فصلنامه‌ی علمی و پژوهشی شریف
زمستان ۱۳۸۶، شماره‌ی چهلم، ص. ۱۶۳-۱۷۰، (یادداشت فنّی)

محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی

داود تحویلدارزاده (دانشجوی کارشناسی ارشد)
محمدسعید سیف (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار روش محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی در حرکت قائم[1] و حرکت عرضی[2] در آب‌های عمیق و سرعت پیش‌روی صفر مورد بررسی قرارگرفته است. در روش معرفی شده، ممکن است مقاطع کشتی شکل‌های هندسی متفاوتی داشته باشند. برای این منظور از حل جریان پتانسیل با بسط چندقطبی و نگاشت دوپارامتری لوئیس برای شبیه‌سازی ریاضی مقاطع بدنه‌ی کشتی بهره گرفته شده است. با استفاده از روش معرفی شده در این پژوهش، برنامه‌یی رایانه‌یی تهیه شده که قادر است ضرایب جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی را محاسبه کند. همچنین در پی مقایسه‌ی نتایج حاصل از این برنامه‌ی رایانه‌یی برای مقاطع دایره، مثلث و مستطیل‌شکل، صحت آنها مورد ارزیابی قرار گرفته است. برنامه‌ی رایانه‌یی تهیه‌شده محدودیتی از لحاظ شکل هندسی مقاطع نداشته و طبیعتاً می‌تواند در محاسبات هیدرودینامیکی کشتی‌ها با هرگونه شکل بدنه‌ی واقعی به‌کارگرفته شود.

فهرست علائم

M'_{22}: ضریب پتانسیل دوبعدی جرم‌افزوده‌ی حرکت عرضی
N'_{22}: ضریب پتانسیل دوبعدی میرایی حرکت عرضی
M'_{33}: ضریب پتانسیل دو بعدی جرم‌افزوده‌ی حرکت قائم
N'_{33}: ضریب پتانسیل دوبعدی میرایی حرکت قائم
a_{2n-1}: ضرایب نگاشت کانفورمال
M_s: فاکتور مقیاس
N: تعداد پارامترهای نگاشت کانفورمال
M: تعداد ضرایب بسط چندقطبی
A_s: مساحت مقطع
B_s: عرض مقطع
D_s: آب‌خور مقطع
H_0: نسبت نصف عرض به عمق $(= B_s/2D_s)$
σ_s: ضریب مساحت مقطع $(= A_s/(B_s.D_s))$
η_a: دامنه‌ی امواج ایجاد شده در فاصله‌ی بی‌نهایت از استوانه
ω: فرکانس امواج
ν: عدد موج $(= \omega^2/g)$
g: شتاب گرانشی
ρ: چگالی سیال
z: رویه‌ی مقطع کشتی $(= x + iy)$
x_0, y_0: مختصات منحنی تراز رویه‌ی مقطع کشتی
ζ: رویه‌ی مقطع دایروی $(= ie^{-i\theta})$
θ: زاویه در صفحه‌ی z و ζ
Φ: تابع پتانسیل سرعت
Ψ: تابع جریان
P_{2m} و Q_{2m} : ضرایب بسط چندقطبی
p: فشار وارد بر مقطع کشتی
δ: پارامتر فرکانس بدون بعد $(= \omega(B_s/2g)^{\frac{1}{2}})$
ξ_b: مربع فرکانس بدون بعد $(= \delta^2)$
σ_a: نسبت نصف عرض مقطع به فاکتور مقیاس $(= B_s/2M_s)$
Y_a: دامنه‌ی نوسانات حرکت عرضی استوانه
Z_a: دامنه نوسانات حرکت قائم استوانه

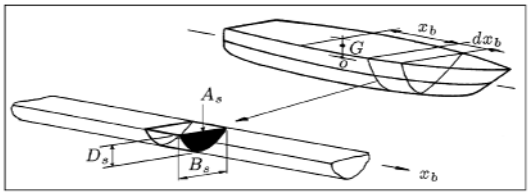
۱. مقدمه

کشتی‌ها در اثر برخورد امواج دریا حرکات قابل توجهی خواهند داشت. این حرکات بر ایمنی کشتی و خدمه، راحتی مسافرین و خدمه، و نیز بر میزان مصرف سوخت و کارایی تجهیزات کشتی در محیط دریا تأثیرگذارند. بنابراین تخمین حرکات کشتی در دریا از اهمیت زیادی برخوردار است.

انجام این محاسبات در شناورهای نظامی از جنبه‌های دیگر ــ از جمله فرود ایمن بالگردها و هواپیماها بر روی شناور، بهبود عملکرد دستگاه‌های ردیابی و بهبود قابلیت شلیک موشک و اژدر از روی شناور ــ نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. همچنین تخمین حرکات کشتی در مرحله‌ی طراحی آن نیز مهم است و مهندسان طراح اغلب برای

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۱. تقسیم بدنه کشتی به نوارهای عرضی دوبعدی.

کسب قابلیت پیش‌بینی عملکرد شناور در مراحل اولیه‌ی طراحی، زمان و منابعی را اختصاص می‌دهند.

