

شبیه‌سازی عددی مخازن هیدروکربنی سه‌بعدی با استفاده از مدل نفت سیاه به‌روش اختلاف محدود ضمنی

رحیم محمدحسینی خراسانی (کارشناس ارشد)
دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بهبهان

سیده‌هدی سید نصرالله (پژوهنده ارشد)
پژوهشگاه صنعت نفت

مهرداد تقی‌زاده منطوری (استاد)

سیامک کاظم‌زاده حنایی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار با استفاده از مدل نفت سیاه، یک روش عددی برای شبیه‌سازی مخازن هیدروکربنی سه‌بعدی ارائه شده است. در این راستا، سیال مخزن به‌صورت سه‌فازی - سه‌جزئی مدل‌سازی می‌شود، از اثر تغییرات دما صرف‌نظر می‌شود، تراکم‌پذیری سنگ مخزن و نیز اثر فشار موئینگی لحاظ می‌شود. معادلات حاکم بر جریان برای هر دو حالت اشباع زیر اشباع ارائه شده و اثر جملات مختلف آن تبیین می‌شود؛ سپس روش حل عددی اختلاف محدود که بر روی یک شبکه یا سازمان پیاده‌سازی شده به‌طور کامل تشریح می‌شود. روش عددی مورد استفاده از اختلاف مرکزی در مکان و روش اویلر پس‌رو در زمان استفاده می‌کند. همچنین روش خطی‌سازی معادلات و الگوریتم حل عددی ارائه می‌شود. برای ارزیابی روش حل پیشنهادی، دو مسئله‌ی نمونه مربوط به مخازن واقعی مشهور به SPE^{-1} و SPE^{-8} حل، و نتایج شبیه‌سازی با داده‌های موجود در منابع علمی مقایسه می‌شود. نتایج عددی حاصل حاکی از تطابق خوب این نتایج با نتایج حاصل از سایر شبیه‌سازها است.

واژگان کلیدی: جریان چندفازی، محیط متخلخل، روش اختلاف محدود ضمنی، شبیه‌سازی سه‌بعدی، مخازن هیدروکربنی.

مقدمه

سناریوهای مختلف برداشت با هزینه‌ی ناچیز و به‌صورت مجازی، سناریوی بهینه را تعیین کنند.

مطالعه‌ی جریان سیال در یک مخزن هیدروکربنی کاری پیچیده است و به اطلاعات آزمایشگاهی متعددی نیاز دارد. از جمله‌ی این پیچیدگی‌ها می‌توان به ناهمگنی در تخلخل و تراوایی سنگ مخزن، چندفاز بودن سیال، پیچیدگی هندسی و وجود ترک اشاره کرد. تهیه‌ی اطلاعات لازم برای شبیه‌سازی مستلزم همکاری گروهی از متخصصین رشته‌های مختلف شامل زمین‌شناسی، لرزه‌نگاری، مهندسی مخزن، ریاضی، رایانه و شبیه‌سازی است.^[۱] معمولاً داده‌های مربوط به هر قسمت با همکاری دست کم دو گروه از متخصصین رشته‌های مختلف تعبیر و تفسیر می‌شود تا برای استفاده‌ی گروه‌های دیگر آماده شود. حجم این داده‌ها معمولاً بسیار زیاد است و برای آن که بتوان از آن‌ها در عملیات شبیه‌سازی استفاده کرد، انجام عملیات ریاضی خاصی مورد نیاز است. از طرف دیگر رفتار سیال چندفازی موجود در

میزان نفت یا گازی که از مخازن هیدروکربنی استخراج می‌شود، بستگی زیادی به برنامه‌ریزی تولید - شامل نحوه‌ی تولید، زمان تولید و چگونگی اعمال روش‌های ازدیاد برداشت بر روی هر مخزن - دارد. امروزه یکی از مهم‌ترین ابزارهای مورد استفاده در انجام این تصمیم‌گیری «شبیه‌سازی عددی» به‌کمک رایانه است.^[۱] هدف اصلی از شبیه‌سازی، تشخیص بهتر چگونگی حرکت سیالات مخزن در حین عملیات تولید و همچنین پیش‌بینی دقیق‌تر میزان تولید چاه‌ها تحت شرایط کاری مختلف است. با به‌کارگیری صحیح این ابزار، مهندسی‌ن قادر خواهند بود علاوه بر تخمین دقیق‌تر میزان برداشت نفت یا گاز، فرایند تولید را به‌گونه‌ی تنظیم کنند که علاوه بر تولید مطلوب، از وارد آمدن صدمه به مخزن بر اثر برداشت نامناسب جلوگیری به‌عمل آید. در عین حال مهندسی‌ن به‌کمک این ابزار قادر خواهند بود ضمن شبیه‌سازی

