

## مدلی تحلیلی برای انبساط و نشست قطرات افشانه ناشی از بار الکتریکی

محمد رضا جهان‌نما (استادیار)

حوزه‌ی معاونت پژوهشی، پژوهشکده‌ی مهندسی، وزارت جهاد کشاورزی

بررسی تغییر غلظت حجمی قطرات حاوی بار الکتریکی در یک افشانه و تعیین رابطه‌ی میان این تغییر و نشست قطرات، امکان دست‌یابی به مدلی تحلیلی را برای پدیده‌ی انبساط و نشست قطرات بر روی یک جسم برحسب تغییر غلظت افشانه فراهم می‌سازد. بهره‌گیری از قانون گوس نیز با ارائه‌ی میدان الکتریکی پدیدآمده میان جسم و قطرات باردار، توزیع گذرای غلظت را ارائه می‌دهد. ترکیب نتایج حاصل از این میدان غلظت و میدان الکتریکی در اطراف جسم، به رابطه‌ی نظری برای ثابت زمانی نشست قطرات بر روی جسم منتهی می‌شود. وابستگی ریاضی این ثابت به بار الکتریکی قطرات مؤید نقش مثبت باردارسازی افشانه در افزایش کمی نشست در بازه‌ی زمانی کوتاه‌تر است. هرچند افزایش غلظت قطرات و استفاده از قطرات درشت‌تر نیز از طریق کاهش ثابت زمانی موجب بهبود نشست می‌شوند، این بهبود به‌طور غیرمستقیم از ازدیاد بار الکتریکی قطرات نشأت می‌گیرد. ارزیابی نتایج، حاکی از سازگاری کمی و کیفی مناسب آنها در مقایسه با داده‌های حاصل از حل تحلیلی مستقیم براساس معادله‌ی یواسون است.

### فهرست علائم

$v$ : حجم لحظه‌ی ابر افشانه ( $m^3$ )	$A$ : مساحت ( $m^2$ )
$v_1$ : حجم اولیه‌ی ابر افشانه ( $m^3$ )	$E$ : میدان الکتریکی ( $Vm^{-1}$ )
$v_d$ : حجم قطره ( $m^3$ )	$E_r$ : مؤلفه‌ی شعاعی میدان الکتریکی ( $Vm^{-1}$ )
$V$ : ولتاژ ( $V$ )	$E_z$ : مؤلفه‌ی محوری میدان الکتریکی ( $Vm^{-1}$ )
$z$ : متغیر محوری ( $m$ )	$I$ : جریان الکتریکی ( $A$ )
$\beta$ : کسری از بار الکتریکی ریلی	$J_i$ : تابع بسل نوع اول از مرتبه‌ی $i$ ( $i = -1$ تا $2$ )
$\varepsilon$ : گذردهی الکتریکی محیط ( $Fm^{-1}$ )	$L$ : نصف طول استوانه ( $m$ )
$k_d$ : تحرک‌پذیری یونی ( $m^2Vs^{-1}$ )	$m$ : جرم کل قطرات در حجم معیار منبسط ( $kg$ )
$\lambda_n$ : مقدار مشخصه در معادله‌ی $J_0(\lambda_n R) = 0$	$m_1$ : جرم کل قطرات در حجم معیار اولیه ( $kg$ )
$\rho_d$ : چگالی قطره ( $kgm^{-3}$ )	$m_r$ : جرم نشست یافته ( $kg$ )
$\rho_s$ : چگالی حجمی بار الکتریکی ( $Cm^{-3}$ )	$n$ : غلظت لحظه‌ی افشانه ( $drops/m^3$ )
$\sigma_d$ : کشش سطحی ( $Nm^{-1}$ )	$n_1$ : غلظت اولیه‌ی افشانه ( $drops/m^3$ )
	$N$ : تعداد کل قطرات
	$q$ : بار الکتریکی کل قطرات ( $C$ )
	$q_d$ : بار الکتریکی قطره ( $C$ )
	$qR$ : بیشینه‌ی بار الکتریکی ریلی ( $C$ )
	$r$ : متغیر شعاعی ( $m$ )
	$R$ : شعاع استوانه ( $m$ )
	$t$ : زمان ( $s$ )
	$t_1$ : لحظه‌ی اولیه ( $s$ )
	$u_d$ : سرعت قطره ( $ms^{-1}$ )

### مقدمه

باردارسازی الکتریکی افشانه‌ی مایعات به‌منظور تولید قطرات باردار<sup>۱</sup> روشی است مناسب برای کنترل بهتر مسیر حرکت قطرات و وسیله‌ی است مؤثر برای بهبود نشست<sup>۲</sup> و تقویت ذره‌ی کردن<sup>۳</sup> مایع.<sup>[۱]</sup> مزایای مرتب بر این روش باعث شده است تا افشانه‌ی قطرات باردار در گستره‌ی وسیع و متنوعی از کاربردهای عملی، مانند افشانه‌های کشاورزی، صنایع دارویی، چاپگرهای جوهرافشان و موتورهای درون‌سوز، تا سامانه‌هایی شامل پیش‌رانه‌ی راکت‌ها مورد استفاده قرار گیرد.<sup>[۲]</sup>

انتقال و نشست بهتر و نیز انبساط بیشتر افشانه‌ی باردار، در مقایسه

روش‌های عددی<sup>[۱۱-۱۳]</sup>، برای بررسی انبساط و نشست قطرات باردار مایع بر روی جسمی با پتانسیل الکتریکی صفر راهکاری تحلیلی ارائه می‌کند. در این روش مدلی ریاضی برای نشست قطرات باردار با بهره‌گیری از تغییر غلظت عددی قطرات در افشانه و نیز اعمال قانون گوس<sup>۷</sup> به دست می‌آید. این مدل ضمن ارائه‌ی توزیعی گذرا برای نشست، برای ثابت زمانی<sup>۸</sup> این پدیده عبارتی را معرفی می‌کند که به پارامترهای بار و تحرک‌پذیری یونی<sup>۹</sup> و غلظت اولیه‌ی قطرات در افشانه وابسته است. نتایج حاصل از این مدل حاکی از افزایش درصد نشست و کاهش ثابت زمانی به‌زای افزایش بار الکتریکی قطرات هستند. این امر مؤید پیدایش میدان جاذبه‌ی الکتریکی میان پاشیدن قطرات باردار و جسم است که تقویت نشست قطرات را بر روی اجسام به دنبال دارد. برای ارزیابی مدل، براساس یک حل تحلیلی برای معادله‌ی پواسون، تغییر غلظت و نشست نسبی قطرات باردار با نتایج حاصل از مدل مقایسه شده‌اند. این مقایسه نشان می‌دهد که روند تغییرات تطابق مناسبی با مقادیر کمی پارامترها دارد.

