

# مطالعه‌ی عددی پارامتریک استفاده از روش اختلاط عمیق خاک برای پایدارسازی شیروانی‌ها

حسن شرفی\* (استادیار)

دانشکده‌ی عمران، دانشگاه رازی، کرمانشاه

عبدالله جعفری (کارشناس ارشد)

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ارواح

مهندسی عمران شریف، پاییز ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)  
دوری ۲ - ۳۳، شماره ۱/۳، ص. ۱۲۵-۱۳۳، (پادداشت نشی)

در پژوهش حاضر با انجام تحلیل‌های پارامتریک، پایدارسازی شیروانی‌ها با استفاده از روش اختلاط عمیق خاک بررسی شده است. جهت انجام تحلیل‌های لازم از روش عددی اجزاء محدود و نرم‌افزار PLAXIS استفاده و سپس نتایج روش مذکور با نتایج روش تعادل حدی حاصل از نرم‌افزار Slope/w مقایسه شده است. پارامترهای مورد بررسی در پژوهش حاضر شامل: اثر محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در طول پی شیروانی، نسبت مساحت بهسازی شده در طول پی شیروانی، طول، قطر، ضریب چسبندگی و فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق، موقعیت قرارگیری سطح آب در پی و همچنین اثر سربار بوده است که براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش پارامترهایی نظیر مقدار نسبت جایگزینی، مقادیر سطح، قطر، چسبندگی مصالح، طول ستون‌های اختلاط عمیق، عمق قرارگیری سطح آب زیرزمینی نسبت به سطح پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری شیروانی همواره افزایش می‌یابد.

واژگان کلیدی: شیروانی، اختلاط عمیق خاک، اجزاء محدود، تعادل حدی، ضریب اطمینان پایداری.

## ۱. مقدمه

کنترل شیروانی‌های طبیعی و مصنوعی، زمین لغزش‌ها و پایدارسازی آنها همواره یکی از مباحث مهم در پروژه‌های عمرانی است که عموماً صرف مبالغ هنگفتی را نیز به خود اختصاص می‌دهد. احداث فونداسیون‌های ساختمانی و بزرگراه‌ها روی زمین‌های شیب‌دار یا خاکریزها می‌تواند مشکلات ناپایداری را به دلیل پتانسیل گسیختگی برشی به همراه داشته باشد. بنابراین پایدارسازی شیروانی‌های مذکور، همواره اهمیت ویژه‌ی داشته است. جهت پایدارسازی شیروانی‌های ناپایدار و افزایش ضریب اطمینان آنها در برابر گسیختگی، روش‌های گوناگونی وجود دارد.<sup>[۱]</sup> یکی از روش‌های نوین جهت پایدارسازی شیب‌های خاکی، استفاده از ستون‌های اختلاط عمیق خاک است. اختلاط عمیق، یکی از روش‌های بهبود خاک‌های ریزدانه و تثبیت آنهاست که در آن مواد پایدارکننده نظیر سیمان یا آهک توسط یک محور توخالی به خاکی که قبلاً توسط مته‌های حفاری بریده شده است، تزریق و با آن ترکیب می‌شود. حاصل این عمل تشکیل ستون‌هایی با خواص مکانیکی و فیزیکی مناسب‌تر از خاک محل است. مواد افزودنی علاوه بر بهبود خصوصیات خمیری خاک‌های ریزدانه، باعث افزایش مقاومت آن نیز می‌شود.<sup>[۱]</sup> در پژوهش حاضر، به

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۴/۱۳، اصلاحیه ۲۲/۱۰/۱۳۹۴، پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۴.

h\_sharafi@iust.ac.ir  
jaafari2020@yahoo.com

منظور بررسی مسئله‌ی پایدارسازی شیروانی‌های خاکی با استفاده از روش اختلاط عمیق خاک، از نرم‌افزار اجزاء محدود PLAXIS ۲D نسخه ۸/۲، به دلیل توانایی بالای آن در مدل‌سازی مسائل گوناگون استفاده شده است. همچنین نتایج حاصل از روش عددی با نتایج روش تعادل حدی که با نرم‌افزار Slope/w انجام می‌شود، مقایسه شده است. در پژوهش حاضر، اثرات عوامل گوناگون مقاومتی و هندسی خاک و ستون‌های اختلاط عمیق در ضریب اطمینان پایداری شیروانی بررسی شده است. بررسی تأثیر عواملی چون محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در طول پی شیروانی، نسبت مساحت بهسازی شده در طول پی شیروانی، طول، قطر، ضریب چسبندگی، فاصله‌ی بین ستون‌های اختلاط عمیق، موقعیت قرارگیری سطح آب در پی و همچنین اثر سربار در این پژوهش مورد نظر بوده است.

## ۲. مراحل مدل‌سازی مسئله

### ۲.۱. ترسیم هندسه‌ی مدل

برای ایجاد مدل مسئله‌ی پایدارسازی شیروانی با استفاده از ستون‌های اختلاط عمیق

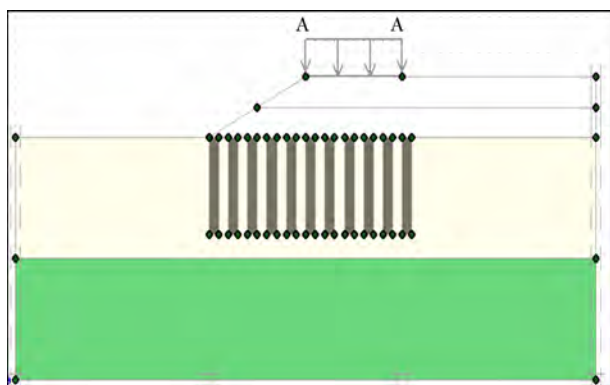
جدول ۱. مشخصات مصالح پی و ستون اختلاط عمیق.

$\nu$	$\psi$ (درجه)	$E$ ( $kN/m^2$ )	$\varphi$ (درجه)	$C$ ( $kN/m^2$ )	$\gamma_{sat}$ ( $kN/m^3$ )	$\gamma_t$ ( $kN/m^3$ )	
۰٫۳۵	۰	۵۰۰۰	۵	۲۵	۱۸	۱۶	مصالح رس نرم
۰٫۳	۲	۶۰۰۰۰	۳۵	۱	۲۱	۲۰	مصالح ماسه‌یی

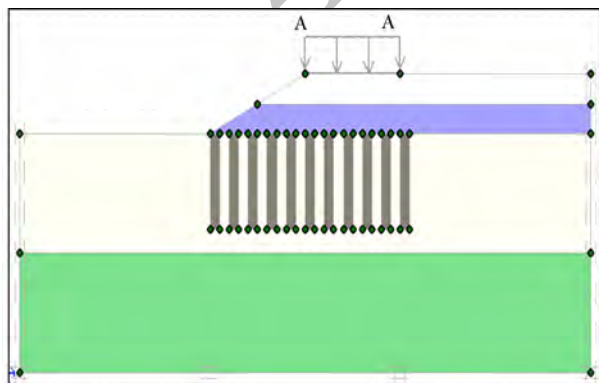
## ۲.۲. انجام محاسبات

بعد از ایجاد مدل مسئله، محاسبات به روش اجزاء محدود انجام می‌شود. با توجه به اینکه عملاً هر پروژه‌ی مهندسی از چند مرحله‌ی گوناگون تشکیل می‌شود، بنابراین در مرحله‌ی انجام محاسبات باید تمامی مراحل گوناگون ساخت مسئله را مدل‌سازی کرد.<sup>[۲]</sup> مراحل ساخت مدل جهت انجام محاسبات مربوط به بررسی اثر طرح بهسازی با ستون‌های اختلاط عمیق در پایداری یک شیروانی به این صورت است:

- مرحله ۱: ستون‌های اختلاط عمیق که با توجه به بررسی هر یک از پارامترهای موردنظر مدل‌سازی شده‌اند، فعال می‌شوند؛
- مرحله ۲: لایه‌ی اول خاکریز ساخته می‌شود؛
- مرحله ۳: لایه‌ی دوم خاکریز ساخته می‌شود؛
- مرحله ۴: بارگذاری لازم با توجه به فشارهای موردنظر اعمال می‌شود. نوع محاسبات در تمامی مراحل ۱ تا ۴ به روش خمیری است.
- مرحله ۵: تحلیل پایداری مدل به روش کاهش مقاومت برشی phi-c reduction انجام می‌شود. کلیه‌ی این مراحل در شکل‌های ۲ الی ۵ ارائه شده است.



شکل ۲. مرحله‌ی ۱ انجام محاسبات (اجرای ستون‌های اختلاط عمیق).



شکل ۳. مرحله‌ی ۲ انجام محاسبات (اجرای لایه‌ی اول خاکریز).

خاک، ابتدا باید ابعاد و مدل اجزاء محدود مناسب برای مسئله در نظر گرفته شود. با توجه به شرایط مسئله از حالت کرنش صفحه‌یی برای مدل استفاده شده است. نرم‌افزار مذکور برای انجام تحلیل مدل از المان‌های مثلثی استفاده می‌کند که در پژوهش حاضر از المان‌های ۱۵ گره‌یی (با ۱۲ نقطه‌ی گوس (نقاط تنش)) برای مدل‌سازی استفاده شده است.<sup>[۳]</sup> پس از پایان تنظیمات عمومی، هندسه‌ی مدل ترسیم شده است. شکل کلی مدل و اجزاء گوناگون موجود در آن مطابق شکل ۱ است.

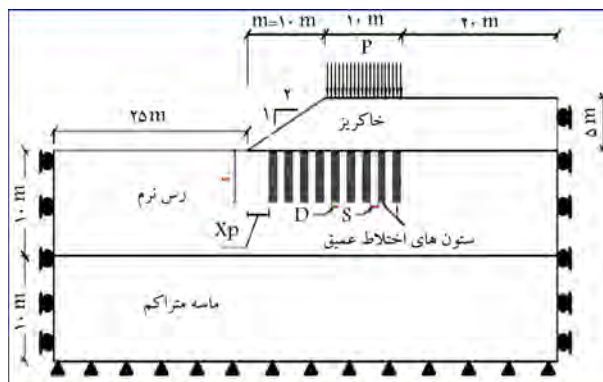
پارامترهای گوناگون موجود در شکل ۱ به این شرح هستند:  $L$  طول ستون‌های اختلاط عمیق به متر،  $S$  فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق به متر،  $D$  قطر ستون‌های اختلاط عمیق بر حسب متر،  $m$  طول ضلع افقی شیروانی معادل ۱۰ متر، محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیروانی بر حسب متر،  $P$  سربار بر حسب کیلوپاسکال ( $kN/m^2$ ). در جدول ۱، مشخصات مصالح به‌کار رفته در پی و ستون اختلاط عمیق مشخص شده است.

با توجه به مطالعات انجام شده توسط اداره‌ی فدرال بزرگراه‌های آمریکا (FHWA)، رابطه‌ی ۱ برای پارامترهای مقاومتی مصالح ستون‌های اختلاط عمیق پیشنهاد شده است که حد بالای آن مربوط به نسبت آب به سیمان‌های بالا و حد پایین آن‌ها حاصل از نسبت آب به سیمان‌هایی با مقادیر کمینه است. مقادیر مورد استفاده در پژوهش حاضر نیز با توجه به این مقادیر و دیگر پژوهش‌های انجام شده در این خصوص تعیین شده است:

$$C_u = (10 \text{ to } 50) \times C_u \text{ of soil}$$

$$E = (50 \text{ to } 200) \times C_u \quad (1)$$

با توجه به اینکه هدف از انجام پژوهش حاضر، تحلیل پارامتری است؛ بنابراین با تغییر یک پارامتر، اثر آن در رفتار مدل بررسی شده است. در هنگام ایجاد هندسه‌ی مدل باید مرزهای آن به مقدار کافی دور انتخاب شود، به طوری که از اثرات ناشی از مرز در نتایج تحلیل جلوگیری شود.<sup>[۴]</sup>



شکل ۱. نمای کلی مدل شیروانی واقع بر خاک بهسازی شده با روش اختلاط عمیق.

-- چسبندگی مصالح ستون‌های اختلاط عمیق (CD).

لازم به ذکر است که در مطالعات مربوط به مسائل بهسازی پی با روش اختلاط عمیق، پارامتری به نام نسبت مساحت بهسازی شده در طول پی شیروانی وجود دارد، که به آن نسبت جایگزینی سطح ( $r$ ) گفته می‌شود و از رابطه ۲ تعیین می‌شود:

$$r = \frac{A_c}{A_t} \quad (2)$$

که در آن،  $A_c$  مساحت کل ستون‌ها و  $A_t$  مساحت کل است.<sup>[۵]</sup>

### ۱.۳. بررسی اثر محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق

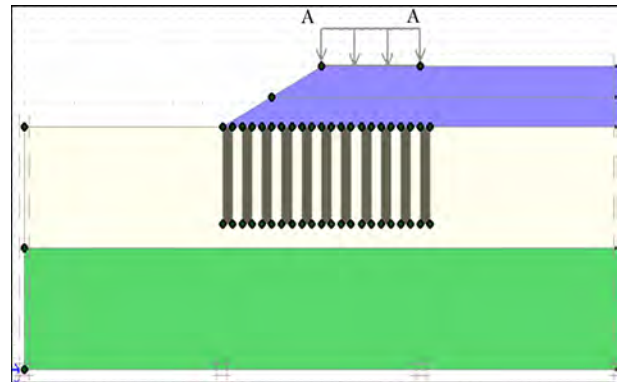
#### در طول پی شیروانی ( $X_p/m$ )

برای بررسی اثر محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در طول پی شیروانی در پایداری شیب، مدل‌هایی از یک ردیف ستون با نسبت ( $X_p/m$ ) های برابر با ۰، ۰٫۲، ۰٫۴، ۰٫۶، ۰٫۸ و ۱ ایجاد و تحلیل شده‌اند. محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیب و  $m$ ، طول افقی شیروانی است، که برابر با ۱۰ متر در نظر گرفته شده است. در تمامی تحلیل‌های مذکور، مقدار قطر ستون ( $D$ ) برابر با ۲ متر، طول آن ( $L$ ) برابر با ۱۰ متر و مقدار سربار ( $P$ ) برابر با ۵ کیلونیوتن بر مترمربع بوده است. پس از انجام تحلیل‌های لازم، اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی با استفاده از دو روش عددی اجزاء محدود (نرم‌افزار PLAXIS) و روش تعادل حدی (نرم‌افزار Slope/W) ارزیابی شده است.

