

# ارزیابی قابلیت روش اجزاء محدود در بررسی تأثیر پهنای ورق و سوراخ در عامل شدت تنش در ورق ترک‌دار

Research Note

محمدرضا رفیعی (کارشناس ارشد)

پرهام معمارزاده\* (استادیار)

گروه مهندسی عمران، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد

یکی از متغیرهای مهم در مکانیک شکست، عامل شدت تنش است که برای پیش‌بینی رشد ترک و عمر باقی‌مانده‌ی عضو ترک‌خورده استفاده می‌شود. عامل شدت تنش، بیان‌گر تنش‌های اطراف نوک ترک است. یکی از عوامل تأثیرگذار در عامل شدت تنش، نسبت طول ترک (به پهنای ورق) است که توسط پژوهشگران به روش‌های مختلف حل بسته از جمله روش بسط لورنت بررسی شده است. هدف نوشتار حاضر، بررسی قابلیت روش عددی اجزاء محدود برای ارزیابی تأثیر پهنای ورق‌های تحت بارگذاری کنترل جابه‌جایی در عامل شدت تنش است. برای این منظور، ورق‌های با نسبت ابعاد و طول‌های ترک متفاوت به روش اجزاء محدود با استفاده از اجزاء تکین در نوک ترک مدل‌سازی و عامل شدت تنش با استفاده از روش گسترش ترک محاسبه شده است. مطالعه‌ی حاضر نشان می‌دهد که نتایج به دست آمده از روش ذکر شده، مطابقت خوبی با نتایج حاصل از روش‌های حل بسته‌ی موجود در سایر پژوهش‌ها دارد. در ادامه، به بررسی اثر وجود سوراخ با فاصله‌های مختلف از نوک ترک در عامل شدت تنش در ورق‌های با نسبت مختلف ابعاد پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که تأثیر سوراخ در عامل شدت تنش برای سوراخ‌هایی که در فاصله‌ی بیش از ۱۰٪ پهنای ورق از نوک ترک قرار گرفته‌اند، ناچیز است.

واژگان کلیدی: ورق با ترک مرکزی، عامل شدت تنش، روش اجزاء محدود، اجزاء تکین، روش گسترش ترک.

mr2.rafiie@gmail.com  
p-memar@iaun.ac.ir

## ۱. مقدمه

مطالعات نشان می‌دهند که سازه‌ها به مرور زمان، دچار گسیختگی‌های غیرقابل انتظاری می‌شوند. وجود ترک‌های ریز در یک قطعه می‌تواند موجب شکست آن در تنش‌هایی کوچک‌تر از تنش طراحی شود. ترک‌های با طول بزرگ‌تر آمادگی بیشتری برای گسترش دارند که این امر ناشی از شدت بالاتر تنش در اطراف نوک ترک و کاهش مقاومت ورق است.<sup>[۱]</sup> برای بیان میدان تنش یا کرنش در اطراف نوک ترک از متغیر عامل شدت تنش (SIF or K) استفاده می‌شود که تابعی از تنش وارده، طول ترک و نیز پهنای ورق است. پژوهشگران مختلف به مطالعه‌ی تأثیر پهنای ورق در عامل شدت تنش پرداخته‌اند. برای نمونه، برخی از آن‌ها،<sup>[۲-۴]</sup> با استفاده از توابع تنش ایری و یا با استفاده از بسط لورنت،<sup>[۵]</sup> و یا با در نظر گرفتن برخی فرضیات ساده‌کننده،<sup>[۶-۷]</sup> روابط مشخصی را برای نشان دادن تأثیر پهنای ورق در عامل شدت تنش ارائه کرده‌اند. علاوه بر روش‌های اشاره شده که منجر به ارائه‌ی حل بسته

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۱۱/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۶/۳/۱۶، پذیرش ۱۳۹۶/۴/۱۰.

DOI:10.24200/J30.2018.1867.2040

در نوشتار دیگری (۲۰۱۶) نیز به مقایسه‌ی تعدادی از روش‌های مذکور پرداخته شده است.<sup>[۸]</sup> همچنین در پژوهشی در سال ۱۹۹۰،<sup>[۹]</sup> عامل شدت تنش مربوط به ترک لیه‌ی سوراخ در یک ورق محدود و نیز عامل شدت تنش در ورق با ترک

یک ورق با پهنای محدود  $W$  و یک ترک مرکزی به طول  $2a$  به دست خواهد آمد. براساس پژوهشی در سال ۱۹۸۲<sup>[۱]</sup>، به دلیل تقارن، تنش‌های برشی بر روی لبه‌های  $AB$  و  $CD$  صفر هستند و تنش‌های موازی با ترک، مشارکت قابل توجهی در عامل شدت تنش ندارند. با نادیده گرفتن اثر تنش‌های لبه‌یی در بخش‌های قطع‌شده‌ی ورق، می‌توان دامنه‌ی کاربرد رابطه‌ی ۲ را برای ورق‌های با پهنای محدود  $W$  و ترک مرکزی به طول  $2a$  گسترش داد.