### تعیین مدل

تغذیه‌ی جریان پیوسته‌ی مایع به درون یک نازل موجب ذره‌ی کردن آن جریان و تشکیل مجموعه‌ی از قطرات مایع به نام افشانه در خروج از نازل می‌شود. به‌منظور دست‌یابی به افشانه‌ی متشکل از قطرات باردار، معمولاً فرایند باردارسازی الکتریکی همزمان با ذره‌ی کردن در داخل نازل (یا ذره‌پاش<sup>۱۰</sup>) صورت می‌گیرد. وجود قطرات باردار در افشانه به‌رغم کوچک بودن قطرات (در حد چند میکرون) عموماً موجب نسبت بالای (در حد چند صد برابر) از نیروی الکتریکی به نیروی ثقلی است. نقش نازل در پاشش قطرات عبارت است از تعیین اندازه‌ی قطرات و گشتاور اولیه‌ی آنها در خروج از نازل و ورود به محیط پیوسته‌ی هوا. در این حالت، هیدرودینامیک افشانه به‌دلیل گسستگی جریان مایع (قطرات) و نفوذ آن در محیط پیوسته‌ی هوا از ماهیتی دوفازی برخوردار است که بررسی آن به‌تنهایی در قالب معادلات حاکم بر جریان‌های پیوسته نمی‌گنجد. برای بررسی رفتار هیدرودینامیکی افشانه‌ی باردار، مجموعه‌ی از قطرات باردار مایع مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. در عمل این افشانه پس از خروج از نازل در فضایی محصور توسط سطوح صلب (مانند محفظه‌ی احتراق) واقع می‌شود و یا اساساً برای پوشش‌دهی سطح به‌سوی جسم هدف (مانند بدنه‌ی اتومبیل در رنگ‌پاشی یا برگ گیاه در سم‌پاشی) پاشیده می‌شود. در هر دو حالت انبساط افشانه‌ی قطرات باردار به‌دلیل رانش الکتریکی قطرات و نیز اعمال نیروی جاذبه‌ی الکتریکی از سوی هدف بر افشانه‌ی قطرات اجتناب‌ناپذیر است. رانش قطرات در اثر هم‌نامی بار الکتریکی آنها و ایجاد میدان الکتریکی در اثر اختلاف پتانسیل میان هدف و قطرات باردار به‌وقوع می‌پیوندد. از این رو می‌توان حضور افشانه‌ی قطرات در مجاورت یک جسم، و انبساط آن را

با کاربردهای متداول افشانه (حاوی قطرات خنثی و بی‌بار) از مزایایی برخوردار است. از مهم‌ترین این مزایا می‌توان به آلودگی کم‌تر محیط زیست و کاهش اتلاف مواد در اثر انتقال و نشست مؤثرتر قطرات مایع روی اهداف مورد نظر (مانند پوشش‌دهی سطوح در صنایع رنگ و سم‌پاشی گیاهان در کشاورزی) اشاره کرد.<sup>[۴]</sup> افشانه‌ی باردار همچنین در برخی از کاربردها به فرایند اصلی کمک می‌کند و بازده آن را افزایش می‌دهد. احتراق سوخت نمونه‌ی از این نوع است که طی آن پاشش قطرات باردار به دلیل انبساط بیشتر باعث اختلاط بهتر سوخت و هوا، و در نتیجه احتراق کامل‌تر می‌شود.<sup>[۵]</sup> پاشش مایعات باردار همچنین به‌دلیل کاهش مایع مصرفی و تقلیل هزینه‌های تولید و انتقال مواد عاملی برای صرفه‌جویی اقتصادی محسوب می‌شود. این موضوع به‌ویژه در استفاده از افشانه‌ی مایعات در یک مقیاس کلان که توأم با کاهش قابل توجه مقدار ماده‌ی مصرفی است از اهمیتی مضاعف برخوردار می‌شود. مروری بر ادبیات فنی موضوع نشان می‌دهد که بررسی‌های نظری در زمینه‌ی مطالعه‌ی نقش بارداری الکتریکی قطرات مایع غالباً بر روش‌های عددی استوارند. آغاز «سیستماتیک» شبیه‌سازی عددی قطرات باردار مایع به بررسی مشخصه‌های سینماتیکی قطرات باردار در یک رنگ‌پاش الکتروستاتیکی باز می‌گردد.<sup>[۶]</sup> در این بررسی حرکت قطرات براساس دیدگاه لاگرانژی در شرایط گذرا، و تأثیر رانش الکتریکی قطرات باردار با استفاده از معادله‌ی پواسون<sup>۴</sup> مدل شده‌اند. در پژوهش دیگری از یک مدل دوبعدی در شرایط متقارن محوری و دائمی و بر مبنای دیدگاه اوپلری برای حل معادلات پیوستگی و گشتاور قطرات، همزمان با حل معادله‌ی پواسون برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی استفاده شده است.<sup>[۷]</sup> گرایش به بررسی جریان دوفازی، متشکل از فاز پیوسته‌ی<sup>۵</sup> هوا و فاز گسسته‌ی<sup>۶</sup> قطرات مایع، رویکردی است که در بررسی‌های عددی افشانه‌ی قطرات باردار از نیمه‌ی دوم دهه‌ی ۹۰ میلادی مشاهده می‌شود. در این مطالعات هوا در دیدگاه اوپلری، قطرات مایع در دیدگاه لاگرانژی، و نقش بارداری الکتریکی با استفاده از معادله‌ی پواسون بررسی می‌شوند. معادلات حاکم به‌طور همزمان حل شده و برهمکنش میان فازهای هوا و قطرات و نیز تأثیر بار الکتریکی در این معادلات از طریق جملات منبع برقرار می‌شود. در این مدل‌ها همچنین تأثیر اغتشاش هوا بر مشخصه‌های سینماتیکی سیال در معادلات حاکم لحاظ شده‌اند.<sup>[۸]</sup> اگر چه پیشرفت‌های حاصل در معرفی سامانه‌های پر قدرت رایانه‌ی به توسعه‌ی روش‌های عددی در حل معادلات حاکم بر جریان سیال کمک شایانی کرده‌اند، نیاز به حجم بالای حافظه، زمان‌بری حل همزمان معادلات غیرخطی، و نیز دشواری ناشی از هم‌گرایی روند حل این معادلات همواره به‌عنوان چالش‌هایی اساسی پیش روی محققان قرار داشته‌اند.<sup>[۱۰]</sup> نوشتار حاضر با آگاهی از جزئیات و پیچیدگی‌های موجود در

افشانه باقی می‌ماند، تعداد کل قطرات ( $N$ ) در حجم معیار اولیه و حجم انبساط یافته برابر است و برحسب حجم افشانه و غلظت حجمی قطرات از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند:

$$N = v_1 n_1 = vn \quad (2)$$

در فاصله‌ی زمانی انبساط، جرم قطرات موجود در حجم معیار اولیه نیز به اندازه‌ی  $m_r$  کاسته می‌شود. این جرم معادل جرم کل قطرات واقع در فضای میان  $v_1$  و  $v$  در لحظه‌ی  $t$  است که مطابق رابطه‌ی ۳ قابل محاسبه است:

$$m_r = (v - v_1) n \rho_d v_d \quad (3)$$

چنان که در تبیین مدل بیان شد، انبساط افشانه و خروج قطرات از حجم معیار اولیه به صورت نشست این قطرات بر روی سطح هدف بروز می‌یابد. تأثیر این نشست با تغییر غلظت حجمی قطرات افشانه توأم است که این تغییر نیز در غلظت لحظه‌یی قطرات ( $n$ ) لحاظ شده است. از این رو رابطه‌ی ۳ مقدار مطلق نشست را ارائه می‌دهد که خارج قسمت آن به جرم اولیه‌ی کل قطرات (رابطه‌ی ۱)، به رابطه‌یی برای نشست نسبی افشانه (رابطه‌ی ۴) منتهی می‌شود:

$$\frac{m_r}{m_1} = \frac{n}{n_1} \frac{v - v_1}{v_1} \quad (4)$$

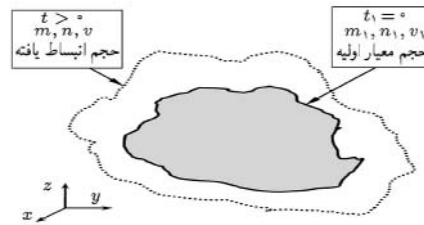
با استفاده از رابطه‌ی ۲ و جایگذاری حجم‌های  $v_1$  و  $v$  برحسب غلظت در رابطه‌ی ۴، به رابطه‌ی ۵ برای نشست نسبی افشانه دست می‌یابیم:

$$\frac{m_r}{m_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (5)$$

طی رابطه‌ی ۵، نشست نسبی به صورت تابعی از غلظت اولیه و لحظه‌یی افشانه معرفی می‌شود. همچنین در دست‌یابی به رابطه‌ی ۵ هیچ‌گونه قیدی بر هندسه‌ی افشانه اعمال نشد. لذا این رابطه برای انبساط سه‌بعدی پاشش در فضا و نشست آن بر سطح جسمی با هندسه‌ی دلخواه صادق است.

### فرمول‌بندی بار الکتریکی افشانه

کاربرد رابطه‌ی ۵ مستلزم تعیین تغییر تدریجی غلظت افشانه است. این تغییر غلظت ناشی از انبساط افشانه است که منشأ آن بار الکتریکی قطرات است. از این رو باید تأثیر نیروهای الکترواستاتیکی بر حرکت قطرات موجود در یک افشانه با غلظت اولیه‌ی مشخص، بررسی شود. نشست قطرات باردار روی سطح یک جسم با انتقال بار الکتریکی قطرات به آن جسم همراه است. از سوی دیگر، اتصال جسم به زمین (پتانسیل صفر) موجب انتقال بار الکتریکی قطرات به زمین از طریق



شکل ۱. پاشش قطرات باردار، قبل و بعد از انبساط در بازه‌ی زمانی  $(t, v)$ .

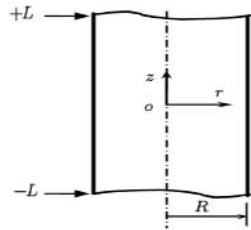
معادل خروج جرم (قطره) از حجم معیار اولیه دانست که در نشست این جرم بر روی هدف متبلور می‌شود. به عبارت دیگر، جرم قطرات موجود میان حجم معیار اولیه و حجم انبساط یافته (شکل ۱) معادل جرم نشست یافته‌ی این قطرات بر روی هدفی است که سطح آن منطبق با سطح معیار اولیه است. این بدین معناست که افشانه توسط سطح هدف (منطبق بر سطح معیار اولیه) محصور شده و قطرات پس از نشست، بار الکتریکی خود را از طریق هدف متصل به زمین (اداری پتانسیل صفر) از دست می‌دهند. از این رو برهمکنش الکترواستاتیکی، که مترادف با اعمال نیروی الکتریکی متقابل است، میان این قطرات نشست یافته و قطرات باردار واقع در افشانه وجود نخواهد داشت. استفاده از قطرات باردار همچنین به دلیل رانش میان قطرات دارای بار همنام، احتمال وقوع پدیده‌ی ترکیب و درهم‌تنیدگی<sup>۱۱</sup> قطرات را در مقایسه با افشانه‌ی خنثی بسیار کاهش می‌دهد.<sup>[۱۳]</sup> از این رو می‌توان از ترکیب قطرات باردار و شکل‌گیری قطرات بزرگ‌تر صرف‌نظر کرد.

### فرمول‌بندی نشست

برای فرمول‌بندی نشست می‌توان تغییر جرم افشانه‌ی قطرات را در یک بازه زمانی، قبل و بعد از انبساط (شکل ۱)، بررسی کرد. افشانه در لحظه‌ی اولیه ( $t_1$ ) از حجم  $v_1$  مجموعه‌ی قطراتی به جرم کل  $m_1$  و غلظت حجمی  $n_1$  (معادل تعداد قطره در واحد حجم افشانه) برخوردار است. فراوانی عددی اندازه‌ی قطرات در افشانه‌های واقعی (مانند پاشش سوخت در موتور درون‌سوز یا پاشش سموم در کشاورزی) از پراکندگی اندکی برخوردار است.<sup>[۱۴]</sup> از این رو می‌توان با فرض تشکیل افشانه از قطراتی با پراکندگی یکسان<sup>۱۲</sup>، اندازه‌ی میانگین قطرات را به عنوان اندازه‌ی شاخص برای قطرات افشانه در نظر گرفت. در این حالت جرم کل افشانه برابر است با:

$$m_1 = v_1 n_1 \rho_d v_d \quad (1)$$

که  $v_d$  و  $\rho_d$  به ترتیب معرف چگالی و حجم هر قطره هستند. با گذشت زمان و در لحظه‌ی  $t > t_1$  افشانه انبساط یافته و حجم آن به  $v$  افزایش، و غلظت آن (با خروج قطرات از حجم معیار اولیه) به  $n$  کاهش می‌یابد. با توجه به این‌که قطرات در قبل و بعد از انبساط در حجم معیار



شکل ۲. استوانه‌یی با طول زیاد (هندسه‌ی مفروض) حاوی قطرات باردار مایع.

روی سطح داخلی استوانه انتگرال‌گیری می‌شود چنین نوشت:

$$I = n q_d \kappa_d E_R \int_{-L}^{+L} 2\pi R dz \quad (9)$$

رابطه‌ی ۹ جریان الکتریکی ناشی از نشست قطرات را بر روی طول معینی از استوانه (از  $-L$  تا  $+L$ ) ارائه می‌دهد. برای سادگی می‌توان سطح استوانه (عبارت انتگرال در رابطه‌ی ۹) را به‌ازای این طول معین برابر ۱ فرض کرد و رابطه‌ی ۹ را چنین بازنویسی کرد:

$$I = n q_d \kappa_d E_R \quad (10)$$

برای تعیین میدان الکتریکی در سطح استوانه می‌توان از قانون گوس استفاده کرد. طبق این قانون، میدان الکتریکی در سطح محیطی استوانه توسط رابطه‌ی ۱۱ به توزیع حجمی بار الکتریکی در داخل استوانه مربوط می‌شود: [۱۶]

$$\int_A \varepsilon E_R dA = \int_v \rho_s dv \quad (11)$$

که در آن  $\rho_s$  چگالی حجمی بار الکتریکی در حجم  $v$ ،  $\varepsilon$  ضریب گذرده‌ی محیط  $10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$  (برای محیط هوا [۱۶]) است. با توجه به عدم وابستگی  $E_R$  و  $\rho_s$  به متغیر موقعیت  $z$  می‌توان رابطه‌ی ۱۱ را برای واحد سطح نشست ( $A = 1$ ) که حجم  $v_1$  از استوانه را در بر می‌گیرد، چنین نوشت:

$$E_R = \frac{\rho_s v_1}{\varepsilon} \quad (12)$$

از سوی دیگر در لحظه‌ی  $t$  بار الکتریکی کل قطرات افشانه در حجم  $v_1$  برابر است با:

$$q(t) = n q_d v_1 = \rho_s v_1 \quad (13)$$

با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۳ و جایگذاری آنها در رابطه‌ی ۱۰ خواهیم داشت:

$$I = \frac{\kappa_d}{\varepsilon v_1} q^2 \quad (14)$$

بنا به تعریف جریان الکتریکی (برابر با نرخ تغییر بار الکتریکی) داریم:

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{\kappa_d}{\varepsilon v_1} q^2 \quad (15)$$

جسم می‌شود که به‌صورت جریان الکتریکی ظاهر می‌شود. در حالت کلی و با توجه به انطباق سطح جسم بر سطح معیار اولیه (شکل ۱)، جریان الکتریکی ناشی از نشست قطرات بر روی یک جزء دیفرانسیلی از این سطح برابر است با حاصل ضرب چگالی حجمی بار الکتریکی،  $(nq_d)$  در دبی حجمی قطرات؛ یعنی:

$$dI = nq_d (\vec{u}_d \cdot d\vec{A}) \quad (6)$$

$d\vec{A}$  و  $\vec{u}_d$  به‌ترتیب عبارت‌اند از بردار سرعت قطرات باردار و بردار مساحت دیفرانسیلی واقع بر سطح جسم. از سوی دیگر سرعت قطره‌ی باردار در یک میدان الکتریکی برابر است با: [۱۵]

$$\vec{u}_d = \kappa_d \vec{E} \quad (7)$$

که در آن  $\kappa_d$  و  $\vec{E}$  به‌ترتیب میزان تحرک‌پذیری یونی قطره و شدت میدان الکتریکی وارد بر آن را مشخص می‌کنند. مقدار  $\kappa_d$  بسته به بستر (محیط) باردارسازی متفاوت است و برای محیط هوا معادل  $10^{-4} \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  است. [۱۵] با جایگذاری رابطه‌ی ۷ در رابطه‌ی ۶ و سپس با انتگرال‌گیری داریم:

$$I = \int_A n q_d \kappa_d (\vec{E} \cdot d\vec{A}) \quad (8)$$

معادله‌ی ۸ یک رابطه‌ی عمومی برای جریان الکتریکی قطرات در حال نشست بر روی سطح جسم را ارائه می‌دهد. چنان که در رابطه‌ی ۸ مشهود است، حل این معادله مستلزم معلوم بودن هندسه‌ی جسم و میدان الکتریکی موجود بر روی سطح آن است. لذا برای کاربرد رابطه‌ی ۸ می‌توان ترکیب‌های هندسی مختلفی را در نظر گرفت و به حل انتگرال پرداخت.

در این بررسی حالتی در نظر گرفته می‌شود که طی آن افشانه‌ی قطرات باردار در داخل استوانه‌یی به شعاع  $R$  و با طول زیاد محصور است (شکل ۲). طویل بودن استوانه، صرف‌نظر کردن از تأثیر سطوح ابتدایی و انتهایی استوانه بر افشانه را مقدور می‌سازد. شکل استوانه همچنین امکان اعمال شرایط تقارن محوری را میسر می‌سازد. در این حالت انبساط افشانه‌ی قطرات فقط در راستای شعاعی صورت گرفته و میدان الکتریکی فقط تابعی از متغیر شعاعی ( $r$ ) و نیز متغیر زمانی ( $t$ ) است. با این هندسه‌ی مفروض امکان دست‌یابی به پاسخی تحلیلی برای میدان الکتریکی فراهم می‌شود.

اگر میدان الکتریکی بر روی سطح محیطی استوانه با  $E_R$  نمایش داده شود، مقدار این میدان در هر لحظه‌ی دلخواه  $t$  بر روی تمامی نقاط سطح داخلی استوانه (دارای شعاع مساوی) یکسان بوده و فقط با زمان تغییر می‌کند. با توجه به این موضوع می‌توان رابطه‌ی ۸ را که بر

شناخته می‌شود از رابطه‌ی ۲۱ پیروی می‌کند: [۱۷]

$$q_R = \lambda \pi (\varepsilon \sigma_d r_d^3)^{1/5} \quad (21)$$

که در آن  $r_d$  و  $\sigma_d$  به ترتیب عبارت‌اند از شعاع و کشش سطحی قطره. طی فرایند باردارسازی، بار هر قطره برابر است با کسری از بار الکتریکی بیشینه (رابطه‌ی ۲۱). [۱۸] اگر این کسر را با  $\beta$  نشان دهیم:

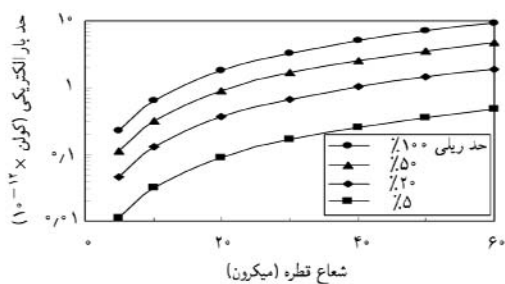
$$q_d = \beta q_R ; 0 < \beta < 1 \quad (22)$$

تغییرات بار الکتریکی برحسب شعاع قطره به‌ازای درصد‌های مختلفی از حد ریلی و برای مایع آب ( $\sigma_d = 0.73 \text{ Nm}^{-1}$ ) در شکل ۳ نشان داده شده است. مطابق این شکل، بار الکتریکی قطره در شعاع‌های کوچک‌تر از تغییر بیشتری برخوردار است، که میزان این تغییرات با افزایش شعاع کاهش می‌یابد. این موضوع بیان‌گر شیب نزولی  $q_R$  نسبت به  $r_d$  است که از تناسب  $\frac{dq_R}{dr}$  با  $r_d^{1/5}$  (با توجه به رابطه‌ی ۲۱) ناشی می‌شود. بدین ترتیب با تعیین بار الکتریکی قطره از رابطه‌ی ۲۱ و معلوم بودن غلظت اولیه‌ی افشانه ( $n_1$ ) می‌توان تغییر تدریجی غلظت (رابطه‌ی ۱۸) و نشست نسبی (رابطه‌ی ۱۹) را تعیین کرد.

### شاخص ارزیابی مدل

برای ارزیابی مدل ارائه شده باید نتایج حاصل از آن را با نتایج حاصل از روشی دیگر مقایسه کرد. بدین منظور می‌توان با استفاده از معادله‌ی بواسون و از طریق تعیین مستقیم میدان الکتریکی به محاسبه‌ی میدان غلظت و نشست قطرات در استوانه‌ی مفروض (شکل ۲) پرداخت. فرمول‌بندی مدل (چنان‌که اشاره شد) برای یک استوانه‌ی با طول زیاد، و بدون در نظر گرفتن تأثیر دو سطح انتهایی بر نشست قطرات باردار صورت گرفت. در اینجا با فرض طول محدود برای استوانه، و در حالت تقارن محوری می‌توان معادله‌ی بواسون را در مختصات استوانه‌یی و به صورت معادله‌ی ۲۳ نوشت: [۱۹]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \quad (23)$$



شکل ۳. تغییر بار الکتریکی برحسب شعاع قطره (آب) به‌ازای درصد‌های مختلفی از حد ریلی.