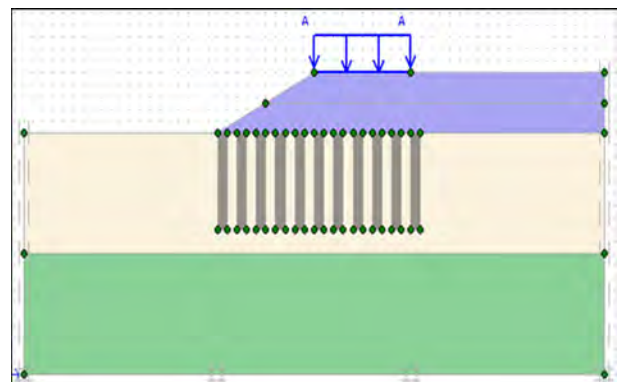
همان‌گونه که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، مدل مورد بررسی شامل یک لایه‌ی خاک رسی نرم با مقاومت برشی پایین است که بر روی یک لایه‌ی ماسه‌ی متراکم قرار دارد. لایه‌ی خاک رس نرم با استفاده از روش اختلاط عمیق بهسازی می‌شود و سپس خاکریز بر روی آن ساخته می‌شود. با توجه به اینکه در رس‌های نرم، مقاومت برشی زهکشی نشده کمتر از پارامترهای زهکشی شده است، بنابراین تحلیل‌ها و بررسی‌ها برای حالت بحرانی مسئله، یعنی پایداری کوتاه‌مدت آن که مقارن زمان پایان ساخت خاکریز است، انجام شده است.

در شکل ۶، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش اجزاء محدود، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون  $X_p/m$  های ستون‌های اختلاط عمیق ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با افزایش مقدار  $X_p/m$  و یا به عبارتی دیگر، با افزایش فاصله‌ی موقعیت قرار اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش ابتدا کاهش می‌یابد و سپس بعد از مقدار  $X_p/m$  معینی، روند تغییرات ضریب اطمینان افزایشی است. به بیان دیگر، می‌توان گفت که همواره در میانه‌ی طول شیروانی مکانی وجود دارد که در صورت قرارگیری و اجرای ستون‌های اختلاط عمیق در آن موقعیت، ضریب اطمینان پایداری شیروانی به میزان کمینه است.

با توجه به تحلیل‌های انجام شده در پژوهش حاضر، به ازاء  $X_p/m$  برابر با ۰٫۴، مقدار ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش کمینه می‌شود. در حالی که در روش تعادل حدی با افزایش مقدار  $X_p/m$  و یا به عبارتی دیگر، با افزایش فاصله‌ی موقعیت قرار اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره کاهش می‌یابد. همچنین نکته‌ی دیگری که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، این است که در هر دو روش، بیشترین ضریب اطمینان پایداری در حالتی حاصل می‌شود که اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در پنجه‌ی شیروانی اجرا شود. در واقع بالاترین ضریب اطمینان در صورتی به دست



شکل ۴. مرحله‌ی ۳ انجام محاسبات (اجرای لایه‌ی دوم خاکریز).



شکل ۵. مرحله‌ی ۴ انجام محاسبات (بارگذاری بر روی خاکریز).

مطالعات بسیاری در سال‌های اخیر،<sup>[۵-۲۲]</sup> به منظور شناخت رفتار ستون‌های اختلاط عمیق و تثبیت شیمیایی خاک به وسیله افزودنی‌ها انجام شده است. نکته‌ی حائز اهمیت آن است که در مطالعات مذکور، تأکید کلی بر دو عامل مهم نوع ستون اختلاط عمیق به لحاظ مصالح اختلاط عمیق و نیز هندسه‌ی ستون و زمین (مسطح یا شیب‌دار) تحت بهسازی بوده است. در پژوهش حاضر سعی شده است که این دو عامل مهم در چارچوب تحلیل‌های پارامتری، برای یک مورد به‌خصوص مطالعه‌ی عددی شوند. در بخش بعد، روند مدل‌سازی عددی نوشتار حاضر ارائه شده است.

### ۳. نتایج تحلیل‌ها

به منظور بررسی تأثیر بهسازی به روش اختلاط عمیق در پایداری شیروانی خاکی، پارامترهای گوناگونی می‌تواند در نظر گرفته شود. در هر تحلیل با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترها، یک پارامتر ویژه تغییر داده می‌شود و اثرات آن در پایداری شیروانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. پارامترهای متغیر در پژوهش حاضر شامل این موارد است:

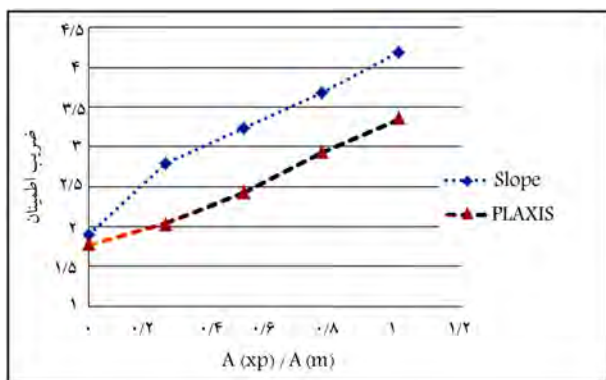
-- محل قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در طول پی شیروانی ( $X_p/m$ )؛

-- نسبت مساحت بهسازی شده در طول پی شیروانی ( $A_{Xp}/A_m$ )؛

-- قطر ستون‌های اختلاط عمیق ( $D$ )؛

-- طول ستون‌های اختلاط عمیق ( $L$ )؛

-- فاصله‌ی بین ستون‌های اختلاط عمیق ( $S$ )؛



شکل ۹. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون  $A_{xp}/A_m$ .

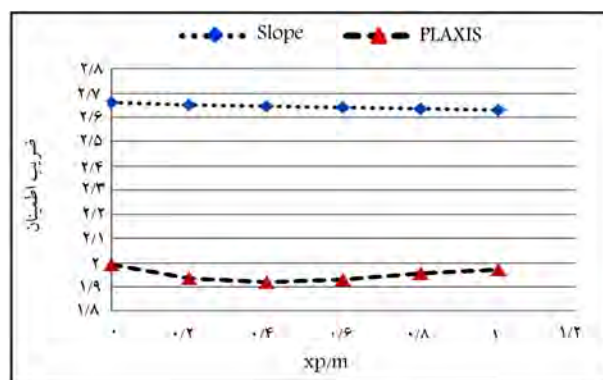
واحد (در راستای عمود بر صفحه)، برابر با  $10^\circ$  مترمربع است. در تمامی تحلیل‌های ذکرشده، ستون‌ها با یکدیگر هم‌پوشانی دارند، یعنی فاصله‌ی مابین آن‌ها صفر در نظر گرفته شده است که این منجر به ایجاد سطح یکنواختی از مصالح اختلاط عمیق در زیر پی شیروانی می‌شود. طول ستون‌ها نیز برابر با  $10^\circ$  متر و مقدار سربار ( $P$ ) برابر با ۵ کیلونیوتن بر مترمربع است. در شکل ۹، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش اجزاء محدود و روش تعادل حدی، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون نسبت سطح جایگزینی ( $A_{xp}/A_m$ )، ارائه شده است.