از مقایسه‌ی رابطه‌های ۱ و ۲ پیداست که عبارت بر حسب  $(\frac{a}{W})$  در رابطه‌ی ۲، دربرگیرنده‌ی تأثیر پهنای محدود ورق در عامل شدت تنش است؛ به طوری که اگر  $(\frac{a}{W})$  به سمت صفر میل کند (در ورق‌های نامحدود)، رابطه‌ی ۲ به صورت رابطه‌ی ۱ ساده خواهد شد. بنابراین، عامل شدت تنش در ورق‌های محدود به صورت رابطه‌ی ۳ نوشته می‌شود:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \varphi \quad (3)$$

که در آن،  $\varphi$  ضریب تصحیح مربوط به اثر پهنای محدود ورق است. در مطالعه‌ی در سال ۱۹۷۱<sup>[۵]</sup>، با استفاده از توابع نگاشت، ضریب تصحیح به صورت یک چندجمله‌یی بر حسب  $(\frac{a}{W})$  به دست آمده و سپس، در پژوهش دیگری در همان سال<sup>[۶]</sup>، ضریب تصحیح چندجمله‌یی اخیر با دقت نسبی خوبی به صورت رابطه‌ی ۴ بیان شده است:

$$\varphi = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{W}} \quad (4)$$

متغیرهای رابطه‌ی ۴ پیش‌تر تعریف شده‌اند.

### ۳. روش گسترش ترک برای محاسبه‌ی عامل شدت تنش

روش گسترش ترک، روشی بر پایه‌ی انرژی است که برای محاسبه‌ی عامل شدت تنش در ورق‌های تنش مستوی از رابطه‌ی ۵ استفاده می‌کند:<sup>[۹]</sup>

$$K_I = \sqrt{EG} \quad (5)$$

که در آن،  $E$  مدول کشسان و  $G$  نرخ آزادسازی انرژی کرنشی است که از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید:<sup>[۹]</sup>

$$G = - \frac{U_2 - U_1}{B \times 2\Delta a} \quad (6)$$

که در آن،  $\Delta a$  نمو ترک از یک سو،  $B$  ضخامت و  $U_1$  و  $U_2$  به ترتیب انرژی کرنشی ورق‌های با ترک به طول  $2a$  و  $2a + \Delta a$  هستند. عدد ۲ در مخرج رابطه‌ی ۶، بیانگر نموکل ترک ناشی از نمو در دو سوی ترک است. واضح است که با محاسبه‌ی عامل شدت تنش به روش ذکر شده، به سادگی می‌توان ضریب تصحیح را با استفاده از رابطه‌ی ۳ به دست آورد. از آنجا که در ورق‌های زیر بارگذاری کنترل نیرو، مقدار تنش در لبه‌های بارگذاری مقدار ثابتی دارد، محاسبه‌ی عامل شدت تنش از رابطه‌ی ۳ به سادگی قابل انجام است؛ در حالی که در ورق‌های زیر بارگذاری کنترل جابه‌جایی، تنش در طول لبه‌ی بارگذاری متغیر است. در مطالعه‌ی حاضر، مقدار  $\sigma$  در رابطه‌ی ۳، با میانگین‌گیری از مقدار تنش در لبه‌ی ورق از رابطه‌ی ۷ به دست آمده است که براساس محاسبه‌ی انرژی کرنشی ورق بر حسب تنش میانگین در لبه‌ی ورق نوشته می‌شود:

$$\sigma_{ave} = \frac{U_1}{\frac{1}{2}W \times B} \quad (7)$$

لبه‌یی<sup>[۲۰]</sup> محاسبه شد. بیشتر مطالعات انجام شده برای محاسبه‌ی عامل شدت تنش با روش اجزاء محدود و روش گسترش ترک بر روی ورق‌هایی انجام شده است که بارگذاری آن‌ها به روش کنترل نیرو بوده و مطالعاتی با روش اجزاء محدود بر روی ورق‌های با بارگذاری به روش کنترل جابه‌جایی انجام نشده است. از این رو بررسی کفایت روش اجزاء محدود برای تحلیل شدت تنش ورق‌های با بارگذاری کنترل جابه‌جایی ضروری به نظر می‌رسد. هدف نوشتار حاضر، بررسی کفایت روش عددی اجزاء محدود تکین<sup>۱</sup> برای ارزیابی تأثیر پهنای ورق‌های تحت بارگذاری کنترل جابه‌جایی در عامل شدت تنش است. برای این منظور ورق‌های با نسبت‌های مختلف ابعاد و نیز نسبت‌های مختلف طول ترک به روش اجزاء محدود با استفاده از اجزاء تکین در نوک ترک مدل‌سازی و عامل شدت تنش با استفاده از روش گسترش ترک محاسبه شده است. نسبت‌های طول ترک مورد مطالعه در پژوهش حاضر بین ۰٫۱ تا ۰٫۸ است. برای مدل‌سازی عددی ورق از اجزاء محدود تکین از نوع اجزاء محدود نقطه‌ی یک چهارم (QPE)<sup>[۱۱]</sup>،<sup>[۲۳-۲۱]</sup> در اطراف نوک ترک استفاده شده است.

### ۲. اثر پهنای ورق در عامل شدت تنش به روش‌های حل

بسته

عامل شدت تنش در یک ورق (با پهنای) نامحدود با ترک به طول  $2a$  تحت تنش کششی  $\sigma$  مطابق رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود:<sup>[۱]</sup>

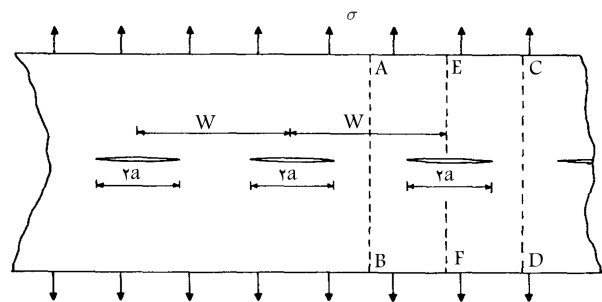
$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

که در آن،  $I$  بیانگر مود اول ترک‌خوردگی (مود بازشدگی) است. حل بسته‌ی مسئله‌ی ورق (با پهنای) محدود با ترک به دلیل وجود شرایط مرزی پیچیده کمی دشوار است. با این حال، قرار دادن برخی فرض‌های ساده‌کننده می‌تواند به حل این‌گونه ورق‌ها کمک کند. برای مثال، یک ورق با پهنای محدود ترک‌دار را می‌توان قسمتی از ورق با پهنای نامحدود با ترک‌های متوالی مطابق شکل ۱ فرض کرد (پهنای ورق به بعد موازی طول ترک گفته می‌شود).