تاریخ: دریافت ۲۶/۳/۱۳۸۷، داوری ۲۲/۲/۱۳۸۸، پذیرش ۲۶/۸/۱۳۸۸.

مخزن به دلیل اندرکنش‌های متعدد بین فازها و سنگ، و نیز تأثیر امتزاج‌پذیری در رفتار فازی این سیال پیچیدگی خاصی دارد و نیازمند طیف گسترده‌ی آزمایشات است. هرگونه عیب و نقص در داده‌های مذکور منجر به ورود خطا در عمل شبه‌سازی می‌شود و اعتبار نتایج را به مخاطره می‌اندازد. در این نوشتار به منظور دوری جستن از این مشکل، دو مسئله‌ی مدل (SPE^{-1} و SPE^{-8}) که داده‌های مربوط به آنها به‌طور گسترده در سطح بین‌المللی مورد تأیید و استفاده قرار گرفته، تحت بررسی قرار می‌گیرد.^[۱۷]

شبه‌سازی جریان چندفاز در محیط متخلخل در دو دهه‌ی اخیر به‌طور گسترده مورد توجه محققین قرار گرفته است.^[۱۸] با افزایش قدرت و سرعت رایانه‌ها، شبه‌سازی در زمینه‌ی مهندسی مخازن جایگاه مهمی پیدا کرده و امروزه نرم‌افزارهای تجاری مختلفی در این زمینه موجود است. مشکل اصلی این نرم‌افزارها هزینه‌ی بالای آنها و مخفی بودن لایه‌های تحلیل فیزیکی و ریاضی در آنهاست. به‌علاوه چنانچه مهندسی‌ن بخواهند از آنها برای کار بهینه‌سازی بهره بگیرند، سرعت محاسباتی کافی را در اختیار نخواهند داشت. این در حالی است که نسخه‌ی پردازش موازی این نرم‌افزارها بسیار گران است و معمولاً در اختیار مشتریان قرار نمی‌گیرد، بلکه خدمات این کار به‌صورت مشاوره عرضه می‌شود. یکی از مهم‌ترین اهداف این تحقیق، در وهله‌ی اول بومی‌سازی نرم‌افزارهای شبه‌سازی، و سپس ارائه‌ی نسخه‌ی پردازش موازی آن به جامعه‌ی مهندسی مخزن کشور بوده است.

تحلیل جریان در محیط‌های متخلخل که اساس مطالعات شبه‌سازی مخزن را تشکیل می‌دهد، با آزمایشات هانری داری در ۱۸۴۶ آغاز شد. مدل داری برای جریان تک‌فاز در محیط متخلخل بی‌شک پرکاربردترین مدل در این شاخه از علوم بوده و علی‌رغم انجام برخی اصلاحات هنوز هم کاربرد گسترده‌ی در مهندسی مخزن دارد. از جمله‌ی این اصلاحات، در نظر گرفتن چند فاز در کنار هم و به‌تبع آن لحاظ کردن اثر فشار موئینگی در مدل است که در مدل ارائه‌شده توسط پیسمن (Peaceman) به آن اشاره شده است. در حقیقت مدل داری یک معادله‌ی سازگاری برای مرتبط‌ساختن شدت جریان با اختلاف فشار است. این رابطه باید در کنار معادلات بقای جرم اجزای سیستم و به همراه مدل‌های مربوط به فشار موئینگی و تراوایی مورد تحلیل قرار گیرد.^[۱۹] در مراجع مربوط به جریان چندفاز مدل‌های متعددی برای فشار موئینگی و تراوایی وجود دارد که اکثراً برای جریان‌های دوفاز تدوین شده اما بعداً به جریان‌های سه‌فاز توسعه یافته‌اند.^[۲۰] در مهندسی مخزن، اغلب در کنار مدل‌های فوق‌الذکر مدل‌هایی نیز برای ترک‌دار بودن مخزن، غیرنیوتنی بودن سیال و اثرات دمایی باید به‌کار رود.^[۲۱]