مطابق شکل ۹، با افزایش مقدار ( $A_{xp}/A_m$ ) و یا به عبارتی دیگر، با افزایش درصد سطح بهسازی‌شده‌ی پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. مثلاً در روش اجزاء محدود با افزایش نسبت جایگزینی سطح پی زیر شیروانی از  $0.25$  به  $1$ ، مقدار ضریب اطمینان پایداری از  $2.41$  به  $3.37$  افزایش یافته است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، رابطه‌ی تغییرات نسبت جایگزینی سطح با ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش شیب را می‌توان با یک معادله‌ی درجه دوم بیان کرد. ولی در روش تعادل حدی به صورت یک معادله‌ی چندخطی است. البته در صورتی که از نقطه‌ی اول نمودار که مربوط به حالت بدون بهسازی است، صرف‌نظر شود، این رابطه را می‌توان کاملاً خطی در نظر گرفت.

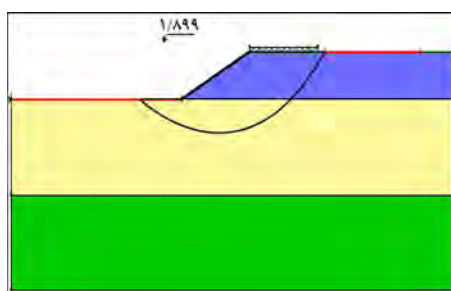
### ۳.۳. بررسی اثر قطر ستون‌های اختلاط عمیق ( $D$ )

برای بررسی اثر قطر ستون‌های اختلاط عمیق، مدل‌هایی از ستون با قطرهای متفاوت  $0.5$ ،  $1$ ،  $1.5$ ،  $2$  و  $2.5$  متر، طول ( $L$ )  $10^\circ$  متر، فاصله‌ی افقی بین ستون‌ها ( $S$ ) برابر  $1$  ایجاد و تحت سربار ( $P$ ) ۵ کیلونیوتن بر مترمربع تحلیل و اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی ارزیابی شده است. لازم به بیان است که مطابق با مدل شکل ۱، ستون‌ها از پنجه‌ی شیروانی اجرا می‌شوند و تا زیر قسمت انتهایی محل اثر سربار ادامه می‌یابند.

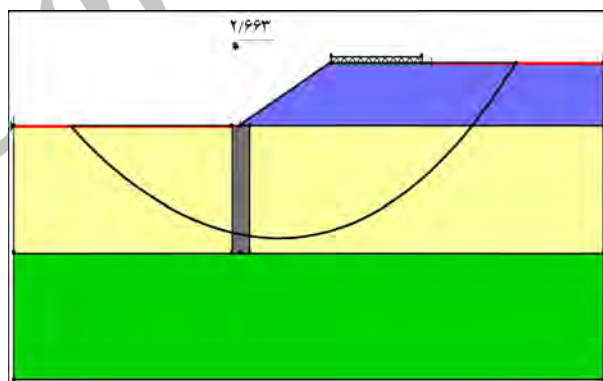
در شکل ۱۰، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش اجزاء محدود و روش تعادل حدی، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون قطر ستون اختلاط عمیق ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با افزایش مقدار قطر ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. مثلاً، در روش اجزاء محدود با افزایش قطر ستون‌ها از  $0.5$  به  $1.5$  متر، مقدار ضریب اطمینان به میزان حدود  $15\%$  افزایش می‌یابد. این نشان می‌دهد که به ازاء مقادیر معینی از هندسه‌ی شیروانی، سربار و ویژگی‌های خاک، همواره



شکل ۶. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون  $X_p/m$  های ستون‌های اختلاط عمیق.



شکل ۷. گوه‌ی لغزش بحرانی و ضریب اطمینان پایداری حاصل از تحلیل مدل خاکریز ایجادشده بر روی خاک طبیعی (قبل از بهسازی).

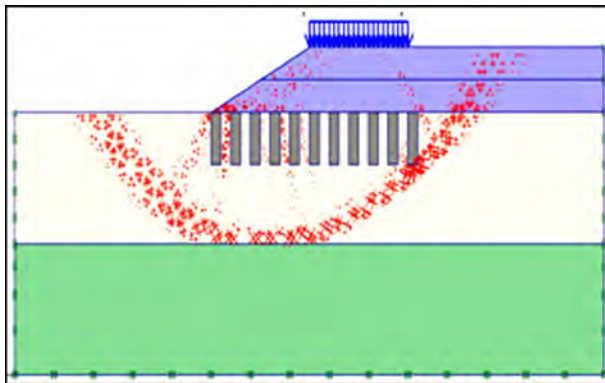


شکل ۸. گوه لغزش بحرانی و ضریب اطمینان پایداری حاصل از تحلیل مدل بعد از بهسازی و به ازای  $X_p/m$  برابر با صفر.

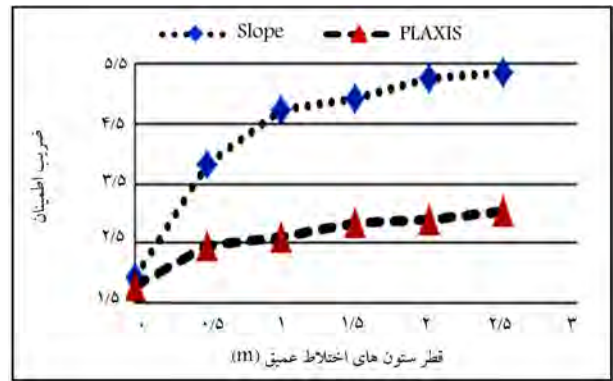
می‌آید که ستون‌های اختلاط عمیق در بخش مقاوم گوه‌ی لغزش بحرانی ایجاد شوند (شکل‌های ۷ و ۸).