در روش‌های جدید سه‌بعدی، بررسی حرکات کشتی‌ها در امواج همانند روش‌های CFD [۱و۲] یا اجزاء محدود با محدودیت‌هایی مواجه است و نیز هزینه و زمان انجام محاسبات در این روش‌ها بسیار زیاد است. بنابراین برای ساده‌ترکردن محاسبات اغلب از روش‌های دوبعدی بهره گرفته می‌شود. در این روش‌ها بدنه‌ی کشتی به مقاطع عرضی دوبعدی یا نوارهایی در راستای محور طولی کشتی تقسیم (شکل ۱)، و فرض می‌شود که این مقاطع هیچ اندرکنشی با یکدیگر ندارند. پارامترهای دوبعدی مربوط به هر مقطع با استفاده از نظریه‌های پتانسیل ارزیابی می‌شود و سپس با استفاده از نظریه‌ی نواری از نیروهای وارد بر هر نوار انتگرال‌گیری شده و پارامترهای سه‌بعدی بدنه‌ی شناور به‌منظور استفاده در محاسبات حرکات کشتی به‌دست می‌آیند. ضرایب جرم‌افزوده و میرایی ازجمله پارامترهای دوبعدی مربوط به هر مقطع‌اند و تاکنون تلاش‌های فراوانی در جهت ارائه‌ی روشی برای محاسبه‌ی این دو پارامتر ارائه شده است. آرسل برای یک استوانه‌ی مدور بی‌نهایت طویل که با فرکانس اختیاری در سطح آزاد سیال ایده‌آل نوسان می‌کند، شیوه‌ی حل جریان پتانسیل را استخراج کرده است.[۳و۴] راه حل آرسل ترکیبی از توابع پتانسیل است که هریک از این توابع به‌تنهایی در معادله‌ی لاپلاس و شرط خطی سطح آزاد صدق می‌کنند، در حالی‌که ترکیب خطی آنها باقی شرایط مرزی روی سطح استوانه‌ی مدور را ارضا می‌کنند. عده‌یی از محققین روش آرسل را برای مقاطع بیضوی و فرم‌های لوئیس[۵-۷]، و عده‌یی دیگر نیز این روش را برای مقاطع با شکل دلخواه توسعه دادند.[۸-۱۱]

محققین اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی معدودی نیز به‌منظور ارزیابی دقت تخمین‌های نظری انجام داده‌اند. به‌طور مثال عده‌یی از آن‌ها نیروها و فشارهای وارد بر استوانه‌های نوسان‌کننده را اندازه‌گیری کردند[۱۲]، و عده‌یی نیز آزمایشات جامعی بر روی استوانه‌های کشتی‌گونه، مثلثی و مستطیلی نوسان‌کننده ــ با سطح مقطع‌های متفاوت ــ انجام دادند.[۱۳] آن‌ها خواص هیدرودینامیکی مرتبط با هر استوانه‌ی دوبعدی را در حرکات قائم، عرضی، و غلتکی عرضی[۳] تعیین و نتایج آن را با تخمین‌های نظریه‌ی جونگ مقایسه کرده‌اند.

در این نوشتار ضرایب هیدرودینامیکی جرم‌افزوده و میرایی مقاطع دوبعدی با اشکال هندسی مستطیل، مثلث و دایره در حرکات قائم و عرضی محاسبه شده‌اند. در این محاسبات، برای نمایش شکل هندسی مقاطع از نگاشت دوپارامتری لوئیس که فرم ساده‌شده‌ی نگاشت چندپارامتری کانفورمال است، استفاده شده است. جرم‌افزوده ضریبی است که در اثر اعمال شتاب به ذرات آب نزدیک به استوانه در معادلات حرکت ظاهر می‌شود و دارای بعد جرم است. ضریب میرایی سیال نیز در اثر استهلاک انرژی حرکتی جسم توسط سیال در معادلات حرکت ظاهر می‌شود و دارای بعد جرم در واحد زمان است.

۲. نگاشت کانفورمال

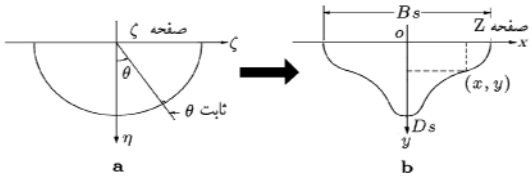
با استفاده از روش نگاشت کانفورمال می‌توان هر مقطع دلخواهی از کشتی را به یک مقطع مدور تبدیل کرده، و سپس ضرایب جرم‌افزوده و میرایی آن را با روش آرسل به‌دست آورد. بر این اساس، با به‌کارگیری نگاشت رابط صفحه‌ی ζ (مقطع مدور) و صفحه‌ی z (مقطع کشتی)، تبدیل مختصاتی میان دستگاه مختصات دکارتی (x, y) در صفحه‌ی z و دستگاه مختصات صفحه‌ی ζ به‌دست می‌آید (شکل ۲).

مزیت نگاشت کانفورمال آن است که پتانسیل حرکت سیال حول هر مقطع در صفحه‌ی z را می‌توان از تبدیل مقطع واقعی به یک مقطع مناسب‌تر در صفحه‌ی ζ که حل مسئله برای آن راحت‌تر است، تعیین کرد. با این روش، مسائل هیدرودینامیکی را می‌توان مستقیماً با ضرایب تابع نگاشت حل کرد.

حل پتانسیل برای جریان حول یک مقطع مدور نوسان‌کننده به‌صورت هارمونیک با فرکانس اختیاری توسط آرسل ارائه شده است.[۳] ضرایب پتانسیل آرسل تنها برای مقاطع مدور معتبرند، و بنابراین برای تعیین ضرایب دوبعدی جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی در حرکات قائم و عرضی با استفاده از روش آرسل، مقاطع باید به‌صورت یکنواخت به یک دایره‌ی واحد نگاشته شوند. فرمول‌بندی کلی تبدیل برای مقاطع متقارن به‌صورت رابطه‌ی ۱ فرض می‌شود:

$$z = M_s \cdot \sum_{n=0}^{N} a_{2n-1} \zeta^{-(2n-1)} \qquad (1)$$

در این رابطه مقدار ضریب a_{-1} برابر $+1$ است و مقدار فاکتور مقیاس



شکل ۲. نگاشت رابط میان مقطع مدور در صفحه‌ی ζ و مقطع کشتی در صفحه‌ی z.

