مجله‌ی علمی و پژوهشی شریف
دی ۱۳۸۸، شماره‌ی پنجاه و یکم، ص. ۶۹-۷۶، (یادداشت فنی)

طراحی یک دست چندانگشتی برای گرفتن و غلت‌دادن استوانه

حسن صیادی (دانشیار)
مهدی آقابابائی‌بنی (کارشناس ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

نحوه‌ی ایجاد حرکت ماهرانه توسط انگشتان یکی از مباحث اساسی در مطالعه‌ی ربات‌های چندانگشتی است. در این تحقیق جابه‌جایی یک استوانه توسط دست سه‌انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به این که حرکت انگشتان بر روی استوانه حرکت غلتشی در نظر گرفته شده است، سینماتیک تماس غلتشی به دست آمده است. سینماتیک حرکت انگشتان در فضای R^6 نیز با استفاده از روش نمایی به دست آمده است. با توجه به موقعیت اولیه و نهایی جسم مسیر حرکت فضایی آن طراحی، و سپس برای شبیه‌سازی حرکت جسم الگوریتمی ارائه شده که در آن روشی ساده و کارآمد برای حفظ پایداری جسم پیشنهاد شده است. با توجه به این که حرکت جسم شبه‌استاتیک است، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها و به‌دست آوردن نیروهای بهینه با استفاده از روش بهینه‌سازی محدب انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی سینماتیک در نرم‌افزارِ مطلب به‌طور کامل با مأموریت تعریف شده برای ربات سازگاری نشان می‌دهد. در انتها مسئله‌ی دینامیک با در نظر گرفتن قید تماس غلتشی به دست آمده است. نتایج شبیه‌سازی بر روی مدل دینامیکیِ به‌دست آمده صحت مدل را تایید می‌کند.

واژگان کلیدی: دست سه انگشتی، تماس غلتشی، بهینه‌سازی محدب، شبیه‌سازی سینماتیکی، شبیه‌سازی دینامیکی.

sayyaadi@sharif.edu
aghababaie@gmail.com

مقدمه

یکی از مباحث اساسی در مطالعه‌ی ربات‌های چندانگشتی نحوه‌ی ایجاد حرکت ماهرانه توسط انگشتان است. هدف این تحقیق حرکت یک جسم توسط ربات چندانگشتی است، به‌طوری که اولاً جسم به‌صورت پایدار نگه داشته شود و ثانیاً انتقال آن از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی بدون رها کردن جسم باشد. مراحل مورد نیاز برای انجام این عمل عبارت است از: الف) طراحی مسیر حرکت جسم در فضا؛ ب) بهینه‌سازی نیروهای تماس با جسم به‌منظور عدم لغزش؛ ج) به‌دست‌آوردن سرعت‌های زاویه‌یی لینک‌ها برای ایجاد حرکت مطلوب در جسم. در پژوهش حاضر که هدف آن طراحی و شبیه‌سازی حرکت یک استوانه توسط ربات سه‌انگشتی است، با درنظرگرفتن تماس غلتشی این مانور حرکت شبیه‌سازی شده است.

تاکنون کارها و تحقیقات متعددی در زمینه‌ی ربات‌های چندانگشتی انجام شده است. ازجمله‌ی این کارها، بررسیِ سینماتیکِ تماس‌های غلتشی در ربات‌های چندانگشتی در سال ۱۹۸۹ است.[۱] همچنین ارائه‌ی روابط کاربردی جدید برای تماس غلتشی، با استفاده از مفهوم زنجیره‌ی سینماتیکیِ مجازی[۲] از جمله‌ی این کارهاست ـ تا پیش از این کار، سینماتیکِ تماس براساس سرعت‌های آنیِ نقاط تماس بین جسم و انگشتان محاسبه می‌شد. پس از آن در سال ۱۹۹۷ روشی عمومی برای حرکت ماهرانه با تماس غلتشی ارائه شد.[۳] در این اقدام حرکت جسم از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی با حفظ تماس پایدار شبیه‌سازی شده است؛ ابتدا سینماتیک تماس و سپس طراحی حرکت با قیدها غیرهولونومیک و در نهایت روابط حرکت ماهرانه با تماس غلتشی ارائه شده است. مسئله‌ی سینماتیک حرکت ربات‌های چندانگشتی با طراحی یک حرکت ماهرانه و کنترل آن بررسی شده است.[۴] بدین‌منظور اساس کار مبتنی بر دو نکته بوده است: نخست نگه‌داشتن جسم به‌صورت پایدار، و سپس انتقال از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی بدون رهاکردن جسم. مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروهای تماس نیز با استفاده از مفهومی جدید در بهینه‌سازی نیروهای تماس در دست چندانگشتی مورد بررسی قرار گرفت.[۵] در این روش مخروط اصطکاک به یک ماتریس مثبت معین تبدیل می‌شود. در پژوهش حاضر مدل سینماتیکِ تماس یک ربات سه‌انگشتی در تماس با استوانه، با استفاده از روش نمایی و استفاده از سینماتیکِ تماس غلتشی به‌دست آمده است و با استفاده از یک الگوریتم جدید شبیه‌سازیِ حرکت با در نظرگرفتن پایداری تماس انجام شده است. در این الگوریتم با استفاده از روش نمایی کوتاه‌ترین مسیر برای حرکت استوانه در فضا طراحی شده است.[۶] برای بهینه‌سازی نیروها نیز بدون کاستن از واقعیت مسئله، بهینه‌سازی نیروها

تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۵/۳، داوری ۱۳۸۶/۷/۱۵، پذیرش ۱۳۸۶/۱۱/۲۴.

Archive of SID
www.SID.ir

با استفاده از قید مخروط اصطکاکی غیرخطی و تعادل رنج اعمالی به جسم انجام شده است. شبیه‌سازی الگوریتم ارائه‌شده در نرم‌افزار مطلب (MATLAB)، هم اعمال نیرو در مخروط اصطکاک و هم ارضاء شرط تماس غلتشی در نقاط تماس را نشان می‌دهد. در نهایت با به دست آوردن مدل دینامیکی که شرط تماس غلتشی در آن لحاظ شده است، شبیه‌سازی دینامیکی بر روی ربات سه‌انگشتی در تماس با استوانه انجام شده است.