معادلات حاکم بر جریان در مخازن هیدروکربنی پیچیدگی‌های متعددی دارد. نخست آن که این معادلات به‌شدت به هم وابسته‌اند و هرگونه خطا در حل یکی از معادلات به داخل معادلات دیگر منتشر می‌شود. دوم این که مخزن در حین مراحل تولید ممکن است شرایط مختلفی را تجربه کند، و مثلاً از حالت زیراشباع به حالت اشباع یا برعکس تغییر وضع دهد. سومین پیچیدگی مربوط به ویژگی معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان است بدین صورت که با تغییر در شرایط فیزیکی مسئله، ممکن است نوع معادلات عوض شود و مثلاً از شکل بیضوی به سهموی، یا از سهموی به هذلولوی تبدیل شوند. این مشکلات، حل عددی معادلات حاکم را دوچندان دشوار می‌سازد. عامل کنترل‌کننده‌ی بسیار مهم در این امر، انتخاب نوع متغیرهای اصلی مسئله است. انواع مختلف متغیرها و مزایا و معایب مربوط به هر دسته از متغیرهای اصلی توسط محققین بررسی شده و معیارهای مفیدی برای تصمیم‌گیری در این خصوص ارائه شده است.^[۲۲] از جمله‌ی این معیارها، عدم حذف اثر یک متغیر فیزیکی در حین حل مسئله است. مثلاً اگر فشار آب مخزن

یک متغیر اصلی باشد، حذف فاز آب از مخزن منجر به مشکلات عددی و غیرواقعی شدن شبه‌سازی خواهد شد. از طرفی برخی از مجموعه متغیرهای اصلی شرایط معادلات را از نظر وابستگی به هم بهتر می‌سازند و لذا حل عددی آنها را تسهیل می‌کنند. استفاده از متغیر فشار عمومی یکی از این انتخاب‌هاست که در برخی شرایط بسیار مفید است.^[۲۳] از سوی دیگر، در مراجع مربوط به مخازن هیدروکربنی بیان ریاضی معادلات به‌شیوه‌های مختلفی صورت گرفته که هر یک مزایا و معایب خاص خود را دارند. در یکی از بهترین شیوه‌های مورد استفاده این معادلات به بروز شکل ماتریسی فشرده‌ی منجر می‌شود.^[۲۴]

در نوشتار حاضر از مدل نفت سیاه استفاده می‌شود که یک مدل سه‌فاز و سه‌جزئی است. فازها عبارت‌اند از آبی و مایع و بخار که به‌ترتیب با علامت w ، o و g نشان داده می‌شوند و اجزاء عبارت‌اند از آب و نفت و گاز که به‌ترتیب با علامت O ، W و G نشان داده می‌شوند. در این مدل فاز آبی فقط حاوی آب خواهد بود و جزء آب تنها در این فاز حضور خواهد داشت. اما در فاز مایع و بخار، هر دو جزء نفت و گاز قابلیت حضور دارند. به عبارت دیگر نفت می‌تواند تبخیر و به فاز بخار وارد شود، و نیز گاز می‌تواند متراکم شود و به‌صورت میعان در فاز مایع قرار گیرد. جزء نفت در واقع مایع باقی‌مانده از مخلوط هیدروکربنی در شرایط استاندارد (فشار اتمسفر و دمای ۶۰ درجه فارنهایت است) و جزء گاز بقیه‌ی این مخلوط است.