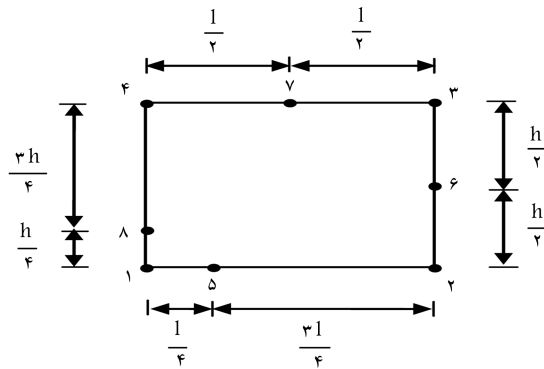
با حل ورق نامحدود با ترک‌های متوالی (شکل ۱) توسط برخی پژوهشگران<sup>[۲-۱]</sup> با استفاده از توابع تنش ایری، عامل شدت تنش در ورق نامحدود به صورت رابطه‌ی ۲ ارائه شد:<sup>[۱]</sup>

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sqrt{\frac{W}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \quad (2)$$

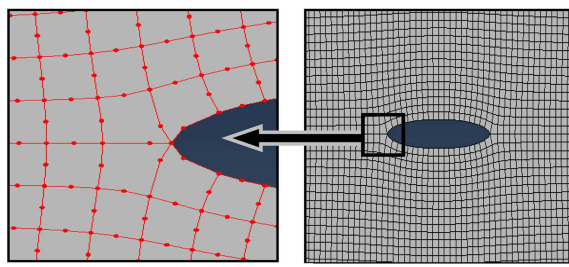
که در آن،  $W$  فاصله‌ی مرکز تا مرکز ترک‌های متوالی است و سایر متغیرها پیش‌تر تعریف شده‌اند. اگر ورق نامحدود در شکل ۱ در راستای  $AB$  و  $CD$  قطع شود،



شکل ۱. ورق نامحدود تحت تنش‌های کششی.<sup>[۱]</sup>

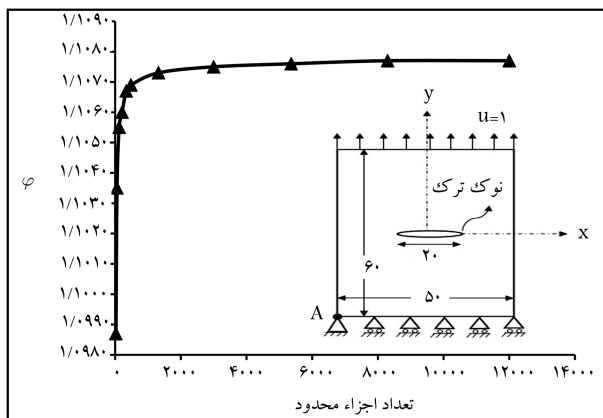


شکل ۴. جزء محدود تکین نقطه‌ای یک چهارم چهارگوش (۸ گره‌یی). [۲۳]



الف) بازشدگی ترک؛ ب) اجزاء محدود تکین اطراف نوک ترک.

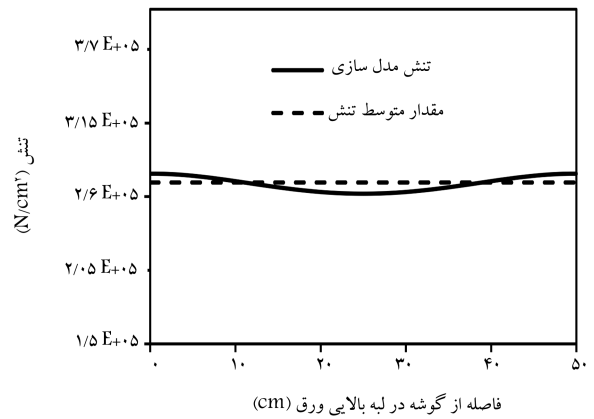
شکل ۵. مدل اجزاء محدود قسمتی از ورق با ترک.



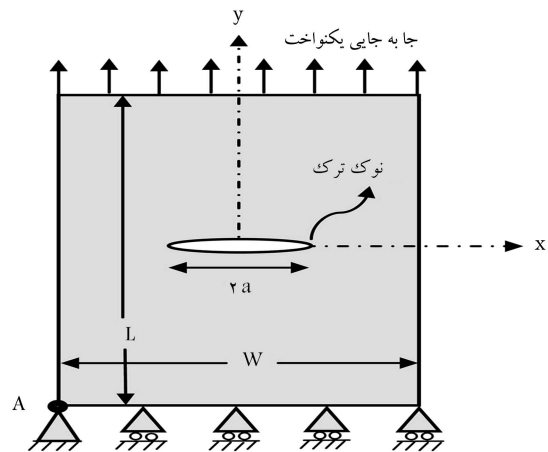
شکل ۶. حساسیت مدل اجزاء محدود به شبکه بندی.