Archive of SID
www.SID.ir

(M_s) نیز از رابطه‌ی ۲ به‌دست می‌آید:

$$M_s = \frac{B_s/2}{\sum_{n=0}^{N} a_{2n-1}} \qquad (2)$$

جایگذاری $N = 2$ در رابطه‌ی ۱ تبدیلی بسیار ساده و در بسیاری موارد نسبتاً واقع‌بینانه برای فرم مقاطع بدنه، به‌نام تبدیل لوئیس را نتیجه خواهد داد. تبدیل دوپارامتری لوئیس برای یک مقطع به‌صورت روابط ۳ ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} x_0 &= M_s\left((1+a_1)\sin\theta - a_3\sin 3\theta\right) \\ y_0 &= M_s\left((1-a_1)\cos\theta + a_3\cos 3\theta\right) \end{aligned} \qquad (3)$$

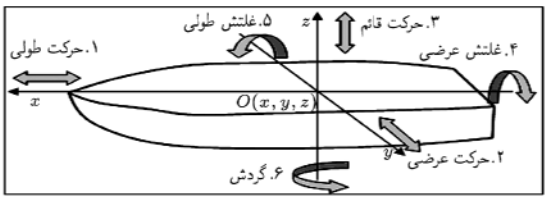
در این روابط مقدار ضرایب نگاشت کانفورمال a_1 و a_3 که ضرایب لوئیس نیز نامیده می‌شوند، طوری محاسبه می‌شوند که عرض، عمق و مساحت مقطع تقریبی با مقدار آنها در مقطع واقعی برابر باشد. بنابراین جواب‌های قابل قبول برای a_1 و a_3 طبق روابط ۴ به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} c_1 &= 3 + \frac{4\sigma_s}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma_s}{\pi}\right)\cdot\left(\frac{H_0 - 1}{H_0 + 1}\right)^2 \\ a_1 &= \frac{H_0 - 1}{H_0 + 1}(a_3 + 1), \qquad a_3 = \frac{-c_1 + 3 + \sqrt{9 - 2c_1}}{c_1} \end{aligned} \qquad (4)$$

۳. حل جریان پتانسیل

یک کشتی در حالت کلی ۶ درجه آزادی خواهد داشت (شکل ۳). با نوشتن معادلات حرکت، ضرایب هیدرودینامیکی در درجات مختلف آزادی نمایان خواهند شد. در این بخش، روش محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی در حرکت قائم و حرکت عرضی تشریح شده است. روش تعیین ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی در حرکات قائم و عرضی برای مقطعی ازکشتی در آب عمیق و سرعت پیش‌روی صفر توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است.[۱۴]

در این روش‌ها، مقطع دوبعدی کشتی را به‌صورت استوانه‌ی بی‌نهایت طویلی در نظر می‌گیرند (شکل ۱) که به انجام حرکت هارمونیک قائم یا عرضی ساده در سطح آرام آب واداشته می‌شود. براثر نوسان استوانه‌ی



شکل ۳. درجات آزادی کشتی‌ها و سیستم مختصات.

مورد نظر امواجی در سطح آرام آب ایجاد می‌شود که به‌دلیل طویل‌بودن استوانه، دوبعدی بوده و ترکیبی از امواج ایستا[۴] و امواج پیشرو[۵] فرض می‌شوند. سپس برای هریک از این امواج یک تابع پتانسیل سرعت به‌دست خواهد آمد. تابع پتانسیل سرعت و تابع جریان کل امواج تولیدشده توسط مقطعی ازکشتی در حرکات قائم و عرضی در سطح استوانه‌ی نوسان‌کننده در آب آرام نسبت به مبدأ دستگاه مختصات $O(x,y,z)$ به‌صورت معادلات ۵ فرض می‌شود:

$$\begin{aligned} \Phi(\theta) &= \frac{g\eta_a}{\pi\omega} \\ &\left[\begin{aligned} &\left(\phi_{B_0c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} P_{2m}\phi_{A_{02m}}(\theta)\right)\cos(\omega t) \\ &+\left(\phi_{B_0s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_{2m}\phi_{A_{02m}}(\theta)\right)\sin(\omega t) \end{aligned}\right] \\ \Psi(\theta) &= \frac{g\eta_a}{\pi\omega} \\ &\left[\begin{aligned} &\left(\psi_{B_0c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} P_{2m}\psi_{A_{02m}}(\theta)\right)\cos(\omega t) \\ &+\left(\psi_{B_0s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_{2m}\psi_{A_{02m}}(\theta)\right)\sin(\omega t) \end{aligned}\right] \end{aligned} \qquad (5)$$

مبداء دستگاه مختصات $O(x,y,z)$ بر سطح آرام آب منطبق بوده و محور x آن در راستای سرعت پیش‌روی کشتی، محور y در جهت جانبی و محور z به سمت بالا واقع شده است (شکل ۳). در معادلات ۵، عبارت η_a با دامنه‌ی نوسان استوانه در مد حرکت مورد نظر متناسب است. ضرایب ϕ_{B_0s} ψ_{B_0c} ϕ_{B_0c} $\psi_{A_{02m}}$ $\phi_{A_{02m}}$ و ψ_{Bs} در حرکات قائم و عرضی به‌صورت روابط ۶ و ۷ به‌دست می‌آیند:

- حرکت قائم

$$\begin{aligned} \phi_{A_{02m}}(\theta) &= \cos(2m\theta) \\ &- \frac{\xi_b}{\sigma_a}\cdot\sum_{n=0}^{N}\left\{(-1)^n\frac{2n-1}{2m+2n-1}a_{2n-1}\cos((2m+2n-1)\theta)\right\} \\ \psi_{A_{02m}}(\theta) &= \sin(2m\theta) \\ &- \frac{\xi_b}{\sigma_a}\cdot\sum_{n=0}^{N}\left\{(-1)^n\cdot\frac{2n-1}{2m+2n-1}\cdot a_{2n-1}\cdot\sin((2m+2n-1)\theta)\right\} \\ \phi_{B_0c}(\theta) &= \pi\cdot\exp(-\nu\cdot y_0)\cdot\cos(\nu\cdot x_0) \\ \psi_{B_0c}(\theta) &= \pi\cdot\exp(-\nu\cdot y_0)\cdot\sin(\nu|x_0|) \\ \psi_{Bs}(\theta) &= -\pi\cdot\exp(-\nu\cdot x_0)\cdot\cos(\nu\cdot x_0) \\ \phi_{B_0s}(\theta) &= \pi\cdot\exp(-\nu\cdot x_0)\cdot\sin(\nu|x_0|) \end{aligned}$$

Archive of SID
www.SID.ir

$$+\int_{0}^{\infty}\frac{\nu\cdot\cos(\nu\cdot y_0)+k\cdot\sin(k\cdot y_0)}{k^2+\nu^2}\cdot\exp(-k|x_0|)\cdot dk$$

$$+\int_{0}^{\infty}\frac{\nu\cdot\sin(k\cdot y_0)-k\cdot\cos(k\cdot y_0)}{k^2+\nu^2}\cdot\exp(-k|x_0|)dk$$

(۶)

- حرکت عرضی

$$\phi_{A_{2m}}(\theta)=\sin((2m+1)\theta)$$

$$-\frac{\xi_b}{\sigma_a}\cdot\sum_{n=0}^{N}\left\{(-1)^n\cdot\frac{2n-1}{2m+2n}\cdot a_{2n-1}\cdot\sin((2m+2n)\theta)\right\}$$

$$\psi_{A_{02m}}(\theta)=-\cos((2m+1)\theta)$$

$$+\frac{\xi_b}{\sigma_a}\cdot\sum_{n=0}^{N}\left\{(-1)^n\cdot\frac{2n-1}{2m+2n}\cdot a_{2n-1}\cdot\cos((2m+2n)\theta)\right\}$$

$$\phi_{B_{0c}}(\theta)=-\pi\cdot\exp(-\nu\cdot y_0)\cdot\sin(\nu\cdot|x_0|)$$

$$\psi_{B_{0c}}(\theta)=\pi\cdot\exp(-\nu\cdot y_0)\cdot\cos(\nu\cdot x_0)$$

$$\phi_{B_{0s}}(\theta)=\pi\exp(-\nu\cdot y_0)\cos(\nu\cdot x_0)$$

$$-\int_{0}^{\infty}\frac{\nu\cos(k\cdot y_0)+k\sin(k\cdot y_0)}{k^2+\nu^2}\cdot\exp(-k|x_0|)dk$$

$$+\frac{|x_0|}{\nu(x_0^2+y_0^2)}$$

$$\psi_{B_{0s}}(\theta)=\pi\exp(-\nu\cdot y_0)\sin(\nu\cdot|x_0|)$$

$$+\int_{0}^{\infty}\frac{\nu\sin(k\cdot y_0)-k\cos(k\cdot y_0)}{k^2+\nu^2}\exp(-k|x_0|)\cdot dk$$

$$-\frac{y_0}{\nu(x_0^2+y_0^2)}$$

(۷)

با حل عددی انتگرال‌های موجود در ضرایب $\phi_{B_{0s}}(\theta)$ و $\psi_{B_{0s}}(\theta)$، هم‌گرایی بسیار آهسته صورت می‌گیرد. بنابراین از سری‌های توانی به‌دست آمده توسط پورتر می‌توان استفاده کرد.[۸] از طرف دیگر، تابع پتانسیل سرعت دوبعدی رابطه‌ی ۵ باید شرایط زیر را ارضا کند:

۱. معادله‌ی لاپلاس؛

۲. شرایط مرزی خطی‌شده‌ی سطح آزاد؛

۳. شرط انتشار در بی‌نهایت؛

۴. شرط تقارن در حرکت قائم، و عدم تقارن در حرکت عرضی نسبت به محور عمودی.

ضرایب P_{2m} و Q_{2m} در روابط ۵ را می‌توان با استفاده از شرایط مرزی خطی‌شده‌ی سطح آزاد در سطح منحنی ترازکشتی و تابع جریان Ψ به‌دست آورد. بنابراین برای ضرایب P_{2m} و Q_{2m} در مد حرکت قائم، دستگاه معادلات ۸ و در مد حرکت عرضی، دستگاه معادلات ۱۰ به‌دست می‌آیند. برای حرکت قائم روابط عبارت‌اند از:

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{Q_{2m}\cdot\int_{0}^{\pi/2}f_{2m}(\theta)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta\right\}$$

$$=\int_{0}^{\pi/2}\left(\psi_{B_{0s}}(\theta)-\frac{x_0(\theta)}{B_s/2}\cdot\psi_{B_{0s}}(\pi/2)\right)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta$$

$$n=1,\ldots,M$$

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{P_{2m}\cdot\int_{0}^{\pi/2}f_{2m}(\theta)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta\right\}$$

$$=\int_{0}^{\pi/2}\left(\psi_{B_{0c}}(\theta)-\frac{x_0(\theta)}{B_s/2}\cdot\psi_{B_{0c}}(\pi/2)\right)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta$$

$$n=1,\ldots,M \qquad (8)$$

پارامتر $f_{2m}(\theta)$ در دستگاه معادلات (۸) را می‌توان از رابطه‌ی (۹) به‌دست آورد:

$$f_{2m}(\theta)=-\psi_{A_{02m}}(\theta)+\frac{x_0(\theta)}{B_s/2}\cdot\psi_{A_{02m}}(\pi/2) \qquad (9)$$