رابطه‌ی ۱۵ معادله‌ی دیفرانسیل بار الکتریکی در حجم  $v_1$  است. حل این معادله مستلزم اعمال شرط اولیه‌ی زیر است (با توجه به حجم اولیه در شکل ۱):

$$q(0) = q_1 = n_1 q_d v_1 \quad (16)$$

با جدا کردن متغیرها و انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۱۵، و سپس استفاده از رابطه‌ی ۱۶ داریم:

$$q = \frac{1}{\frac{1}{n_1 q_d v_1} + \frac{\kappa_d t}{\varepsilon v_1}} \quad (17)$$

رابطه‌ی ۱۷ تغییر تدریجی بار الکتریکی کل قطرات افشانه را مشخص می‌کند. استفاده از رابطه‌ی ۱۲ و جایگذاری  $q$  برحسب  $v_1$  در رابطه‌ی ۱۷ به رابطه‌ی ۱۸ منجر می‌شود:

$$n = \frac{n_1}{1 + \frac{n_1 \kappa_d q_d t}{\varepsilon}} \quad (18)$$

رابطه‌ی ۱۸ توزیع تدریجی غلظت حجمی قطرات افشانه را در اثر نشست روی واحدی از سطح استوانه به‌دست می‌دهد. با استفاده از رابطه‌ی ۱۸ و جایگذاری آن در رابطه‌ی ۵ می‌توان نشست نسبی قطرات باردار را به صورت معادله‌ی ۱۹ نوشت:

$$\frac{m_r}{m_1} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{n_1 \kappa_d q_d t}{\varepsilon}} \quad (19)$$

ضریب متغیر  $t$  در رابطه‌ی ۱۹ عبارتی است وابسته به غلظت اولیه‌ی افشانه و بار الکتریکی هر قطره، که اگر معکوس این ضریب به صورت رابطه‌ی ۲۰ نمایش داده شود:

$$t_c = \frac{\varepsilon}{n_1 \kappa_d q_d} \quad (20)$$

به‌ازای  $t = t_c$  در رابطه‌ی ۱۹،  $m_r = 0.5 m_1$  به‌دست می‌آید که بیان‌گر نشست نیمی از قطرات باردار روی سطح استوانه است. از این رو پارامتر  $t_c$  شاخصی از نشست قطرات است که تأثیر خود را در شیب زمانی این فرایند نشان می‌دهد. به عبارت دیگر،  $t_c$  به عنوان «ثابت زمانی» بیان‌گر مدت زمانی است که طی آن ۵۰٪ از نشست قطرات بر روی سطح استوانه حادث شده باشد. این ثابت زمانی با توجه به تشریح قبلی مدل علاوه بر شاخصی برای نشست، معیاری برای انبساط افشانه نیز محسوب می‌شود، به طوری که طی زمان  $t_c$  معادل ۵۰٪ از قطرات از حجم معیار اولیه خارج شده و در فضای میان حجم اولیه و حجم انبساط یافته واقع می‌شوند. بیشینه‌ی بار الکتریکی برای یک قطره‌ی مایع محدود به مقداری است که بیش از آن به شکست قطره و تشکیل قطره‌های کوچک‌تر منجر می‌شود. این بار الکتریکی بیشینه که تحت عنوان حد ریلی [۱۴]

$$C_2 = \frac{\pi \kappa_d}{\varepsilon v_1^2} \sum C_1 \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\lambda_n^2 \cosh(\lambda_n L)} J_1(\lambda_n R) \quad (32)$$

حال با استفاده از رابطه ۳۰ در تعریف جریان الکتریکی (رابطه ۱۵) می توان تغییر تدریجی بار الکتریکی کل را به دست آورد، یعنی:

$$q = \frac{1}{n_1 q_d v_1} + (C_2 + C_1) t \quad (33)$$

تغییرات زمانی بار الکتریکی کل موجود در استوانه مطابق رابطه ۳۳، محاسبه مقدار بار الکتریکی انتقال یافته به سطوح استوانه را از طریق انتخاب گام زمانی ممکن می سازد. بدین ترتیب با تعیین کاهش بار الکتریکی کل در استوانه طی یک گام زمانی معین، می توان تعداد قطرات باردار را که بر روی سطوح استوانه نشست است محاسبه کرد. ایجاد ارتباط میان کاهش تعداد قطرات با غلظت اولیه افشانه (به عنوان شرط اولیه معلوم)، علاوه بر محاسبه نرخ کاهش غلظت افشانه امکان تعیین نرخ نشست قطرات میسر می شود.

اگر چه میدان الکتریکی از طریق معادله ی پواسون در حالت دائمی (مستقل از زمان) تعیین می شود، ضروری است که با تعیین تغییرات تدریجی بار الکتریکی و انتخاب گام زمانی جدید عبارت اصلی در آن معادله مجدداً محاسبه شود. به عبارت دیگر، تغییر غلظت افشانه نسبت به زمان (مستتر در  $\rho_s$ ) موجب تغییر لحظه یی توزیع پتانسیل و میدان الکتریکی می شود که به تغییر جریان و بار الکتریکی کل بر حسب زمان می انجامد. لذا حل مجدد معادله ی پواسون در هر گام زمانی برای تعیین توزیع ولتاژ و میدان الکتریکی در آن گام اجتناب ناپذیر است.

### نتایج و بحث

برای بررسی فیزیکی مدل ریاضی ارائه شده و دست یابی به نتایج کمی، رفتار الکترو هیدرودینامیکی افشانه تحت تأثیر مجموعه یی از پارامترهای متغیر مورد مطالعه قرار می گیرد. با استفاده از روابط ریاضی حاصله، بار الکتریکی قطره بر حسب درصدی از حد ریلی (رابطه ۲۱)، غلظت اولیه ی قطرات باردار ( $n_1$ ) و اندازه ی (شعاع) قطره ( $r_d$ ) به عنوان پارامترهای متغیر انتخاب می شوند. رفتار افشانه نیز در قالب ثابت زمانی نشست (رابطه ۲۰) و تغییرات تدریجی غلظت (رابطه ۱۸) و نشست نسبی افشانه (رابطه ۱۹) مورد بررسی قرار می گیرد. بر این اساس، نتایج حاصل از مدل سازی تحلیلی برای پاشش قطرات باردار در شکل های ۴ الی ۱۲ ارائه شده اند.

تأثیر بار الکتریکی قطره بر رفتار افشانه در شکل های ۴ تا ۶ مشاهده می شود. مطابق شکل ۴، افزایش بار الکتریکی قطره (مستتر در درصد حد ریلی) موجب کاهش ثابت زمانی نشست می شود. این پدیده ی فیزیکی را می توان با استناد به قانون کولن مبنی بر وابستگی

این معادله باید بر روی استوانه ی شکل ۲ تحت شرایط مرزی زیر حل شود:

$$\begin{cases} \frac{\partial V(r, z)}{\partial r} = 0 & ; & V(R, z) = 0 \\ V(r, -L) = 0 & ; & V(r, +L) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

با استفاده از روش جدا کردن متغیرها و ضمن بهره گیری از بسط فوری-بسل، و سپس اعمال شرایط مرزی رابطه ۲۴، پاسخ معادله ۲۳ چنین به دست می آید:

$$V(r, z) = \frac{\rho_s}{\varepsilon} R^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] - \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\cosh(\lambda_n z)}{\lambda_n^2 \cosh(\lambda_n L)} J_0(\lambda_n r) \quad (25)$$