۵ و ۸ در فاصله‌ی یک چهارم طول ضلع مربوط از گره‌ی ۱ قرار گرفته است. این چینش خاص جزء محدود موجب تکین شدگی تنش در گره‌ی ۱ می‌شود. از این رو، برای مدل‌سازی ورق با ترک، اجزاء محدود تکین به گونه‌ی در ورق قرار داده می‌شوند، که گره ۱ بر نوک ترک واقع شود. نحوه‌ی قرار گرفتن اجزاء محدود تکین در اطراف نوک ترک در شکل ۵ با حرف S نشان داده شده است.

شکل ۵، قسمتی از مدل اجزاء محدود یک ورق با ترک را نشان می‌دهد. در شکل ۵ الف، بازشدگی ترک ناشی از بارگذاری از نوع کنترلی جابه‌جایی در لبه‌ی ورق مشاهده می‌شود. همچنین، در شکل ۵ ب، موقعیت اجزاء تکین در اطراف نوک ترک با بزرگ‌نمایی بیشتری مشاهده می‌شود. برای یافتن تعداد المان‌های مناسب برای تولید نتایج دقیق، مدل ورق با ترک تحت تحلیل حساسیت نسبت به تعداد المان‌ها قرار گرفت. شکل ۶، ضریب تصحیح برای مدل اجزاء محدود ورق با تعداد مختلف



شکل ۲. مقایسه‌ی تنش مدل‌سازی با مقدار متوسط تنش.



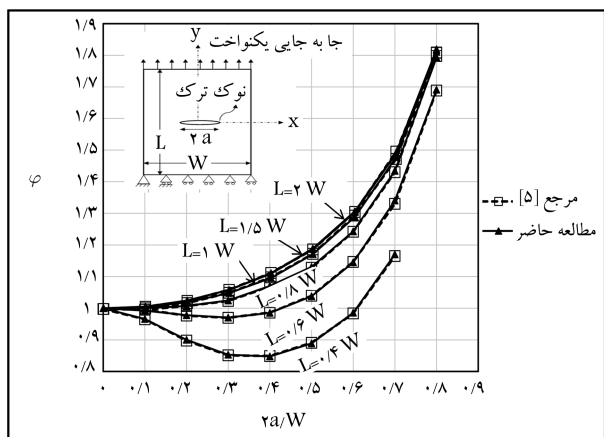
شکل ۳. ورق با ترک مرکزی تحت جابه‌جایی یکنواخت.

که در آن، میانگین تنش در لبه‌ی بارگذاری ورق است و سایر متغیرها پیش‌تر تعریف شده‌اند. در ادامه، با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از محاسبات به روش یادشده در مراجع، کارایی روش استفاده از تنش میانگین در رابطه‌ی ۳ نشان داده شده است. در شکل ۲، نمودار توزیع تنش در لبه‌ی ورق با تنش میانگین برای ورق نشان داده شده در شکل ۳ با ابعاد  $W = 5\text{ cm}$ ,  $L = 6\text{ cm}$ ,  $B = 1\text{ cm}$  و مشخصات  $E = 2 \times 10^7$  مقایسه شده است.

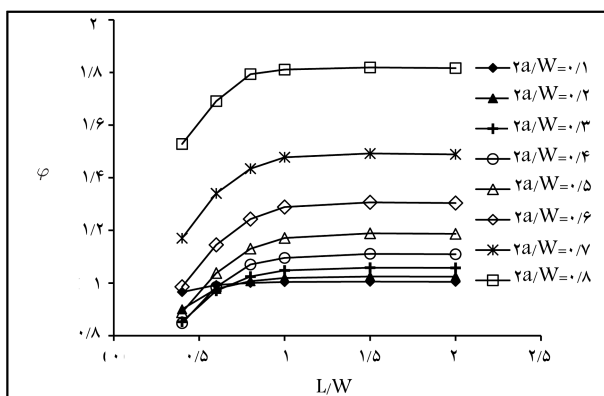
#### ۴. مشخصات مدل‌های مورد مطالعه و تحلیل حساسیت

در مطالعه‌ی حاضر، برای مدل‌سازی به روش اجزاء محدود دو بعدی از نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس<sup>۱۲</sup> استفاده شده است. ورق مورد بررسی، یک ورق کشسان ایزوتروپیک همگن با ترک مرکزی بوده است. شکل ۳، یک ورق به پهنای W و طول L با ترک به طول 2a را نشان می‌دهد. شرایط مرزی در گره‌ی A از نوع مفصلی و در سایر گره‌های موجود در لبه‌ی پایینی ورق از نوع غلتکی است. لبه‌ی بالایی ورق، جابه‌جایی یکنواخت در امتداد محور y مطابق شکل ۳ دارد.

برای مدل‌سازی، از جزء محدود چهارگوش ۸ گره‌یی استفاده شده است. برای مدل کردن تکین شدگی تنش در نوک ترک، اجزاء قرار گرفته در اطراف نوک ترک از نوع اجزاء تکین نقطه‌ای یک چهارم شکل ۴ و سایر اجزاء از نوع معمولی انتخاب شدند. در جزء تکین نشان داده شده در شکل ۴، گره‌های ۶ و ۷ در وسط اضلاع و گره‌های



شکل ۷. مقایسه‌ی کلی نتایج مطالعه‌ی حاضر با نتایج مرجع [۵]



شکل ۸. ضریب تصحیح بر حسب نسبت ابعاد ورق.