برای حرکت عرضی نیز روابط ذیل به دست می‌آیند:

$$\sum_{m=0}^{M}\left\{Q_{2m}\cdot\int_{0}^{\pi/2}f_{2m}(\theta)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta\right\}$$

$$=\int_{0}^{\pi/2}(\psi_{B_{0s}}(\theta)-\psi_{B_{0s}}(\pi/2))\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta$$

$$n=0,\ldots,M$$

$$\sum_{m=0}^{M}\left\{P_{2m}\cdot\int_{0}^{\pi/2}f_{2m}(\theta)\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta\right\}$$

$$=\int_{0}^{\pi/2}(\psi_{B_{0c}}(\theta)-\psi_{B_{0c}}(\pi/2))\cdot f_{2n}(\theta)\cdot d\theta$$

$$n=0,\ldots,M \qquad (10)$$

Archive of SID

www.SID.ir

پارامتر $f_{2m}(\theta)$ در دستگاه‌های معادلات (۱۰) برای حرکت عرضی را می‌توان از رابطه (۱۱) به‌دست آورد:

$$f_{2m}(\theta)=\begin{cases}2y_0/B_s & for: m=0\\ -\psi_{A^0_{2m}}(\theta)+\psi_{A^0_{2m}}(\pi/2) & for: m>0\end{cases} \quad (11)$$

سری‌های بی‌نهایت موجود در روابط ۵ و دستگاه معادلات ۸ و ۱۰ با افزایش مقدار m به سرعت هم‌گرا می‌شوند. بنابراین در عمل می‌توان با محاسبه‌ی مجموع تعداد محدودی از جملات این سری‌ها، مقادیر آنها را با دقت مناسب محاسبه کرد؛ مثلاً با محاسبه‌ی مجموع ۱۰ جمله‌ی اول می‌توان به‌دقت مورد نظر دست یافت. با حل دستگاه معادلات ۸ یا ۱۰ ضرایب P_{2m} و Q_{2m} برای حرکت قائم یا عرضی به‌دست می‌آیند؛ و بنابراین تابع پتانسیل سرعت کل به‌دست خواهد آمد. با استفاده از تابع پتانسیل سرعت کل و معادله‌ی خطی‌شده‌ی برنولی (معادله‌ی ۱۲) می‌توان فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح استوانه را محاسبه کرد:

$$p(\theta)=-\rho\cdot\frac{\partial\Phi(\theta)}{\partial t} \quad (12)$$

۱.۳. ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی حرکت قائم

نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی عمودی وارد بر استوانه را می‌توان با انتگرال‌گیری از مؤلفه‌ی عمودی فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح S استوانه به‌دست آورد. نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی عمودی دارای مؤلفه‌های هم‌فاز با سرعت و شتاب عمودی استوانه است که با استفاده از آن، ضرایب جرم‌افزوده و میرایی برای یک مقطع ازکشتی در حرکت قائم به‌صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$M'_{33}=\frac{\rho\cdot B_s^2}{2}\cdot\frac{M_0\cdot B_0+N_0\cdot A_0}{A_0^2+B_0^2}$$
$$N'_{33}=\frac{\rho\cdot\pi^2\cdot B_s^2}{4}\cdot\frac{1}{A_0^2+B_0^2}\cdot\omega \quad (13)$$

که در آن ضرایب A_0 و B_0 با استفاده از روابط ۱۴ محاسبه می‌شوند:

$$A_0=\psi_{B^0_c}(\pi/2)+\sum_{m=1}^{\infty}\left\{P_{2m}\psi_{A^0_{2m}}(\pi/2)\right\}$$
$$B_0=\psi_{B^0_s}(\pi/2)+\sum_{m=1}^{\infty}\left\{Q_{2m}\psi_{A^0_{2m}}(\pi/2)\right\} \quad (14)$$

ضرایب P_{2m} و Q_{2m} نیز از دستگاه معادلات ۸ محاسبه می‌شوند. همچنین ضریب M_0 از رابطه‌ی ۱۵ به دست می‌آید. N_0 نیز از رابطه‌یی شبیه به رابطه‌ی M_0 به‌دست می‌آید، با این تفاوت که در این رابطه $\phi_{B^0_s}(\theta)$ جایگزین $\phi_{B^0_c}(\theta)$، و Q_{2m} جایگزین P_{2m} می‌شود.

$$M_0=-\frac{1}{\sigma_a}\cdot\int_0^{\pi/2}\phi_{B^0_s}(\theta)\cdot\sum_{n=0}^{N}\Big\{(-1)^n.(2n-1).a_{2n-1}.cos((2n-1)\theta)\Big\}.d\theta$$
$$-\frac{1}{\sigma_a}\cdot\sum_{m=1}^{M}\Big\{(-1)^m\cdot Q_{2m}\cdot\sum_{n=0}^{N}\Big\{\frac{(2n-1)^2}{(2m)^2-(2n-1)^2}\Big\}\cdot a_{2n-1}\Big\}\Big\}+\frac{\pi\xi_b}{4\sigma_a^2}\left(Q_2+\sum_{m=1}^{N}\left\{\begin{array}{l}(-1)^m\cdot Q_{2m}\cdot\\ \sum_{n=0}^{N-m}\{(2n-1)\cdot a_{2n-1}\cdot a_{2m+2n-1}\}\end{array}\right\}\right) \quad (15)$$

