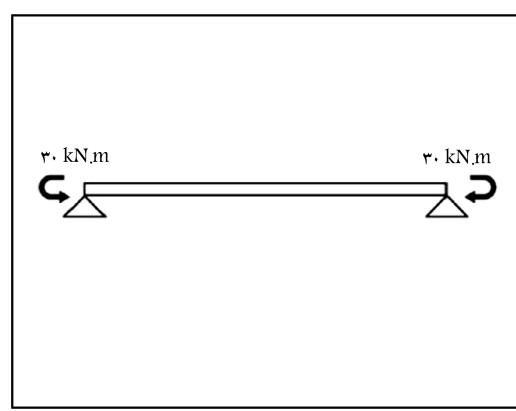
۲.۱. شناسایی با استفاده از اختلاف مودی

سولیس و همکاران (۲۰۱۳)،^[۸] از تبدیل موجک برای تشخیص ترک در حالت‌های متفاوت در یک تیر دو سر ساده استفاده کرده و تیر ساده‌ی فولادی به طول تیر ۱/۲۸ متر، ارتفاع ۱۰۰ میلی‌متر، پهنای بال ۵۰ میلی‌متر، ضخامت بال ۶/۸ میلی‌متر، ضخامت جان ۴/۵ میلی‌متر، و وزن تیر در هر متر طول ۱/۸ کیلوگرم را تحت آزمایش قرار داده‌اند. ترک در نظر گرفته شده در پژوهش مذکور در شکل ۱ ارائه شده است. تیر مذکور در آزمایشگاه تحت تحریک قلار گرفته و بعد از استخراج شکل‌های مودی، مقدار اختلاف آن‌ها قبل و بعد از خرابی به دست آمده و سپس با استفاده از تبدیل موجک ضرایب تبدیل موجک اختلاف بین شکل‌های مودی برای مطالعه استخراج شده و درنهایت، ضرایب تبدیل موجک برای مودهای مختلف



شکل ۴. نمودار ضرایب موجک پیوسته‌ی تیر دو سر مفصل تحت خش خالص 30 kn با استفاده از پاسخ ۶۵ نقطه.

آشفتگی مرزی را از بین برد (جزئیات این بحث را می‌توان در پژوهش مذکور بررسی کرد).



شکل ۳. تیر مدل شده در بخش ۲.۲.

۲.۲. شناسایی با استفاده از منحنی تغییر شیب تیر

در این بخش تیر مورد مطالعه‌ی سولیس و همکاران (۲۰۱۳) با همان ترک مصنوعی در وسط تیر مورد مطالعه قرار گرفته است. ترک در این بخش، ترکی به عمق ۳۰ میلی‌متر است، که در نرم‌افزار پن سیس^۱ به صورت حذف بال کششی و بخشی از جان مقطع وسط تیر مدل شده است (شکل ۱). تیر دو سر مفصل سولیس و همکاران مدل شده است، با این تفاوت که چرم تیر به صورت نیمه‌گسترده در ۶۵ نقطه در طول تیر است، که در فاصله‌ی ۲۰ میلی‌متری از هم قرار دارند. مطابق شکل ۳، تیر تحت خمش ۳۰ کیلونیونت متر خالص قرار گرفته و به صورت استاتیکی آنالیز شده است. در ادامه نشان داده شده است که چگونه خرابی با استفاده از منحنی شیب اعضاء سازه‌ی آسیب‌نديده و آسیب‌دیده شناسایی شده است. اساس کار برای شناسایی خرابی در این بخش، مقایسه‌ی ضرایب موجک قبل و بعد از خرابی است. تیر ذکرشده در این بخش تحت بارگذاری متراکز (لنگر متمرکز) قرار گرفته و تغییرمکان (y) و شیب تغییرمکان (زاویای نقاط تیر /y) آن در سراسر تیر از مدل عددی استخراج شده و سپس تغییرات شیب تیر (اختلاف بردار زوایای سازه‌ی آسیب‌دیده و آسیب‌نديده) محاسبه شده است (رابطه‌ی ۳):

$$(3) \quad \{S\} = \{y'\} (\text{damaged}) - \{y'\} (\text{undamaged})$$

حال اگر از منحنی تغییرات شیب، موجک پیوسته گرفته شود، تغییرات ضرایب موجک در وسط تیر نشان دهنده‌ی ترک در این محل خواهد بود. مقایسه‌ی شکل ۳، که حاصل نتایج مطالعات سولیس و همکاران (۲۰۱۳) است، با شکل ۴ بیان‌گر آن است که در روش ارائه شده بدون محاسبه‌ی شکل مودی تیر و فقط با محاسبه‌ی شیب تیر می‌توان ترک را در وسط تیر شناسایی کرد.