که در آن  $\lambda_n$  مقدار مشخصه یی<sup>۱۵</sup> است که از محاسبه ی ریشه های معادله  $J_0(\lambda_n R) = 0$  به دست می آید و  $C_1$  برابر است با:

$$C_1 = \frac{J_2(\lambda_n R)}{\left[ \left( \frac{J_{-1}(\lambda_n R)}{2} - J_1(\lambda_n R) \right)^2 + J_0^2(\lambda_n R) \right]} \quad (26)$$

با توجه به معادله ۲۳ و ارتباط میان  $\vec{E}$  و  $V$  (برابری گرادیان ولتاژ با واگرایی میدان الکتریکی) می توان مؤلفه های میدان الکتریکی را با مشتق گیری از توزیع ولتاژ (رابطه ۲۵) مطابق رابطه های ۲۷ و ۲۸ به دست آورد:

$$E_r = \frac{\rho_s}{\varepsilon} \left( r - \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\cosh(\lambda_n z)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n L)} \cdot \rightarrow \left[ J_{-1}(\lambda_n r) - J_1(\lambda_n r) \right] \right) \quad (27)$$

$$E_z = \frac{\rho_s}{\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\sinh(\lambda_n z)}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)} J_0(\lambda_n r) \quad (28)$$

با معلوم بودن مؤلفه های میدان الکتریکی می توان جریان الکتریکی ناشی از این میدان را با توجه به رابطه ۸ بر روی سطوح جانبی ( $A_R$ ) و انتهایی ( $A_L$ ) استوانه محاسبه کرد، یعنی:

$$I = n q_d \kappa_d \left( \int_{A_R} E_R dA_R + 2 \int_{A_L} E_L dA_L \right) \quad (29)$$

جریان الکتریکی در سطح کل استوانه با استفاده از رابطه های ۲۷ و ۲۸ در رابطه ی اخیر چنین حاصل می شود:

$$I = (C_2 + C_1) q^2 \quad (30)$$

که در آن،

$$C_2 = \frac{2 R \kappa_d}{\varepsilon v_1^2} \left( \frac{L}{\sqrt{\pi}} - \rightarrow \pi \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n L)} \cdot \rightarrow \left[ J_{-1}(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R) \right] \right) \quad (31)$$

قطرات عبوری از مرز حجم کنترل (سطح استوانه) می شود. نتیجه‌ی این امر در افزایش نرخ نشست قطرات بر روی سطح جسم (منطبق بر سطح کنترل) ظاهر می شود که براساس نمودارهای شکل ۶، نشست قطرات باردار الکتریکی را سریع تر می کند.

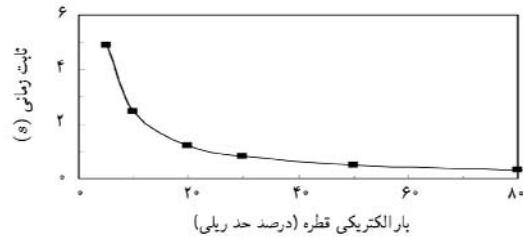
نقش غلظت اولیه‌ی قطرات باردار افشانه در شکل های ۷ تا ۹ نشان داده شده است. در شکل ۷ مشاهده می شود که افزایش غلظت حجمی، تحت بار الکتریکی و شعاع یکسان قطرات، به کاهش ثابت زمانی نشست منجر می شود دلیل این کاهش را می توان در ازدیاد بار الکتریکی افشانه یافت که خود نتیجه‌ی افزایش تعداد قطرات موجود در واحد حجم است.

در این حالت، بار الکتریکی بیشتر با تقویت رانش الکتریکی قطرات باعث تشدید شتاب گیری و خروج سریع تر قطرات از حجم معیار اولیه می شود. تسریع در حرکت و خروج قطرات نیز به معنای کاهش بازه زمانی نشست است که در شکل ۷ و نیز در روند نزولی ثابت زمانی نسبت به غلظت انعکاس یافته است. حرکت سریع تر قطرات در خروج از افشانه توأم با بازه کوتاه تر نشست است، و نیز نرخ بالاتری را برای کاهش غلظت لحظه‌ی افشانه و افزایش نشست نسبی (شکل های ۸ و ۹) فراهم می سازد.

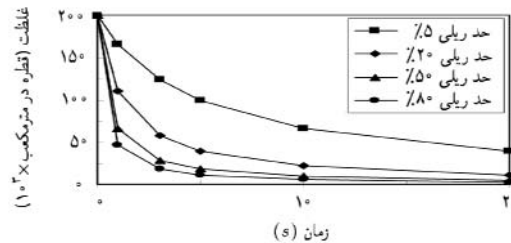
شکل های ۱۰ تا ۱۲ تأثیر اندازه‌ی قطرات باردار را بر نشست افشانه نشان می دهند. براساس این شکل ها پاشش قطراتی با شعاع بزرگ تر، ضمن کاهش ثابت زمانی نشست و افزایش نرخ تغییرات غلظت و درصد نسبی نشست، تأثیراتی همچون تأثیرات بار الکتریکی و غلظت اولیه بر رفتار افشانه دارند. این تأثیر ناشی از تناسب مستقیم بار الکتریکی قطره با شعاع آن است (رابطه‌ی ۲۱) که با درشت تر شدن قطرات موجب تجمع بار الکتریکی بیشتر در افشانه می شود.

لذا با افزایش شعاع قطرات، به ازای غلظت اولیه و درصد ریلی ثابت، امکان تقویت نیروی رانش الکترواستاتیکی درون افشانه برای شتاب دهی بیشتر به قطرات فراهم می شود. در نتیجه همانند آنچه که در مورد تأثیر بار الکتریکی و غلظت اولیه بیان شد، وجود قطرات بزرگ تر در افشانه نیز سبب انبساط و خروج سریع تر قطرات از حجم معیار می شوند. بازتاب این تأثیر را می توان در کاهش ثابت زمانی (شکل ۱۰)، و افزایش نرخ تغییرات غلظت لحظه‌ی افشانه (شکل ۱۱) و نیز نشست نسبی (شکل ۱۲) مشاهده کرد.

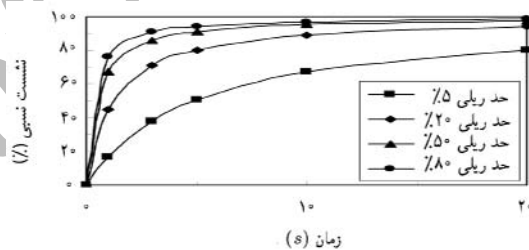
شکل های ۱۳ و ۱۴ نشان گر تغییرات تدریجی غلظت و نشست قطرات، براساس مدل پیشنهادی در مقایسه با روش مستقیم (معادله‌ی پواسون) هستند. نتایج حاکی از توانایی مدل برای پیش بینی مقادیر و روند تغییرات پارامترهای مربوطه است. تفاوت کمی میان نتایج حاصل از مدل و روش مستقیم را می توان ناشی از تأثیر سطوح انتهایی استوانه دانست. در مدل پیشنهادی از تأثیر سطوح انتهایی استوانه بر نشست



شکل ۴. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب بار الکتریکی قطره به ازای  $r_a = 20 \mu m$  و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^2$ .