۲.۳. ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی حرکت عرضی

نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی جانبی وارد بر استوانه را می‌توان با انتگرال‌گیری از مؤلفه‌ی جانبی فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح S استوانه به‌دست آورد. نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی افقی دارای مؤلفه‌های هم‌فاز با سرعت و شتاب افقی استوانه است که با استفاده از آن، ضرایب جرم‌افزوده و میرایی برای یک مقطع ازکشتی در حرکت عرضی به‌دست می‌آیند:

$$M'_{22}=\frac{\rho B_s^2}{2}\cdot\frac{M_0\cdot Q_0+N_0\cdot P_0}{P_0^2+Q_0^2}$$
$$N'_{22}=\frac{\rho\pi^2 B_s^2}{4}\frac{1}{P_0^2+Q_0^2}\cdot\omega \quad (16)$$

در روابط ۱۶ ضرایب P_0 و Q_0 از دستگاه معادلات ۱۰ به‌دست می‌آیند و ضریب M_0 از رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌شود. N_0 نیز از رابطه‌یی شبیه به رابطه‌ی M_0 به‌دست می‌آید، با این تفاوت که در این رابطه $\phi_{B^0_s}(\theta)$ جایگزین $\phi_{B^0_c}(\theta)$، و Q_{2m} جایگزین P_{2m} می‌شود.

$$M_0=-\frac{1}{\sigma_a}\cdot\int_0^{\pi/2}\phi_{B^0_s}(\theta)\sum_{n=0}^{N}\Big\{(-1)^n\cdot(2n-1)\cdot a_{2n-1}\cdot\sin((2n-1)\theta)\Big\}d\theta$$

Archive of SID

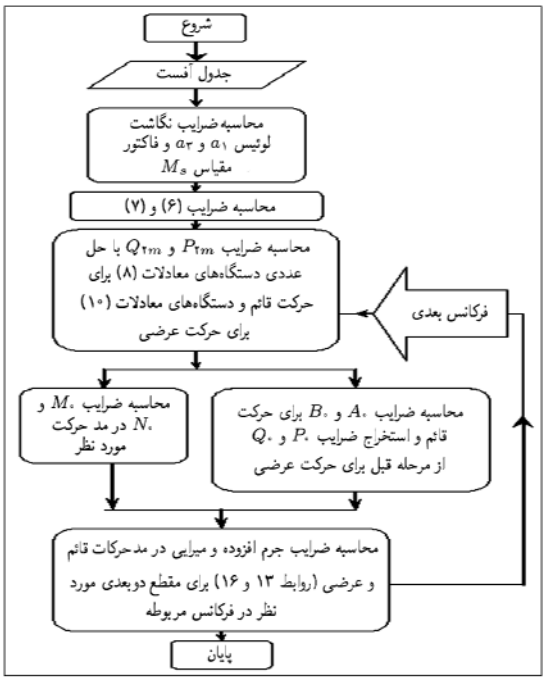
www.SID.ir

$$+\frac{\pi}{4\sigma_a}\cdot\sum_{m=1}^{N-1}\left\{(-1)^m\cdot Q_{2m}\cdot(2m+1)\cdot a_{2m+1}\right\}$$
$$+\frac{\xi_b}{\sigma_a^2}\cdot$$
$$\sum_{m=1}^{M}\left\{\begin{array}{l}(-1)^m\cdot Q_{2m}\\ \cdot\sum_{n=0}^{N}\sum_{i=0}^{N}\left\{\frac{(2n-1)(2i-1)}{(2m+2i)^2-(2n-1)^2}\cdot a_{2n-1}\cdot a_{2i-1}\right\}\end{array}\right\} \quad (17)$$

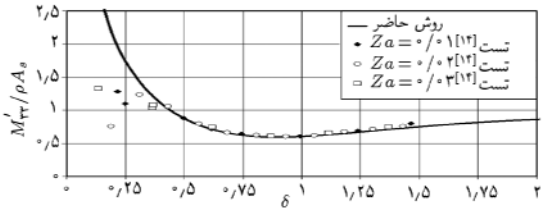
ضرایب هیدرودینامیکی اغلب به‌صورت بی‌بعد و برحسب فرکانس بدون بعد (δ) بیان می‌شوند. ضرایب جرم‌افزوده و میرایی را می‌توان به‌ترتیب با استفاده از ضرایب ρA_s و $\rho A_s\,(2g/B_s)^{\frac{1}{2}}$ بی‌بعد کرد.

۴. نتایج عددی

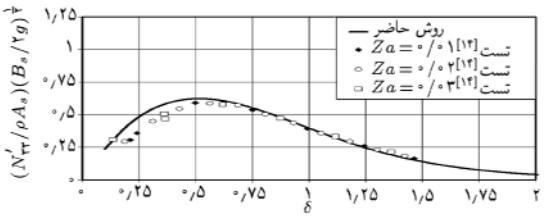
با استفاده از روش معرفی‌شده در این پژوهش، برای محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی یک برنامه‌ی رایانه‌یی به‌زبان برنامه‌نویسی visual basic تهیه شده که الگوریتم آن در شکل ۴ نشان داده شده است. در شکل‌های ۵ تا ۱۶ نتایج حاصل از این برنامه‌ی رایانه‌یی برای مقاطعی با اشکال هندسی دایره، مثلث و مستطیل آورده شده است. در این نمودارها، نتایج حاصل از برنامه با داده‌های آزمایشگاهی موجود[۱۳] مقایسه شده است. مشخصات مقاطع در جدول ۱ آورده شده است.



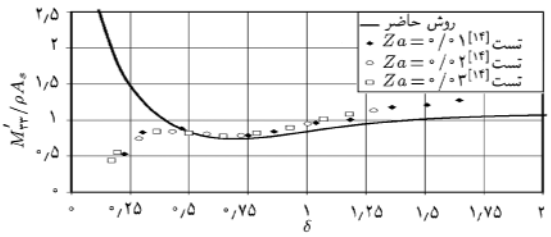
شکل ۴. الگوریتم نرم‌افزار.