### ۲.۳. بررسی اثر نسبت مساحت بهسازی‌شده در طول پی شیروانی ( $A_{xp}/A_m$ )

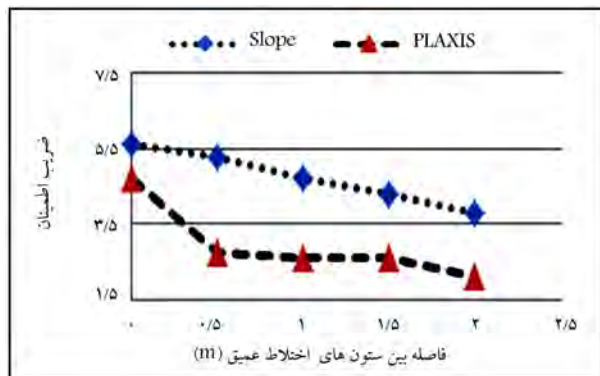
برای بررسی اثر نسبت مساحت بهسازی‌شده در طول پی شیروانی در پایداری، مدل‌هایی از مسئله‌ی مورد بررسی با نسبت ( $A_{xp}/A_m$ ) های برابر با  $0.25$ ،  $0.5$ ،  $0.75$  و  $1$  ایجاد و تحلیل شده است.  $A_{xp}$  مساحتی از زیر شیروانی است که با ستون‌های اختلاط عمیق بهسازی شده و  $A_m$  مساحت کل در زیر پی شیروانی و در راستای طول آن است که مقدار آن با توجه به طول برابر با  $10^\circ$  متر و عرض



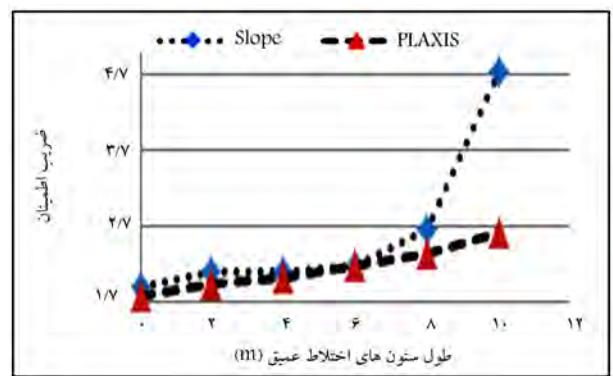
شکل ۱۲. نمودار برشی حاصل از تحلیل پایداری به ازاء طول ستون‌های برابر با ۴ متر.



شکل ۱۰. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون قطر ستون‌های اختلاط عمیق.



شکل ۱۳. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق.



شکل ۱۱. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون طول ستون‌های اختلاط عمیق.

سطح لغزش بحرانی از زیر ستون‌های اختلاط عمیق می‌گذرد و این ستون‌ها طول کافی جهت قطع سطح لغزش و یا طولانی‌کردن مسیر آن را ندارند.

همچنین زمانی که طول ستون برابر با ۱۰ متر است، در نتیجه کل ارتفاع لایه‌ی ضعیف را در بر می‌گیرد. بنابراین سطح لغزش عبوری از بی‌ناگزیر از عبور از آن است و یا اینکه از لایه‌ی ماسه‌یی متراکم پایین عبور خواهد کرد، به همین دلیل افزایش ناگهانی در مقدار ضریب اطمینان رخ می‌دهد. این نشان می‌دهد که به ازاء شرایط هندسی و سر بار معین، همواره طولی برای ستون‌های اختلاط عمیق وجود دارد، که بهسازی به ازاء مقادیر کمتر از آن، تأثیر زیادی در افزایش ضریب اطمینان پایداری شیروانی ندارد. در شکل ۱۲، نمودار برشی حاصل از تحلیل پایداری به ازاء طول ستون‌های برابر با ۴ متر را نشان می‌دهد.

مقدار قطر بهینه‌یی برای ستون اختلاط عمیق وجود دارد که اگر قطر ستون از آن بیشتر شود، تأثیر چندانی در افزایش ضرایب اطمینان پایداری ندارد.

#### ۴.۳. بررسی اثر طول ستون‌های اختلاط عمیق ( $L$ )

برای بررسی اثر طول ستون‌های اختلاط عمیق در افزایش ضریب اطمینان پایداری شیروانی، مدل‌هایی از ستون با طول‌های متفاوت ( $L$ ) ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ متر، قطر ( $D$ ) ۱ متر و فاصله‌ی افقی بین ستون‌ها ( $S$ ) برابر ۱ متر ایجاد و تحت سر بار ( $P$ ) ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع تحلیل و اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی ارزیابی شده است. مطابق شکل ۱ ارتفاع لایه‌ی ضعیف برابر با ۱۰ متر است.

در شکل ۱۱، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون طول ستون‌های اختلاط عمیق ارائه شده است که مطابق آن با افزایش مقدار طول ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. برای نمونه، در روش اجزاء محدود با افزایش طول ستون‌ها از ۲ به ۸ متر، مقدار ضریب اطمینان به میزان حدود ۲۱٪ افزایش می‌یابد.

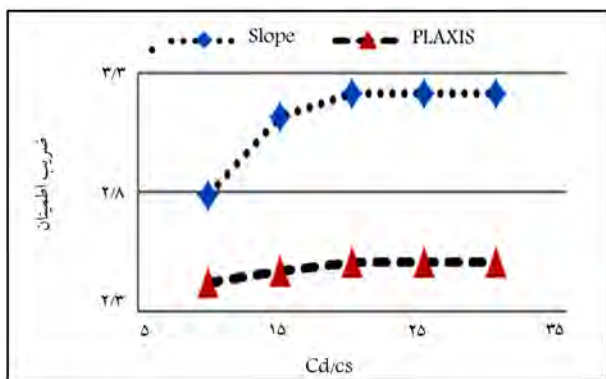
نکته‌یی که در شکل ۱۱ قابل توجه است، این است که شیب نمودار تا طول مشخصی (۴ متر) چندان زیاد نیست و پس از آن، روند افزایش ضریب اطمینان با شیب تندتری رخ می‌دهد. بیشترین شیب نمودار نیز مابین طول‌های ۸ تا ۱۰ متر وجود دارد. علت این امر آن است که به ازاء طول‌های ستون ۴ متر و کمتر از آن،

#### ۵.۳. بررسی اثر فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق ( $S$ )

یکی دیگر از عوامل مؤثر در افزایش ضریب اطمینان پایداری شیروانی واقع بر روی ستون‌های اختلاط عمیق خاک، فاصله‌ی بین ستون‌هاست. برای بررسی اثر فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق، مدل‌هایی از ستون با فواصل مابین متفاوت صفر، ۰٫۵، ۱، ۱٫۵ و ۲ متر، طول ( $L$ ) ۱۰ متر، قطر ( $D$ ) برابر ۱ متر ایجاد و تحت سر بار ( $P$ ) ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع تحلیل و اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی ارزیابی شده است.

در شکل ۱۳، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش





شکل ۱۴. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون نسبت چسبندگی  $C_D/C_S$ .

زیادی در افزایش ضریب اطمینان ندارد. با توجه به شکل مذکور، این نسبت همیشه برای مسئله‌ی مورد بررسی در پژوهش حاضر برابر با ۲۰ است.