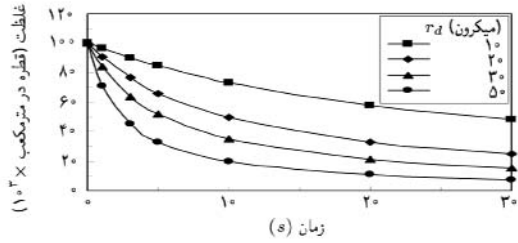
شکل ۵. تأثیر حد بار الکتریکی ریلی بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به ازای  $r_a = 20 \mu m$  و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^2$ .



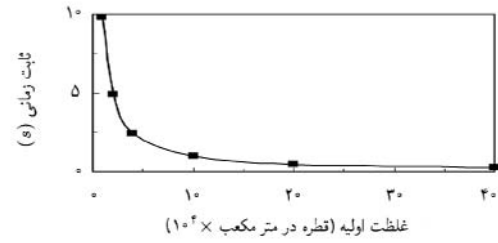
شکل ۶. تأثیر حد ریلی بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به ازای  $r_a = 20 \mu m$  و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^2$ .

مستقیم نیروی رانش میان قطرات باردار به مقدار بار الکتریکی هر قطره توصیف کرد. بدین ترتیب که افزایش بار الکتریکی موجب تقویت نیروی رانش میان قطرات شده و بر انبساط افشانه می افزاید. افزایش بار الکتریکی نیز اختلاف پتانسیل الکتریکی بالاتری را میان پاشش قطرات و سطح جسم ایجاد می کند. این دو عامل، یعنی انبساط و اختلاف پتانسیل بالاتر، میدان و نیروی الکتریکی قوی تری را میان جسم و افشانه ایجاد می کنند. نتیجه‌ی این موضوع در افزایش شتاب قطرات در حرکت به سوی هدف بروز می یابد که مترادف با افزایش نشست قطرات بر روی جسم در فاصله‌ی زمانی کوتاه تر است.

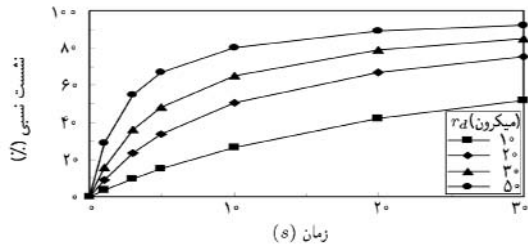
در شکل های ۵ و ۶ تأثیر بار الکتریکی قطرات بر تغییرات زمانی غلظت و نشست نسبی مشاهده می شود. شکل های ۵ و ۶ نشان می دهند که افزایش بار الکتریکی افشانه به ازدیاد شیب تغییرات غلظت و نشست افشانه می انجامد. این موضوع حاکی از انبساط بیشتر افشانه در اثر رانش بیشتر قطرات باردار است که موجب افزایش نرخ شار



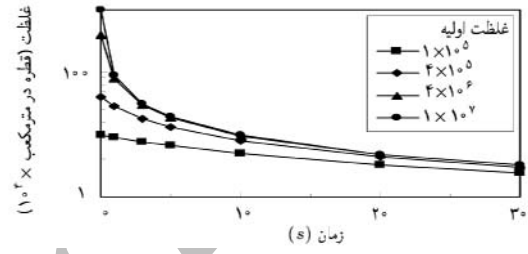
شکل ۱۱. تأثیر شعاع قطره بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به ازای ۵٪ حد ریلی و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^3$ .



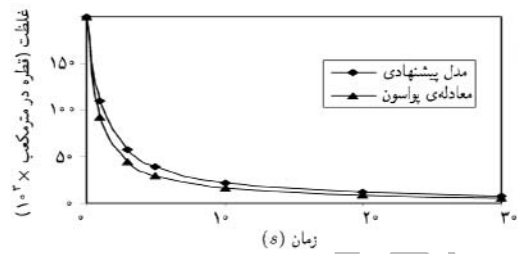
شکل ۷. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب غلظت اولیه به ازای  $r_d = 20 \mu\text{m}$  و ۵٪ حد ریلی.



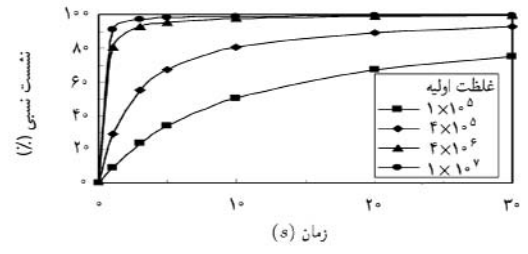
شکل ۱۲. تأثیر شعاع قطره بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به ازای ۵٪ حد ریلی و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^3$ .



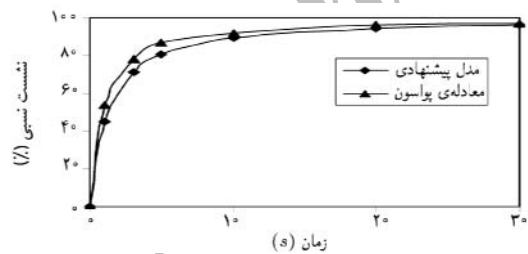
شکل ۸. تأثیر غلظت اولیه بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به ازای  $r_d = 20 \mu\text{m}$  و ۵٪ حد ریلی.



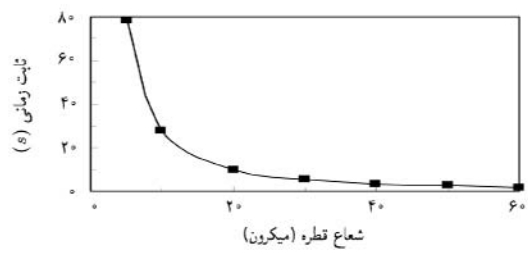
شکل ۱۳. تغییر تدریجی غلظت افشانه به ازای ۲۰٪ حد ریلی و  $r_d = 20 \mu\text{m}$  براساس مدل پیشنهادی و معادله ی پواسون.



شکل ۹. تأثیر غلظت اولیه بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به ازای  $r_d = 20 \mu\text{m}$  و ۵٪ حد ریلی.



شکل ۱۴. تغییر تدریجی نشست نسبی به ازای ۲۰٪ حد ریلی و  $r_d = 20 \mu\text{m}$  براساس مدل پیشنهادی و معادله ی پواسون.



شکل ۱۰. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب شعاع قطره به ازای ۵٪ حد ریلی و  $2 \times 10^5 \text{ drops/m}^3$ .

این تفاوت زیاد ناشی از ضرورت تکرار حل کامل معادله ی پواسون طی هر گام زمانی در روش مستقیم است. این در حالی است که روابط غلظت و نشست در مدل ارائه شده فاقد پیچیدگی ناشی از حل یک معادله ی دیفرانسیل جزئی، همانند معادله ی پواسون، هستند (به ضرایب و توابع موجود در رابطه های ۲۵ تا ۳۳ دقت شود).

قطرات اغماض شده است، در حالی که در روش مستقیم این سطوح علاوه بر سطح جانبی استوانه به عنوان مکانی برای نشست قطرات در نظر گرفته شده اند. علاوه بر سازگاری مناسب میان نتایج مدل و روش مستقیم، زمان اجرای محاسبات برای مدل معادل کسری از ثانیه، و برای روش مستقیم برابر با ۸۸۸/۲ ثانیه (۱۴/۶۲ دقیقه) محاسبه شده است.



