

## محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی

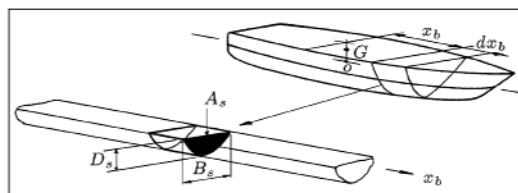
داود تحویل‌ارزاده (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
محمدسعید سیف (دانشیار)  
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار روش محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی در حرکت قائم<sup>۱</sup> و حرکت عرضی<sup>۲</sup> در آب‌های عمیق و سرعت پیش‌روی صفر مورد بررسی قرار گرفته است. در روش معرفی شده، ممکن است مقاطع کشتی شکل‌های هندسی متفاوتی داشته باشند. برای این منظور از حل جریان پتانسیل با بسط چندقطبی و نگاشت دوبارمتری لوتیس برای شبیه‌سازی ریاضی مقاطع بدنه‌ی کشتی بهره گرفته شده است. با استفاده از روش معرفی شده در این پژوهش، برنامه‌ی رایانه‌ی تهیه شده که قادر است ضرایب جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی را محاسبه کند. همچنین در پی مقایسه‌ی نتایج حاصل از این برنامه‌ی رایانه‌ی برای مقاطع دایره، مثلث و مستطیل شکل، صحت آنها مورد ارزیابی قرار گرفته است. برنامه‌ی رایانه‌ی تهیه شده محدودیتی از لحاظ شکل هندسی مقاطع نداشته و طبیعتاً می‌تواند در محاسبات هیدرودینامیکی کشتی‌ها با هرگونه شکل بدنه‌ی واقعی به‌کار گرفته شود.

### فهرست علائم

$\theta$ : زاویه در صفحه‌ی $z$ و $\zeta$	$M_{\zeta\zeta}$ : ضریب پتانسیل دوبعدی جرم‌افزوده‌ی حرکت عرضی
$\Phi$ : تابع پتانسیل سرعت	$N_{\zeta\zeta}$ : ضریب پتانسیل دوبعدی میرایی حرکت عرضی
$\Psi$ : تابع جریان	$M_{\zeta\eta}$ : ضریب پتانسیل دوبعدی جرم‌افزوده‌ی حرکت قائم
$Q_{\zeta m}$ و $P_{\zeta m}$ : ضرایب بسط چندقطبی	$N_{\zeta\eta}$ : ضریب پتانسیل دوبعدی میرایی حرکت قائم
$p$ : فشار وارد بر مقطع کشتی	$a_{2n-1}$ : ضرایب نگاشت کانفورمال
$\delta$ : پارامتر فرکانس بدون بعد $(= \omega(B_s/2g)^{1/2})$	$M_s$ : فاکتور مقیاس
$\xi_b$ : مربع فرکانس بدون بعد $(= \delta^2)$	$N$ : تعداد پارامترهای نگاشت کانفورمال
$\sigma_a$ : نسبت نصف عرض مقطع به فاکتور مقیاس $(= B_s/2M_s)$	$M$ : تعداد ضرایب بسط چندقطبی
$Y_a$ : دامنه‌ی نوسانات حرکت عرضی استوانه	$A_s$ : مساحت مقطع
$Z_a$ : دامنه نوسانات حرکت قائم استوانه	$B_s$ : عرض مقطع
	$D_s$ : آب‌خور مقطع
<b>۱. مقدمه</b>	$H_s$ : نسبت نصف عرض به عمق $(= B_s/2D_s)$
کشتی‌ها در اثر برخورد امواج دریا حرکات قابل توجهی خواهند داشت. این حرکات بر ایمنی کشتی و خدمه، راحتی مسافری و خدمه، و نیز بر میزان مصرف سوخت و کارایی تجهیزات کشتی در محیط دریا تأثیرگذارند. بنابراین تخمین حرکات کشتی در دریا از اهمیت زیادی برخوردار است.	$\sigma_s$ : ضریب مساحت مقطع $(= A_s/(B_s.D_s))$
انجام این محاسبات در شناورهای نظامی از جنبه‌های دیگر — از جمله فرود ایمن بالگردها و هواپیماها بر روی شناور، بهبود عملکرد دستگاه‌های ردیابی و بهبود قابلیت شلیک موشک و اژدر از روی شناور — نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. همچنین تخمین حرکات کشتی در مرحله‌ی طراحی آن نیز مهم است و مهندسان طراح اغلب برای	$\eta_a$ : دامنه‌ی امواج ایجاد شده در فاصله‌ی بی‌نهایت از استوانه
	$\omega$ : فرکانس امواج
	$\nu$ : عدد موج $(= \omega^2/g)$
	$g$ : شتاب گرانشی
	$\rho$ : چگالی سیال
	$z$ : رویه‌ی مقطع کشتی $(= x + iy)$
	$x, y$ : مختصات منحنی تراز رویه‌ی مقطع کشتی
	$\zeta$ : رویه‌ی مقطع دایروی $(= ie^{-i\theta})$

دوبعدی با اشکال هندسی مستطیل، مثلث و دایره در حرکات قائم و عرضی محاسبه شده‌اند. در این محاسبات، برای نمایش شکل هندسی مقاطع از نگاشت دوپارامتری لوییس که فرم ساده‌شده‌ی نگاشت چندپارامتری کانفورمال است، استفاده شده است. جرم افزوده ضریبی است که در اثر اعمال شتاب به ذرات آب نزدیک به استوانه در معادلات حرکت ظاهر می‌شود و دارای بعد جرم است. ضریب میرایی سیال نیز در اثر استهلاک انرژی حرکتی جسم توسط سیال در معادلات حرکت ظاهر می‌شود و دارای بعد جرم در واحد زمان است.