روش‌های حل عددی جریان چندفاز در محیط متخلخل طیف گسترده‌ی از روش‌ها را شامل می‌شوند. اگر فرایند «حل عددی» به دو قسمت تجزیه‌ی مکانی و تجزیه‌ی زمانی تقسیم شود، تفکیک روش‌ها آسان‌تر خواهد بود. در واقع برای تجزیه‌ی مکانی معادلات روش‌های اختلاف محدود، حجم محدود و اجزاء محدود کاربرد گسترده‌ی می‌یابند.^[۲۵] در این میان روش‌های ترکیبی نظیر روش «اجزای محدود برمیانی حجم معیار» به‌منظور استفاده‌ی بهینه از توانایی‌های دو روش مورد استفاده قرار گرفته و به‌رغم پیچیدگی بیشتر، به روش‌هایی با کارایی مناسب بدل گشته‌اند.^[۲۶] روش‌های مرتبه بالایی نظیر روش گالریکین ناپیوسته نیز در بین روش‌های مناسب برای شبه‌سازی مخزن، به‌ویژه مخزن ترک‌دار، جایگاه ویژه‌ی یافته‌اند.^[۲۷]

حل زمانی یا تجزیه زمانی معادلات به سه شیوه‌ی عمده انجام می‌شود: روش‌های کاملاً صریح، روش‌های کاملاً ضمنی و روش‌های شبه ضمنی (صریح - ضمنی). استفاده از روش‌های صریح، کار تدوین الگوریتم و برنامه‌نویسی را بسیار آسان می‌کند اما منجر به اعمال محدودیت شدید بر اندازه‌ی گام زمانی مجاز می‌شود؛ این روش‌ها فقط از پایداری مشروط برخوردارند. روش‌های ضمنی دارای پایداری غیرمشروط‌اند اما از نظر پیاده‌سازی پیچیده‌ترند. حجم محاسبات در هر گام زمانی نیز به‌مراتب بیشتر است اما می‌توان اندازه‌ی گام زمانی را بسیار بزرگ‌تر از حالت قبل انتخاب کرد. این امر در مواردی که مدت زمان شبه‌سازی طولانی است و مثلاً در مورد شبه‌سازی مخزن می‌تواند تا چند سال افزایش یابد، مفید است. روش‌های شبه ضمنی از تلفیق دو روش صریح و ضمنی به وجود می‌آیند و از مزایا و معایب هر دو روش برخوردارند.^[۲۸] یکی از پرطرفدارترین روش‌های مورد استفاده در مهندسی مخزن روشی است موسوم به «فشار ضمنی - درجه اشباع صریح (IMPES)» که در آن، در هر گام زمانی معادلات حاکم بر جریان شامل معادلات سرعت و فشار به‌صورت ضمنی برای متغیر فشار حل می‌شود و پس از آن معادلات مربوط به انتقال اجزا برای متغیر درجه اشباع حل خواهد شد.^[۲۹]

در نوشتار حاضر از یک روش اختلاف محدود ضمنی برای حل معادلات جریان با مدل نفت سیاه استفاده شده است. ساول‌های محاسباتی به‌صورت مکعب مستطیل در نظر گرفته می‌شود و از روش نیوتن برای خطی‌سازی دستگاه معادلات

بودن به‌کار می‌رود که در آن R_{so} نسبت حل شدن گاز در نفت اشباع است:

$$N_G > R_{so} N_O \quad \text{سه فاز} \quad (10)$$

$$N_G \leq R_{so} N_O \quad \text{دو فاز} \quad (11)$$

شیوه‌ی محاسبه‌ی خواص در حالت اشباع (سه فاز) عبارت است از: [۱۰]

$$R_o = R_{so} \quad (12)$$

$$\rho_g = \frac{\rho_{GS}}{B_g} \quad (13)$$

$$\rho_o = \frac{\rho_{OS} + R_{so} \rho_{GS}}{B_{so}} \quad (14)$$

$$\rho_w = \frac{\rho_{WS}}{B_w} = \rho_{WS} b_w \quad (15)$$

$$S_g = B_g (N_G - R_{so} N_O) \quad (16)$$

$$S_o = B_{so} N_O \quad (17)$$

$$S_w = B_w N_W = 1 - S_g - S_o \quad (18)$$

$$N_W = [1 - (B_{so} - B_g R_{so}) N_O - B_g N_G] b_w \quad (19)$$

در حالت زیر اشباع (دو فاز آب و نفت) نیز این خواص چنین محاسبه می‌شوند: [۱۰]