مدل‌سازی سینماتیکی حرکت

چنانچه جسمی را در نظر بگیریم که می‌تواند عضوی از مجموعه‌لینک‌های یک سازوکار یا ربات باشد، و سینماتیک آن نسبت به یک چهارچوب پایه بررسی شود، بامراجعه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که اگر $g_{ab}(t) \in SE(3)$ بیانگر موقعیت و جهت‌گیری چهارچوب B نسبت بهA (چهارچوب مرجع) باشد، سرعت چهارچوب B نسبت به A در چهارچوب B به‌صورت رابطه‌ی ماتریسی ۱ بیان می‌شود:[۷]

$$\widehat{V}^b_{ab} = g^{-1}_{ab}\dot{g}_{ab} = \begin{bmatrix} \widehat{\omega}_{ab} & \nu_{ab} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱)$$

که در آن $V_{ab} = (\nu_{ab}, \omega_{ab})$ به‌عنوان سرعت عمومی یا توئیست[۱] فریم B نسبت به A شناخته می‌شود. برای انتقال توئیست از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر روابط زیر حاکم است:

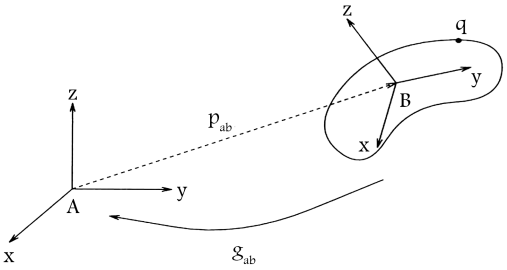
$$\widehat{V}^b_{ac} = Ad_{g^{-1}_{bc}}\widehat{V}^b_{ab} + \widehat{V}^b_{bc} \qquad (۲)$$

در این رابطه، $Ad_g = \begin{pmatrix} R & \widehat{p}R \\ 0 & R \end{pmatrix}$ یک ماتریس ۶ × ۶ برای انتقال توئیست از مختصاتی به مختصات دیگر است که در آن R ماتریس دوران و $\widehat{p}$ ماتریس فاصله‌ی محورِ دوران از مختصات مرجع است. در تشکیل سینماتیک مستقیم زنجیره‌ی مکانیکی از فرم نمایی استفاده می‌شود.[۷] در این روش برای نمادگذاری هر مفصل از یک زنجیره‌ی رباتیکی، یک بردار توئیست تعریف می‌شود که بیانگر موقعیت و جهت محور دوران نسبت به فریم پایه است. با استفاده از این روش نمادگذاری بردارها و نیز موقعیت اولیه‌ی لینک‌ها می‌توان موقعیت عملگر نهایی را تحت تغییرات اعمال شده در مفاصل به دست آورد (رابطه‌ی ۳):

$$g_{st}(\theta) = e^{\widehat{\zeta}_1\theta_1}e^{\widehat{\zeta}_2\theta_2}e^{\widehat{\zeta}_3\theta_3}e^{\widehat{\zeta}_4\theta_4}g_{st}(0) \qquad (۳)$$

که در آن $g_{st}(0)$ موقعیت مختصات عضو نهایی نسبت به پایه قبل از حرکت است. با استفاده از g_{st} می‌توان سرعت لحظه‌یی حرکت عملگر نهایی را نسبت به پایه به دست آورد.

$$\widehat{V}^b_{st} = g^{-1}_{st}\dot{g}_{st} = J^b_{st}(\theta)\dot{\theta} \qquad (۴)$$



شکل ۱. مختصات برای مشخص‌کردن حرکت جسم صلب.

$J^b_{st}(\theta)$ ژاکوبین بازوی مکانیکی است. از رابطه‌ی ۴ در شبیه‌سازی حرکت انگشتان برای به‌دست آوردن زوایای مفاصل با داشتن سرعت عملگر نهایی استفاده شده است.

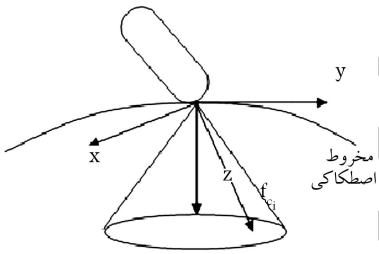
سینماتیکِ تماس

در به‌دست آوردن مدل سینماتیکی ابتدا مدل تماس به دست‌می‌آید. مدل تماس در واقع بیانگر نحوه‌ی انتقال رنج، نیرو و گشتاور در فضای R^6، بین دو جسمی است که باهم در تماس‌اند. مدل‌های پرکاربرد در این زمینه، سه مدلِ به‌دست آمده از مدل‌های شش‌گانه‌ی سالزبری هستند:[۸] ۱. تماس نقطه‌یی بدون اصطکاک (FPC)؛ ۲. تماس نقطه‌یی با اصطکاک (PCWF)؛ ۳. تماس انگشت نرم (SFC). مدل مورد استفاده در این تحقیق مبتنی بر نوع دوم (تماس نقطه‌یی با اصطکاک) است. شکل ۲ این تماس را نشان می‌دهد و شکل ۳ توئیست‌های هر مفصل را در انگشت اول نشان می‌دهد. رنج اعمالی به جسم مطابق رابطه‌ی ۵ در نقطه‌ی تماس منتقل می‌شود:

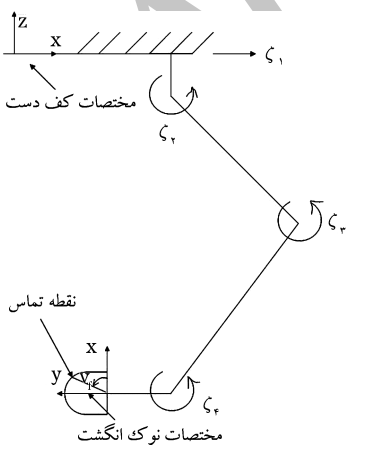
$$\begin{aligned} &F_{c_i} = B_{c_i}F_{c_i} \qquad f_{c_i} \in FC_{c_i} \\ &FC_{c_i} = \{f \in R^3 : \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \le \mu f_3, \qquad f_3 \le 0\} \\ &B_{c_i} = [I_{3\times3} \quad 0_{3\times3}]^T \end{aligned} \qquad (۵)$$

سطح جسم و نوک انگشت با یک تابع دومتغیره مدل شده است:

$$c : U \subset \Re^2 \to \Re^3 \qquad \alpha = (u, \nu) \to c(\alpha) \qquad (۶)$$



شکل ۲. مخروط اصطکاک در نقطه‌ی تماس iام.