## نتیجه‌گیری

برای نشست نیمی (۵۰٪) از جرم قطرات افشانه بر روی هدف است. نتایج کمی حاصل از مدل تحلیلی نشان می‌دهند که افزایش بار الکتریکی، غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات تأثیری مثبت بر فرایند نشست دارند. نقش این تأثیر مثبت در کاهش ثابت زمانی نشست ظاهر می‌شود که مؤید نشست قطرات بر روی هدف در فاصله‌ی زمانی کوتاه‌تر است. با این حال تأثیر مثبت غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات را می‌توان ناشی از تناسب این دو کمیت با بار الکتریکی دانست که به‌طور غیرمستقیم به تقویت نشست منجر می‌شود.

ارزیابی مدل ارائه شده در مقایسه با حل تحلیلی موضوع به روش مستقیم و با استفاده از معادله‌ی پواسون مؤید قابلیت مدل در پیش‌بینی روند و مقادیر تغییر غلظت و نشست است. کاهش بسیار زیاد زمان محاسبات مزیت دیگری است که مدل پیشنهادی در مقایسه با روش مستقیم به نمایش می‌گذارد. اهمیت عملی این نتایج را می‌توان در مزیت استفاده از افشانه‌ی باردار در کاربردهای متنوعی همچون احتراق و پوشش‌دهی سطوح دنبال کرد، زیرا انبساط و نشست سریع مانع از بادزدگی یا هوابردگی<sup>۱۶</sup> جرم افشانه می‌شود که علاوه بر کاهش اتلاف ماده، بهبود فرایند اصلی و جلوگیری از آلودگی محیط زیست، صرفه‌جویی اقتصادی قابل توجهی را نیز به‌همراه خواهد داشت.

مدلی تحلیلی به‌همراه فرمول‌بندی ریاضی برای انبساط و نشست قطرات افشانه حامل بار الکتریکی ارائه شد. این مدل مبتنی بر تمایز میان دو حجم معیار برای افشانه، یکی قبل (اولیه) و دیگری پس از انبساط (ثانویه) است. حضور افشانه در درون یک جسم با پتانسیل الکتریکی صفر را می‌توان با انطباق سطح معیار ثانویه بر سطح جسم و هم‌سنگ با نشست قطرات خروجی از حجم معیار اولیه بر روی سطح جسم در نظر گرفت.

ارزیابی جرم قطرات افشانه در حجم معیار اولیه (قبل و بعد از انبساط) دستیابی به رابطه‌ی عمومی (مستقل از هندسه) را برای نشست نسبی قطرات بر حسب غلظت‌های اولیه و لحظه‌ی میسر می‌سازد. استفاده از قانون گوس نیز تعیین میدان الکتریکی ایجاد شده میان افشانه‌ی باردار و هدف (جسم)، و پیرو آن، توزیع زمانی غلظت را ارائه می‌دهد. بهره‌گیری از این توزیع زمانی در رابطه‌ی نشست به تشکیل یک عبارت ریاضی برای تغییرات زمانی نشست بر حسب بار الکتریکی، غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات منتهی می‌شود. در این عبارت ریاضی، معکوس ضرب متغیر زمان معیاری است برای ارزیابی زمانی نشست، که همانند یک ثابت زمانی برای فرایند نشست عمل می‌کند. مقدار این ثابت زمانی، برای جسمی با هندسه‌ی استوانه‌یی، بیان‌گر مدت زمان لازم

## پانویس

1. charged droplets
2. deposition
3. atomization
4. Poisson's equation
5. continuum phase
6. discrete phase
7. Gauss law
8. time constant
9. ionic mobility
10. atomizer
11. drop coalescence
12. monodisperse
13. permittivity
14. Rayleigh charge limit
15. characteristic value
16. drift

## منابع

1. Grace, J.M. and Marijnissen, J.C.M., "A review of liquid atomization by electrical means", *J. Aerosol Science*, **25**(6), pp. 1005-1019 (1994).
2. Leeuwenburgh, S.C., Wolke, J.G., Schoonman, J. and Jansen, J.A., "Influence of precursor solution parameters on chemical properties of calcium phosphate coatings using electrostatic spray deposition", *Biomaterials*, **25**(4), pp. 641-649 (2004).
3. Schmitt, C. and Lebienvu, M., "Electrostatic painting of conductive composite materials", *J. Materials Processing Technology*, **134**(3), pp. 303-309 (2003).
4. Kirk, I.W., Hoffman, W.C. and Carlton, J.B., "Aerial electrostatic spray system performance", *Trans. ASAE*, **44**(5), pp. 1089-1092 (2002).
5. Kelly, A.J. and Awa, R.K., "Electrostatic atomization boosts combustion efficiency", *Aerospace America*, **36**(2), pp. 22-23 (1998).
6. Elmoursi, A.A., "Laplacian fields of bell-type electrostatic painting systems", *IEEE Trans. Industrial Applications*, **25**(2), pp. 234-240 (1989).
7. Grace, J.M. and Dunn, P.F., "Droplet motion in an electrohydrodynamic fine spray", *Proc.*

- ICLASS Conf.*, Rouen, France, pp. 1002-1009 (1994).
8. Djuric, Z., Balachandran, W. and Wilson, C.W., "Electrical field and space charge modelling in a viscous fluid flow in a nozzle", *J. Physics, D: Applied Physics*, **31**, pp. 2132-2144 (1998).
  9. Shrimpton, J.S., "Pulsed charged sprays: application to DISI engines during early injection", *Int. J. for Numerical Methods in Engng.*, **58**(3), pp.513-536 (2003).
  10. Bottner, C.U. and Sommerfeld, M., "Euler/lagrange calculations of particle motion in turbulent flow coupled with electric field", *Proc. ECCOMAS CFD2001*, Swansea, UK, CFD in Multiphase Flow, Paper 6 (2001).
  11. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Examination of electrostatically charged sprays for agricultural spraying applications", *Proc. ILASS Conf.*, Toulouse, France, Spraying Applications, Paper XI (1999).
  12. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Numerical modeling of inductively charged sprays", *Proc. ICLASS Conf.*, Pasadena, CA, USA, pp. 720-727 (2000).
  13. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Electrostatic effects on agricultural air-assisted sprays and deposition: part II: a computational study", *Atomization and Sprays*, pp. 629-660 (2005).
  14. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Hydrodynamic characterization of electrostatically-induced conductive sprays: an experimental analysis", *Proc. ILASS-Europe*, Darmstadt, Germany, pp. II.3.1-II3.6 (2000).
  15. Tobazeon, R., "Electrical phenomena of dielectric materials", *Handbook of Electrostatic Processes*, J.S. Chang, A.J. Kelly and J.M. Crowley (eds.), pp. 51-82 (1995).
  16. Jonassen, N., *Electrostatics*, Chapman & Hall, New York, p. 7 (1998).
  17. Gemci, T., Hitron, R. and Chigier, N., "Measuring charge-to-mass ratio of individual droplets using phase doppler interferometry", *Proc. 18th ILASS-Americas Conf.*, Madison, USA, pp. 241-245 (2002).
  18. Shrimpton, J.S. and Yule, A.J., "Characterisation of charged hydrocarbon sprays for application in combustion systems", *Experiments in Fluids*, **26**(5), pp. 460-469 (1999).
  19. Cross, J., "Electrostatics: principles, problems and applications", Adam Higler, Bristol, p. 433 (1988).