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، نمودار نیروی برشی - تغییرمکان وسط دهانه‌ی تیر با الگوی بار تقلیل یکنواخت و الگوی پوش یکنواخت و گسترش نشان می‌دهد که وسط تیر بعد از ۴/۳ میلی‌متر پوش، وارد ناحیه‌ی غیرخطی شده است. در این بخش برای شناسایی خرابی در تیر از اختلاف انحنای تیر آسیب‌دیده و آسیب‌نديده استفاده شده است. مطابق با رابطه‌ی ۴، ابتدا اختلاف انحنای دوم تغییرمکان (تیر آسیب‌دیده و آسیب‌نديده) محاسبه شده و سپس با استفاده از رابطه‌ی ۵، تبدیل موجک پیوسته برای محاسبه‌ی ضرایب موجک تابع اختلاف انحنای با استفاده از موجک db2 محاسبه شده است، که در آن بردار S بردار اختلاف دو بردار انحنای تیر در دو حالت مجزاست.

در این بخش برای شناسایی خرابی در تیر از اختلاف انحنای تیر آسیب‌دیده و آسیب‌نديده استفاده شده است. مطابق با رابطه‌ی ۴، ابتدا اختلاف انحنای (مشتق دوم تغییرمکان) تیر آسیب‌دیده و آسیب‌نديده محاسبه شده و سپس با استفاده از رابطه‌ی ۵، تبدیل موجک پیوسته برای محاسبه‌ی ضرایب موجک تابع اختلاف انحنای با استفاده از موجک db2 محاسبه شده است، که در آن بردار S بردار اختلاف دو بردار انحنای تیر در دو حالت مجزاست.

$$(4) \quad \{s\} = \{y''\} - \{y'''\}$$

$$(5) \quad \{C\} = CWT(\{S\})$$

در رابطه‌ی ۴، $\{y''\}$ و $\{y'''\}$ بردارهای انحنای تیر در گام‌های زمانی مختلف، و $\{S\}$ بردار اختلاف بین بردارهای انحنای در دو گام زمانی مختلف هستند. مطابق

شده است، محاسبه شود و ضریب موجک پیوسته‌ی آن نیز به دست آید، مشاهده می‌شود ضرایب موجک در وسط دهانه‌ی تیر دچار چهش شده‌اند، که این بیان‌گر ایجاد ناحیه‌ی خمیری در آن نقطه است. خطوط پدیدآمده در وسط دهانه در شکل ۷ نیز بیان‌گر افزایش ضریب تبدیل موجک پیوسته و ایجاد شدن ناحیه‌ی خمیری در آن مقطع از تیر است. لازم به ذکر است این افزایش در جایی که در همسایگی آنها نیز چهش‌های پراکنده وجود داشته باشد، بیان‌گر ایجاد ناحیه‌ی خمیری در آن قسمت از تیر است.

۴. شناسایی خرابی سازه در زلزله با استفاده ازتابع انحنا

هدف نهایی در این نوشتار، شناسایی نواحی خمیری تیر دوسرسانه تحت بارگذاری‌های واقعی نظیر بارگذاری زلزله با استفاده از اطلاعات شتاب‌سنج هاست. در واقع، در این بخش خرابی در تیر ساده با اطلاعاتی که در واقعیت قابل برداشت هستند، شناسایی شده است. در مرحله‌ی قبل، اطلاعات موردنیاز نظریه تغییر مکان از خروجی‌های مدل عددی به دست آمده است، در حالی که در واقعیت اطلاعات در دسترس، فقط اطلاعات خروجی شتاب‌سنج هاستند. در این نوشتار، برای شناسایی ناحیه‌ی خمیری در یک تیر از پارامتر انحنا استفاده شده است، زیرا هر چقدر مشتق‌های درجه‌ی بالاتر تغییر مکان استفاده شود، این پارامترها نسبت به وجود خرابی حساسیت بیشتری دارند.