شکل ۳. مدل انگشت چهارلینکی، انگشت اول.

Archive of SID
www.SID.ir

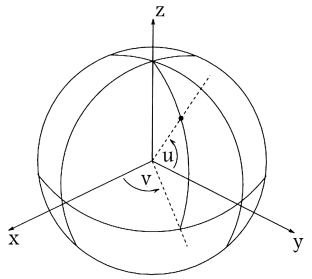
که در آن $\alpha = (u, \nu)$ مختصات محلی برای جسم (α_o) و نوک انگشت (α_f) است (شکل ۴). برای هر سطح انحنا سه ماتریس M و K و T معرفی می‌شود که بیان‌گر خصوصیات سطح انحنا، اعم از پیچش و خمیدگی سطح است. مقادیر ماتریس‌های فوق برای کره (رابطه‌ی ۷) و استوانه (رابطه‌ی ۸) به دست آمده است.[۲]

$$K = \begin{bmatrix} ۱/\rho & ۰ \\ ۰ & ۱/\rho \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} \rho & ۰ \\ ۰ & \rho\cos(u) \end{bmatrix}$$
$$T = \begin{bmatrix} ۰ & -tg\,u/\rho \end{bmatrix} \qquad (۷)$$

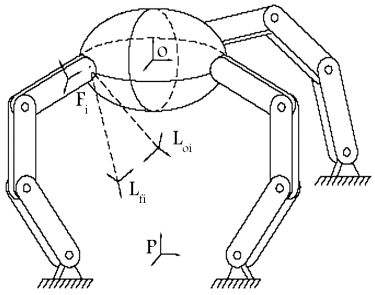
$$K = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & -۱/\rho \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & \rho \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

از این ماتریس‌ها که به‌عنوان مشخصه‌های یک سطح انحنا شناخته می‌شوند، در معادلات مونتانا (معادلات ۹) و برای به دست آوردن نرخ تغییرات مختصات محلی استفاده شده است. برای توصیف حرکت O و F، که به‌ترتیب مختصات تماسیِ روی جسم و نوک‌انگشت هستند، از مختصات L_o و L_f استفاده می‌شود (شکل ۵). $\nu_{l_o l_f} = (\nu_x, \nu_y, \nu_z)$ مؤلفه‌های سرعت انتقالی و $\omega_{l_o l_f} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ سرعت‌های دورانی‌اند. قید سینماتیک سرعت در حرکت غلتشی ناب $\nu_x = \nu_y = \omega_z = ۰$ است. بنابراین معادلات سینماتیکِ تماس به دو متغیر سینماتیک ω_x, ω_y وابسته است:[۲]

$$\dot{\alpha}_f = M_f^{-۱}(K_f + \widetilde{K}_o)^{-۱} \begin{bmatrix} -\omega_y \\ \omega_x \end{bmatrix}$$
$$\dot{\alpha}_o = M_o^{-۱} R_\psi (K_f + \widetilde{K}_o)^{-۱} \begin{bmatrix} -\omega_y \\ \omega_x \end{bmatrix}$$
$$\dot{\psi} = T_f M_f \dot{\alpha}_f + T_o M_o \dot{\alpha}_o \qquad (۹)$$



شکل ۴. مختصات محلی برای نوک انگشتان.



شکل ۵. ربات چندانگشتی که جسم را گرفته است، همراه با چهارچوب‌های اساسی.

پس از به‌دست آوردن سینماتیک و مدلِ تماس، سینماتیک دست سه‌انگشتی در تماس با جسم بیان می‌شود. ابتدا موقعیت مرکز جسم نسبت به پایه بیان می‌شود:

$$g_{po} = g_{pf_i}(\theta_i) g_{f_i o}(\eta_i) \qquad i = ۱, ..., k \qquad (۱۰)$$

که در آن $g_{pf_i}(\theta_i)$ نگاشتِ سینماتیکِ مستقیم انگشت iام (نسبت به فریم پایه) است. $g_{f_i o}(\eta_i)$ نیز حاوی سه انتقال از نوک انگشت به مختصات L_f در نقطه‌ی تماس و از آن به L_o و سپس به مختصات مرکز جسم است. با استفاده از رابطه‌ی ۱ سرعت جسم نسبت به پایه مطابق رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آید.

$$V_{po} = Ad^{-۱}_{g_{f_i o}} V_{pf_i} + V_{f_i o} = Ad^{-۱}_{g_{f_i o}} V_{pf_i} - Ad^{-۱}_{g_{l_{f_i} o}} V_{l_{o_i} l_{f_i}}$$
$$V_{l_{f_i} l_{o_i}} = Ad^{-۱}_{g_{f_i l_{o_i}}} V_{pf_i} - Ad^{-۱}_{g_{l_{o_i} o}} V_{po} \qquad (۱۱)$$

از رابطه‌ی ۱۱ در الگوریتم ارائه‌شده در قسمت شبیه‌سازی سینماتیک استفاده می‌شود.

بهینه‌سازی نیروهای تماس

با استفاده از مدل تماس ارائه‌شده در قسمت قبل، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها تعریف می‌شود. اگر f_c نیروی اعمالی در نقطه‌ی تماس باشد، رنج اعمالی به جسم با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ به مختصات مرکز جسم منتقل می‌شود:

$$F_o = Ad^T_{g^{-۱}_{oc_i}} F_{c_i} = \begin{bmatrix} R_{oc_i} & ۰ \\ \widehat{p}_{oc_i} R_{oc_i} & R_{oc_i} \end{bmatrix} B_{c_i} f_{c_i} \quad F_{c_i} \in FC_{c_i} \qquad (۱۲)$$

که در آن ماتریس $Ad^T_{g^{-۱}_{oc}}$ ماتریس تبدیل رنج از مختصات تماس به مختصات جسم است. ماتریس نگاشت تماس که این تبدیل را برای تمامی انگشتان انجام می‌دهد مطابق رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود:

$$G_i = Ad^T_{g^{-۱}_{oc_i}} B_{c_i} \qquad (۱۳)$$

این ماتریس به نگاشت گرفتن برای انگشت iام معروف است. و نگاشت گرفتن برای سه انگشت به شکل رابطه‌ی ۱۴ است.