شکل ۱. تقسیم بدنه کشتی به نوارهای عرضی دوبعدی.

کسب قابلیت پیش‌بینی عملکرد شناور در مراحل اولیه‌ی طراحی، زمان و منابعی را اختصاص می‌دهند.

در روش‌های جدید سه‌بعدی، بررسی حرکات کشتی‌ها در امواج همانند روش‌های CFD [۱۹] یا اجزاء محدود با محدودیت‌هایی مواجه است و نیز هزینه و زمان انجام محاسبات در این روش‌ها بسیار زیاد است. بنابراین برای ساده‌تر کردن محاسبات اغلب از روش‌های دوبعدی بهره گرفته می‌شود. در این روش‌ها بدنه‌ی کشتی به مقاطع عرضی دوبعدی یا نوارهایی در راستای محور طولی کشتی تقسیم (شکل ۱) و فرض می‌شود که این مقاطع هیچ اندرکنشی با یکدیگر ندارند. پارامترهای دوبعدی مربوط به هر مقطع با استفاده از نظریه‌های پتانسیل ارزیابی می‌شود و سپس با استفاده از نظریه‌ی نواری از نیروهای وارد بر هر نوار انتگرال‌گیری شده و پارامترهای سه‌بعدی بدنه‌ی شناور به‌منظور استفاده در محاسبات حرکات کشتی به دست می‌آیند. ضرایب جرم افزوده و میرایی از جمله پارامترهای دوبعدی مربوط به هر مقطع‌اند و تاکنون تلاش‌های فراوانی در جهت ارائه‌ی روشی برای محاسبه‌ی این دو پارامتر ارائه شده است. آرسل برای یک استوانه‌ی مدور بی‌نهایت طول که با فرکانس اختیاری در سطح آزاد سیال ایده‌آل نوسان می‌کند، شیوه‌ی حل جریان پتانسیل را استخراج کرده است [۲۰]. راه حل آرسل ترکیبی از توابع پتانسیل است که هریک از این توابع به‌تنهایی در معادله‌ی لاپلاس و شرط خطی سطح آزاد صدق می‌کنند، در حالی که ترکیب خطی آنها باقی شرایط مرزی روی سطح استوانه‌ی مدور را ارضا می‌کنند. عده‌یی از محققین روش آرسل را برای مقاطع بیضوی و فرم‌های لوییس [۵-۷]، عده‌یی دیگر نیز این روش را برای مقاطع با شکل دلخواه توسعه دادند [۸-۱۱]. محققین اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی معدودی نیز به‌منظور ارزیابی دقت تخمین‌های نظری انجام داده‌اند. به‌طور مثال عده‌یی از آن‌ها نیروها و فشارهای وارد بر استوانه‌های نوسان‌کننده را اندازه‌گیری کردند [۱۲]، و عده‌یی نیز آزمایشات جامعی بر روی استوانه‌های کشتی‌گونه، مثلثی و مستطیلی نوسان‌کننده — با سطح مقطع‌های متفاوت — انجام دادند [۱۳]. آن‌ها خواص هیدرودینامیکی مرتبط با هر استوانه‌ی دوبعدی را در حرکات قائم، عرضی، و غلتکی عرضی<sup>۳</sup> تعیین و نتایج آن را با تخمین‌های نظریه‌ی جونگ مقایسه کرده‌اند.

در این نوشتار ضرایب هیدرودینامیکی جرم‌افزوده و میرایی مقاطع

## ۲. نگاشت کانفورمال

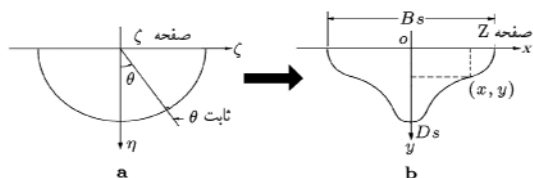
با استفاده از روش نگاشت کانفورمال می‌توان هر مقطع دلخواهی از کشتی را به یک مقطع مدور تبدیل کرده، و سپس ضرایب جرم‌افزوده و میرایی آن را با روش آرسل به دست آورد. بر این اساس، با به‌کارگیری نگاشت رابط صفحه‌ی  $\zeta$  (مقطع مدور) و صفحه‌ی  $z$  (مقطع کشتی)، تبدیل مختصاتی میان دستگاه مختصات دکارتی  $(x, y)$  در صفحه‌ی  $z$  و دستگاه مختصات صفحه‌ی  $\zeta$  به دست می‌آید (شکل ۲).

مزیت نگاشت کانفورمال آن است که پتانسیل حرکت سیال حول هر مقطع در صفحه‌ی  $z$  را می‌توان از تبدیل مقطع واقعی به یک مقطع مناسب‌تر در صفحه‌ی  $\zeta$  که حل مسئله برای آن راحت‌تر است، تعیین کرد. با این روش، مسائل هیدرودینامیکی را می‌توان مستقیماً با ضرایب تابع نگاشت حل کرد.

حل پتانسیل برای جریان حول یک مقطع مدور نوسان‌کننده به‌صورت هارمونیک با فرکانس اختیاری توسط آرسل ارائه شده است [۲]. ضرایب پتانسیل آرسل تنها برای مقاطع مدور معتبرند، و بنابراین برای تعیین ضرایب دوبعدی جرم‌افزوده و میرایی مقاطع کشتی در حرکات قائم و عرضی با استفاده از روش آرسل، مقاطع باید به‌صورت یکنواخت به یک دایره‌ی واحد نگاشته شوند. فرمول‌بندی کلی تبدیل برای مقاطع متقارن به‌صورت رابطه‌ی ۱ فرض می‌شود:

$$z = M_s \cdot \sum_{n=0}^N a_{2n-1} \zeta^{-(2n-1)} \quad (1)$$

در این رابطه مقدار ضریب  $a_{-1}$  برابر ۱+ است و مقدار فاکتور مقیاس



شکل ۲. نگاشت رابط میان مقطع مدور در صفحه‌ی  $\zeta$  و مقطع کشتی در صفحه‌ی  $z$ .