مطابق رابطه‌های بخش ۳، ضریب تصحیح به روش گسترش ترک محاسبه شد. در همه‌ی مدل‌ها، طول ورق مساوی  $L = 60 \text{ cm}$ ، طول ترک مساوی  $2a = 20 \text{ cm}$  و میزان نمو ترک معادل  $\Delta a = 0.7001 \text{ cm}$  در نظر گرفته شد. نتایج در جدول ۳ برای ورق‌های با نسبت ابعاد مختلف ارائه شده است.

چنانکه ملاحظه می‌شود، تحلیل مدل اجزاء محدود تکین و محاسبه‌ی عامل شدت تنش به روش گسترش ترک نتایج بسیار نزدیکی به نتایج حاصل از روش بسط لورنت، [۵] به دست می‌دهد. گفتنی است، نتایج مرجع [۵] با استفاده از روش بسط لورنت برای یک ورق با پهنای  $W$  و طول نامحدود با ترک‌های متوالی به فاصله‌های  $L$  تحت جابه‌جایی یکنواخت به دست آمده است. برای مقایسه‌ی بهتر نتایج به دست آمده از روش حاضر و نتایج مرجع [۵]، نمودارهای ضریب تصحیح بر حسب نسبت طول ترک برای ورق‌های با نسبت ابعاد مختلف ترسیم شده‌اند (شکل ۷). همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج دو روش ذکرشده بسیار به هم نزدیک هستند و بنابراین روش گسترش ترک به همراه مدل‌سازی اجزاء محدود تکین، قابلیت خوبی برای محاسبه‌ی عامل شدت تنش در ورق‌های مختلف دارد. در شکل ۸، نمودار ضریب تصحیح بر حسب نسبت ابعاد ورق برای نسبت‌های مختلف طول ترک مشاهده می‌شود که مطابق آن، ضریب تصحیح ورق‌های با نسبت ابعاد بزرگ‌تر از ۱، فقط تابعی از نسبت طول ترک است و نسبت ابعاد ورق، تأثیر قابل ملاحظه‌ی در آن ندارد. همچنین برای ورق‌های با نسبت ابعاد کوچک‌تر از ۱ با افزایش نسبت ابعاد ورق، ضریب تصحیح افزایش می‌یابد و نرخ تغییرات آن برای ترک‌های با طول بیشتر، بزرگ‌تر است.

جدول ۱. حساسیت روش گسترش ترک به میزان نمو ترک.

$\Delta a(\text{cm})$	$U_1(\text{N.cm})$	$U_2(\text{N.cm})$	$\varphi$
0.000001	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76804562 \times 10^6$	1.1028
0.00001	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76804309 \times 10^6$	1.1047
0.0001	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76801764 \times 10^6$	1.1079
0.001	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76776327 \times 10^6$	1.1079
0.01	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76521988 \times 10^6$	1.1079

جدول ۲. تأثیر ضریب پواسون در ضریب تصحیح.

$\nu$	$U_1(\text{N.cm})$	$U_2(\text{N.cm})$	$\varphi$
0	$6.76804590 \times 10^6$	$6.76776327 \times 10^6$	1.1079
0.1	$6.76807935 \times 10^6$	$6.76779673 \times 10^6$	1.1079
0.2	$6.76814042 \times 10^6$	$6.76785782 \times 10^6$	1.1079

اجزاء را نشان می‌دهد. در تمامی مدل‌ها، مش‌بندی کاملاً منظم و مربعی است. مدل کشسانی و ضخامت ورق در تمامی مدل‌های تحلیل‌شده در نوشتار حاضر، به ترتیب معادل  $2 \times 10^7 \frac{N}{\text{cm}^2}$  و  $1 \text{ cm}$  در نظر گرفته شده است.

چنانکه مشاهده می‌شود، هم‌گرایی مناسبی برای نتایج مدل‌های با بیش از ۲۰۰۰ جزء وجود دارد. با این حال، برای دست‌یابی به نتایجی با دقت بالاتر، یک شبکه‌ی  $0.5 \times 0.5 \text{ cm}$  (۱۲۰۰۰ جزء محدود در مدلی با ابعاد) برای سایر مدل‌سازی‌های انتخاب شد. همچنین، تحلیل‌هایی برای بررسی میزان حساسیت روش گسترش ترک به مقدار نمو ترک ( $\Delta a$ ) انجام شد که نتایج در جدول ۱ ارائه شده است. در اینجا، جزئیات محاسبات مربوط به سطر اول از جدول ۱ برای نمونه ارائه شده است:

$$G = -\frac{6.76804562 \times 10^6 - 6.76804590 \times 10^6}{1 \times 2 \times 0.0000001} = 140000$$

$$K = \sqrt{E \times G} = \sqrt{2 \times 10^7 \times 140000} = 1673320.0530$$

$$\sigma_{ave} = \frac{U_1}{\frac{1}{4}W \times B} = \frac{6.76804590 \times 10^6}{\frac{1}{4} \times 50 \times 1} = 270721.8360$$

$$\emptyset = \frac{K}{\sigma \sqrt{\pi a}} = \frac{1673320.053}{270721.8360 \times \sqrt{\pi \times 10}} = 1.1028$$

با توجه به جدول ۱، نوی معادل  $0.0001 \text{ cm}$  برای ترک‌ها در نظر گرفته شد. پس از انتخاب میزان مناسب شبکه‌بندی و نمو ترک، به بررسی میزان تأثیر ضریب پواسون ( $\nu$ )، در ضریب تصحیح پرداخته شد؛ گفتنی است، روابط ۳ الی ۶ برای ورق‌هایی با ابعاد بی‌نهایت (که ابعاد ورق نسبت به طول ترک بسیار بزرگ‌تر است) توسعه یافته است به همین دلیل روابط ۳ الی ۶ تابع ضریب پواسون نیستند؛ در حالی که در ورق‌های با ابعاد محدود، ضریب پواسون ممکن است در نتایج تأثیرگذار باشد. نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد که در ورق‌های محدود نیز ضریب پواسون تأثیر قابل ملاحظه‌ی در مقدار عامل شدت تنش ندارد.