$$G = \begin{bmatrix} G_۱ & G_۲ & G_۳ \end{bmatrix} \Rightarrow F_o = G\, f_c \qquad (۱۴)$$

اگر f_{ext} رنج اعمالی به جسم باشد، برای ایجاد تعادل در جسم داریم:

$$Gx = F_o = -f_{ext} \qquad (۱۵)$$

برای بهینه‌سازی، نُرم نیروهای تماس به‌عنوان تابع هدف تحت دو قیدِ ارائه‌شده در روابط ۵ و ۱۵ بهینه می‌شود. برای از بین بردن پیچیدگی مسئله به‌دلیل غیرخطی بودن قید مخروط اصطکاک یک ماتریس مثبت معین معرفی می‌شود که با حفظ قید مثبت معین‌بودن آن، قید مخروط اصطکاک ارضاء می‌شود و مسئله‌ی بهینه‌سازی به یک برنامه‌ریزی نیمه‌معین[۲] تبدیل می‌شود.[۹] بهینه‌سازی مورد نظر با استفاده از توابع موجود در نرم‌افزار MATLAB برای حل این بهینه‌سازی انجام می‌شود.

$$\min \quad \frac{۱}{۲} f_c^T f_c$$
$$subject\ to$$
$$G\, f_c = -f_{ext}$$
$$p \geq ۰ \quad p \in S_n^+ \qquad (۱۶)$$

Archive of SID

www.SID.ir

در رابطه‌ی ۱۶ عبارت p همان ماتریس مثبت معین است که برای تماس نقطه‌یی همراه با اصطکاک مطابق رابطه‌ی ۱۷ بیان می‌شود:

$$p_i = \begin{bmatrix} \mu_i f_{z_i} & ۰ & f_{x_i} \\ ۰ & \mu_i f_{z_i} & f_{y_i} \\ f_{x_i} & f_{y_i} & \mu_i f_{z_i} \end{bmatrix}$$
$$\lambda_۱ = \mu_i f_{z_i} \qquad \lambda_{۲,۳} = \mu_i f_{z_i} \mp \sqrt{f_{x_i}^۲ + f_{y_i}^۲} \qquad (۱۷)$$

ملاحظه می‌شود که برای مثبت معین بودن ماتریس p باید قطر اصلی و مقادیر ویژه‌ی ماتریس مثبت باشند که این معادل ارضاء معادله‌ی ۵ است. برای بررسی نتایج حاصل از بهینه‌سازی نیرویی، نیروهای اعمالی به استوانه با جرم $۱kg$ در حین دوران در مختصات متصل به محل تماس به دست آمده است. ابعاد و اندازه لینک‌های انگشتان و استوانه در جدول ۱ نشان داده شده است.

در این شبیه‌سازی، از آنجا که در مانور حرکت جسم فقط تحت تأثیر نیروی وزن خود قرار دارد، نیروهای به دست آمده برای محور افقی در نقطه‌ی تماس برابر صفر است و نیرو در امتداد قائم برابر ۳٫۲۷ نیوتن است که نیروی لازم برای غلبه بر وزن استوانه است. نیروهای اعمالی به استوانه در جهت عمود بر سطح تماس برابر ۵٫۴۵ نیوتن است که شرط عدم لغزش را ارضا می‌کند. در تحلیل بعدی با اعمال گشتاور خارجی ۰٫۳ نیوتن‌متر در جهت محور استوانه، علاوه بر نیروی وزن ملاحظه می‌شود که نیرو در امتداد محور افقی نقطه‌ی تماس مقدار ۰٫۱ نیوتن‌متر را دارد. این نیرو در جهت افقی برای تحلیل قبلی برابر صفر به‌دست آمد (محورهای مختصات متصل به نوک انگشتان در شکل ۳ معرفی شده است).

شبیه‌سازی سینماتیکی

برای انجام حرکت ماهرانه توسط ربات سه‌انگشتی حین غلتش ارزیابی هم‌زمان سه پارامترِ سرعت جسم، نرخ تغییر مختصات محلی، و سرعت نوک انگشتان ضروری است (معادله‌ی ۱۱). برای انجام این شبیه‌سازی الگوریتم نشان‌داده شده در شکل ۶ ارائه می‌شود. در این الگوریتم با تعریف مأموریت حرکت جسم، سرعت جسم برای طی این مسیر در فضا با استفاده از روشِ نمایی به‌دست می‌آید.[۶] سرعت حرکت استوانه در فضا با داشتن موقعیت اولیه (g_o) و نهایی (g_f) با استفاده از رابطه‌ی ۱۸ به‌دست می‌آید:

$$\widehat{V} = log(g_o^{-۱} g f) \qquad (۱۸)$$

جدول ۱. مشخصات جسم و انگشتان.

	لینک ۱	لینک ۲	لینک ۳	لینک ۴	قطر	طول
ابعاد استوانه	-	-	-	-	۲۶ میلی‌متر	۵۰ میلی‌متر
وزن لینک‌ها	۱۰ گرم	۲۰ گرم	۲۰ گرم	۱۰ گرم		
طول لینک‌ها	۱۰ میلی‌متر	۵۰ میلی‌متر	۵۵ میلی‌متر	۲۰ میلی‌متر	-	-
پایه	از مرکز پایه تا رأس مثلث پایه معادل ۵۰ میلی‌متر است					

که در آن $\widehat{V}$ توئیست حرکت جسم صلب است. با استفاده از توئیست به‌دست آمده در رابطه‌ی ۱۸ و تقسیم زمان شبیه‌سازی به فواصل زمانی کوچک موقعیت جسم صلب حین حرکت بین موقعیت اولیه و نهایی مطابق رابطه‌ی ۱۹ به‌دست می‌آید:

$$g_{k+۱} = e^{\frac{\widehat{V}}{n}T} g_k \qquad k \in (۰, ..., n = \left\lfloor \frac{t}{T} \right\rfloor) \qquad (۱۹)$$

که در آن T زمان بین دو مرحله، t کل زمان حرکت جسم است، و $\lfloor \frac{t}{T} \rfloor$ نزدیک‌ترین عدد صحیح به $\frac{t}{T}$ است. با استفاده از موقعیت به‌دست آمده از رابطه‌ی ۱۹ برای فواصل زمانی بین دو موقعیت اولیه و نهایی سرعت جسم به دست می‌آید.