مورد نظر امواجی در سطح آرام آب ایجاد می شود که به دلیل طولی بودن استوانه، دوبعدی بوده و ترکیبی از امواج ایستا<sup>۴</sup> و امواج پیشرو<sup>۵</sup> فرض می شوند. سپس برای هر یک از این امواج یک تابع پتانسیل سرعت به دست خواهد آمد. تابع پتانسیل سرعت و تابع جریان کل امواج تولید شده توسط مقطعی از کشتی در حرکات قائم و عرضی در سطح استوانه‌ی نوسان کننده در آب آرام نسبت به مبدأ دستگاه مختصات  $O(x, y, z)$  به صورت معادلات ۵ فرض می شود:

$$\Phi(\theta) = \frac{g\eta a}{\pi\omega} \left[ \left( \phi_{B^*c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} P_{\tau m} \phi_{A^*\tau m}(\theta) \right) \cos(\omega t) + \left( \phi_{B^*s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_{\tau m} \phi_{A^*\tau m}(\theta) \right) \sin(\omega t) \right]$$

$$\Psi(\theta) = \frac{g\eta a}{\pi\omega} \left[ \left( \psi_{B^*c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} P_{\tau m} \psi_{A^*\tau m}(\theta) \right) \cos(\omega t) + \left( \psi_{B^*s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} Q_{\tau m} \psi_{A^*\tau m}(\theta) \right) \sin(\omega t) \right] \quad (5)$$

مبدأ دستگاه مختصات  $O(x, y, z)$  بر سطح آرام آب منطبق بوده و محور  $x$  آن در راستای سرعت پیشروی کشتی، محور  $y$  در جهت جانبی و محور  $z$  به سمت بالا واقع شده است (شکل ۳). در معادلات ۵، عبارت  $\eta a$  با دامنه‌ی نوسان استوانه در مد حرکت مورد نظر متناسب است. ضرایب  $\phi_{A^*\tau m}$ ،  $\phi_{B^*c}$ ،  $\phi_{B^*s}$ ،  $\psi_{A^*\tau m}$ ،  $\psi_{B^*c}$ ،  $\psi_{B^*s}$  در حرکات قائم و عرضی به صورت روابط ۶ و ۷ به دست می آیند:

• حرکت قائم

$$\phi_{A^*\tau m}(\theta) = \cos(\tau m \theta)$$

$$-\frac{\xi_b}{\sigma_a} \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \frac{\tau n - 1}{\tau m + \tau n - 1} a_{\tau n - 1} \cos((\tau m + \tau n - 1)\theta) \right\}$$

$$\psi_{A^*\tau m}(\theta) = \sin(\tau m \theta)$$

$$-\frac{\xi_b}{\sigma_a} \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \cdot \frac{\tau n - 1}{\tau m + \tau n - 1} \cdot a_{\tau n - 1} \cdot \sin((\tau m + \tau n - 1)\theta) \right\}$$

$$\phi_{B^*c}(\theta) = \pi \cdot \exp(-\nu \cdot y_*) \cdot \cos(\nu \cdot x_*)$$

$$\psi_{B^*c}(\theta) = \pi \cdot \exp(-\nu \cdot y_*) \cdot \sin(\nu |x_*|)$$

$$\phi_{B^*s}(\theta) = -\pi \cdot \exp(-\nu \cdot x_*) \cdot \cos(\nu \cdot y_*)$$

$$\psi_{B^*s}(\theta) = \pi \cdot \exp(-\nu \cdot x_*) \cdot \sin(\nu |y_*|)$$

( $M_s$ ) نیز از رابطه‌ی ۲ به دست می آید:

$$M_s = \frac{B_s / 2}{\sum_{n=0}^N a_{\tau n - 1}} \quad (2)$$

جایگذاری  $N = 2$  در رابطه‌ی ۱ تبدیلی بسیار ساده و در بسیاری موارد نسبتاً واقع بینانه برای فرم مقاطع بدنه، به نام تبدیل لوئیس را نتیجه خواهد داد. تبدیل دوپارامتری لوئیس برای یک مقطع به صورت روابط ۳ ارائه می شود:

$$x_* = M_s ((1 + a_1) \sin \theta - a_2 \sin 3\theta)$$

$$y_* = M_s ((1 - a_1) \cos \theta + a_2 \cos 3\theta) \quad (3)$$

در این روابط مقدار ضرایب نگاشت کانفورمال  $a_1$  و  $a_2$  که ضرایب لوئیس نیز نامیده می شوند، طوری محاسبه می شوند که عرض، عمق و مساحت مقطع تقریبی با مقدار آنها در مقطع واقعی برابر باشد. بنابراین جواب های قابل قبول برای  $a_1$  و  $a_2$  طبق روابط ۴ به دست می آیند:

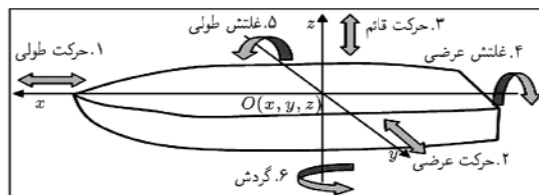
$$c_1 = 3 + \frac{4\sigma_s}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma_s}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{H_s - 1}{H_s + 1}\right)^2$$

$$a_1 = \frac{H_s - 1}{H_s + 1} (a_2 + 1), \quad a_2 = \frac{-c_1 + 3 + \sqrt{9 - 2c_1}}{c_1} \quad (4)$$