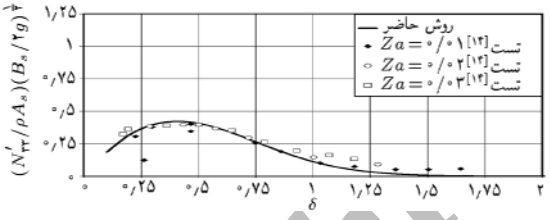
شکل ۵. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مدور در حرکت قائم.



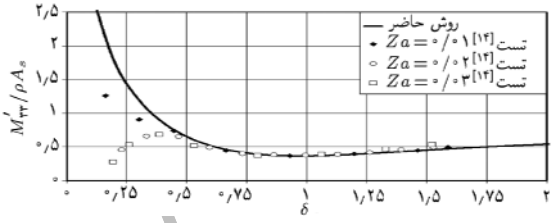
شکل ۶. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مدور در حرکت قائم.



شکل ۷. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مستطیلی در حرکت قائم.



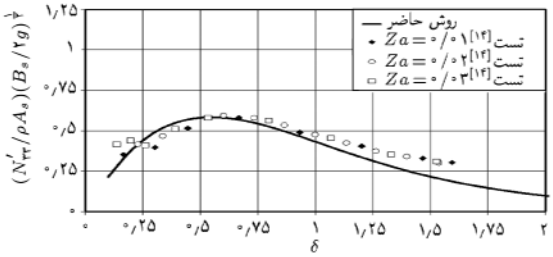
شکل ۸. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مستطیلی در حرکت قائم.



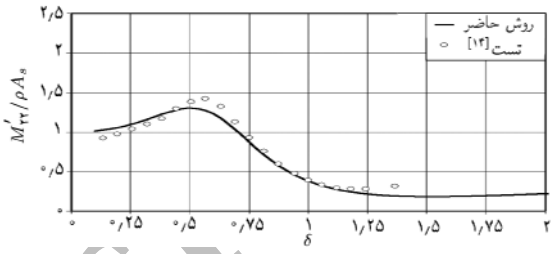
شکل ۹. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مثلثی در حرکت قائم.

ضرایب بی‌بعد جرم‌افزوده و میرایی حرکت قائم در شکل‌های ۵ تا ۱۰ برحسب فرکانس بی‌بعد نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از برنامه‌ی رایانه‌یی با نتایج تجربی برای هر سه مقطع دایره، مثلث و مستطیل مطابقت خوبی دارد. فقط در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین، خصوصاً برای جرم‌افزوده، در شکل‌های ۵، ۷ و ۹ کمی اختلاف دیده می‌شود که ممکن است علت آن عدم دقت در انجام

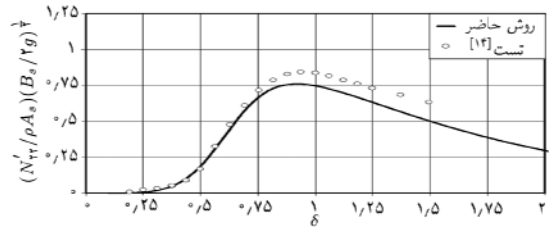
www.SID.ir



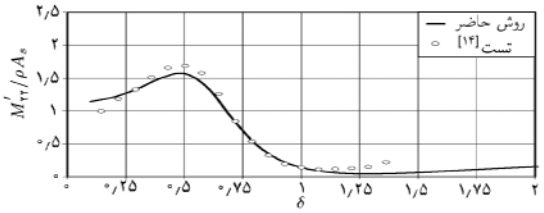
شکل ۱۰. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مثلثی در حرکت قائم.



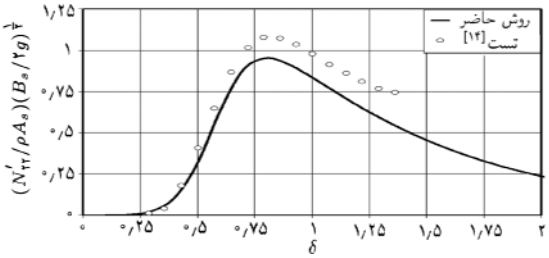
شکل ۱۱. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مدور در حرکت عرضی.



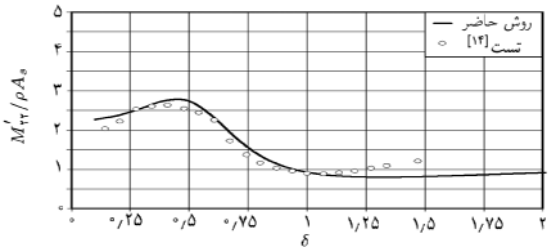
شکل ۱۲. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مدور در حرکت عرضی.



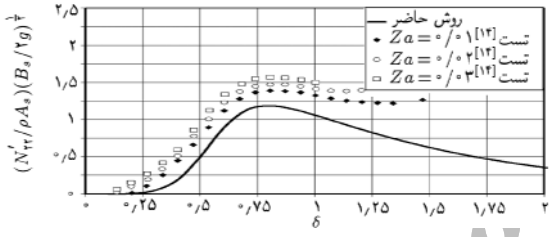
شکل ۱۳. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مستطیلی در حرکت عرضی.



شکل ۱۴. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مستطیلی در حرکت عرضی.



شکل ۱۵. ضریب بدون بعد جرم‌افزوده برای مقطع مثلثی در حرکت عرضی.



شکل ۱۶. ضریب بدون میرایی برای مقطع مثلثی در حرکت عرضی.