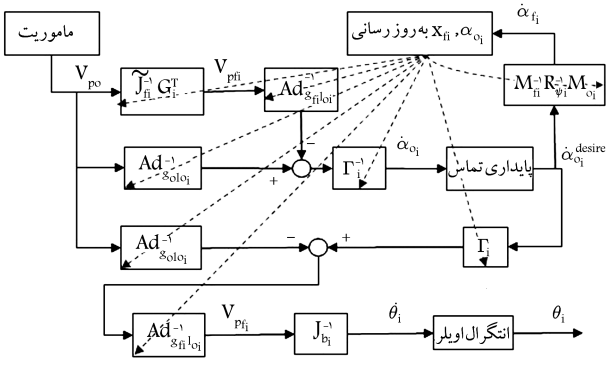
$$\widehat{V}_{k+۱} log((g_k^a)^{-۱} g_{k+۱})/T \qquad (۲۰)$$

وقتی سرعت جسم به دست می‌آید، دو مجهول سرعت تماسی و سرعت نوک انگشتان در معادله‌ی ۱۱ باقی می‌ماند. در این تحقیق با استفاده از روشی که الگوریتم شکل ۶ نیز بر مبنای آن ارائه شده، ابتدا سرعت نوک انگشت اول، سپس سرعت تماسی انگشت اول، و بعد از آن سرعت تماسی نوک انگشتان دیگر با توجه به شرطِ حفظ پایداری تماس، و در نهایت سرعت نوک انگشتان دیگر به دست می‌آید. اگر رابطه‌ی ۱۱ در ماتریس رنج مبنا ضرب شود، سرعت نقطه‌ی تماس از معادله حذف می‌شود. در این حالت با داشتن سرعت جسم می‌توان سرعت نوک انگشت اول را به‌دست آورد. رنج مبنا نیز در معادله‌ی ۵ در تعریف رنج اعمالی به جسم در نقطه‌ی تماس آمده است.

$$B_i^T V_{l_{f_i l_{o_i}}} = ۰$$
$$\widetilde{J}_{f_i} V_{pf_i} = G_i^T V_{po}$$
$$\widetilde{J}_{f_i} = B_i^T Ad_{gf_i l_{o_i}}^{-۱} \qquad (۲۱)$$

با استفاده از معادله‌ی ۱۱ و داشتن سرعت جسم و نوک انگشت اول، سرعت تماسی در انگشت اول به دست می‌آید. برای به‌دست آوردن سرعت‌های تماسی در سایر انگشتان ابتدا یک معیار پایداری معرفی می‌شود که در آن، نرخ تغییرات مختصات محلی استوانه برای حفظ تماس پایدار به دست می‌آید. اساس معیار پایداری در الگوریتم ارائه‌شده به این صورت است که اگر سه نقطه‌ی تماس با خطوط فرضی به هم متصل شوند، مساحت مثلث حاصل همواره بیشینه می‌ماند. بیان ریاضی این مطلب بیشینه‌شدن مقدار E در رابطه‌ی ۲۲ ارائه شده است:

$$E(\vec{\alpha}_o) = \frac{۱}{۴}(||X(\alpha_{o۳}) - X(\alpha_{o۱})||^۲ ||X(\alpha_{o۲}) - X(\alpha_{o۱})||^۲ - ((X(\alpha_{o۳}) - X(\alpha_{o۱})) \cdot (X(\alpha_{o۲}) - X(\alpha_{o۱})))^۲) \qquad (۲۲)$$



شکل ۶. الگوریتم شبیه‌سازی سینماتیکی حرکت ربات سه‌انگشتی.

Archive of SID
www.SID.ir

که در آن $X(\alpha_{oi})$ ها مختصات نقاط تماس‌اند. با استفاده از رابطه‌ی ۹ و داشتن نرخ تغییرات مختصات محلی، سرعت تماسی برای انگشتان دیگر به‌دست می‌آید. رابطه‌ی ۲۳ بیان‌گر رابطه‌ی نرخ تغییرات مختصات محلی و سرعت‌های تماسی است. جایگذاری رابطه‌ی ۲۳ در رابطه‌ی ۱۱ به معادله‌ی ۲۴ می‌انجامد. این فرم از معادله برای به‌دست آوردن سرعت نوک انگشتان با داشتن نرخ تغییرات مختصات محلی مناسب است.

$$\begin{bmatrix} -\omega_y^i \\ \omega_x^i \end{bmatrix} = (k_{f_i} + \tilde{k}_{o_i}) R_{\psi_i}^{-1} M_{o_i} \dot{\alpha}_{o_i}$$

$$\tilde{V} p f_i = Ad_{g_{oloi}}^{-1} V_{po} - T_i(\eta_i) R_{\psi_i}^{-1} M_{o_i} \dot{\alpha}_{o_i} \qquad (۲۳)$$

$$T_i(\eta_i) = Ad_{g_{lo_i lf_i}} B_i^c R_o (k_{f_i} + \tilde{k}_{o_i})$$

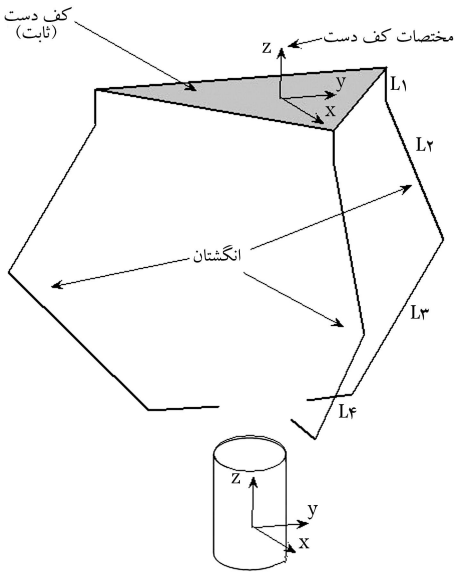
$$B_h^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad R_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۲۴)$$

نتایج حاصل از شبیه‌سازی حرکت برای یک حرکت دورانی در استوانه، مؤید اعتبار و کارایی الگوریتم به‌دست آمده است.

