

روش المان‌های کاربردی اصلاح شده مبتنی بر مفهوم انرژی جهت تحلیل سازه‌ها در محدوده تغییرشکل‌های کوچک

محمدرضا شکری (دانشجوی دکتری)

حمیدرضا توکلی* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل

در نوشتار حاضر، فرمول‌بندی روش المان‌های کاربردی اصلاح شده جهت تحلیل خطی سازه‌ها در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک بیان شده است. همانند روش المان کاربردی، سازه به صورت مجموعه‌ی المان‌های صلب در نظر گرفته می‌شود، با این تفاوت که هر دو المان از سازه به وسیله‌ی فقط یک فنر که سختی محوری، برشی و چرخشی دارد، به یکدیگر متصل می‌شوند. تغییرشکل‌ها در سازه به کمک اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل محاسبه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند تحلیل یک تیرکسولی با روش پیشنهادی، حتی با مدلی که شامل تعداد کمینه‌ی المان است، خطای محاسباتی کمتر از ۲٪ دارد. در حالی که حل همین مسئله به کمک روش المان‌های کاربردی با همین ابعاد المان، بیش از ۳۱٪ خطای محاسباتی دارد. همچنین زمان محاسباتی روش پیشنهادی، کمتر از ۴۰٪ زمان محاسباتی در روش المان‌های کاربردی با ۱۰ سری فنر اتصال است.

واژگان کلیدی: روش المان کاربردی، اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل، تغییرشکل‌های کوچک، تحلیل خطی.

mrshokri88@gmail.com
tavakoli@nit.ac.ir

۱. مقدمه

خرابی پیشرونده شامل یک مجموعه خرابی‌هاست که منجر به فروریختگی جزئی یا کلی در سازه می‌شود. پژوهش بر روی خرابی پیشرونده را می‌توان به دو رویکرد مختلف طبقه‌بندی کرد: ۱. توسعه سیستم‌های سازه‌ی که مانع از خرابی پیشرونده شوند، ۲. ایجاد یک روش تحلیلی و کارآمد.

مطالعات زیادی در زمینه‌ی رویکرد اول انجام شده است که از جمله‌ی آن‌ها، می‌توان به مطالعه‌ی تی‌سای و لین^۱ (۲۰۰۸) اشاره کرد که پتانسیل خرابی پیشرونده در یک ساختمان بتن‌آرمه‌ی طراحی شده در برابر زلزله را با سناریوی حذف ستون بررسی کرده‌اند.^[۱] نتایج مطالعات آن‌ها منجر به نتایج محافظه‌کارانه‌ی روش تحلیل استاتیکی غیرخطی در صورت استفاده از ضریب بزرگ‌نمایی دینامیکی ۲ شد. جینوکیم و تاوان‌کیم^۲ (۲۰۰۹)، نیز مقاومت در برابر خرابی پیشرونده را در قاب‌های خمشی فولادی ارزیابی کردند،^[۱] و نتایج تحلیل غیرخطی در مقایسه با تحلیل خطی نشان داد که نتایج تحلیل دینامیکی غیرخطی، پاسخ‌های سازه‌ی بزرگ‌تری دارد. همچنین جینوکیم^۳ و همکارانش (۲۰۱۱)، یک مطالعه‌ی عددی بر روی تأثیر میراگرهای اصطکاکی دورانی در افزایش ظرفیت مقاومت در برابر زمین‌لرزه و خرابی پیش‌رونده‌ی سازه‌های موجود انجام دادند.^[۳] نتایج تحلیل تاریخچه‌ی زمانی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴/۹/۱۳۹۶، اصلاحیه ۱۸/۱۱/۱۳۹۷، پذیرش ۲۲/۲/۱۳۹۷.

DOI:10.24200/J30.2018.5582.2251

غیرخطی نشان داد که سازه‌های با میراگرهای اصطکاکی دورانی در برابر بارهای لرزه‌یی، عملکرد مطلوبی دارند. آن‌ها همچنین بیان کردند که با حذف ستون گوشه نسبت به ستون میانی، تأثیر میراگرها بیشتر بوده است. توکلی و کیاکجوری (۲۰۱۲) نیز ظرفیت خرابی پیشرونده در قاب‌های خمشی فولادی را با استفاده از روش مسیر جایگزین بار بررسی کردند،^[۴] و نتیجه گرفتند که پتانسیل خرابی پیشرونده اساساً وابسته به موقعیت حذف ستون است و حذف ناگهانی ستون، پاسخ کلی سازه را در بارگذاری انفجار خارجی تحت تأثیر قرار می‌دهد. همچنین توکلی و رشیدی (۲۰۱۳)، در ارزیابی خرابی پیشرونده در سیستم‌های ساختمانی قاب خمشی فولادی در برابر بارهای جانبی نتیجه گرفتند که با حذف ستون میانی نسبت به ستون گوشه، سازه مقاوم‌تر عمل می‌کند.^[۵] و نیز مطالعه‌ی در مورد تشخیص المان‌های بحرانی، تأثیر درجات نامعینی و موقعیت حذف ستون شده انجام داده‌اند همچنین توکلی و کیاکجوری (۲۰۱۳)، روش‌های تحلیل دینامیکی در سناریوهای حذف ستون را بررسی کردند،^[۶] و سپس، یک روش جدید برای حذف دینامیکی ستون در سازه‌های قابی پیشنهاد دادند که با استفاده از آن، پاسخ سازه‌ی قاب خمشی فولادی ۵ طبقه در اثر حذف ناگهانی ستون در سناریوهای مختلف را ارزیابی کردند و در نتیجه، با مقایسه با روش‌های معمول، تطابق خوبی بین دو روش مذکور به دست آمد و نیز نتیجه گرفتند که حذف ناگهانی ستون، پاسخ‌های بزرگ‌تری را در مقایسه با حذف تدریجی ستون ایجاد می‌کند. اما رویکرد دوم بررسی تخریب پیشرونده، یعنی

Archive of SID

اصل کمیته‌ی انرژی پتانسیل کل، نتایج دقیق و با زمان محاسباتی مناسب به دست می‌دهد؛ اما در بحث تحلیل تغییرشکل‌های بزرگ دقیقاً به دلیل استفاده از فرض مصالح پیوسته، نیازمند تمهیدات خاصی برای مدل‌سازی ترک‌خوردگی و جدا شدن مصالح است. لذا تحلیل سازه تحت تغییرشکل‌های بزرگ با روش اجزاء محدود دچار پیچیدگی و زمان محاسباتی بالاست. این شرایط برای روش‌هایی که مصالح را پیوسته در نظر می‌گیرند، معمول است.^[۸]