$$R_o = \frac{N_G}{N_O} \quad (20)$$

$$B_o = B_{do} + (B_{so}^* - B_{do}^*) \frac{R_o}{R_{so}} \quad (21)$$

$$S_o = B_o N_O \quad (22)$$

$$S_w = B_w N_W = 1 - S_o \quad (23)$$

$$N_W = (1 - B_o N_O) b_w \quad (24)$$

ρ_o و ρ_w مانند حالت سه‌فاز، و از رابطه‌های ۱۴ و ۱۵ محاسبه می‌شوند. تغییر تخلخل فقط به‌صورت تابعی از فشار مخزن بیان می‌شود:

$$\phi = \phi_o (1 + c_\phi P_w) \quad (25)$$

که در آن c_ϕ ضریب تراکم‌پذیری سنگ است. در مورد مدل تراوایی و فشار موئینگی مورد استفاده، در ادامه توضیح داده خواهد شد.

روش حل عددی

روش تجزیه‌ی مکانی مورد استفاده در این نوشتار روش اختلاف محدود است که بر روی یک شبکه یا سازمان پیاده‌سازی می‌شود. معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی ۱ تا ۳ به‌کمک روش اختلاف محدود مرکزی گسسته‌سازی شده که براساس آن ثابت‌های گذردهی بیان، و متغیرهای N_G ، N_O ، P_W به‌عنوان مجهولات اولیه انتخاب شده‌اند. [۱۰] به‌منظور دست‌یابی به پایداری حل عددی، جملات انتقال توسط فرمول بندی بالادستی برای مقادیر روی لبه‌ی سلول‌ها به‌کار می‌رود. همچنین گسسته‌سازی در زمان به‌کمک روش «اویلر پسرو» انجام می‌شود. پس از انجام گسسته‌سازی، دستگاه معادلات غیرخطی حاصله به‌وسیله‌ی روش نیوتن خطی شده و سپس دستگاه معادلات خطی حاصل به‌کمک یک روش مناسب حل می‌شود. این عمل در هر گام زمانی تکرار می‌شود. [۱۰]

غیرخطی به دست آمده استفاده می‌شود. اعتبار روش به‌کمک حل دو مسئله‌ی نمونه سنجیده می‌شود. مسئله‌ی اول شبیه‌سازی تزریق گاز در یک مخزن واقعی است که اجزاء آن را نفت و آب تشکیل می‌دهد، و مسئله‌ی دوم مربوط به تزریق گاز در مخزنی است که فقط با نفت پر شده است. نتایج هر دو مسئله با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده است. در ادامه‌ی نوشتار ابتدا معادلات حاکم بر جریان سیال در مخزن بیان خواهد شد و پس از آن با تشریح شکل گسسته‌سازی شده معادلات، روش عددی به کار رفته تشریح می‌شود. در انتها نتایج حاصل از حل عددی دو مسئله‌ی نمونه ارائه می‌شود.

معادلات حاکم

معادلات بقای جرم برای سه جزء آب، نفت و گاز عبارت‌اند از: [۱۰]

$$\frac{\partial(\phi N_W)}{\partial t} = -\nabla \cdot U_W + q_W \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\phi N_O)}{\partial t} = -\nabla \cdot U_O + q_O \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\phi N_G)}{\partial t} = -\nabla \cdot (U_G + R_O U_O) + q_G \quad (3)$$

در این رابطه‌ها ϕ ضریب تخلخل، N_M غلظت جزء M در فضای خالی المان، U_M دبی جرمی جزء M بر واحد سطح، q_M نرخ جرمی تزریق برای جزء M ، R_O نسبت حل شدن گاز در نفت، و زمان t هستند. از قانون دارسی برای مدل نفت‌سیاه می‌توان به‌منظور محاسبه‌ی سرعت جرمی هر جزء در فاز متناظر آن بهره‌جست. [۱۰] که با فرض در نظر گرفتن گرانش و ثابت بودن گرانروی سیال چنین خواهد بود:

$$U_W = -\frac{K k_{rw}}{B_w \mu_w} (\nabla P_w - \rho_w g \nabla D) \quad (4)$$

$$U_O = -\frac{K k_{ro}}{B_o \mu_o} (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D) \quad (5)$$

$$U_G = -\frac{K k_{rg}}{B_g \mu_g} (\nabla P_g - \rho_g g \nabla D) \quad (6)$$

در این رابطه‌ها K نفوذپذیری مطلق، k_{rm} نفوذپذیری نسبی، P_m فشار ρ_m چگالی، μ_m لزجت و B_m ضریب تشکیل حجمی فاز m هستند. همچنین D نشان‌گر عمق نسبت به یک مبدأ معین، و g شتاب ثقل است. به‌دلیل وجود تعادل حجمی، درجات اشباع فازها که بیان‌گر نسبت حجمی فاز به حجم کل هستند باید معادله‌ی ۷ را ارضا کنند:

$$S_w + S_o + S_g = 1 \quad (7)$$

که در آن S_w ، S_o و S_g به‌ترتیب درجه‌ی اشباع فازهای آب، نفت و گاز هستند. ارتباط بین فشار فازها از طریق فشار موئینگی به‌صورت تابعی از درجه‌ی اشباع برقرار می‌شود. بدین ترتیب فشار موئینگی بین فازهای نفت و آب (P_{cow}) و فشار موئینگی بین فازهای گاز و نفت (P_{cgo})، چنین تعیین می‌شوند:

$$P_{cow}(S_w) = P_o - P_w \quad (8)$$

$$P_{cgo}(S_g) = P_g - P_o \quad (9)$$

در اینجا فرض بر این است که نفت در تماس آب و نفت، و گاز در تماس گاز و نفت فاز غیرترکندنده است. معیار زیر برای تعیین حالت سیال از نظر زیر اشباع یا اشباع

برای ساده‌شدن روابط، حجم المان V_{ijk} را در آنها ضرب می‌کنیم و باقی‌مانده‌ها را برای معادلات بقای جرم به دست می‌آوریم:

$$R_{W,ijk}^K = V_{ijk} \left\{ (\phi N_W)_{ijk}^K - (\phi N_W)_{ijk}^n + \Delta t_{n+1} [\nabla \cdot U_W - qW]_{ijk}^K \right\} \quad (32)$$

$$R_{O,ijk}^K = V_{ijk} \left\{ (\phi N_O)_{ijk}^K - (\phi N_O)_{ijk}^n + \Delta t_{n+1} [\nabla \cdot U_O - qO]_{ijk}^K \right\} \quad (33)$$

$$R_{G,ijk}^K = V_{ijk} \left\{ (\phi N_G)_{ijk}^K - (\phi N_G)_{ijk}^n + \Delta t_{n+1} [\nabla \cdot (U_G + R_o U_O) - qG]_{ijk}^K \right\} \quad (34)$$

مؤلفه‌ی سرعت جرم برای جزء M با استفاده از طرح اختلاف محدود مرکزی در مکان، گسسته‌سازی می‌شود:

$$\Delta t_{n+1} V_{ijk} (\nabla \cdot U_M)_{ijk}^K = -\lambda_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K \left[P_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K - P_{m,ijk}^K - \rho_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K g(D_{i+\frac{1}{2},jk} - D_{ijk}) \right] + \lambda_{m,i-\frac{1}{2},jk}^K \left[P_{m,ijk}^K - P_{m,i-\frac{1}{2},jk}^K - \rho_{m,i-\frac{1}{2},jk}^K g(D_{ijk} - D_{i-\frac{1}{2},jk}) \right] \quad (35)$$

جملات مشابه در راستاهای y و z :

همچنین جمله‌ی ناشی از سرعت نفت در معادله‌ی گاز عبارت خواهد بود از:

$$\Delta t_{n+1} V_{ijk} [\nabla \cdot (R_o U_O)]_{ijk}^K = -R_{o,i+\frac{1}{2},jk} \lambda_{o,i+\frac{1}{2},jk}^K \left[P_{o,i+\frac{1}{2},jk}^K - P_{o,ijk}^K - \rho_{o,i+\frac{1}{2},jk}^K g(D_{i+\frac{1}{2},jk} - D_{ijk}) \right] + R_{o,i-\frac{1}{2},jk} \lambda_{o,i-\frac{1}{2},jk}^K \left[P_{o,ijk}^K - P_{o,i-\frac{1}{2},jk}^K - \rho_{o,i-\frac{1}{2},jk}^K g(D_{ijk} - D_{i-\frac{1}{2},jk}) \right] \quad (36)$$