برای هر شتاب‌سنج به تعداد گام‌های زمانی زلزله، داده وجود دارد. برای محاسبه‌ی انحنا تیر در هر گام زمانی نیاز به داشتن و محاسبه‌ی انحنا تیر در محل گره‌هایی است که شتاب‌سنج‌ها بر روی آن نصب شده‌اند. به منظور محاسبه‌ی انحنا تیر در تمام گام‌های زمانی با ۲ بار انتگرال‌گیری عددی نسبت به زمان از سیگنال پاسخ شتاب تیر در هر گام زمانی، تغییر مکان آن نقطه از تیر مطابق رابطه‌ی ۴ محاسبه شده است. به این ترتیب با بسط این روش برای تمام حس‌گرها، تغییر مکان کل تیر در هر گام زمانی در حین زلزله قابل محاسبه است. در هر گام زمانی با ۲ بار مشتق‌گیری عددی تغییر مکان تیر نسبت به x (فاصله‌ی محل نصب شتاب‌سنج‌ها از یک تکیه‌گاه) مطابق رابطه‌ی ۵ می‌توان سیگنال انحنا تیر را به دست آورد (روابط ۶ الی ۸):

$$\{y_{i+1}\} = \{y_i\} + \{\dot{y}_i\} \Delta t \quad (6)$$

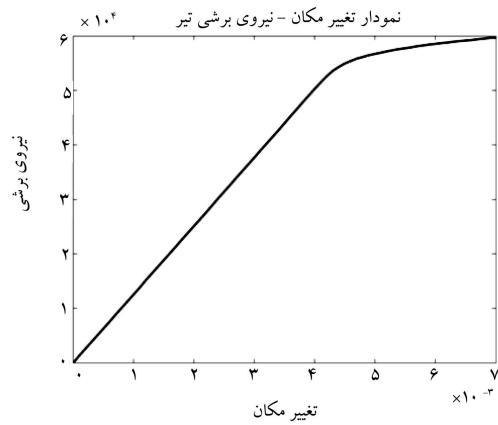
$$\{y_{i+1}\} = \{y_i\} + \{\ddot{y}_i\} \Delta t \quad (7)$$

$$\{y''_i\} = \frac{d^2}{dx^2} \{y_i\} \quad (8)$$

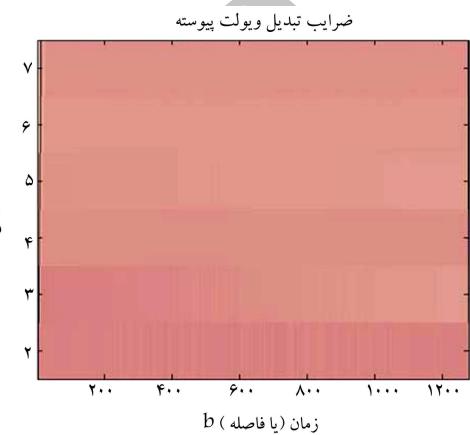
که در آن‌ها $\{y_i\}$, $\{\dot{y}_i\}$, $\{\ddot{y}_i\}$ و $\{y''_i\}$ به ترتیب بردار تغییر مکان، سرعت، شتاب، و انحنا تیر در گام زمانی i است.

در دقت محاسبات عددی برای محاسبه‌ی انحنا، دو عامل نقش بسیار تعیین‌کننده‌ی دارند: ۱. تعداد گام‌های زمانی؛ ۲. تعداد شتاب‌سنج‌هایی که سیگنال پاسخ شتاب تیر را ثبت می‌کنند. هر چقدر گام‌های زمانی انتگرال‌گیری بزرگ‌تر باشد، دقت محاسبات کمتر خواهد شد و هر اندازه تعداد شتاب‌سنج‌ها در طول تیر بیشتر باشد، دقت نتایج بالاتر خواهد رفت.

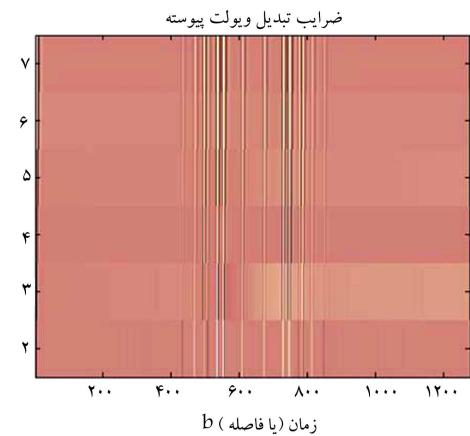
تیر موردنظر تحت تأثیر شتاب زلزله‌ی چی‌چی^۲ قرار گرفته و سیگنال پاسخ شتاب تیر در هر گام زمانی در نقاط محل نصب شتاب‌سنج در طول تیر قرائت و از روی آن پاسخ شتاب انحنا تیر محاسبه شده است. رکورد شتاب زلزله‌ی چی‌چی بر حسب شتاب گرانش در شکل ۸ نمایش داده شده است، که علت استفاده از آن، بالا بودن بیشینه‌ی شتاب رکورد مذکور برای ایجاد ناحیه‌ی غیرخطی در تیر است.