در دو دهه‌ی اخیر، روش‌های براساس المان گسسته، رشد چشم‌گیری داشته‌اند. در ابتدا روش المان‌های صلب و فنر در سال ۱۹۸۵ توسط کاوایی^۹ ارائه شد،^[۹] که با روشی ساده نسبت به روش اجزاء محدود ترک‌خوردگی را مدل می‌کند، اما مسیر رشد ترک‌ها در روش اخیر، اساساً به شکل، اندازه، و نحوه‌ی پیش‌بینی المان‌ها وابسته است.^[۱۰] در ادامه، مگرو و همکاران (۱۹۹۴-۱۹۸۹)، روش المان‌های مجزای اصلاح شده را گسترش دادند،^[۱۱] که به خوبی رفتار غیرخطی شدید سازه را تعقیب می‌کرد، اما در برخی موارد، دقت لازم جهت بررسی کمی مسائل را نداشت و در مقایسه با روش اجزاء محدود و روش المان‌های صلب و فنر، نیاز به زمان محاسباتی نسبتاً طولانی‌تری داشت. لذا روش المان کاربردی توسط مگرو و همکاران در سال ۱۹۹۷ ارائه شد،^[۱۲-۱۷] که با فرمول‌بندی ساده، قادر بود رفتار سازه را با دقت و زمان محاسباتی قابل قبولی از مراحل اولیه‌ی بارگذاری تا مراحل انهدام تعقیب کند. اما دقت کمتری نسبت به روش‌هایی مانند اجزاء محدود در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک داشت. لذا برای غلبه بر مشکل ذکر شده باید از المان‌های کوچک‌تر و با تعداد بیشتر استفاده کرد که منجر به افزایش زمان محاسباتی خواهد

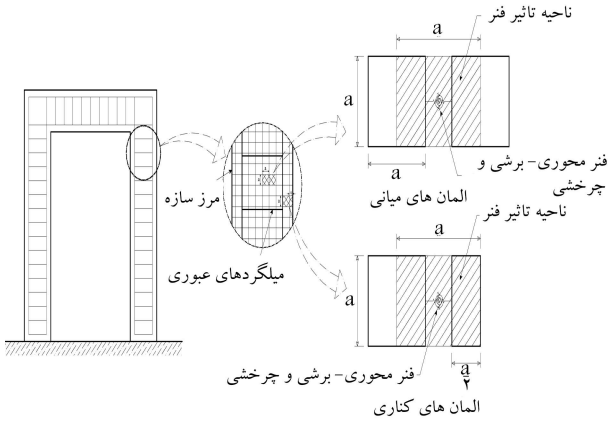
تحلیل تخریب سازه‌ها، همواره از اصلی‌ترین دغدغه‌های مهندسان سازه بوده است. روش‌های جدید طراحی سازه‌ها براساس عملکرد که جای خود را در مهندسی سازه باز کرده است، نیاز به تحلیل‌های دقیق‌تر سازه در مراحل مختلف بارگذاری از شروع تا انهدام را اجتناب‌ناپذیر کرده است. سطوح مختلف آسیب در سازه‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

با توجه به جدول ۱ مشاهده می‌شود که در دو مورد آخر، عملکرد سازه‌ها وارد مرحله‌ی ترک‌خوردگی و یا حتی تخریب کامل می‌شود. به علاوه، مسئله‌ی تخریب پیش‌رونده و پدیده‌های مربوط به آن در چند دهه‌ی اخیر و بروز حوادثی، مانند آتش‌سوزی پلاسکو، اهمیت روش‌های تحلیلی را، که توانایی تعقیب رفتار سازه تا مرز تخریب و حتی بعد از تخریب را داشته باشند، دو چندان کرده است. در سال‌های گذشته، تلاش‌های زیادی برای ارائه‌ی روش‌هایی مؤثر جهت تحلیل تخریب سازه‌های مختلف صورت گرفته است که می‌توان آن‌ها را به دو بخش اصلی تقسیم کرد:

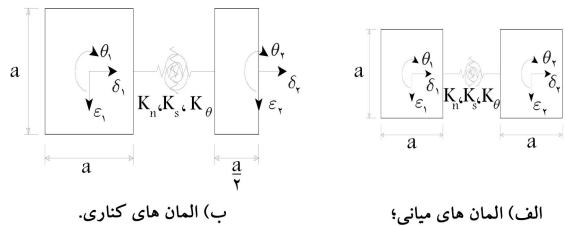
۱. روش‌هایی که سازه را به صورت مجموعه‌ی پیوسته در نظر می‌گیرند، مانند: روش اجزاء محدود (FEM)^۴ و روش‌های بدون مش^۵.
۲. روش‌هایی که سازه را به صورت مجموعه‌ی از المان‌های گسسته در نظر می‌گیرند، مانند: روش فنر و المان‌های صلب (RBSM)^۶، روش المان‌های مجزای اصلاح شده (EDEM)^۷، و روش المان کاربردی (AEM)^۸. روش اجزاء محدود (FEM) به عنوان اصلی‌ترین روش تحلیل سازه در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک و بزرگ شناخته می‌شود. روش اجزاء محدود در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک به دلیل فرض پیوسته بودن مصالح و استفاده از

جدول ۱. خسارت احتمالی برای ۴ سطح عملکرد ساختمان.^[۷]

سطح عملکرد ساختمان				
خسارت کلی ساختمان	بسیار کم	کم	متوسط	شدید
خدمات رسانی بی‌وقفه (A-۱)	قابلیت استفاده‌ی بی‌وقفه (B-۱)	ایمنی جانی (C-۳)	آستانه‌ی فروریزش (E-۵)	
اعضای سازه‌ی	سختی و مقاومت اعضا تقریباً تغییری نمی‌کند	سختی و مقاومت اعضا تقریباً تغییری نمی‌کند. تغییرشکل ماندگار و ترک‌خوردگی در اعضا ایجاد نمی‌شود.	سختی و مقاومت باقیمانده در تمام طبقات وجود دارد. سیستم باربر ثقلی عمل می‌کند. گسیختگی دیوارها خارج از صفحه‌ی آنها رخ نمی‌دهد. تغییرشکل ماندگار در سازه وجود دارد.	سختی و مقاومت باقیمانده ناچیز ولی ستون‌ها و دیوارها عمل می‌کنند. تغییرشکل‌های ماندگار زیاد است. دیوارها و دست‌اندازهای مهار نشده گسیخته می‌شوند. ساختمان در آستانه‌ی فروریزش است.
اعضای غیرسازه‌ی	تمام سیستم‌های لازم برای عملکرد ساختمان فعال می‌مانند. دیوارهای داخلی و نما و سقف‌ها ترک نمی‌خورند. خرابی‌های ناچیز ایجاد شده و سیستم تاسیسات و برق‌رسانی فعال باقی می‌ماند.	آسانسورها قابل استفاده‌ی مجدد باقی می‌مانند. تجهیزات اطفاء حریق قابل استفاده هستند. تاسیسات ساختمان دچار خرابی ناچیز می‌شوند به گونه‌ی که با تعمیر جزئی قابل استفاده می‌شوند.	از خطرات فروریزش اشیاء جلوگیری می‌شود اما بسیاری از تاسیسات ساختمان و عناصر معماری صدمه می‌بینند.	خرابی گسترده در اعضا غیرسازه‌ی ایجاد می‌شود.