### ۳. حل جریان پتانسیل

یک کشتی در حالت کلی ۶ درجه آزادی خواهد داشت (شکل ۳). با نوشتن معادلات حرکت، ضرایب هیدرودینامیکی در درجات مختلف آزادی نمایان خواهند شد. در این بخش، روش محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی در حرکت قائم و حرکت عرضی تشریح شده است. روش تعیین ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی در حرکات قائم و عرضی برای مقطعی از کشتی در آب عمیق و سرعت پیشروی صفر توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۴]</sup>

در این روش ها، مقطع دوبعدی کشتی را به صورت استوانه‌ی بی نهایت طولی در نظر می گیرند (شکل ۱) که به انجام حرکت هارمونیک قائم یا عرضی ساده در سطح آرام آب واداشته می شود. بر اثر نوسان استوانه‌ی



شکل ۳. درجات آزادی کشتی ها و سیستم مختصات.

۴. شرط تقارن در حرکت قائم، و عدم تقارن در حرکت عرضی نسبت به محور عمودی.

ضرایب  $Q_{\nu m}$  و  $P_{\nu m}$  در روابط ۵ را می‌توان با استفاده از شرایط مرزی خطی‌شده‌ی سطح آزاد در سطح منحنی ترازکشتی و تابع جریان  $\Psi$  به‌دست آورد. بنابراین برای ضرایب  $Q_{\nu m}$  و  $P_{\nu m}$  در مد حرکت قائم، دستگاه معادلات ۸ و در مد حرکت عرضی، دستگاه معادلات ۱۰ به‌دست می‌آیند. برای حرکت قائم روابط عبارت‌اند از:

$$\sum_{m=1}^M \left\{ Q_{\nu m} \cdot \int_0^{\pi/\nu} f_{\nu m}(\theta) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta \right\} = \int_0^{\pi/\nu} \left( \psi_{B^*s}(\theta) - \frac{x_s(\theta)}{B_s/\nu} \cdot \psi_{B^*s}(\pi/\nu) \right) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta$$

$$n = 1, \dots, M$$

$$\sum_{m=1}^M \left\{ P_{\nu m} \cdot \int_0^{\pi/\nu} f_{\nu m}(\theta) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta \right\} = \int_0^{\pi/\nu} \left( \psi_{B^*c}(\theta) - \frac{x_s(\theta)}{B_s/\nu} \cdot \psi_{B^*c}(\pi/\nu) \right) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta$$

$$n = 1, \dots, M \quad (۸)$$

پارامتر  $f_{\nu m}(\theta)$  در دستگاه معادلات (۸) را می‌توان از رابطه‌ی (۹) به‌دست آورد:

$$f_{\nu m}(\theta) = -\psi_{A^*\nu m}(\theta) + \frac{x_s(\theta)}{B_s/\nu} \cdot \psi_{A^*\nu m}(\pi/\nu) \quad (۹)$$

برای حرکت عرضی نیز روابط ذیل به دست می‌آیند:

$$\sum_{m=0}^M \left\{ Q_{\nu m} \cdot \int_0^{\pi/\nu} f_{\nu m}(\theta) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta \right\} = \int_0^{\pi/\nu} (\psi_{B^*s}(\theta) - \psi_{B^*s}(\pi/\nu)) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta$$

$$n = 0, \dots, M$$

$$\sum_{m=0}^M \left\{ P_{\nu m} \cdot \int_0^{\pi/\nu} f_{\nu m}(\theta) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta \right\} = \int_0^{\pi/\nu} (\psi_{B^*c}(\theta) - \psi_{B^*c}(\pi/\nu)) \cdot f_{\nu n}(\theta) \cdot d\theta$$

$$n = 0, \dots, M \quad (۱۰)$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\nu \cdot \cos(\nu \cdot y_s) + k \cdot \sin(k \cdot y_s)}{k^{\nu} + \nu^{\nu}} \cdot \exp(-k|x_s|) \cdot dk$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\nu \cdot \sin(k \cdot y_s) - k \cdot \cos(k \cdot y_s)}{k^{\nu} + \nu^{\nu}} \cdot \exp(-k|x_s|) \cdot dk$$

$$(۶)$$

• حرکت عرضی

$$\phi_{A^*\nu m}(\theta) = \sin((\nu m + 1)\theta)$$

$$- \frac{\xi_b}{\sigma_a} \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \cdot \frac{\nu n - 1}{\nu m + \nu n} \cdot a_{\nu n-1} \cdot \sin((\nu m + \nu n)\theta) \right\}$$

$$\psi_{A^*\nu m}(\theta) = -\cos((\nu m + 1)\theta)$$

$$+ \frac{\xi_b}{\sigma_a} \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \cdot \frac{\nu n - 1}{\nu m + \nu n} \cdot a_{\nu n-1} \cdot \cos((\nu m + \nu n)\theta) \right\}$$

$$\phi_{B^*c}(\theta) = -\pi \cdot \exp(-\nu \cdot y_s) \cdot \sin(\nu \cdot |x_s|)$$

$$\psi_{B^*c}(\theta) = \pi \cdot \exp(-\nu \cdot y_s) \cdot \cos(\nu \cdot x_s)$$

$$\phi_{B^*s}(\theta) = \pi \exp(-\nu \cdot y_s) \cos(\nu \cdot x_s)$$

$$- \int_0^{\infty} \frac{\nu \cos(k \cdot y_s) + k \sin(k \cdot y_s)}{k^{\nu} + \nu^{\nu}} \cdot \exp(-k|x_s|) \cdot dk$$