جملات مشابه در راستاهای y و z :

براساس آنچه بیان شد حل معادلات دیفرانسیلی بقای جرم ۱ تا ۳ منجر به حل دستگاه غیرخطی باقی‌مانده‌ها می‌شود:

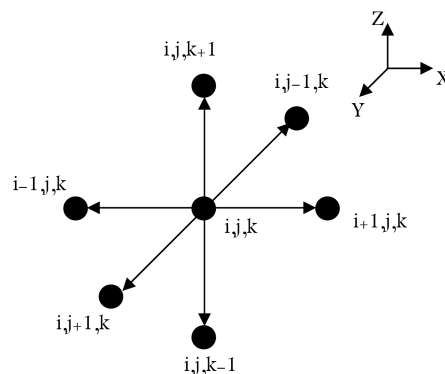
$$\begin{cases} R_{W,ijk} = 0 & (37) \\ R_{O,ijk} = 0 & (38) \\ R_{G,ijk} = 0 & (39) \end{cases}$$

این رابطه‌ها تابعی از فشار، سرعت و درجه‌ی اشباع هریک از فازها هستند. دستگاه فوق به شدت غیرخطی است و ضرورت دارد قبل از انجام حل عددی به گونه‌ی مناسب خطی‌سازی شود. در ادامه به تشریح روند این کار می‌پردازیم.

روش خطی‌سازی نیوتن

با استفاده از روش خطی‌سازی نیوتن، معادلات غیرخطی ۳۷ تا ۳۹ که به شکل کلی $\vec{R}_{M,ijk} = 0$ است به معادله‌ی ۴۰ تبدیل می‌شود: [۱۰]

$$J(\vec{s}^k) \delta \vec{s}^K = -\vec{R}(\vec{s}^K) \quad (40)$$



شکل ۱. طریقه شماره‌گذاری شبکه.

در اینجا تعدادی از پارامترها که در ادامه‌ی بحث گسسته‌سازی مورد نیاز است به ترتیب معرفی می‌شوند. مطابق شکل ۱ اندیس‌های i ، j و k به سلول ijk ، بالاترین n به گام زمانی n ، و بالاترین K به K امین تکرار برای رسیدن به زمان $n+1$ اشاره دارند. $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ بیان‌گر گام زمانی است. V_{ijk} برابر حجم سلول ijk بوده و Δx_i ، Δy_j و Δz_k طول اضلاع سلول مکعب مستطیلی ijk هستند.

در این نوشتار توازن بالادستی مرتبه‌ی اول برای ضرایب حرکت (λ) و نسبت گاز به نفت (R_o) به صورت زیر به کار رفته است: [۷]

$$\lambda_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K = \Delta t_{n+1} A_{i+\frac{1}{2},jk} \left(\frac{k_{rm}}{B_m \mu_m} \right)_{sjk}^K \quad (26)$$

$$R_{o,i+\frac{1}{2},jk}^K = R_{o,ijk}^K \quad (27)$$

به طوری که

$$\begin{cases} P_{m,i,jk}^K \geq P_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K & \text{اگر } s = i \\ P_{m,i,jk}^K < P_{m,i+\frac{1}{2},jk}^K & \text{اگر } s = i + 1 \end{cases} \quad (28)$$

این رابطه‌ها برای راستاهای y و z نیز به سادگی قابل تعمیم‌اند. ثابت‌های گذردهی در مرز سلول‌ها مطابق رابطه‌های ۲۹ تا ۳۱ محاسبه می‌شوند:

$$A_{i+\frac{1}{2},jk} = 2 \Delta y_j \Delta z_k \left(\frac{\Delta x_i}{K_{xx,ijk}} + \frac{\Delta x_{i+1}}{K_{xx,i+\frac{1}{2},jk}} \right)^{-1} \quad (29)$$