شکل ۱. مدل سازی سازه در روش المان های کاربردی اصلاح شده.



شکل ۲. شکل المان ها، موقعیت فنر و درجات آزادی.

$$K_s = G \times b \quad (ب)$$

$$K_\theta = \frac{E \times b \times a^2}{12} \quad (ج)$$

که در آن، K_θ و K_s به ترتیب سختی محوری، برشی و چرخشی فنر هستند. همچنین b ضخامت المان، a اندازه ی بعد المان، E مدول کشسانی و G مدول برشی مصالح هستند. روابط اخیر نشان می دهند سختی های فنر معرف خصوصیات مصالح هستند.

برای مدل سازی بهتر سازه، مفهوم المان های کناری در روش المان های کاربردی اصلاح شده توسعه داده شده است. این مفهوم با توجه به سطح تأثیر فنرها در المان های کناری سازه توسعه یافت. همچنان که در شکل ۱ مشاهده می شود، در المان های میانی فقط نیمی از المان توسط فنر متصل شده به المان مجاور مدل می شود، لذا در المان های کناری، نیمی دیگر المان توسط فنرها مدل نمی شود و بنابراین مدل درستی از سازه ارائه نمی شود و المان های کناری با توجه به در نظر گرفتن این مهم و با تعریف درجات آزادی مطابق شکل ۲ برای آن ها در نظر گرفته می شوند. واضح است که با استفاده از المان های مذکور در مرزهای سازه، مدل درست تری از سازه ارائه می شود که منجر به نتایج دقیق تر خواهد شد.

با توجه به اینکه هر المان در صفحه، سه درجه آزادی دارد که شامل درجه ی آزادی انتقالی افقی، درجه آزادی انتقالی عمودی و درجه آزادی چرخشی است، می توان تغییر شکل فنرهای مابین دو المان را براساس درجه های آزادی مذکور بیان کرد. مطابق شکل ۲ و با توجه به قرارداد جهت مثبت درجه های آزادی می توان روابط ۲ الی ۴ را برای محاسبه ی تغییر شکل فنر محوری، برشی و چرخشی در محدوده ی تغییر شکل های کوچک نوشت:

$$\Delta = \delta_2 - \delta_1 \quad \text{تغییر شکل محوری فنر:} \quad (۲)$$

شد. به علاوه به علت ماهیت مستطیلی بودن المان ها، مسیر رشد ترک ها نیز در روش اخیر به شکل، اندازه و نحوه ی چینش المان ها وابسته بود (مگرو و هماران، ۲۰۰۸). [۱۸]

در روش المان کاربردی، سازه به صورت مجموعه یی از المان های گسسته در نظر گرفته می شود و به جای اصل کمیته ی انرژی پتانسیل از مفهوم تعادل و ماتریس سختی برای حل مسئله استفاده می شود. لذا در محدوده ی تغییر شکل های کوچک، دقت کمتری دارد. لذا برای غلبه بر مشکل ذکر شده باید تعداد المان ها و فنرهای بین المان ها را بیشتر در نظر گرفت که منجر به افزایش زمان محاسباتی روش المان کاربردی خواهد شد. این در حالی است که دقیقاً به دلیل فرض گسسته بودن مصالح سازه در روش المان کاربردی، تحلیل رفتار سازه در محدوده ی تغییر شکل های بزرگ و ترک خوردگی بسیار راحت تر از روش اجزاء محدود است که سبب می شود با زمان محاسباتی کمتر بتوان رفتارهای تخریبی و پساتخریبی سازه را مدل سازی کرد.

روش پیشنهادی المان کاربردی اصلاح شده 1° ، همانند روش المان کاربردی، سازه را به صورت مجموعه یی از المان های گسسته در نظر می گیرد، با این تفاوت که هر دو المان فقط با یک فنر به هم متصل می شوند. مقاومت محوری، برشی و چرخشی فنر با توجه به خصوصیات مصالح مشخص می شود. با توجه به وجود فنر بین المان ها، به راحتی می توان تغییر شکل ایجاد شده در فنرها را به انرژی ذخیره شده در آن ها مرتبط ساخت و بدین ترتیب انرژی پتانسیل داخلی سازه را می توان به صورت تابعی از تغییر شکل کل فنرهای سازه نوشت و با کمک اصل کمیته ی انرژی پتانسیل کل برای سازه، تغییر شکل ها را محاسبه کرد. روش المان کاربردی اصلاح شده، به دلیل استفاده از اصل کمیته ی انرژی پتانسیل برای تحلیل سازه، عملکرد بهتری از روش المان کاربردی در بازه ی تغییر شکل های کوچک دارد و با توجه به نوع فنرگذاری بین المان ها در روش مذکور، با تعداد کمتری از المان ها و با زمان محاسباتی پایین تر به جواب های دقیق تر می رسد. از طرفی به دلیل استفاده از المان های گسسته، مزیت تعقیب راحت تر رفتار سازه در مراحل تغییر شکل های بزرگ، ترک خوردگی و شکست را دارد. البته حتی در محدوده ی تغییر شکل های بزرگ هم به دلیل استفاده از اصول مبنایی کمیته ی انرژی پتانسیل کل و فنربندی کمتر، دقت و سرعت بیشتری نسبت به روش المان کاربردی دارد. در نوشتار حاضر، ابتدا فرمول بندی روش المان کاربردی اصلاح شده برای مصالح خطی و تغییر شکل های کوچک بیان شده است، سپس یک تحلیل حساسیت بر روی اثر تعداد المان ها نیز ارائه و نتایج حاصل با روش AEM مقایسه شده است. همچنین صحت سنجی روش پیشنهادی المان کاربردی اصلاح شده با مقایسه ی نتایج به دست آمده از آن با مقادیر تئوری صورت گرفته است.