$$+ \frac{|x_s|}{\nu(x_s^{\nu} + y_s^{\nu})}$$

$$\psi_{B^*s}(\theta) = \pi \exp(-\nu \cdot y_s) \sin(\nu \cdot |x_s|)$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\nu \sin(k \cdot y_s) - k \cos(k \cdot y_s)}{k^{\nu} + \nu^{\nu}} \exp(-k|x_s|) \cdot dk$$

$$- \frac{y_s}{\nu(x_s^{\nu} + y_s^{\nu})} \quad (۷)$$

با حل عددی انتگرال‌های موجود در ضرایب  $\phi_{B^*s}(\theta)$  و  $\psi_{B^*s}(\theta)$  هم‌گرایی بسیار آهسته صورت می‌گیرد. بنابراین از سری‌های توانی به‌دست آمده توسط پورتر می‌توان استفاده کرد.<sup>[۸]</sup> از طرف دیگر، تابع پتانسیل سرعت دوبعدی رابطه‌ی ۵ باید شرایط زیر را ارضا کند:

۱. معادله‌ی لاپلاس؛

۲. شرایط مرزی خطی‌شده‌ی سطح آزاد؛

۳. شرط انتشار در بی‌نهایت؛

$\phi_{B^*s}(\theta)$  جایگزین  $\phi_{B^*c}(\theta)$  و  $Q_{\psi m}$  جایگزین  $P_{\psi m}$  می شود.

$$M_s = -\frac{1}{\sigma_a} \int_0^{\pi/2} \phi_{B^*s}(\theta) \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \cdot (\psi n - 1) \cdot a_{\psi n-1} \cdot \cos((\psi n - 1)\theta) \right\} \cdot d\theta$$

$$-\frac{1}{\sigma_a} \cdot \sum_{m=1}^M \left\{ (-1)^m \cdot Q_{\psi m} \cdot \sum_{n=0}^N \left\{ \frac{(\psi n - 1)^2}{(\psi m)^2 - (\psi n - 1)^2} \cdot a_{\psi n-1} \right\} \right\} + \frac{\pi \xi_b}{4 \sigma_a^2}$$

$$\left( Q_{\psi} + \sum_{m=1}^N \left\{ \frac{(-1)^m \cdot Q_{\psi m} \cdot \sum_{n=0}^{N-m} \left\{ (\psi n - 1) \cdot a_{\psi n-1} \cdot a_{\psi m+\psi n-1} \right\}}{N-m} \right\} \right) \quad (15)$$

### ۲.۳. ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی حرکت عرضی

نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی جانبی وارد بر استوانه را می توان با انتگرال گیری از مؤلفه ی جانبی فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح  $S$  استوانه به دست آورد. نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی افقی دارای مؤلفه های هم فاز با سرعت و شتاب افقی استوانه است که با استفاده از آن، ضرایب جرم افزوده و میرایی برای یک مقطع از کشتی در حرکت عرضی به دست می آیند:

$$M'_{\psi\psi} = \frac{\rho B_s^2}{\psi} \cdot \frac{M_s \cdot Q_s + N_s \cdot P_s}{P_s^2 + Q_s^2}$$

$$N'_{\psi\psi} = \frac{\rho \pi^2 B_s^2}{4} \cdot \frac{1}{P_s^2 + Q_s^2} \cdot \omega \quad (16)$$

در روابط ۱۶ ضرایب  $P_s$  و  $Q_s$  از دستگاه معادلات ۱۰ به دست می آیند و ضریب  $M_s$  از رابطه ی ۱۷ محاسبه می شود.  $N_s$  نیز از رابطه ی شبیه به رابطه ی  $M_s$  به دست می آید، با این تفاوت که در این رابطه  $\phi_{B^*s}(\theta)$  جایگزین  $\phi_{B^*c}(\theta)$  و  $Q_{\psi m}$  جایگزین  $P_{\psi m}$  می شود.

$$M_s = -\frac{1}{\sigma_a} \int_0^{\pi/2} \phi_{B^*s}(\theta) \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n \cdot (\psi n - 1) \cdot a_{\psi n-1} \cdot \sin((\psi n - 1)\theta) \right\} \cdot d\theta$$

پارامتر  $f_{\psi m}(\theta)$  در دستگاه های معادلات (۱۰) برای حرکت عرضی را می توان از رابطه (۱۱) به دست آورد:

$$f_{\psi m}(\theta) = \begin{cases} \psi y_s / B_s & \text{for } : m = 0 \\ -\psi_{A^* \psi m}(\theta) + \psi_{A^* \psi m}(\pi/2) & \text{for } : m > 0 \end{cases} \quad (11)$$

سری های بی نهایت موجود در روابط ۵ و دستگاه معادلات ۸ و ۱۰ با افزایش مقدار  $m$  به سرعت هم گرا می شوند. بنابراین در عمل می توان با محاسبه ی مجموع تعداد محدودی از جملات این سری ها، مقادیر آنها را با دقت مناسب محاسبه کرد؛ مثلاً با محاسبه ی مجموع ۱۰ جمله ی اول می توان به دقت مورد نظر دست یافت. با حل دستگاه معادلات ۸ یا ۱۰ ضرایب  $Q_{\psi m}$  و  $P_{\psi m}$  برای حرکت قائم یا عرضی به دست می آیند؛ و بنابراین تابع پتانسیل سرعت کل به دست خواهد آمد. با استفاده از تابع پتانسیل سرعت کل و معادله ی خطی شده ی برنولی (معادله ی ۱۲) می توان فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح استوانه را محاسبه کرد:

$$p(\theta) = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi(\theta)}{\partial t} \quad (12)$$