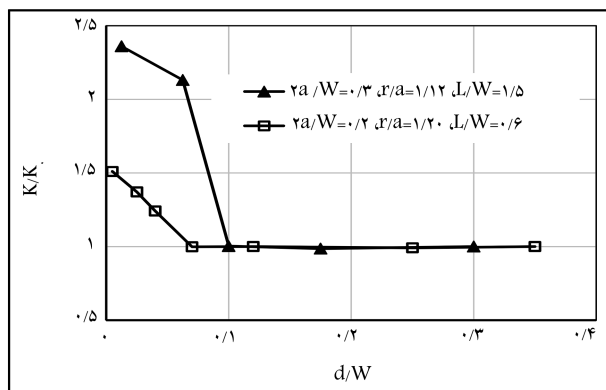
## ۵. نتایج عددی

ورق‌های با نسبت ابعاد ۰.۴، ۰.۶، ۰.۸، ۱.۰، ۱.۵ و ۲.۰ با ترک‌های با نسبت طول ترک (به پهنای ورق) ۰.۱ تا ۰.۸ که با شرایط مرزی مطابق شکل ۳ مدل‌سازی شده بودند، با روش اجزاء محدود تحلیل شدند. با توجه به تحلیل‌های حساسیت انجام گرفته، شبکه‌ی از اجزاء به ابعاد  $0.5 \times 0.5 \text{ cm}$  در نظر گرفته شد. سپس،

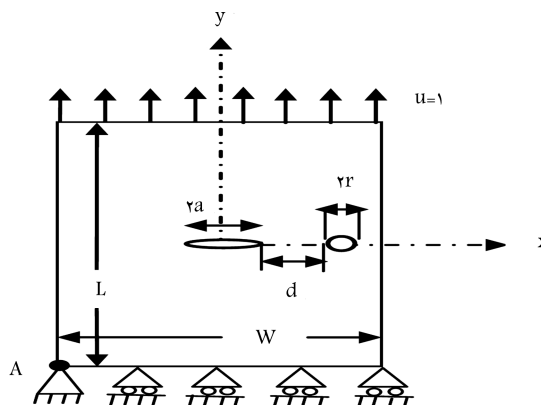
جدول ۳. ضریب تصحیح برای ورق‌های با نسبت ابعاد و طول ترک مختلف.

		۰٫۸	۰٫۷	۰٫۶	۰٫۵	۰٫۴	۰٫۳	۰٫۲	۰٫۱	$2a/W$	
$L/W = 0.4$	پژوهش حاضر	۱٫۵۲۸۲	۱٫۱۷۰۳	۰٫۹۸۵۸	۰٫۸۸۸۷	۰٫۸۴۷۶	۰٫۸۵۳۱	۰٫۹۰۰۲	۰٫۹۶۶۰	حاضر	$L/W = 0.4$
	مرجع [۵]	-	۱٫۱۶۵۱	۰٫۹۸۳۷	۰٫۸۹۰۷	۰٫۸۴۸۸	۰٫۸۵۱۲	۰٫۸۹۷۷	۰٫۹۶۵۱	مرجع [۵]	
$L/W = 0.6$	پژوهش حاضر	۱٫۶۹۱۰	۱٫۳۴۰۵	۱٫۱۴۵۱	۱٫۰۳۷۹	۰٫۹۸۵۳	۰٫۹۷۰۴	۰٫۹۷۷۹	۰٫۹۹۲۴	حاضر	$L/W = 0.6$
	مرجع [۵]	۱٫۶۸۸۴	۱٫۳۳۰۲	۱٫۱۴۶۵	۱٫۰۳۹۵	۰٫۹۸۶۰	۰٫۹۶۹۸	۰٫۹۷۶۷	۰٫۹۹۵۳	مرجع [۵]	
$L/W = 0.8$	پژوهش حاضر	۱٫۷۹۳۴	۱٫۴۳۴۵	۱٫۲۴۳۰	۱٫۱۳۰۵	۱٫۰۷۰۳	۱٫۰۲۴۵	۱٫۰۰۷۱	۱٫۰۰۰۷	حاضر	$L/W = 0.8$
	مرجع [۵]	۱٫۷۹۷۷	۱٫۴۳۰۲	۱٫۲۴۱۹	۱٫۱۲۷۹	۱٫۰۶۸۵	۱٫۰۲۳۳	۱٫۰۰۷۰	۰٫۹۹۵۳	مرجع [۵]	
$L/W = 1.0$	پژوهش حاضر	۱٫۸۱۰۶	۱٫۴۷۷۷	۱٫۲۸۸۷	۱٫۱۷۱۲	۱٫۰۹۵۴	۱٫۰۴۷۸	۱٫۰۱۹۱	۱٫۰۰۳۹	حاضر	$L/W = 1.0$
	مرجع [۵]	۱٫۸۰۷۷	۱٫۴۷۲۱	۱٫۲۹۳۰	۱٫۱۷۲۱	۱٫۰۹۷۷	۱٫۰۴۸۸	۱٫۰۱۶۳	۱٫۰۰۰۰	مرجع [۵]	
$L/W = 1.5$	پژوهش حاضر	۱٫۸۱۸۸	۱٫۴۹۱۹	۱٫۳۰۶۶	۱٫۱۸۸۹	۱٫۱۱۱۰	۱٫۰۵۸۴	۱٫۰۲۴۵	۱٫۰۰۵۱	حاضر	$L/W = 1.5$
	مرجع [۵]	۱٫۸۰۸۷	۱٫۴۹۵۳	۱٫۳۰۴۷	۱٫۱۸۶۰	۱٫۱۱۱۶	۱٫۰۵۸۱	۱٫۰۲۳۳	۱٫۰۰۴۷	مرجع [۵]	
$L/W = 2.0$	پژوهش حاضر	۱٫۸۱۶۴	۱٫۴۸۸۸	۱٫۳۰۳۹	۱٫۱۸۶۹	۱٫۱۰۹۴	۱٫۰۵۷۷	۱٫۰۲۴۱	۱٫۰۰۴۸	حاضر	$L/W = 2.0$
	مرجع [۵]	۱٫۸۰۸۷	۱٫۴۹۵۳	۱٫۳۰۴۷	۱٫۱۸۶۰	۱٫۱۱۱۶	۱٫۰۵۸۱	۱٫۰۲۳۳	۱٫۰۰۴۷	مرجع [۵]	