۲. فرمول بندی روش المان کاربردی اصلاح شده برای تحلیل تغییر شکل های کوچک

در روش المان کاربردی اصلاح شده مانند روش المان کاربردی، سازه به صورت مجموعه یی از المان های صلب کنار هم در نظر گرفته می شود. اتصال هر دو المان توسط یک فنر که سختی محوری، برشی و خمشی دارد، صورت می گیرد. شکل ۱، نحوه ی المان بندی سازه و اتصال المان ها به وسیله ی فنر را نشان می دهد. فنر بین دو المان، بیانگر نیروها و تغییر شکل های مابین دو المان است که سختی های محوری، برشی و خمشی آن از رابطه ی ۱ به دست می آید:

$$K_n = E \times b \quad (الف)$$

Archive of SID

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_i} = 0 \rightarrow \text{for } i = 1 : n_e \quad (n_e \text{ معادله‌ی خطی مستقل}) \quad (8)$$

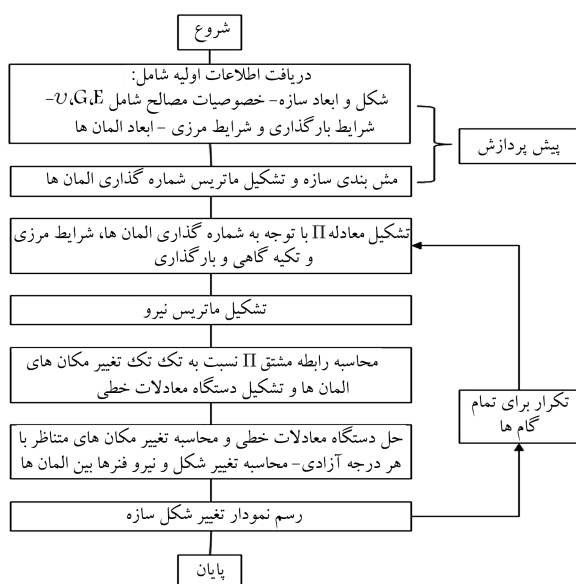
$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon_i} = 0 \rightarrow \text{for } i = 1 : n_e \quad (n_e \text{ معادله‌ی خطی مستقل}) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_i} = 0 \rightarrow \text{for } i = 1 : n_e \quad (n_e \text{ معادله‌ی خطی مستقل}) \quad (10)$$

ابتدا از Π نسبت به تغییرمکان‌های افقی المان‌ها (δ) مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود و طبق رابطه‌ی ۸، n_e معادله‌ی خطی از این طریق به دست می‌آید. سپس نسبت به تغییرمکان‌های عمودی المان‌ها (ε) مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود که طبق رابطه‌ی ۹، تعداد n_e معادله‌ی خطی دیگر از این طریق به دست می‌آید و در انتها π از نسبت به تغییرمکان‌های چرخشی المان‌ها (θ) مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود که طبق رابطه‌ی ۱۰، تعداد n_e معادله‌ی خطی نیز از این طریق به دست می‌آید. به این ترتیب یک دستگاه معادلات خطی شامل $3 \times n_e$ معادله به دست می‌آید که با حل آن مجهولات مسئله که همان تغییرمکان المان‌ها باشند، به دست می‌آیند.

۳. مراحل روش المان کاربردی اصلاح شده

با توجه به اینکه هر المان، ۳ درجه آزادی در صفحه دارد، مسئله شامل n_e المان، کلاً $3 \times n_e$ مجهول (تعداد کل تغییرمکان‌های المان‌ها) دارد که البته با توجه به شرایط مرزی بعضی از جابه‌جایی‌های مذکور ممکن است مقداری برابر با صفر یا یک عدد معلوم باشند که در این صورت در درجه آزادی مقید، نظیر عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی پدید خواهد آمد که مقادیر آن‌ها مجهول مسئله خواهد بود. لذا در کل تعداد مجهولات $3 \times n_e$ باقی می‌ماند و تعداد معادلات هم دقیقاً به همان اندازه است، چرا که به ازاء هر درجه‌ی آزادی از رابطه‌ی Π مشتق گرفته می‌شود و یک دستگاه معادلات خطی شامل $3 \times n_e$ معادله به دست می‌آید که با روش‌های مرسوم حل دستگاه قابل حل خواهد بود. ترتیب عمل برنامه مطابق شرح فلوچارتی است که مربوط به برنامه‌ی توسعه داده شده در نرم‌افزار متلب^{۱۱} است (شکل ۳). ابتدا در مرحله‌ی پیش پردازش، اطلاعات اولیه شامل نحوه‌ی المان‌بندی سازه،



شکل ۳. مراحل تحلیل خطی سازه به روش المان کاربردی اصلاح شده.

$$\gamma = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - (\theta_2 + \theta_1) \times a/2 \quad \text{تغییرشکل برشی فنر:} \quad (3)$$

$$\Phi = \theta_2 - \theta_1 \quad \text{تغییرشکل چرخشی فنر:} \quad (4)$$

که در آن‌ها، δ ، ε و θ به ترتیب معرف تغییرمکان‌های افقی، عمودی و چرخشی هر المان هستند. a نیز اندازه‌ی بعد المان است. همچنین می‌توان روابط مشابهی برای فنرهای قائم بین المان‌های عمودی در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک بسط داد. تغییرشکل فنر بین دو المان مجاور تابعی از تغییرمکان‌های دو المان مذکور است، بنابراین با داشتن مقادیر تغییرمکان‌های المان‌های مجاور می‌توان تغییرشکل و در نتیجه نیروهای موجود در فنر مابین دو المان را محاسبه کرد.

با توجه به اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل، تغییرشکل واقعی سازه همان تغییرشکلی است که انرژی پتانسیل کل سازه را کمینه می‌سازد. رابطه‌ی ۵، بیانگر انرژی پتانسیل کل سازه است:

$$\Pi = U + V \quad (5)$$

که در آن، Π انرژی پتانسیل کل سازه، U انرژی پتانسیل داخلی و V انرژی پتانسیل خارجی سازه است. با توجه به نحوه‌ی المان‌بندی در روش المان کاربردی اصلاح شده که سازه را به صورت مجموعه‌ی از المان‌های صلب و فنر در نظر می‌گیرد، واضح است که انرژی پتانسیل داخلی را می‌توان از مجموع انرژی ذخیره شده در تمامی فنرهای موجود سازه، مطابق رابطه‌ی ۶ به دست آورد:

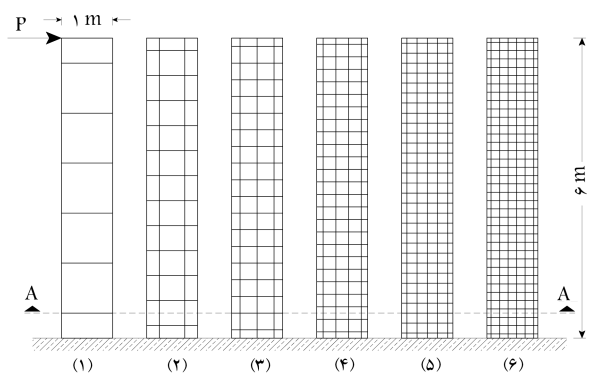
$$U = \frac{1}{2} \left\{ \sum_n K_n \times \Delta^2 + \sum_s K_s \times \gamma^2 + \sum_\theta K_\theta \times \Phi^2 \right\} \quad (6)$$

که در آن، n_e تعداد کل المان‌های سازه است. همچنین مقادیر Δ ، γ و Φ تابعی از تغییرمکان‌های المان‌ها هستند، لذا U نیز تابعی از تغییرمکان‌های تمامی المان‌های سازه است که تعداد متغیرهای مذکور در حالت دو بعدی، سه برابر تعداد المان‌ها (به تعداد کل درجه‌های آزادی سازه) است. به همین ترتیب برای محاسبه‌ی انرژی پتانسیل خارجی (V) از رابطه‌ی ۷ استفاده می‌شود:

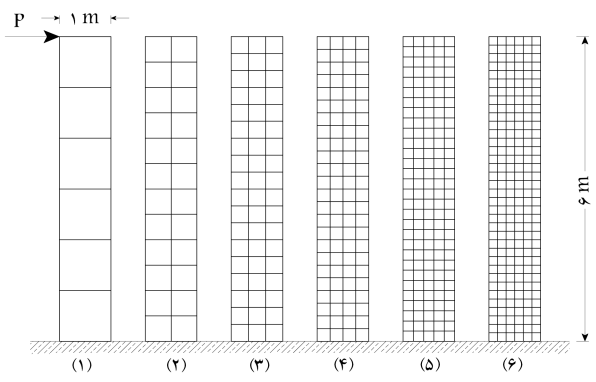
$$V = \frac{1}{2} \left\{ \sum_i P_i \times \delta_i + \sum_m F_m \times \varepsilon_m + \sum_n M_n \times \theta_n \right\} \quad (7)$$

که در آن، P_i و δ_i به ترتیب نیروی افقی و جابه‌جایی نظیر المان i ام، F_m و ε_m به ترتیب نیروی عمودی و جابه‌جایی عمودی، نظیر المان m ام، M_n و θ_n به ترتیب لنگر و جابه‌جایی چرخشی نظیر المان n ام هستند. یعنی انرژی پتانسیل خارجی از مجموع انرژی پتانسیل ایجاد شده توسط نیروهای خارجی و یا عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تشکیل می‌شود. همچنین با دقت در رابطه‌ی ۷ مشاهده می‌شود که انرژی پتانسیل خارجی تابعی از تغییرمکان‌های المان‌های دارای بار خارجی یا عکس‌العمل تکیه‌گاهی است و تعداد متغیرهای مذکور در حالت کلی می‌تواند به تعداد کل درجات آزادی سازه باشد.

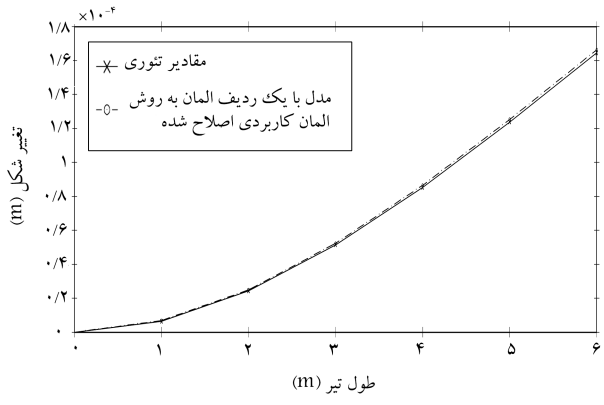
با توجه به روابط V و U (روابط ۶ و ۷) می‌توان نتیجه گرفت که Π تابعی از درجه‌های آزادی المان‌های کل سازه است، یعنی $3 \times n_e$ متغیر دارد (n_e تعداد کل المان‌های سازه است). حال با توجه به اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل، برای یافتن تغییرشکل‌ها در سازه کافی است از Π نسبت به تغییرمکان‌های المان‌ها مشتق گرفت و برابر صفر قرار داد، تا مقادیر جابه‌جایی المان‌ها متناظر با کمینه‌ی Π ، را که همان مجهولات مسئله هستند، به دست آورد (روابط ۸ الی ۱۰):



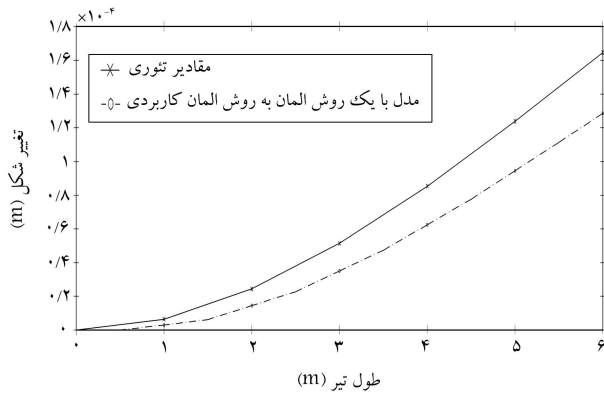
شکل ۵. اندازه و چیدمان المان‌ها برای مدل تیرکنسولی تحت بار جانبی مورد استفاده در روش المان کاربردی اصلاح شده.



شکل ۴. اندازه و چیدمان المان‌ها برای مدل تیرکنسولی تحت بار جانبی مورد استفاده در روش المان کاربردی.



شکل ۶. تغییر شکل محاسباتی انتهای تیر مدل (۱) به وسیله روش المان کاربردی اصلاح شده و مقایسه با تئوری.



شکل ۷. تغییر شکل محاسباتی انتهای تیر مدل (۱) به وسیله روش المان کاربردی و مقایسه با تئوری.

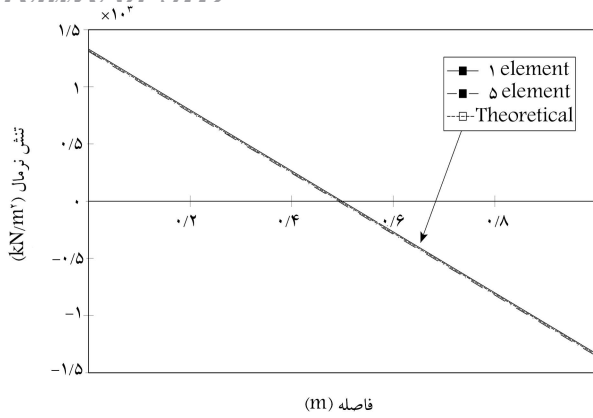
روش مذکور تقریباً ۴۰٪ زمان پردازش مربوط به مدل شامل ۱۰ فنرا اتصال در روش المان کاربردی به دست آمد. این نتیجه با توجه به اینکه تعداد فنرهای متصل‌کننده در روش المان کاربردی اصلاح شده به یک فنر کاهش یافته است، اما به دلیل استفاده از المان‌های کناری در روش ذکر شده که سبب افزایش تعداد المان‌ها نسبت به روش المان کاربردی با اندازه‌ی المان مساوی شده است، قابل توجیه است. نتایج به دست آمده از شکل ۹ نشان می‌دهد که روش المان کاربردی اصلاح شده با استفاده از مفهوم المان‌های کناری برای مدل‌سازی بهتر سازه و استفاده از مفهوم

مقادیر E ، G ، ابعاد المان، تعداد و شماره‌ی المان‌های دارای قید و شماره‌ی درجه‌های آزادی مقید، تعداد و شماره‌ی المان‌های دارای بار و مقدار بار متناظر با هر درجه‌ی آزادی دریافت می‌شود. سپس برنامه با تشکیل ماتریس شماره‌گذاری المان‌ها و با توجه به شماره‌ی المان‌ها و فنرهای مابین آن‌ها و در نظر گرفتن نیروهای خارجی اعمالی و عکس‌العمل‌های احتمالی ناشی از قیود تکیه‌گاهی، معادله‌ی II را تشکیل می‌دهند. در ادامه، با محاسبه‌ی رابطه‌ی مشتق II نسبت به تک‌تک تغییرمکان‌های المان‌ها و تشکیل و حل دستگاه معادلات خطی، تغییرمکان‌های متناظر با هر درجه آزادی محاسبه و نیروها و جابه‌جایی‌های فنرهای مابین آن‌ها نیز به دست می‌آیند.