### ۱.۳. ضرایب هیدرودینامیکی دوبعدی حرکت قائم

نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی عمودی وارد بر استوانه را می توان با انتگرال گیری از مؤلفه ی عمودی فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح  $S$  استوانه به دست آورد. نیروی هیدرودینامیکی دوبعدی عمودی دارای مؤلفه های هم فاز با سرعت و شتاب عمودی استوانه است که با استفاده از آن، ضرایب جرم افزوده و میرایی برای یک مقطع از کشتی در حرکت قائم به صورت زیر استخراج می شوند:

$$M'_{\psi\psi} = \frac{\rho \cdot B_s^2}{\psi} \cdot \frac{M_s \cdot B_s + N_s \cdot A_s}{A_s^2 + B_s^2}$$

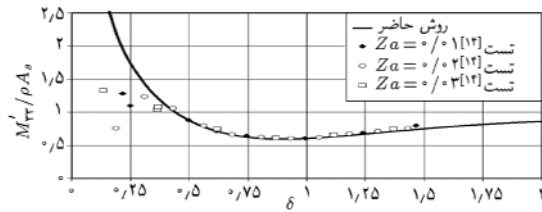
$$N'_{\psi\psi} = \frac{\rho \cdot \pi^2 \cdot B_s^2}{4} \cdot \frac{1}{A_s^2 + B_s^2} \cdot \omega \quad (13)$$

که در آن ضرایب  $A_s$  و  $B_s$  با استفاده از روابط ۱۴ محاسبه می شوند:

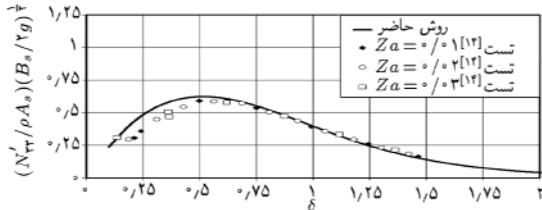
$$A_s = \psi_{B^*c}(\pi/2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ P_{\psi m} \psi_{A^* \psi m}(\pi/2) \right\}$$

$$B_s = \psi_{B^*s}(\pi/2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ Q_{\psi m} \psi_{A^* \psi m}(\pi/2) \right\} \quad (14)$$

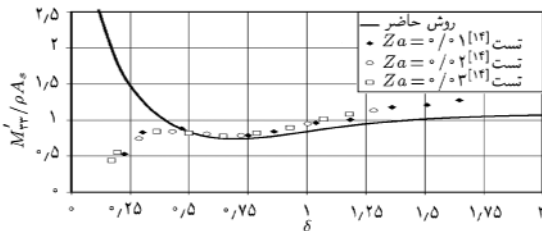
ضرایب  $Q_{\psi m}$  و  $P_{\psi m}$  نیز از دستگاه معادلات ۸ محاسبه می شوند. همچنین ضریب  $M_s$  از رابطه ی ۱۵ به دست می آید.  $N_s$  نیز از رابطه ی شبیه به رابطه ی  $M_s$  به دست می آید، با این تفاوت که در این رابطه



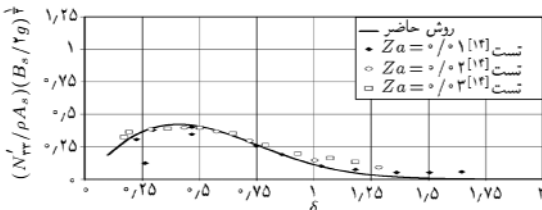
شکل ۵. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مدور در حرکت قائم.



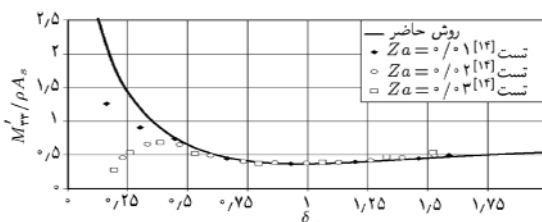
شکل ۶. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مدور در حرکت قائم.



شکل ۷. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مستطیلی در حرکت قائم.



شکل ۸. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مستطیلی در حرکت قائم.



شکل ۹. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مثلثی در حرکت قائم.

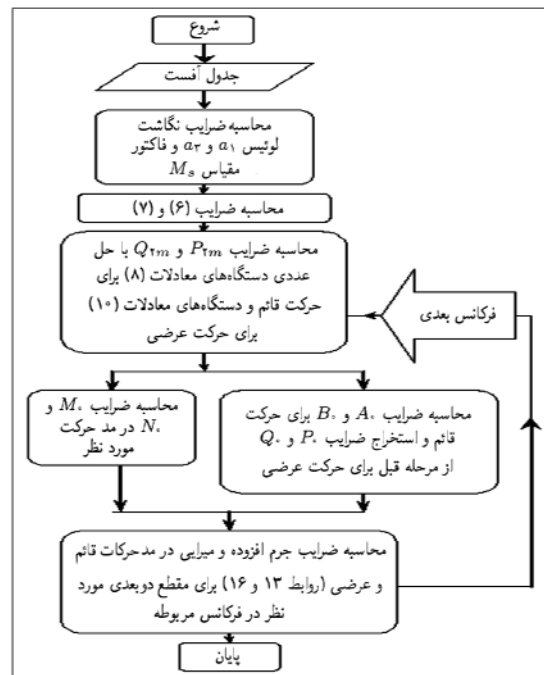
ضرایب بی بعد جرم افزوده و میرایی حرکت قائم در شکل های ۵ تا ۱۰ برحسب فرکانس بی بعد نشان داده شده است. چنان که مشاهده می شود، نتایج حاصل از برنامه‌ی رایانه‌یی با نتایج تجربی برای هر سه مقطع دایره، مثلث و مستطیل مطابقت خوبی دارد. فقط در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین، خصوصاً برای جرم افزوده، در شکل های ۵، ۷ و ۹ کمی اختلاف دیده می شود که ممکن است علت آن عدم دقت در انجام

$$+ \frac{\pi}{4\sigma_a} \cdot \sum_{m=1}^{N-1} \left\{ (-1)^m \cdot Q_{2m} \cdot (2m+1) \cdot a_{2m+1} \right\} + \frac{\xi_b}{\sigma_a} \cdot \sum_{m=1}^M \left\{ (-1)^m \cdot Q_{2m} \cdot \sum_{n=0}^N \sum_{i=0}^N \left\{ \frac{(2n-1)(2i-1)}{(2m+2i)^2 - (2n-1)^2} \cdot a_{2n-1} \cdot a_{2i-1} \right\} \right\} \quad (17)$$