\* توجه: اعداد مربوط به مرجع [۵] از روی نمودار موجود در مرجع [۵] توسط نویسندگان استخراج شده است.



شکل ۱۰. تأثیر فاصله‌ی سوراخ از نوک ترک در عامل شدت تنش.



شکل ۹. ورق دارای سوراخ در اطراف نوک ترک.

می‌شود که تأثیر سوراخ در عامل شدت تنش برای سوراخ‌هایی که در فاصله‌ی بیش از ۱۰٪ پهنای ورق از نوک ترک قرار گرفته‌اند، ناچیز است.

## ۶. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، به ارزیابی قابلیت روش عددی اجزاء محدود برای بررسی تأثیر پهنای ورق‌های با ترک مرکزی تحت کنترل جابه‌جایی در عامل شدت تنش پرداخته شده است. از آنجا که در ورق زیر بارگذاری کنترل جابه‌جایی مقدار تنش در لبه‌های بارگذاری بکنواخت نیست، برای محاسبه‌ی عامل شدت تنش از تنش میانگین استفاده شد. ورق‌های بدون سوراخ با نسبت‌های ابعاد ۰٫۴ الی ۲٫۰ و نسبت‌های مختلف طول ترک (به پهنای ورق) از ۰٫۱ الی ۰٫۸ تحت جابه‌جایی واحد در لبه‌ی ورق تحلیل شدند. در ادامه، به تحلیل ورق‌های سوراخ‌دار با نسبت‌های ابعاد ۰٫۶

۱.۵. تأثیر وجود سوراخ در اطراف نوک ترک در عامل شدت تنش در بخش کنونی، به ارزیابی تأثیر وجود یک سوراخ دایره‌ی شکل در اطراف نوک ترک در عامل شدت تنش به روش گسترش ترک پرداخته شده است. بدین منظور ورق‌های با نسبت ابعاد و فاصله‌ی سوراخ تا نوک ترک مختلف، با طول ترک و قطر سوراخ ثابت مطابق شکل ۹ تحلیل شدند. در تمامی مدل‌ها قطر سوراخ ۱ cm و طول ترک یک بار ۱۲ cm و بار دیگر ۲۰ cm در نظر گرفته شد.

در شکل ۹،  $d$  بیانگر فاصله‌ی نوک ترک تا لبه‌ی سوراخ و  $2r$  قطر سوراخ است. برای مشاهده‌ی تأثیر وجود سوراخ در اطراف نوک ترک در عامل شدت تنش، نمودار تأثیر فاصله‌ی سوراخ از نوک ترک در عامل شدت تنش مطابق شکل ۱۰ رسم شد. چنانکه در شکل ۹ مشاهده می‌شود، وجود یک سوراخ در نزدیکی نوک ترک باعث افزایش مقدار عامل شدت تنش می‌شود و هر چه فاصله‌ی نوک ترک تا سوراخ بیشتر شود، مقدار ضریب تصحیح کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده

تنش میانگین، کفایت خوبی در تخمین عامل شدت تنش در ورق‌های مختلف با نسبت‌های متفاوت طول ترک دارد. نتایج نشان می‌دهد که ضریب تصحیح ورق‌های با نسبت ابعاد بزرگ‌تر از ۱، فقط تابعی از نسبت طول ترک است و نسبت ابعاد ورق تأثیر قابل ملاحظه‌ای در آن ندارد. در بررسی‌های انجام شده بر روی ورق‌های با سوراخ در اطراف نوک ترک، مشاهده شد که وجود سوراخ در اطراف نوک ترک باعث افزایش مقدار عامل شدت تنش می‌شود. همچنین با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان دریافت که تأثیر سوراخ در عامل شدت تنش برای سوراخ‌هایی که در فاصله‌ی بیش از ۱٪ پهنای ورق از نوک ترک قرار گرفته‌اند، ناچیز است. تحلیل‌های حساسیت انجام شده نیز بیانگر تأثیر ناچیز ضریب بواسون در مقدار عامل شدت تنش است.