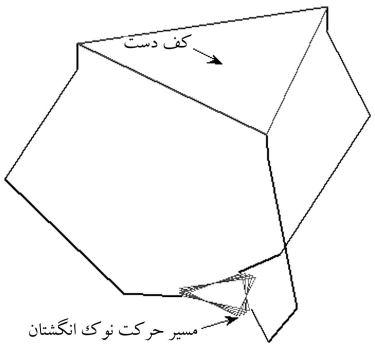
نتایج شبیه‌سازی سینماتیک

شبیه‌سازی حرکت سینماتیک بر روی ربات سه‌انگشتی با مشخصات موجود در جدول ۱ برای حرکت استوانه انجام شده است. در این شبیه‌سازی استوانه با حفظ تماس غلتشی، دورانی معادل ۲۲٫۵ درجه حول محور Z استوانه می‌زند (شکل۷).

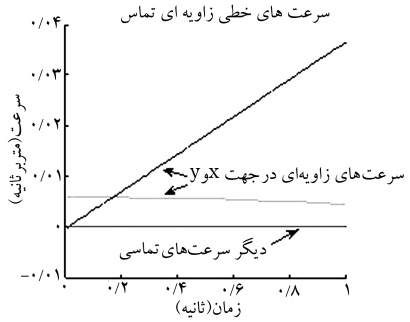
در شکل ۸ مسیر حرکت نوک انگشتان حین حرکت و مثلث فرضی بین نوک انگشتان نشان داده شده است. همین‌طور در شکل ۹ سرعت‌های تماسی حین حرکت ذکرشده نشان‌داده شده است. در این شکل ملاحظه می‌شود که سرعت‌های ν_x, ν_y, ν_z و ω_z برابر صفرند. یعنی حین مانور حرکت فقط غلتش بین انگشتان و استوانه وجود دارد.



شکل ۷. موقعیت مختصات استوانه و پایه نسبت به هم.



شکل ۸. مسیر حرکت نوک انگشتان حین مانور دوران در شبیه‌سازی سینماتیک.



شکل ۹. سرعت‌های تماسی حین حرکت دورانی استوانه.

شبیه‌سازی دینامیکی حرکت

دست رباتیکی به‌صورت ترکیبی از چند انگشت که کاملاً مجزا عمل می‌کنند، معرفی می‌شود. با استفاده از روش لاگرانژ، معادله‌ی حرکت برای هر انگشت مطابق رابطه‌ی ۲۵ به دست می‌آید:

$$M_{fi}(\theta_i)\ddot{\theta}_i + N_{fi}(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \tau_i \qquad (۲۵)$$

که در آن θ_i زوایای مفصلی هر انگشت، M_{fi} ماتریس اینرسی و N_{fi} ماتریس جاذبه و نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز است. برای مدل دست سه‌انگشتی معادله‌ی حرکت چنین نوشته می‌شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{f_1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{f_2} & 0 \\ 0 & 0 & M_{f_3} \end{bmatrix}}_{M_h} \ddot{\theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} N_{f_1} \\ N_{f_2} \\ N_{f_3} \end{bmatrix}}_{N_h} \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}}_{\tau} \qquad (۲۶)$$

حرکت جسم صلب در فضا به‌صورت غیر مقید با استفاده از روابط نیوتن ـ اویلر طبق رابطه‌ی ۲۷ در فرم ماتریسی بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} mI & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu}^b \\ \dot{\omega}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^b \times m\nu^b \\ \omega^b \times I\omega^b \end{bmatrix} = F^b \qquad (۲۷)$$

که در آن m جرم جسم، I اینرسی، F^b نیروهای عمومیِ وارد بر جسم در مختصات متصل به جسم، ν^b و ω^b سرعت‌های خطی و زاویه‌یی جسم در مختصات متصل به جسم‌اند. برای استفاده از معادله‌ی ۲۷ به فرم شبیه به ۲۶ از مختصات محلی $x \in R^6$ استفاده شده است که سه مؤلفه‌ی اول بیان‌گر موقعیت جسم صلب و

Archive of SID
www.SID.ir

سه مؤلفه‌ی دیگر جهت جسم صلب را به‌صورت زوایای اویلر نشان می‌دهد. در این نوشتار از فرم زوایای اویلر $R_{xyz}(q_1, q_2, q_3)$ استفاده شده است. نرخ تغییرات مختصات محلی با استفاده از ژاکوبینِ رابطه‌ی ۲۸ به‌سرعت در مختصات متصل به جسم صلب تبدیل می‌شود.

$$\phi(x) = g$$

$$\begin{aligned} V^b &= [\phi^{-1}(x)\frac{\partial \phi}{\partial x}\dot{x}]^\vee \\ &= (\phi^{-1}\frac{\partial \phi}{\partial x_1})^\vee \dot{x}_1 + \ldots + (\phi^{-1}\frac{\partial \phi}{\partial x_6})^\vee \dot{x}_6 \\ &= [(\phi^{-1}\frac{\partial \phi}{\partial x_1})^\vee (\phi^{-1}\frac{\partial \phi}{\partial x_2})^\vee \ldots (\phi^{-1}\frac{\partial \phi}{\partial x_6})^\vee]\dot{x} \end{aligned}$$

$$V^b = J\dot{x} \qquad (۲۸)$$

بنابراین معادله‌ی حرکت جسم صلب چنین است:

$$M_o(x)\ddot{x} + N_o(x, \dot{x}) = F^b \qquad (۲۹)$$

برای سیستم مقید که در ربات سه‌انگشتی مورد بررسی وجود دارد، قیدهای غیر هولونومیک وارد معادلات می‌شود. با توجه به رابطه‌ی ۲۱ و این‌که $V^b = J^b\dot{\theta}$، J^b ژاکوبین انگشت است، می‌توان قید سیستم را به‌صورت رابطه‌ی ۳۰ نوشت:

$$J_h\dot{\theta} = G^T V_{Po} \Rightarrow [J_h \quad G^T J]\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow A(q)\dot{q} = 0 \qquad (۳۰)$$

نیروهای قیدی که به‌صورت عمود بر سطوح مقید اعمال می‌شوند با استفاده از رابطه‌ی ۳۱ بیان می‌شوند:

$$\Gamma = A^T(q)\lambda \qquad (۳۱)$$

که در آن λ میزان نیروهای قیدی در محل تماس را نشان می‌دهد. با استفاده از نیروهای قیدی حاصل از قید معادله‌ی ۳۰ و معادلات حرکت جسم و انگشتان، و نیز با استفاده از معادلات لاگرانژ دالامبر معادله‌ی حرکت جسم و انگشتان چنین بیان می‌شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix}}_{\overline{M}}\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} N_f \\ N_o \end{bmatrix}}_{\overline{N}} + \begin{bmatrix} -J_h^T \\ J^T G \end{bmatrix}\lambda = \underbrace{\begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix}}_{\overline{\tau}} \qquad (۳۲)$$