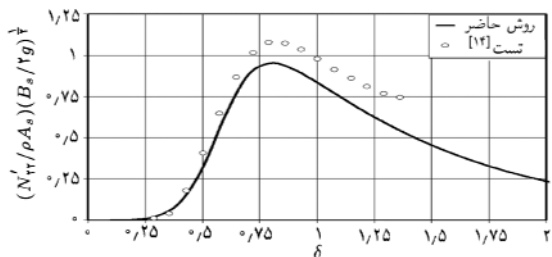
ضرایب هیدرودینامیکی اغلب به صورت بی بعد و برحسب فرکانس بدون بعد ( $\delta$ ) بیان می شوند. ضرایب جرم افزوده و میرایی را می توان به ترتیب با استفاده از ضرایب  $\rho A_s$  و  $\rho A_s (\gamma g / B_s)^{\frac{1}{2}}$  بی بعد کرد.

#### ۴. نتایج عددی

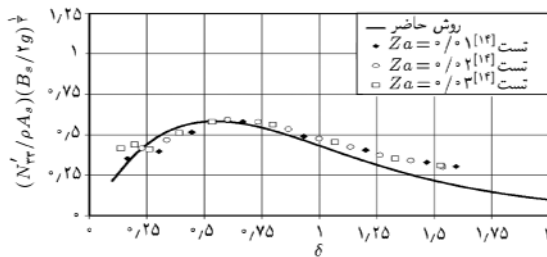
با استفاده از روش معرفی شده در این پژوهش، برای محاسبه‌ی ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع دوبعدی بدنه‌ی کشتی یک برنامه‌ی رایانه‌یی به زبان برنامه نویسی visual basic تهیه شده که الگوریتم آن در شکل ۴ نشان داده شده است. در شکل های ۵ تا ۱۶ نتایج حاصل از این برنامه‌ی رایانه‌یی برای مقاطعی با اشکال هندسی دایره، مثلث و مستطیل آورده شده است. در این نمودارها، نتایج حاصل از برنامه با داده‌های آزمایشگاهی موجود [۱۳] مقایسه شده است. مشخصات مقاطع در جدول ۱ آورده شده است.



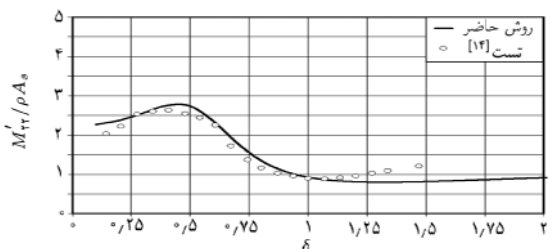
شکل ۴. الگوریتم نرم افزار.



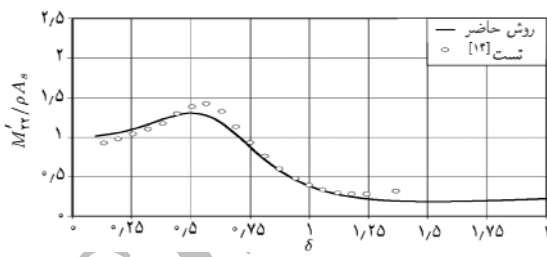
شکل ۱۴. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مستطیلی در حرکت عرضی.



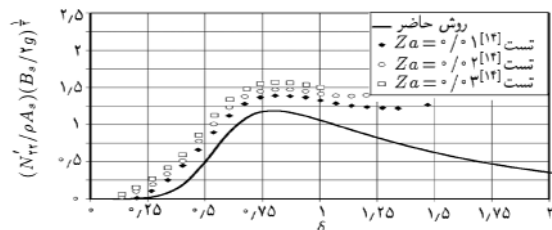
شکل ۱۰. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مثلثی در حرکت قائم.



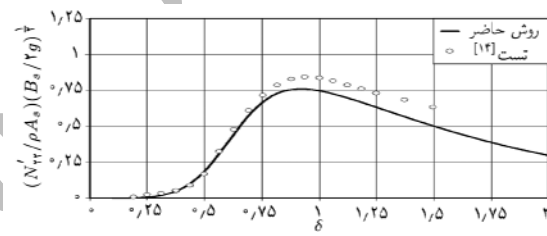
شکل ۱۵. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مثلثی در حرکت عرضی.



شکل ۱۱. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مدور در حرکت عرضی.



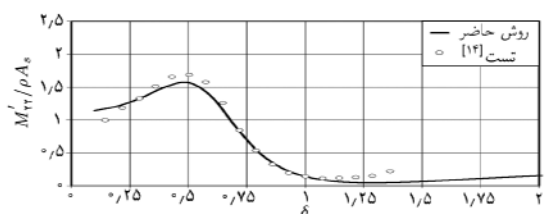
شکل ۱۶. ضریب بدون میرایی برای مقطع مثلثی در حرکت عرضی.



شکل ۱۲. ضریب بدون بعد میرایی برای مقطع مدور در حرکت عرضی.