و ۱/۵ پرداخته شده است. برای مدل‌سازی عددی تکین‌شدگی در نوک ترک، از اجزاء نقطه‌ی یک چهارم استفاده شد. با انجام تحلیل‌های حساسیت، شبکه‌بندی مناسبی برای مدل‌سازی ورق‌ها تعیین و پس از تحلیل مدل‌ها، عامل شدت تنش و نیز ضریب تصحیح مربوط به تأثیر پهنای ورق به روش گسترش ترک محاسبه شد. در روش مذکور، با انجام یک سری دیگر از تحلیل‌های حساسیت، مقدار نمو طول ترک در مدل‌سازی‌های بعدی به میزان  $1 \text{ cm}$  انتخاب شد. تحلیل مدل‌های اجزاء محدود ورق‌های بدون سوراخ با اجزاء تکین در اطراف نوک ترک و محاسبه‌ی ضریب تصحیح به روش گسترش ترک نشان می‌دهد که نتایج حاصل از روش ذکر شده، در تطابق خوبی با نتایج حاصل از روش بسط لورنت توسعه‌یافته توسط سایر پژوهشگران است. بنابراین، روش عددی اجزاء محدود تکین و نیز استفاده از

### پانویس‌ها

1. stress intensity factor
2. stiffness derivative method
3. crack extension technique
4. displacement correlation method
5. quarter point displacement method
6. virtual crack closure technique
7. force method
8. displacement extrapolation method
9. nodal displacement method
10. singular finite element
11. quarter point elements (QPE)
12. Abaqus

### منابع (References)

1. Broek, D., *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 3d Edition, Boston (1982).
2. Irwin, G.R. "Crack extension force for a part-through crack in a plate", *Journal of Applied Mechanics*, **29**(4), pp. 651-654 (Dec., 1962).
3. Koiter, W.T. "An infinite row of collinear cracks in an infinite elastic sheet", *Ingenieur-Archiv*, **28**(1), pp. 168-172 (Jan., 1959).
4. Westergaard, H.M. "Bearing pressures and cracks", *Journal of Applied Mechanics*, **6**, pp. A49-A53 (1939).
5. Isida, M. "Effect of width and length on stress intensity factors of internally cracked plates under various boundary conditions", *International Journal of Fracture Mechanics*, **7**(3), pp. 301-316 (Sep., 1971).
6. Feddersen, C.E. "Evaluation and prediction of the residual strength of center cracked panels", *American Society for Testing and Materials*, **STP 486**, pp. 50-78 (1971).
7. Feddersen, C.E. "Discussion", *American Society for Testing and Materials*, **STP 410**, pp. 77-79 (1967).
8. Parks, D.M. "A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity

- factors", *International Journal of Fracture Mechanics*, **10**(4), pp. 487-502 (Dec., 1974).
9. Heyliger, P.R. "On conventional and quarter-point mixed elements in linear elastic fracture mechanics", *Engineering Fracture Mechanics*, **31**(1), pp. 157-171 (1988).
10. Truman, K.Z. and Fehl, B.D. "An evaluation of fracture mechanics quarter-point displacement techniques used for computing stress intensity factors", *Engineering Structures*, **21**(5), pp. 406-415 (1999).
11. Fawaz, S. "Application of the virtual crack closure technique to calculate stress intensity factors for through cracks with an elliptical crack front", *Engineering Fracture Mechanics*, **59**(3), pp. 327-342 (Feb., 1998).
12. Morais, A.B. "Calculation of stress intensity factors by the force method", *Engineering Fracture Mechanics*, **74**(5), pp. 739-750 (2006).
13. Courtin, S., Gardin, C., Bezine, G. and et al. "Advantages of the J-integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS", *Engineering Fracture Mechanics*, **72**(4), pp. 2174-2185 (Sep., 2005).
14. Guinea, G.V., Planas, J. and Elices, M. "KI evaluation by the displacement extrapolation technique", *Engineering Fracture Mechanics*, **66**(3), pp. 243-255 (2000).
15. Kuizhu, X. "Numerical determination of stress intensity factors using ABAQUS", *Proceeding of the ASME Pressure Vessels and Piping Conference* (July, 2014).
16. Zafosnik, B., Ulbin, M. and Flasker, J. "Determination of different fracture modes stress intensity factor with crack extension method", University of Maribor, Slovenia (2000).
17. Wang, D., Yin, Y., Wang, Y. and et al. "Determination of stress intensity factor for mode I fatigue crack based on finite element analysis", *Engineering Fracture Mechanics*, **138**, pp. 118-126 (2015).
18. Qian, G., Gonzalez-Albuixech, V.F., Niffenegger, M. and et al. "Comparison of  $K_I$  calculation methods", *Engineering Fracture Mechanics*, **156**, pp. 52-67 (2016).

19. Lai, J. and Schijve, J. "The stress intensity factor of hole edge cracks in a finite width plate", *International Journal of Fracture*, **46**(3), pp. R37-R42 (1990).
20. Mingming, W., Xiangjun, Z. and Ming, Y. "Stress intensity factor of different width plates with edge crack", *Applied Mechanics and Materials*, **415**, pp. 602-605 (2013).
21. Ingraffea, A.R. and Manu, C. "Quarter-point elements for curved cracked fronts", *Computer and Structures*, **17**(2), pp. 227-231 (1983).
22. Banks-Sills, L. and Sherman, D. "Comparison of methods for calculating stress intensity factors with quarter-point elements", *International Journal of Fracture*, **32**(2), pp. 127-140 (Oct., 1986).
23. Nejati, M., Paluszny, A. and Zimmerman, R.W. "On the use of quarter-point tetrahedral finite elements in linear elastic fracture mechanics", *Engineering Fracture Mechanics*, **144**, pp. 194-221 (2015).