شکل ۵. نمودار نیروی برشی و تغییر مکان وسط دهانه‌ی تیر ساده تحت آنالیز پوش او ر با الگوی بار پوش یکنواخت.



شکل ۶. ضرایب موجک اختلاف انحنا در حالت کشسان برای الگوی پوش گسترده.



شکل ۷. ضرایب موجک اختلاف انحنا بین حالت کشسان و خمیری برای الگوی پوش گسترده.

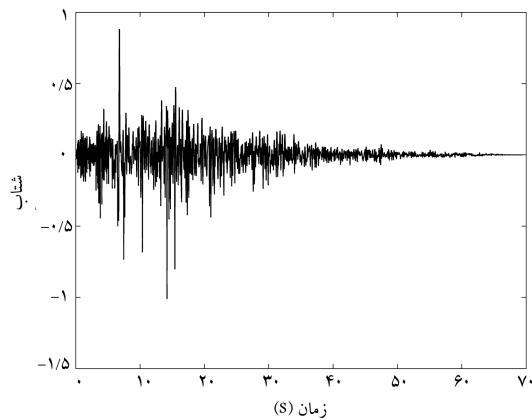
شکل ۶ می‌توان مشاهده کرد در زمانی که اختلاف انحنا تیر در شرایطی که وسط تیر به مقدار ۲ و ۳ میلی‌متر پوش داده شده است، محاسبه شود و ضرایب موجک پیوسته‌ی آن‌ها به دست آید، هیچ‌گونه جهشی در ضرایب موجک آنها پدید نمی‌آید. زیرا در هر دو مرحله، هیچ مقطعی از تیر وارد ناحیه‌ی غیرخطی نشده است. همچنان در شکل ۷ وقتی اختلاف انحنا، در شرایطی که وسط تیر ۲ و ۵/۴ میلی‌متر پوش داده

این نوشتار، دو معیار برای گرینش گام‌های زمانی که تیر مشکوک به خواهد است، ارائه شده است:

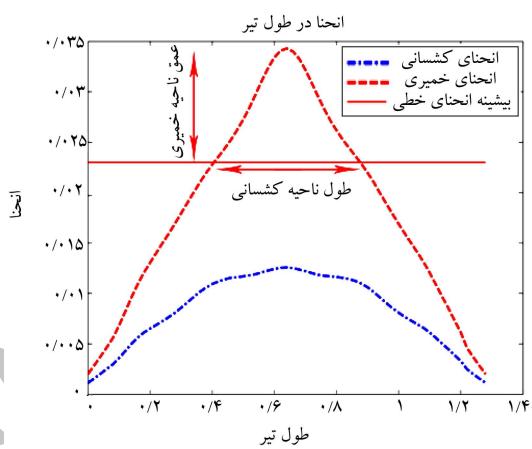
۱. معیار بیشینه‌ی مقدار مجموع: در این معیار، گام زمانی بحرانی است که در آن مجموع مقادیر مطلق انحنا در طول تیر بیشینه باشد.

۲. معیار بزرگ‌ترین مقدار انحنا: در این معیار، گام زمانی بحرانی است که بزرگ‌ترین درایه‌ی ماتریس انحنا در آن گام وجود داشته باشد. ماتریس انحنا تیر، ماتریسی است که سطرهای آن برابر تعداد گام‌های زمانی زلزله و تعداد ستون‌های آن برابر تعداد شتاب‌سنج‌های نصب شده در طول تیر است. گام‌های زمانی مشکوک برابر تعداد شتاب‌سنج‌های نصب شده در طول تیر است. پس از انتخاب چهار دارند. در این پژوهش از معیار دوم استفاده شده است. پس از انتخاب گرفته می‌شود و در صورت وجود ناحیه‌ی خمیری در تیر در آن گام زمانی، نمودار انحنا تیر دچار جهش و مشتق ناپذیری خواهد شد.