جدول ۱. نمونه‌ی مقاطع دوبعدی. [۱۴]

مقطع عرضی			طول (L)
دایره	مستطیل	مثلث	
۴٫۱۹m	۴٫۱۹m	۴٫۱۹m	طول (L)
۰٫۳۰m	۰٫۴۰m	۰٫۳۴۶۴m	پهنای (B)
۰٫۱۵m	۰٫۲۰m	۰٫۳۰m	آب‌خورد T
π/۴	۰٫۹۹۹۲	۰٫۵۰	مساحت مقطع



شکل ۱۳. ضریب بدون بعد جرم افزوده برای مقطع مستطیلی در حرکت عرضی.

(شکل ۱۶) کمی اختلاف دیده می‌شود که این اختلافات با افزایش دامنه‌ی نوسانات افزایش می‌یابند، و علت آن را می‌توان چنین بیان کرد که در مقطع مثلثی به دلیل وجود لبه‌های تیز پدیده‌ی تشکیل گردابه وجود خواهد داشت که اثر آن با افزایش دامنه افزایش می‌یابد. بنابراین برای مقاطع مثلثی اثرات گران روی اهمیت می‌یابند که از این اثرات در نظریه‌ی جریان پتانسیل صرف نظر شده است. در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین برای ضرایب جرم افزوده در شکل‌های ۱۱، ۱۳ و ۱۵ نیز مقداری اختلاف دیده می‌شود که همانند حرکت قائم، ممکن است علت آن عدم دقت در انجام آزمایشات باشد.

آزمایشات باشد. [۱۳] بنابراین نگاهت دو پارامتری لوئیس در محاسبه‌ی ضرایب جرم افزوده و میرایی مقاطع کشتی در مد حرکت قائم در تمامی محدوده‌ی فرکانسی از دقت مناسب برخوردار است. این موضوع حاکی از آن است که ضرایب هیدرودینامیکی مقاطع متداول در مد حرکت قائم تا حد قابل قبولی به پارامترهای عرض، آب‌خورد و مساحت مقطع وابسته‌اند. ضرایب بی‌بعد جرم افزوده و میرایی حرکت عرضی در شکل‌های ۱۱ تا ۱۶ برحسب فرکانس بی‌بعد نشان داده شده است. در حالت کلی نتایج حاصل از برنامه‌ی رایانه‌ی، برای هر سه مقطع با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند. اما برای ضریب میرایی در مقطع مثلثی

## ۵. نتیجه‌گیری

دست آمده است. براین اساس برای افزایش دقت محاسبات در مدهای حرکت اشاره شده می‌توان از نگاشت کانفورمال چندپارامتری استفاده کرد. طبیعتاً به‌منظور بررسی کامل هیدرودینامیک حرکات شناورها، محاسبه‌ی ضرایب فوق برای حرکت غلتش عرضی مقطع دوبعدی نیز مورد نیاز خواهد بود؛ می‌توان روش فوق را برای این منظور تعمیم داد.

ضرایب جرم افزوده و میرایی مقاطع کشتی را می‌توان با استفاده از تبدیل لویی‌س و روش تشریح شده، با دقت مناسبی محاسبه کرد. تبدیل لویی‌س در حرکت قائم نتایج قابل قبولی در پی دارد. در حرکت عرضی نیز به غیر از مقطع مثلثی به‌علت وجود اثرات گران‌روی، نتایج نسبتاً خوبی به

## پانوش

1. heave motion
2. sway motion
3. roll motions
4. standing waves
5. progressive waves

## منابع

1. Azcueta, R. "Computation of Turbulent Free-Surface Flows around Ships and Floating Bodies", Ph.D thesis, Humburg-Harburg University (2001).
2. Takada, N., Miyata, H. and Sato, T. "CFD simulation of three-dimensional motion of a vehicle with movable wings", In 7<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes (1999).
3. Ursell, F. "On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid", *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, II., pp. 335-353 (1949).
4. Ursell, F. "On the rolling motion of cylinders in the surface of a fluid", *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, II., pp. 218-231 (1949).
5. Tasai, F. "On the damping force and added mass of ships heaving and pitching", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Japan*, VII(26), (1959).
6. Grim, O. "Berechnung der durch schwingungen eines schiffskörpers Erzeugten Hydrodynamischen Kräfte", *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft*, pp. 277-299 (1953).
7. Grim, O. "Oscillation of buoyant two dimensional bodies and the calculation of the hydrodynamic forces", *Technical Report HSVA-Bericht 1171, HSVA, Hamburg, Germany* (1959).
8. Porter, W.R. "Pressure distribution, added mass and damping coefficients for cylinders oscillating in a free surface", *Technical Report 82, University of California, Institute of Engineering Research, Berkeley, California, USA* (1960).
9. Tasai, F. "Formula for calculating hydrodynamic Force on a cylinder heaving in the free surface (N-Parameter Family)", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Japan*. VIII(31), pp. 71-74 (1960).
10. Tasai, F. "Hydrodynamic force and moment produced by swaying and rolling oscillation of cylinders on the free surface", *Technical report, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Japan*, IX(35), (1961).
11. Jong, B. de. "Computation of hydrodynamic coefficients of oscillating cylinders", *Technical Report 145-S, Netherlands Ship Research Centre TNO, Shipbuilding Department, Delft, The Netherlands* (1973).
12. Paulling, J.R. and Richardson, R.K., "Measurements of pressure, forces and radiating waves for cylinders oscillating in a free surface", *University of California, Institute of Engineering Research, Berkeley, Series 82, no.23*(1962).
13. Vugts, Ir.J.H. "The hydrodynamic coefficients for swaying, heaving and rolling cylinders on a free surface", *Int. Shipbldg. Prog.* 15, pp. 251-276 (1968).
14. Journee, J.M.J. "Theoretical manual of SEAWAY", Release 4.19, Delft University of Technology, Netherlands (2001).