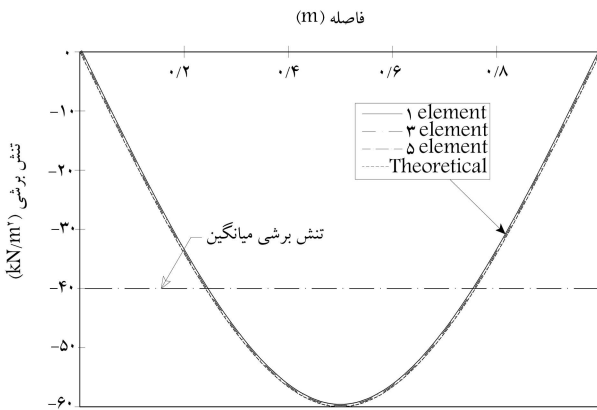
۴. تأثیر اندازه‌ی المان در دقت پاسخ‌ها و مقایسه‌ی روش

المان کاربردی اصلاح شده با روش AEM

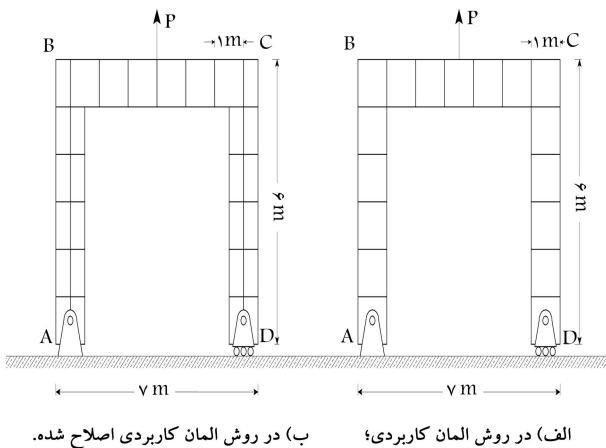
الف) یک حساسیت‌سنجی روی تأثیر اندازه‌ی المان‌ها در دقت محاسباتی و زمان تحلیل روش پیشنهادی انجام شده است که برای آن یک تیرکنسولی با مدول کشسانی $E = 2.1 \times 10^8 \text{ KN/m}^2$ و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ و ابعاد مندرج در شکل‌های ۴ و ۵ با ضخامت $b = 0.25 \text{ m}$ تحت بار جانبی $P = 10 \text{ KN}$ در نظر گرفته شده است. تیرکنسولی مذکور به ترتیب برای مدل‌های با شماره‌های ۱ الی ۶ مطابق شکل‌های ۴ و ۵ تحلیل و نتایج حاصل از تغییرمکان انتهای تیر با مقادیر تئوری آن مقایسه شده است. در انتها نیز درصد خطای هر مدل و زمان محاسباتی برای هر مدل با دیگر مدل‌ها مقایسه شده است. در تحلیل مدل‌های مذکور به روش المان کاربردی نیز به ترتیب از ۱۰ و ۲۰ فنر برای اتصال المان‌ها استفاده شده است. نتایج تحلیل به کمک روش المان کاربردی اصلاح شده برای مدل (۱) تیرکنسولی در شکل ۶ مشاهده می‌شود، که مطابق آن، همخوانی بسیار بالایی بین مقادیر محاسباتی و مقادیر تئوری مشاهده می‌شود. باید توجه داشت که مدل (۱) از المان‌های با ابعاد یک متر استفاده می‌کند و کل تیر فقط با ۷ المان مدل شده است. همچنین نتایج حاصل از تحلیل تیر مدل (۱) به وسیله روش المان کاربردی در شکل ۷ ارائه شده است که به خوبی می‌توان اختلاف مقادیر محاسباتی با مقادیر تئوری را مشاهده کرد. همچنین با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که در روش المان کاربردی با کم کردن تعداد فنرهای متصل‌کننده المان‌ها، زمان پردازش برنامه کاهش می‌یابد؛ به طوری که زمان پردازش در مدل شامل ۱۰ فنر اتصال برای المان‌ها تقریباً نصف زمان متناظر در مدل شامل ۲۰ فنر اتصال برای المان‌ها به دست آمده است.^[۱۳] در روش المان کاربردی اصلاح شده نیز همین روند مشاهده شد، به طوری که زمان پردازش در



شکل ۱۰. توزیع تنش محوری در مقطع A-A.

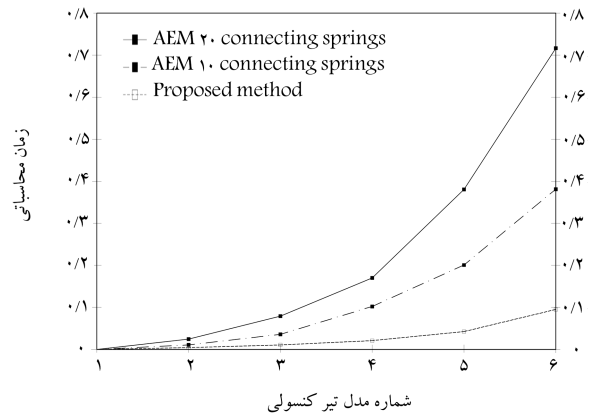


شکل ۱۱. توزیع تنش برشی در مقطع A-A.

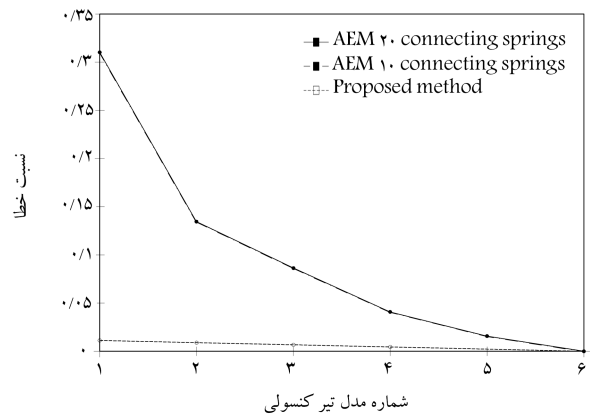


شکل ۱۲. اندازه و چیدمان المان‌ها برای مدل قاب یک دهانه.