شکل ۹، نشان‌دهنده‌ی نمودار انحنا تیر مورد آزمایش در دو گام زمانی متفاوت است: اول، گام زمانی که هنوز هیچ ناحیه‌ی غیرخطی در وسط تیر تحت بارگذاری دینامیکی، گامی که به علت ایجاد ناچیه‌ی خمیری در طول تیر مشتق ناپذیری در نمودار انحنا تیر به وجود انحنا تیر دچار بالا رکورده شده و ناچیه‌ی مشتق ناپذیری در نمودار انحنا تیر به وجود آمده است. این ناچیه‌ی مشتق ناپذیری می‌تواند ابزار خوبی برای شناسایی ناچیه‌ی خمیری تیر باشد. بنابراین با داشتن منحنی انحنا تیر و انحنا خط تسلیم (خط مستقیم در شکل ۹) حتی بدون نیاز به استفاده از تبدیل و بولت، مستقیماً از روی شکل می‌توان محل و عمق خمیری شدن را تشخیص داد.



شکل ۸. رکورد زلزله‌ی چی‌چی.



شکل ۹. نمودار انحنا تیر در طول آن در حالتی که مقطع وسط تیر کشسان و مقطع وسط تیر خمیری شده است.

قابل ذکر است در هر مرحله‌ی مشتق‌گیری، برای حذف نویزهای به وجود آمده ناشی از خطای محاسبات عددی از دستور mslowess در نرم‌افزار متلب استفاده شده است، تا خطای محاسبات به میزان کمینه کاهش یابد.

تحت یک رکورد زلزله، احتمال به وجود آمدن ناچیه‌ی خمیری در تیر در هر گام زمانی وجود خواهد داشت. برای بررسی وجود ناچیه‌ی خمیری در تیر باید انحنا تیر در آن گام زمانی مورد بررسی قرار گیرد. که البته بررسی تمام گام‌های زمانی امری تقریباً محال است، لذا به معیاری برای انتخاب گام‌های زمانی بحرانی نیاز است. در

پانوشت‌ها

1. OpenSees
2. ChiChi

منابع (References)

1. Glisic, B. and Inaudi, D., *Fiber Optic Methods for Structural Health Monitoring*, John Wiley & Sons Ltd., ISBN: 978-0-470-06142-8, 276 p. (2007).
2. Zhou, Z. "Vibration-based damage detection of simple bridge superstructures", PhD Thesis, in Depart-

- ment of Civil and Geological engineering, University of Saskatchewan (2006).
3. Doebling, S.W., Farrar, C., Prime, M.B. and Shevitz, D.W. "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical system from changes in their vibration characteristics: A literature review", Los Alamos National Laboratory, United States (1996).
 4. Rucka, M. and Wilde, K. "Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates", *J. Sound Vib.*, **297**(3-5), pp. 536-550 (2006).
 5. Taha, M.M.R., Noureldin, A., Lucero, J.L. and Baca, T.J. "Wavelet transform for structural health monitoring: A compendium of uses and features", *Struct. Health Monit.*, **5**(3), pp. 267-295 (2006).
 6. Kim, H. and Melhem, H. "Damage detection of structures by wavelet analysis", *Eng. Struct.*, **26**(3), pp. 347-362 (2004).
 7. Surace, C. and Ruotolo, R. "Crack detection of a beam using the wavelet transform", in: *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 1141-1147 (1994).
 8. Algaba, M., Solis, M. and Galvin, P. "Continuous wavelet analysis of mode shapes differences for damage detection", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **40**(2), pp. 645-666 (2013).
 9. Fan, W. and Qiao, P. "Vibration-based damage identification methods: A review and comparative study", *Struct. Health Monit.*, **10**(1), pp. 83-111 (2011).
 10. Pandey, A., Biswas, M. and Samman, M. "Damage detection from changes in curvature modes hapes", *J. Sound Vib.*, **145**(2), pp. 321-332 (1991).
 11. Maosen, C., Maciej, R., Wei, X. and Wieslaw, O. "Identification of multiple damage in beams based on robust curvature mode shape", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **46**(2), pp. 468-480 (2014).
 12. Rucka, M. and Wilde, K. "Crack identification using wavelets on experimental static deflection profiles", *Eng. Struct.*, **28**(2), pp. 279-288 (2006).
 13. Poudel, U.P., Fu, G. and Ye, J. "Structural damage detection using digital video imaging technique and wavelet transformation", *J. Sound Vib.*, **286**(4-5), pp. 869-895 (2005).
 14. Messina, A. "Refinements of damage detection methods based on wavelet analysis of dynamical shapes", *Int. J. Solids Struct.*, **45**(14-15), pp. 4068-4097 (2008).

Archive of SID