در واقع می‌توان گفت که افزایش مقاومت و سختی ستون‌ها به ازاء بارگذاری معین تا مقدار مشخصی ضروری است. دقت در تعیین کمینه‌ی مقاومت برشی موردنیاز برای ستون‌های اختلاط عمیق بسیار مهم است، چرا که افزایش مقاومت خاک نسبت مستقیمی با مقدار مصرف مواد تثبیت‌کننده دارد. بنابراین انتخاب نامناسب پارامترهای طراحی فقط منجر به صرف هزینه‌های اضافی می‌شود، در حالی که به لحاظ فنی تأثیر بسیار کمی در عملکرد مناسب سازه دارد. مثلاً در روش اجزاء محدود با افزایش نسبت  $(C_D/C_S)$  از ۲۰ به ۲۵، مقدار تغییر در ضریب اطمینان نزدیک به صفر است، در حالی که مقدار چسبندگی مصالح ستون به مقدار ۲۵٪ افزایش یافته است. برای چنین افزایشی در مقاومت نیاز به مصرف قابل توجهی مواد پایدارکننده‌ی اضافی است، که ممکن است طرح بهسازی را به لحاظ اقتصادی غیر قابل توجیه کند.

### ۷.۳. بررسی اثر محل قرارگیری سطح آب زیرزمینی در پی شیروانی (W.L)

جهت بررسی اثر پارامتر مذکور، مدل‌هایی از مسئله‌ی مورد بررسی با سطح تراز آب‌های گوناگون معادل ۰، ۴، ۸، ۱۲ و ۱۶ متر نسبت به سطح پی شیروانی ایجاد و اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی و تغییر شکل‌های آن ارزیابی شده است. در تمامی این تحلیل‌ها، نسبت چسبندگی مصالح پی  $(C_D/C_S)$  برابر با ۱۰، نسبت سطح جایگزینی  $(A_{Xp}/A_m)$  برابر با ۰٫۷۵ و طول  $(L)$  ۱۰ متر در نظر گرفته شده و تحت سربار  $(P)$  ۵ کیلو نیوتن بر مترمربع تحلیل شده است.

در شکل ۱۵، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون فاصله‌ی سطح تراز آب از سطح زمین طبیعی ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با افزایش عمق قرارگیری سطح آب زیرزمینی نسبت به سطح پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. در واقع کمترین ضریب اطمینان در حالتی رخ می‌دهد که سطح آب منطبق بر سطح بالای پی باشد یا به عبارت دیگر، پی شیروانی کاملاً اشباع شود. در این حالت تنش مؤثر خاک بستر کاهش می‌یابد، در نتیجه منجر به کاهش ضریب اطمینان می‌شود. همچنین با توجه به شکل مذکور می‌توان مشاهده کرد که افت سطح آب فقط تا مقدار معینی در افزایش ضریب اطمینان پایداری مؤثر است.

اجزاء محدود و تعادل حدی، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون فاصله بین ستون اختلاط عمیق ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با کاهش فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. اما تفاوت نتایج روش تعادل حدی با نتایج حاصل از روش اجزاء محدود این است که رابطه‌ی بین ضریب اطمینان و پارامتر فاصله مابین ستون‌ها تقریباً به صورت خطی است.

به عنوان نمونه در روش تعادل حدی با کاهش فاصله از ۰٫۵ به صفر، نه فقط افزایش ناگهانی در مقدار ضریب اطمینان رخ نمی‌دهد، بلکه حتی افزایش آن نیز کمتر از حالتی است که فاصله از ۱ تا ۱٫۵ متر به ۰٫۵ کاهش می‌یابد و در روش اجزاء محدود با کاهش فاصله بین ستون‌ها از ۲ به ۰٫۵ متر، مقدار ضریب اطمینان به میزان حدود ۳۱٪ افزایش می‌یابد. در واقع با کاهش فاصله بین ستون‌ها، مقدار پارامتر نسبت جایگزینی سطح افزایش می‌یابد، در نتیجه منجر به دستیابی به مقادیر بالاتری از ضرایب اطمینان می‌شود.

مطابق شکل ۱۳، در روش اجزاء محدود شیب نمودار به ازاء فواصل مابین ۱٫۵ تا ۲ متر به طور قابل ملاحظه‌ی بیشتر از شیب نمودار در حد فاصل مقادیر ۰٫۵ تا ۱٫۵ متر است که نشان می‌دهد اگر به ازاء بارگذاری و پارامترهای مقاومتی ثابتی برای مصالح، فاصله‌ی بین ستون‌ها از مقدار معینی بیشتر شود، بهسازی مصالح تأثیر زیادی در افزایش ضریب اطمینان ندارد. همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش فاصله بین ستون‌ها به مقدار صفر  $(r = 1)$ ، افزایش ناگهانی و محسوسی در مقدار ضریب اطمینان پایداری ایجاد می‌شود.

### ۶.۳. بررسی اثر چسبندگی مصالح ستون‌های اختلاط عمیق $(C_D)$

مطابق رابطه‌ی ۱، چسبندگی زهکشی‌نشده‌ی مصالح ستون  $(C_D)$ ، رابطه‌ی خطی با مقدار پارامتر چسبندگی زهکشی‌نشده‌ی خاک  $(C_S)$  دارد. به‌طور کلی با افزایش عیار مواد پایدارساز و کاهش نسبت آب به سیمان (یا هر ماده‌ی دیگر) در مخلوط، مقاومت برشی مصالح ستون افزایش می‌یابد.

جهت بررسی اثر پارامتر ذکر شده و برای کاربردی‌تر کردن نتایج، تحلیل‌ها به ازاء نسبت‌های گوناگون چسبندگی زهکشی‌نشده‌ی مصالح ستون اختلاط عمیق به چسبندگی زهکشی‌نشده‌ی خاک  $(C_D/C_S)$  انجام شده است. بنابراین مدل‌هایی از مسئله‌ی مورد بررسی با نسبت چسبندگی‌های گوناگون ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۳۵، نسبت سطح جایگزینی  $(A_{Xp}/A_m)$  برابر با ۰٫۷۵ و طول  $(L)$  ۱۰ متر ایجاد و تحت سربار  $(P)$  ۵ کیلو نیوتن بر مترمربع تحلیل و اثر این پارامتر در ضریب اطمینان پایداری شیروانی ارزیابی شده است.

در شکل ۱۴، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون نسبت چسبندگی مصالح  $(C_D/C_S)$  ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با افزایش این نسبت و یا به عبارت دیگر با افزایش چسبندگی مصالح ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد.

همچنین با توجه به شکل ۱۴ می‌توان نتیجه گرفت که اگرچه با افزایش ضریب چسبندگی مصالح اختلاط عمیق، میزان ضریب اطمینان افزایش می‌یابد، اما این افزایش به ازاء سربار مشخص فقط تا مقدار معینی قابل توجه است و بعد از آن، تغییرات مقادیر ضریب اطمینان چندان قابل ملاحظه نیست. این بدان معناست که برای ویژگی‌های معین از شرایط هندسی لایه‌های خاک و ستون، مقدار بهینه‌ی برای نسبت چسبندگی دو مصالح وجود دارد که اگر این نسبت از آن بیشتر شود، تأثیر

#### ۴. نتیجه‌گیری

براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش اجزاء محدود و تعادل حدی، این نتایج به دست آمده است:

۱. براساس نتایج تحلیل‌ها به روش اجزاء محدود، با افزایش مقدار  $X_p/m$  و یا به عبارتی دیگر با افزایش فاصله‌ی موقعیت قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش ابتدا کاهش می‌یابد و سپس بعد از مقدار  $X_p/m$  معینی، روند تغییرات ضریب اطمینان افزایشی است. به بیان دیگر می‌توان گفت که همواره در میانه‌ی طول شیروانی مکانی وجود دارد که در صورت قرارگیری و اجرای ستون‌های اختلاط عمیق در آن موقعیت، میزان ضریب اطمینان پایداری شیروانی، کمینه است. بیشترین ضریب اطمینان پایداری در حالتی حاصل می‌شود که اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق در پنجه‌ی شیروانی اجرا شود.