در این معادله نیروهای خارجی اعمالی به جسم معادل صفر در نظر گرفته شده است (می‌توان هر مقدار دیگری را وارد معادله کرد). با استفاده از معادله‌ی ۳۲ و مشتق معادله‌ی ۳۰ نسبت به زمان مقدار نیروهای قیدی به دست می‌آید.[۱۰و۱۱]

$$\begin{aligned} &A(q)\dot{q} = 0 \Rightarrow \dot{A}\dot{q} + A\ddot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = -A^{-1}\dot{A}\dot{q} \\ &\lambda = (A\overline{M}^{-1}A^T)^{-1}(A\overline{M}^{-1}(\overline{\tau} - \overline{N}) + \dot{A}\dot{q}) \end{aligned} \qquad (۳۳)$$

برای شبیه‌سازی حرکت دینامیکی نیز الگوریتمی ارائه شده است که روند آن به‌صورت زیر است:

۱. موقعیت‌های اولیه تنظیم می‌شود. مانند زوایای مفصلی و...؛

۲. شروع حلقه‌ی تکرار؛

۳. ماتریس‌های مشخصه‌ی سطح (K, M, T) برای جسم و انگشتان به دست می‌آید (معادلات ۷ و ۸)؛

۴. اعمال گشتاور مفصلی برای شروع شبیه‌سازی؛

۵. ماتریس‌های جرم، شتاب‌گریز از مرکز و کوریولیس، جاذبه‌ی انگشتان (M_f, N_f) و جسم (M_o, N_o) محاسبه می‌شود؛

۶. ماتریس ژاکوبین دست (J_h)، نگاشت گرفتن (G)، ژاکوبین حرکت جسم (J) به‌روز شده و با استفاده از معادله‌ی ۳۰ $A(q)$ محاسبه می‌شود؛

۷. مقدار نیروهای قیدی λ با استفاده از رابطه‌ی ۳۳ محاسبه می‌شود؛

۸. با استفاده از نتایج قسمت ۷ شرط عدم لغزش بررسی می‌شود. اگر لغزش اتفاق افتاده، به قسمت ۱۷ برو. (زیرا شرط غلتش که معادلات دینامیک بر اساس آن نوشته شده از دست می‌رود)؛

۹. شتاب سیستم $(\ddot{q})$ با استفاده از رابطه‌ی ۳۲ به‌دست می‌آید؛

۱۰. با استفاده از انتگرال‌گیری اویلر مقادیر جدید پارامترهای حالت $(q, \dot{q})$ به‌دست می‌آید؛

۱۱. ژاکوبین انگشتان (J^b) به‌روز می‌شود؛

۱۲. سرعت نوک انگشتان با استفاده از $V^b = J^b\dot{\theta}$ محاسبه می‌شود؛

۱۳. نرخ تغییرات متغیرهای تماس محلی به‌دست می‌آید؛

۱۴. با استفاده از انتگرال اویلر متغیرهای محلی جدید محاسبه می‌شود؛

۱۵. تمامی متغیرهای محاسبه شده به‌روز می‌شود و حرکت مدل در محیط نرم‌افزارِ مطلب نشان داده می‌شود؛

۱۶. پله زمانی افزایش یابد و به قسمت ۲ برو؛

۱۷. پایان.

ارزیابی کارایی این الگوریتم در قسمت بعدی (نتایج شبیه‌سازی دینامیکی) ارائه شده است.

نتایج شبیه‌سازی دینامیکی

با استفاده از چهار گشتاور اعمالی به مفاصل هر انگشت شبیه‌سازی حرکت روی استوانه‌یی به وزن ۱۰۰ گرم، شعاع ۱۳ میلی‌متر و ارتفاع ۵۰ میلی‌متر صورت می‌گیرد. گشتاورهای اعمالی که در آن‌ها مقادیر گشتاورها نسبت به زمان ثابت‌اند، عبارت‌اند از:

$$1st\ link\ torque : 0/01\ N.m$$

$$2nd\ link\ torque : (0/963 * t - 0/565)N.m$$

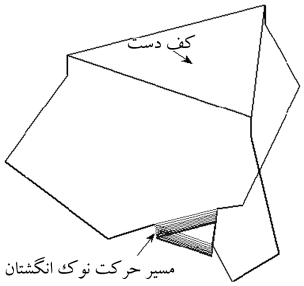
$$3rd\ link\ torque : (0/583 * t - 0/870)N.m$$

$$4th\ link\ torque : (0/0438 * t - 0/1)N.m$$

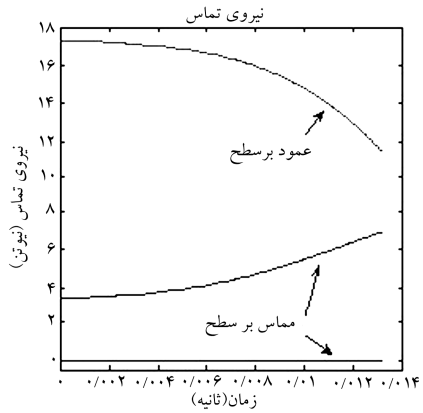
ابعاد و وزن لینک‌های هر انگشت در جدول ۱ آمده است. مسیر حرکت نوک انگشتان با توجه به گشتاورهای اعمالی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. انتهای مسیر جایی است که در آن شرط عدم لغزش ارضاء نمی‌شود. عدم ارضاء این شرط در شکل ۱۱ در زمان ۰/۰۱۳ ثانیه، با کاهش نیروی عمودی و افزایش نیروی مماسی محل تماس نشان داده شده است. در این زمان برآیند نیروی تماسی بیرون از مخروط اصطکاک

Archive of SID

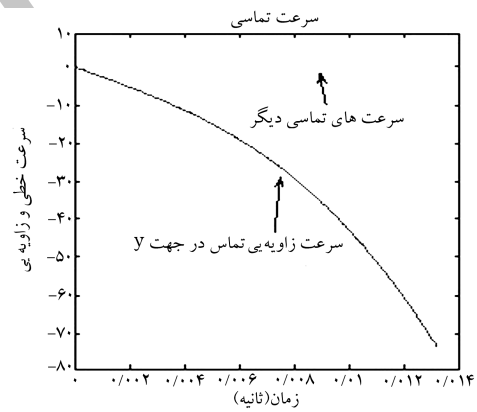
www.SID.ir



شکل ۱۰. شبیه‌سازی دینامیکی حرکت استوانه توسط انگشتان.