قاب دو بعدی یک طبقه‌ی یک دهانه با تکیه‌گاه ساده مدنظر قرار گرفت. مدول کشسانی مصالح به کار رفته $E = 2.1 \times 10^4 \text{ KN/m}^2$ و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ و ضخامت $b = 0.25 \text{ m}$ و تحت بارکششی معادل $P = 10 \text{ KN}$ در وسط دهانه بوده است. رفتار قاب با روش المان کاربردی و روش المان کاربردی اصلاح شده ارزیابی و منحنی تغییرشکل مربوط به تیر BC در قاب با منحنی تئوری مقایسه شد.



شکل ۸. تأثیر ابعاد المان بندی در زمان محاسباتی (ثانیه).



شکل ۹. تأثیر ابعاد المان بندی در نسبت خطای محاسباتی.

انرژی برای حل مسئله، حتی با یک ردیف المان در پایه تیر، نسبت خطای روش مذکور در مقایسه با مقادیر تئوری کمتر از ۲٪ به دست آمد. این در حالی است که خطای مربوط به مدل یک المانه در روش المان کاربردی بیش از ۳۱٪ بود. این خطا برای روش المان کاربردی اصلاح شده با افزایش تعداد المان‌ها کمتر می‌شود، به طوری که مقدار درصد خطا برای ۵ ردیف المان یا بیشتر، به کمتر از ۲٪ می‌رسد. لذا روش پیشنهادی حتی با ابعاد المان‌های بسیار بزرگ‌تر و زمان محاسباتی بسیار پایین‌تر نسبت به روش المان کاربردی به پاسخ‌های دقیق‌تر می‌رسد.

نمودار مربوط به توزیع تنش محوری و برشی در مقطع A-A از تیر کنسول برای مدل‌های ۱، ۳، ۵ و ۱۱ ردیف المانه، به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مشاهده می‌شود که مطابق آن‌ها تنش‌های محوری به دست آمده همخوانی بسیار مناسبی با مقادیر تئوری دارند. در رابطه با تنش برشی نیز به علت وجود فقط یک فنر برشی در هر المان فقط یک برش برای هر المان به دست می‌آید. لذا نمودار برش به صورت منقطع خواهد بود. اما می‌توان مقدار نیروی برشی ناشی از حاصل جمع برش در تمامی المان‌ها در آن مقطع را محاسبه و با توجه به روابط مقاومت مصالح، دیاگرام توزیع تنش برشی در آن مقطع را محاسبه کرد. با توجه به مستطیلی بودن مقاطع المان‌ها و در نتیجه مستطیلی بودن مقطع تیر مشخص است که در مقاطع مستطیلی، توزیع برش سهموی و بیشینه‌ی برش نیز ۵/۱ برابر برش میانگین در آن مقطع است. همچنانکه در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، با استفاده از روش المان کاربردی اصلاح شده حتی با تعداد المان‌های بسیار کمتر نیز می‌توان به توزیع دقیق تنش‌های برشی رسید. (ب) در ادامه، برای بررسی کارایی روش ارائه شده جهت حل مسائل مختلف، یک

جدول ۲. مقایسه‌ی شکل‌پذیری قاب برای روش‌های المان کاربردی و المان کاربردی اصلاح شده.

روش تحلیل	مساحت زیر نمودار نیرو - تغییرشکل (متر مربع)	درصد خطا
روش تئوری	$7,1458 \times 10^{-5}$	-
روش المان کاربردی	$7,3732 \times 10^{-5}$	+۳/۱
روش المان کاربردی اصلاح شده	$4,1982 \times 10^{-5}$	-۴۱/۲

• دقت محاسباتی روش پیشنهادی با اندازه‌ی المان‌های بزرگ نسبت به روش المان کاربردی بالاتر است. به طوری که خطای محاسباتی برای تیرکنسولی با یک ردیف المان در روش موجود کمتر از ۲٪ به دست آمد. همچنین دقت آن برای تحلیل قاب کمتر از ۱۵٪ تخمین زده شد. این در حالی است که خطای متناظر در روش المان کاربردی با همین اندازه المان بیش از ۳۱٪ بود.

• سرعت محاسباتی روش المان کاربردی اصلاح شده به دلیل استفاده از یک فنر جهت اتصال المان‌های مجاور تقریباً ۴۰٪ زمان محاسباتی مربوط به روش المان‌های کاربردی با ۱۰ فنر اتصال به دست آمد. این نتیجه با توجه به کم شدن تعداد فنرهای اتصال تا ۸۰٪ حالت قبل و استفاده از مفهوم المان‌های کناری که سبب افزایش تعداد المان‌ها می‌شود، قابل توجیه است.

• تغییرمکان‌ها حتی با المان‌های بزرگ با دقت بالایی محاسبه می‌شوند.

• تنش‌های داخلی شامل توزیع تنش محوری و برشی نیز با دقت بسیار خوبی محاسبه می‌شوند. حتی برای محاسبه‌ی تنش‌های برشی نیز می‌توان از المان‌های با ابعاد بزرگ استفاده کرد.

• در روش پیشنهادی، تخمین مقدار شکل‌پذیری قاب با خطای حدود ۳٪ صورت گرفت، در حالی که مقدار خطای متناظر در روش المان کاربردی با همان اندازه المان، بیش از ۴۱٪ محاسبه شد.

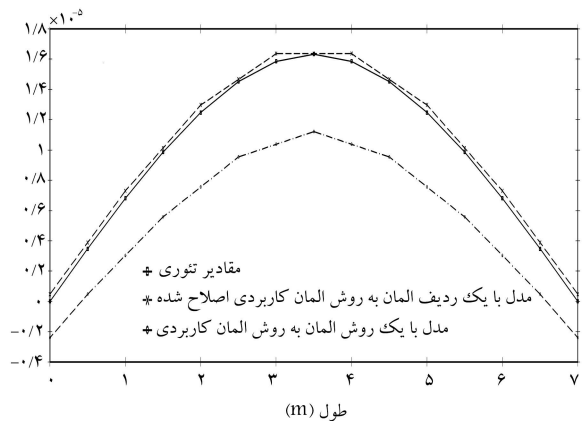
لذا مزیت روش المان کاربردی اصلاح شده‌ی پیشنهادی نسبت به روش المان کاربردی این است که در روش مذکور می‌توان با تعداد المان‌ها و زمان محاسباتی کمتر به دقت بهتری از تحلیل سازه رسیده است. با توجه به نتایج مناسب در محدوده‌ی تغییرشکل‌های کوچک و مصالح خطی، بررسی رفتار غیرخطی در محدوده‌ی تغییرشکل‌های بزرگ به کمک روش المان کاربردی اصلاح شده مدنظر است.

تشکر و قدردانی

این تحقیق تحت حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل با شماره پژوهانه ۳۸۸۰۱۱/۹۷ BUT قرار گرفته است.