۲. براساس نتایج تحلیل‌ها به روش تعادل حدی، با افزایش مقدار  $X_p/m$  و یا به عبارتی دیگر، با افزایش فاصله‌ی موقعیت قرارگیری اولین ردیف ستون‌های اختلاط عمیق نسبت به پنجه‌ی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره کاهش می‌یابد.

۳. مقادیر ضرایب اطمینان حاصل از روش تعادل حدی همواره بیشتر از مقادیر حاصل از روش اجزاء محدود است.

۴. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش مقدار نسبت سطح جایگزینی  $(A_{X_p}/A_m)$  و یا به عبارتی دیگر، با افزایش درصد سطح بهسازی‌شده‌ی پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد.

۵. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش مقدار قطر ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد؛ اما به ازاء مقادیر معینی از هندسه‌ی شیروانی، سربار و ویژگی‌های خاک، همواره قطر بهینه‌ی برای ستون اختلاط عمیق وجود دارد که اگر قطر ستون از آن بیشتر شود، تأثیر چندانی در افزایش ضرایب اطمینان پایداری ندارد.

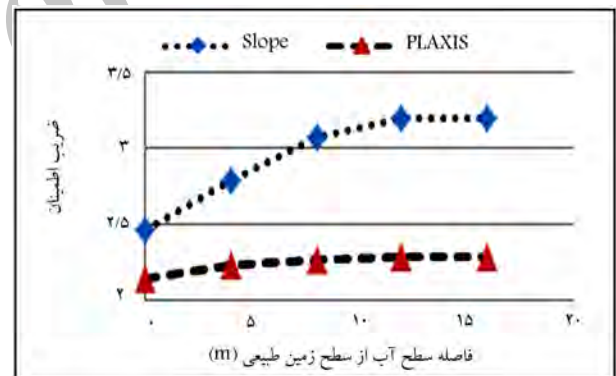
۶. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش مقدار طول ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. همچنین به ازاء شرایط هندسی و سربار معین، همواره طولی برای ستون‌های اختلاط عمیق وجود دارد که بهسازی به ازاء مقادیر کمتر از آن، تأثیر زیادی در افزایش ضریب اطمینان پایداری ندارد. در صورت بهسازی کل طول لایه‌ی ضعیف نیز ضریب اطمینان پایداری به طور قابل توجهی نسبت به طول‌های کمتر ستون‌ها، افزایش می‌یابد.

۷. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش اجزاء محدود، با کاهش فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. اما به ازاء بارگذاری و پارامترهای مقاومتی ثابتی برای مصالح، اگر فاصله‌ی بین ستون‌ها از مقدار معینی بیشتر شود، بهسازی مصالح تأثیر زیادی در افزایش ضریب اطمینان ندارد. همچنین با کاهش فاصله بین ستون‌ها به مقدار صفر (نسبت جایگزینی سطح برابر با ۱)، افزایش ناگهانی و محسوسی در مقدار ضریب اطمینان پایداری ایجاد می‌شود.

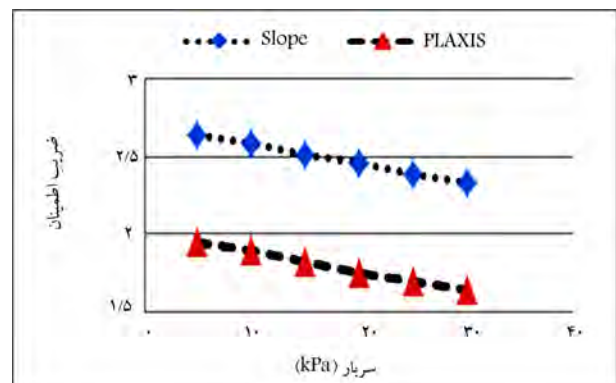
به‌عنوان نمونه در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که افت سطح آب از عمق ۸ متر به ۱۲ متر تأثیر نسبتاً کمی در افزایش ضریب اطمینان دارد. همچنین با افت سطح آب از ۱۲ متر به ۱۶ متر، هیچ بهبودی در مقدار ضریب اطمینان پایداری شیروانی مشاهده نمی‌شود. علت این امر آن است که به ازاء افت سطح آب تا عمق ۱۲ متر، بیشینه‌ی عمق سطح لغزش بحرانی برابر با ۱۰ متر است، در نتیجه تغییرات سطح آب در پایین‌تر از گوه‌ی لغزش تأثیری در مقادیر ضریب اطمینان پایداری ندارد. حتی به ازاء سطح آب‌های بالاتر از بیشینه‌ی عمق گوه‌ی لغزش که فاصله‌ی چندانی با آن ندارند (همانند افت آب تا عمق ۸ متر)، تغییرات ضریب اطمینان اندک است.

#### ۸.۳. بررسی اثر سربار (P)

برای بررسی اثر تغییرات سربار وارده بر شیروانی در پایداری شیب، مدل‌هایی از یک ردیف ستون با نسبت  $(X_p/m)$  های برابر با ۰/۸، ۱/۸ و ۲/۸ ایجاد و تحت سربارهای (P) برابر با ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۳۰ کیلو نیوتن بر متر مربع تحلیل شده است. در تمامی تحلیل‌های مذکور، مقدار قطر ستون (D) برابر با ۲ متر و طول آن (L) برابر با ۱۰ متر در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۶، با استفاده از نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش، تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون سربار ارائه شده است. مطابق شکل ۱۶، طبق آنچه انتظار می‌رفت، با افزایش مقدار سربار، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره کاهش می‌یابد. چرا که با افزایش سربار، مقادیر کرنش‌های برشی ایجاد شده در مصالح خاکی افزایش می‌یابد، در نتیجه منجر به کاهش پایداری شیروانی می‌شود.



شکل ۱۵. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون سطح آب زیرزمینی پی.



شکل ۱۶. تغییرات ضریب اطمینان پایداری شیروانی به ازاء مقادیر گوناگون سربار.