جدول ۱. نمونه‌ی مقاطع دوبعدی.[۱۴]

	مقطع عرضی		
	مثلث	مستطیل	دایره
طول(L)	$۴/۱۹m$	$۴/۱۹m$	$۴/۱۹m$
پهنا(B)	$۰/۳۴۶۴m$	$۰/۴۰m$	$۰/۳۰m$
آبخور T	$۰/۳۰m$	$۰/۲۰m$	$۰/۱۵m$
مساحت مقطع	۰/۵۰	۰/۹۹۹۲	$\pi/۴$

آزمایشات باشد.[۱۳] بنابراین نگاشت دوپارامتری لوئیس در محاسبه‌ی ضرایب جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی در مد حرکت قائم در تمامی محدوده‌ی فرکانسی از دقت مناسب برخوردار است. این موضوع حاکی از آن است که ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع متداول در مد حرکت قائم تا حد قابل قبولی به پارامترهای عرض، آبخور و مساحت مقطع وابسته‌اند.

ضرایب بی‌بعد جرم‌افزوده و میرایی حرکت عرضی در شکل‌های ۱۱ تا ۱۶ برحسب فرکانس بی‌بعد نشان داده شده است. در حالت کلی نتایج حاصل از برنامه‌ی رایانه‌یی، برای هر سه مقطع با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند. اما برای ضریب میرایی در مقطع مثلثی (شکل ۱۶) کمی اختلاف دیده می‌شود که این اختلافات با افزایش دامنه‌ی نوسانات افزایش می‌یابند، و علت آن را می‌توان چنین بیان کرد که در مقطع مثلثی به‌دلیل وجود لبه‌های تیز پدیده‌ی تشکیل گردابه وجود خواهد داشت که اثر آن با افزایش دامنه افزایش می‌یابد. بنابراین برای مقاطع مثلثی اثرات گران روی اهمیت می‌یابند که از این اثرات در نظریه‌ی جریان پتانسیل صرف‌نظر شده است. در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین برای ضرایب جرم‌افزوده در شکل‌های ۱۱، ۱۳ و ۱۵ نیز مقداری اختلاف دیده می‌شود که همانند حرکت قائم، ممکن است علت آن عدم دقت در انجام آزمایشات باشد.

Archive of SID
www.SID.ir

۵. نتیجه‌گیری

ضرایب جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی را می‌توان با استفاده از تبدیل لوئیس و روش تشریح شده، با دقت مناسبی محاسبه کرد. تبدیل لوئیس در حرکت قائم نتایج قابل قبولی در پی دارد. در حرکت عرضی نیز به غیر از مقطع مثلثی به‌علت وجود اثرات گران روی، نتایج نسبتاً خوبی به دست آمده است. براین اساس برای افزایش دقت محاسبات در مدهای حرکت اشاره شده می‌توان از نگاشت کانفورمال چندپارامتری استفاده کرد. طبیعتاً به‌منظور بررسی کامل هیدرودینامیک حرکات شناورها، محاسبه‌ی ضرایب فوق برای حرکت غلتش عرضی مقطع دوبعدی نیز مورد نیاز خواهد بود؛ می‌توان روش فوق را برای این منظور تعمیم داد.

پانوشت

1. heave motion
2. sway motion
3. roll motions
4. standing waves
5. progressive waves

منابع

1. Azcueta, R. *"Computation of Turbulent Free-Surface Flows around Ships and Floating Bodies"*, Ph.D thesis, Humburg-Harburg University (2001).
2. Takada, N., Miyata, H. and Sato, T. "CFD simulation of tree-dimensional motion of a vehicle with movable wings", In 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes (1999).
3. Ursell, F. "On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid", *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics,* II., pp. 335-353 (1949).
4. Ursell, F. "On the rolling motion of cylinders in the surface of a fluid", *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics,* II., pp. 218-231 (1949).
5. Tasai, F. "On the damping force and added mass of ships heaving and pitching", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University,* Japan, **VII**(26), (1959).
6. Grim, O. "Berechnung der durch schwingungen eines schiffskörpers Erzeugten Hydrodynamischen Kräfte", Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, pp. 277-299 (1953).
7. Grim, O. "Oscillation of buoyant two dimensional bodies and the calculation of the hydrodynamic forces", *Technical Report HSVA-Bericht 1171, HSVA,* Hamburg, Germany (1959).
8. Porter, W.R. "Pressure distribution, added mass and damping coefficients for cylinders oscillating in a free surface", *Technical Report 82, University of California, Institute of Engineering Research, Berkeley, California,* USA (1960).
9. Tasai, F. "Formula for calculating hydrodynamic Force on a cylinder heaving in the free surface (N-Parameter Family)", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University,* Japan. **VIII**(31), pp. 71-74 (1960).
10. Tasai, F. "Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillation of cylinders on the free surface", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University,* Japan, **IX**(35), (1961).
11. Jong, B. de. "Computation of hydrodynamic coefficients of oscillating cylinders", *Technical Report 145-S, Netherlands Ship Research Centre TNO, Shipbuilding Department, Delft,* The Netherlands (1973).
12. Paulling, J.R. and Richardson, R.K., "Measurements of pressure, forces and radiating waves for cylinders oscillating in a free surface", University of California, Institute of Engineering Research, Berkley, Series 82, no.23(1962).
13. Vugts, Ir.J.H. "The hydrodynamic coefficients for swaying, heaving and rolling cylinders on a free surface", *Int. Shipbldg. Prog.* **15,** pp. 251-276 (1968).
14. Journee, J.M.J. "Theoretical manual of SEAWAY", Release 4.19, Delft University of Technology, Netherlands (2001).

Archive of SID

www.SID.ir