شکل ۱۱. نیروهای قیدی در شبیه‌سازی دینامیکی.



شکل ۱۲. سرعت تماسی در شبیه‌سازی دینامیکی.

قرار می‌گیرد. همچنین در شکل ۱۲ سرعت‌های مماسی برای این مانور حرکتی نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تنها مقدار غیر صفر سرعت دورانی حول محور Y مختصات تماسی است. بنابراین فقط تماس غلتشی حین حرکت استوانه وجود دارد.

نتیجه‌گیری

در این نوشتار معادلات سینماتیک و دینامیک و بهینه‌سازی نیروهای تماس برای حرکت یک استوانه بین انگشتان دست با استفاده از تماس غلتشی ارائه شده است. در این تحقیق جابه‌جایی یک استوانه توسط دست سه‌انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به این که حرکت انگشتان روی استوانه به‌شکل غلتشی در نظر گرفته شده، سینماتیک تماس غلتشی به دست آمده است. همین‌طور سینماتیک حرکت انگشتان در فضای R^6 با استفاده از روش نمایی به‌دست آمده است.

با توجه به موقعیت اولیه و نهاییِ جسم مسیر حرکت فضایی جسم طراحی شده است. برای شبیه‌سازی حرکت جسم الگوریتمی ارائه شده که در آن یک روش ساده و کارآمد برای حفظ پایداری جسم ارائه شده است. با توجه به این که حرکت جسم شبه‌استاتیک است، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها و به‌دست آوردن نیروهای بهینه با استفاده از روش بهینه‌سازی محدب انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی سینماتیک در نرم‌افزار مطلب (MATLAB) با مأموریت تعریف‌شده برای ربات سازگاری کامل دارد.

در خاتمه نیز مسئله‌ی دینامیک با در نظرگرفتن قید تماس غلتشی به دست آمده است. نتایج شبیه‌سازی روی مدل دینامیکی به‌دست آمده صحت مدل را تأیید می‌کند. بهینه‌سازی و شبیه‌سازی‌های ارائه‌شده تماماًدر محیط MATLAB انجام شده و به‌صورت سه‌بعدی قابل نمایش است. نتایج نشان داده‌شده مؤید اعتبار و صحت مدل‌ها هستند.

فهرست علائم

B_c: ماتریس رنج مبنا
FC: مخروط
F_c: رنج اعمالی در نقاط تماس
F_o: رنج اعمالی به جسم توسط انگشتان
f_{ext}: رنج خارجی وارد بر جسم
f_c: نیروی اعمالی در نقطه تماس
g_{ab}: ماتریس پیکربندی مختصات b نسبت به a
J_h: ژاکوبین دست سه‌انگشتی
J_{st}: ژاکوبین بازوی مکانیکی
L_o: محور مختصات محلی تماس روی جسم
L_f: محور مختصات محلی تماس روی انگشت
M_o: ماتریس جرم جسم
M_f: ماتریس جرم انگشتان
N_o: بردار نیروهای گرانش و کوریولیس و گریز از مرکز برای جسم
N_f: بردار نیروهای گرانش و کوریولیس و گریز از مرکز برای انگشتان
q: پارامتر متغیرهای حالت برای سیستم
SE: فضای خاص اقلیدسی
V_{ab}^a: بردار توئیست b نسبت به a در مختصات b
ν_{ab}: بردار سرعت خطی b نسبت به a
x: مختصات محلی برای بیان پیکربندی جسم نسبت به پایه

فهرست علائم یونانی

α: مختصات محلی تماس
ϕ: ماتریس پیکربندی جسم نسبت به پایه
Γ: نیروهای قیدی
ρ: شعاع استوانه یا کره
τ: گشتاور اعمالی به مفاصل
ω_{ab}: بردار سرعت دورانی b نسبت به a
ζ: بردار مختصات توئیست محورهای دورانی

Archive of SID
www.SID.ir

پانوشت

1. twist
2. semi-definite programming

منابع

1. Cole, A.; Hauser, J., and Sastry, S. "Kinematics and control of multifingered robot hand with rolling contact", *IEEE Transaction on Automatic Control,* **34**(4), pp.398-404 (1989).
2. Montana, D. "The kinematics of multi-fingered manipulation", *IEEE Transaction on Robotic Automation,* **11**(4), pp. 491-503, (1995).
3. Han, L.; Guan, Y.S.; Li, Z.X.; Shi, Q., and Trinkle, J.C. "Dexterous manipulation with rolling contacts", *In Proc. of IEEE International Conf. on Robotics and Automation,* (1997).
4. Han, L.; Li, Z.X.; Trinkle, J.C.; Qin, Z., and Jiang, S. "The planning and control of robot dexterous manipulation", *IEEE International Conf. on Robotics and Automation,* (2000).
5. Buss, M.; Hashimoto, H., and Moore, J. "Dexterous hand grasping force optimization", *IEEE Transaction on Robotic Automation*, **12**(3), pp. 406-418 (1996).
6. Shilong, J. " Sensor based manipulation for multi-fingered robotic hand", Ph. D thesis, HKUST, (2000).
7. Murray, R.; Li, Z.X., and Sastry, S. *A mathematical introduction to robotic manipulation*, CRC Press, 1994, printed in the US.
8. Mason, M., and Salisbury, K. *Robot hands and the mechanics of manipulation*, MIT Press, (1985).
9. Grant, M.; Boyd, S., and Ye, Y. *CVX Users' Guide*, Stanford University, (2006).
10. Schlegl, T.; Strobl, F., and Buss, M. "Accurate discrete-continuous dynamical simulation of dextrous manipulation", *Proceed. of the 2001 IEEE/RSJ International Conf.* on Intelligent Robots and Systems, pp. 120-125, (2001).
11. Turner, M.L. "Programming dexterous manipulation by demonstration", Ph. D thesis, Stanford University, (Jun 2003).

Archive of SID

www.SID.ir