۸. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به روش تعادل حدی، همانند نتایج حاصل از تحلیل‌ها به روش اجزاء محدود، با کاهش فاصله بین ستون‌های اختلاط عمیق واقع در پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد.
۹. رابطه‌ی بین ضریب اطمینان و پارامتر فاصله بین ستون‌ها تقریباً به صورت خطی است.
۱۰. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش چسبندگی مصالح ستون‌های اختلاط عمیق، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. اما اگرچه با افزایش ضریب چسبندگی مصالح اختلاط عمیق، میزان ضریب اطمینان افزایش می‌یابد، اما این افزایش به ازاء سربار مشخص فقط تا مقدار معینی قابل توجه است و بعد از آن تغییرات مقادیر ضریب اطمینان چندان قابل ملاحظه نیست. این بدان معناست که برای ویژگی‌های معین از شرایط هندسی لایه‌های خاک و ستون، مقدار بهینه‌ی پی برای نسبت چسبندگی دو مصالح وجود دارد که اگر این نسبت از آن بیشتر شود، تأثیر زیادی در افزایش ضریب اطمینان ندارد.
۱۱. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش عمق قرارگیری سطح آب زیرزمینی نسبت به سطح پی شیروانی، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره افزایش می‌یابد. در واقع کمترین ضریب اطمینان در حالتی رخ می‌دهد که سطح آب منطبق بر سطح بالای پی باشد، یا به عبارت دیگر، پی شیروانی کاملاً اشباع شود. افت سطح آب فقط تا مقدار معینی در افزایش ضریب اطمینان پایداری مؤثر است. تغییرات سطح آب در پایین‌تر از گوه‌ی لغزش، تأثیری در مقادیر ضریب اطمینان پایداری ندارد.
۱۲. براساس نتایج حاصل از تحلیل‌های مدل به هر دو روش اجزاء محدود و تعادل حدی، با افزایش مقدار سربار، ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش همواره کاهش می‌یابد. همچنین رابطه‌ی تغییرات سربار با ضریب اطمینان پایداری در برابر لغزش را می‌توان به صورت یک معادله‌ی کاملاً خطی بیان کرد. در پایان خاطر نشان می‌شود که نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر، فقط براساس شرایط خاصی در یک مدل به دست آمده‌اند و قابل تعمیم به شرایط دیگری در عمل نیست و به این نکته‌ی مهم در حین استفاده از نتایج پژوهش حاضر برای شرایط مشابه باید توجه کرد.

### منابع (References)

1. Federal Highway Administration., *An Introduction to the Deep Soil Mixing Methods as Used in Geotechnical Applications*, FHWA-RD-99-138 (2000).
2. Jiang, Y., Han, J. and Zheng, G. "Numerical analysis of consolidation of soft soils fully-penetrated by deep-mixed columns", *KSCE Journal of Civil Engineering*, **17**(1), pp. 96-105 (2013).
3. Brinkgreve, R.B.J and Vermeer, P.A., *Plaxis Finite Element Code for Soil and Rock Analyses*, Delft University of Technology, The Netherlands (1998).
4. Venda Oliveira, P.J., Pinheiro, J.L.P. and Correia, A. A.S. "Numerical analysis of an embankment built on soft soil reinforced with deep mixing columns: Parametric study", *Journal of Computers and Geotechnics*, **38**(4), pp. 566-576 (2011).
5. Han, J., Chai, J., Leshchinsky, D. and Shen, S. "Evaluation of Deep-seated slope stability of embankments over deep mixed foundations", *Proceedings of Sessions of the GeoSupport Conference: Innovation and Cooperation in the Geo-Industry, Orlando, Florida, Sponsored by International Association of Foundation Drilling (ADSC), Geo-Institute of ASCE*, pp. 945-954 (January 29-31 2004).
6. Abusharar, S.W., Zheng, J.J. and Chen, B.G. "Finite element modeling of the consolidation behavior of multi-column supported road embankment", *Comput. Geotech.*, **36**(4), pp. 676-685 (2009).
7. Adams, T. "Stability of levees and flood walls supported by Deep-mixed shear walls: Five case studies in the new orleans area", Ph.D. Dissertation, Virginia Tech Blacksburg, VA (2011).
8. Bergado, D.T., Ruenkrairergsa, T., Taesiri, Y. and Balasubramaniam, A.S. "Deep soil mixing to reduce embankment settlement", *Ground Improv. J.*, **3**(3), pp. 1-18 (1999).
9. Bhadriraju, V., Puppala, A.J., Madhyannapu, R. and Williamee, R. "Laboratory procedure to obtain well-mixed soil binder samples of medium stiff to stiff expansive clayey soil for deep soil mixing simulation", *Geotech. Test. J.*, **31**(3), pp. 225-238 (2008).
10. Broms, B.B. "Keynote lecture: Design of lime, lime/cement and cement columns", *International Conference on Dry Mix Methods: Dry Mix Methods for Deep Soil Stabilization*, Stockholm, Sweden. A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, pp. 125-153 (1999).
11. Bruce, D.A., Bruce, M.E. and Di Millio, A.F. "Deep mixing: QA/QC and verification methods", *Proceedings of Deep Mixing Workshop 2002 in Tokyo, Port and Airport Research Institute & Coastal Development Institute of Technology* (2002).
12. CDIT (Coastal Development Institute of Technology), *The Deep Mixing Method: Principle, Design and Construction*, A.A. Balkema, The Netherlands (2002).
13. DJM (Deep Jet Mixing) Research Group, *The Manual for the Dry Jet Mixing Method*, pp. 20-31 (1984).
14. FHWA-RD-99-138., *An Introduction to the Deep Soil Mixing Methods as Used in Geotechnical Applications*,



- prepared by Geosystems (Bruce DA) for US Department of Transportation, Federal Highway Administration, 143 p. (2000).
15. Filz, G., Adams, T., Navin, M. and Templeton, A., *Design of Deep Mixing for Support of Levees and Floodwalls*, In: Johnsen, L.F., Bruce, D.A. and Byle, M.J. (Eds.), *Grouting and Deep Mixing*, USA, pp. 89-133 (2012).
  16. Han, J., Huang, J. and Porbaha, A. "2D numerical modeling of a constructed geosynthetic reinforced embankment over deep mixed columns", *Contemporary Issues in Foundation Engineering* (2005).
  17. Horpibulsuk, S., Rachan, R. and Suddeepong, A. "State of art in strength development of soil-cement columns", *Ground Improv.*, **165**(4), pp. 201-215 (2012a).
  18. Horpibulsuk, S., Chinkulkijniwat, A., Cholphatsorn, A., Suebsuk, J. and Liu, M.D. "Consolidation behavior of soil cement column improved ground", *Comput. Geotech.*, **43**, pp. 37-50 (2012b).
  19. Hossain, M.S., Haque, M.A. and Rao, K.N. "Embankment over soft soil improved with chemico pile-A numerical study", *Advances in Earth Structures: Research to Practice*, GSP 151, USA, pp. 239-246 (2006).
  20. Huang, J. and Han, J. "3D coupled mechanical and hydraulic modeling of a geosynthetic reinforced deep mixed column-supported embankment", *Geotext. Geomembr.*, **27**(4), pp. 272-280 (2009).
  21. Huang, J., Han, J. and Porbaha, A. "Two and three-dimensional modeling of DM columns under embankments", *GeoCongress*, , USA, pp. 1-5 (2006).
  22. Jansawang, P., Bergado, D.T. and Voottipruex, P. "Field behavior of stiffened deep cement mixing piles", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Ground Improvement*, **164**(1), pp. 33-49 (2010).

Archive of SID