علائم اختصاری

- K_s : سختی برشی فنر؛
- P_i : نیروی افقی وارد بر المان i ام؛
- F_m : نیروی عمودی وارد بر المان m ام؛
- G : مدول برشی؛



شکل ۱۳. تغییرشکل قسمت BC قاب به روش‌های المان کاربردی، المان کاربردی اصلاح شده و مقایسه با تئوری.

همچنین شکل‌پذیری قاب، با توجه به مقادیر مساحت زیر نمودار نیرو - تغییرشکل در هر یک از روش‌های المان کاربردی و المان کاربردی اصلاح شده محاسبه و با مقدار متناظر تئوری مقایسه شد.

منحنی تغییر شکل قسمت BC از قاب موردنظر به روش‌های المان کاربردی و المان کاربردی اصلاح شده، به همراه نتایج تئوری در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که مطابق آن روش المان کاربردی اصلاح شده هم‌خوانی بسیار بالایی با مقادیر تئوری دارد. این در حالی است که روش المان کاربردی، خطای محاسباتی بالایی دارد. به طوری که برای محاسبه‌ی بیشینه‌ی خیز در قسمت BC به روش المان کاربردی اصلاح شده خطایی معادل ۱۵٪ رخ خواهد داد، این در حالی است که خطای متناظر در روش المان کاربردی بیش از ۳۱٪ تخمین زده شد. با توجه به نتایج حاصل برای قاب، مشابهت آن با نتایج مربوط به تیرکنسولی قابل مشاهده است. همچنین با توجه به مفهوم شکل‌پذیری و ارتباط آن با مساحت زیر نمودار نیرو - تغییرشکل، با توجه به نتایج مندرج در جدول ۲، نتایجی مشابه با بخش قبل مشاهده می‌شود، به طوری که خطای تخمین شکل‌پذیری در روش المان کاربردی اصلاح شده، ۱۳٪ و مقدار متناظر آن در روش المان کاربردی بیش از ۴۱٪ است.

۵. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، یک اصلاحیه‌ی مؤثر در روش المان کاربردی ارائه شده است که در آن به جای استفاده از چند فنر جهت اتصال دو المان، از یک فنر با مقاومت‌های محوری، برشی و خمشی استفاده شده است. روش المان کاربردی اصلاح شده براساس اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل، تغییرشکل‌ها در سازه را تخمین می‌زند. همچنین روش اخیر با توسعه‌ی مفهوم المان‌های کناری، مدلی دقیق‌تر از سازه ارائه می‌کند. نتایج حاصل از مقایسه‌ی روش پیشنهادی و روش المان کاربردی در پژوهش حاضر نشان داد که:

M_n : لنگر وارد بر المان n ام؛	a : بعد المان؛
E : مدول کشسانی؛	ε : تغییرمکان قائم المان؛
b : ضخامت المان؛	Δ : تغییرشکل محوری فنرا؛
δ : تغییرمکان افقی المان؛	Φ : تغییرشکل چرخشی فنرا؛
θ : تغییرمکان چرخشی المان؛	U : انرژی پتانسیل داخلی؛
E : تغییرشکل برشی فنرا؛	n_e : تعداد کل المان‌های سازه؛
II: انرژی پتانسیل کل؛	K_n : سختی محوری فنرا؛
V : انرژی پتانسیل خارجی.	K_t : سختی خمشی فنرا؛

پانوشتها

1. Tsai and Lin
2. Taewan Kimb
3. Jinkoo Kima
4. finite element method
5. mesh-less methods
6. rigid body and spring method
7. modified distinct element method
8. applied element method
9. Kawai
10. modified applied element method
11. Matlab

منابع (References)

1. Tsai, M.-H. and Lin, B.-H. "Investigation of progressive collapse resistance and inelastic response for an earthquake-resistant RC building subjected to column failure", *Engineering Structures*, **30**(12), pp. 3619-3628 (2008).
2. Kim, J. and Kim, T. "Assessment of progressive collapse-resisting capacity of steel moment frames", *Journal of Constructional Steel Research*, **65**(1), pp. 169-179 (2009).
3. Kim, J., Choi, H. and Min, K.W. "Use of rotational friction dampers to enhance seismic and progressive collapse resisting capacity of structures", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, **20**(4), pp. 515-537 (2011).
4. Tavakoli, H. and Kiakojoori, F. "Influence of sudden column loss on dynamic response of steel moment frames under blast loading", *International Journal of Engineering-Transactions B: Applications*, **26**(2), pp. 197-205 (2012).
5. Tavakoli, H. and Rashidi Alashti, A. "Evaluation of progressive collapse potential of multi-story moment resisting steel frame buildings under lateral loading", *Scientia Iranica*, **20**(1), pp. 77-86 (2013).
6. Tavakoli, H. and Kiakojoori, F. "Numerical study of progressive collapse in framed structures: A new approach for dynamic column removal", *International Journal of Engineering-Transactions A: Basics*, **26**(7A), pp. 685-692 (2013).
7. Commentary of Instruction for seismic Rehabilitation of Existing Buildings, NO: 361, Office of Deputy for Strategic Supervision (In Persian) (2009).
8. Meguro, K. and Tagel-Din, H. "Applied element method used for large displacement structural analysis", *Journal of Natural Disaster Science*, **24**(1), pp. 25-34 (2002).
9. Kawai, T. "Some consideration on the finite element method", *Numerical Methods In Engineering*, **16**, pp. 81-120 (1980).
10. Ueda, M. and Kambayaashi, A. "Size effect analysis using RBSM with voronori elements", JCI (Japan Concrete Institute), pp. 199-210 (1993).
11. Kikuchi, A. and kawai, T. "The rigid bodies-spring models and their applications to three dimensional crack problems", *Computers and Structures*, **44**(1/2), pp. 469-480 (1992).
12. Meguro, K. and Hakuno, M. "Fracture analysis of structures by the modified distinct element method", *Structural Eng./ Earthquake Eng.*, **6**(2), pp. 283s-294s (1989).
13. Meguro, K. and Tagel-Din, H. "Applied element method for structural analysis: Theory and application for linear materials", *JSCE*, No 647/1-51 (2000).
14. Tagel-Din, H. "A new efficient method for nonlinear, large deformation and collapse analysis of structures", Phd Thesis, Civil Eng. Dept., The University of Tokyo (sept., 1998).
15. Meguro, K. and Tagel-Din, H. "Applied element method used for large displacement structural analysis", *Journal of Natural Disaster Science*, **24**(1), pp. 25-34 (2002).
16. Tagel-Din, H. and Meguro, K. "Applied element simulation for collapse analysis of structures", *Bult. ERS*, **32**, pp.113-123 (1999).
17. Tagel-Din, H. and Meguro, K. "Analysis of a small scale RC buildings subjected to shaking table tests using applied element method", 12WCEE, 0464 (2000).
18. Worakanchana, K. and Meguro, K. "Voronori applied element method for structural analysis: Theory and application for linear and non-linear materials", *The 14th World Conference on Earthquake Eng.* (2008).