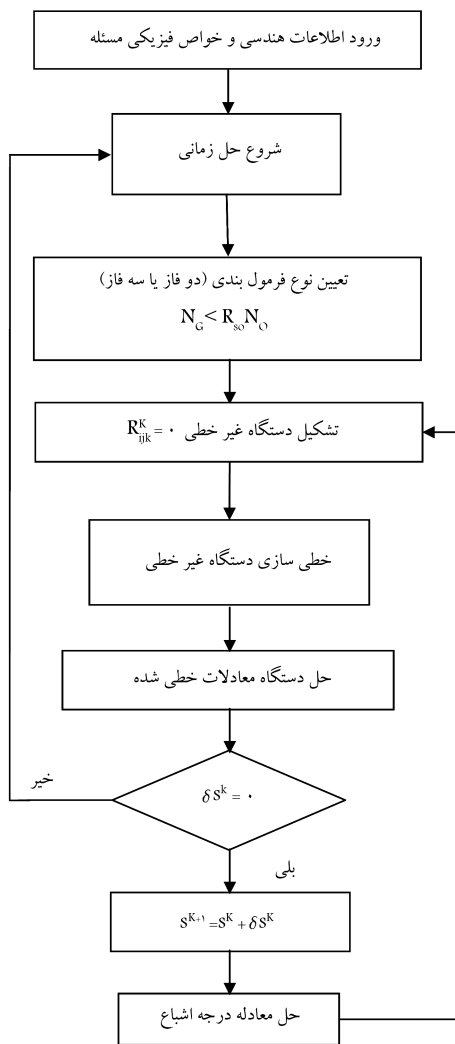
$$A_{i,j+\frac{1}{2},k} = 2 \Delta z_k \Delta x_i \left(\frac{\Delta y_j}{K_{yy,ijk}} + \frac{\Delta y_{j+1}}{K_{yy,i,j+\frac{1}{2},k}} \right)^{-1} \quad (30)$$

$$A_{i,j,k+\frac{1}{2}} = 2 \Delta x_i \Delta y_j \left(\frac{\Delta z_k}{K_{zz,ijk}} + \frac{\Delta z_{k+1}}{K_{zz,i,j,k+\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \quad (31)$$

که در آن K_{xx} ، K_{yy} و K_{zz} جملات قطری تانسور تراوایی (نفوذپذیری) مطلق هستند. در واقع برای برقراری بقای جرم، یک میانگین هارمونیک برای مقدار نفوذپذیری بین دو سلول به کار رفته است. در ادامه‌ی این بخش جزئیات محاسباتی مربوط به تشکیل معادلات گسسته‌سازی شده ارائه می‌شود.

تشکیل باقی‌مانده‌ها

برای تشکیل شکل گسسته‌ی معادلات، در هریک از معادلات بقای جرم ابتدا مشتقات زمانی به صورت اختلاف پسر تجزیه، و معادله‌ی مربوطه در زمان t_{n+1} بیان می‌شود.



شکل ۲. الگوریتم کلی روش حل عددی.

روندی کاملاً ضمنی است و در آن فشار و سرعت هر سلول به صورت هم‌زمان محاسبه می‌شود. روش حل مسئله در زمان t_n ابتدا با در نظر گرفتن یک گام زمانی جدید (Δt) آغاز می‌شود. سپس مقادیر باقی‌مانده‌ی دستگاه معادلات یعنی بردار \vec{R} محاسبه و دستگاه خطی شده با روش‌های تکرار حل می‌شود و نهایتاً بردار $\delta \vec{s}$ به دست می‌آید. چنانچه این بردار، که شامل سه مقدار $\delta N_O, \delta N_G, \delta P_W$ است، به اندازه‌ی کافی کوچک نباشد در مرحله‌ی بعد مقادیر مجهول مسئله اصلاح می‌شود و در یک تکرار جدید معادله‌ی درجه‌ی اشباع، که مجهول آن درجه‌ی اشباع آب است، حل می‌شود و مجدداً دستگاه خطی شده نیز حل خواهد شد. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که $\delta \vec{s}$ به اندازه‌ی کافی به صفر نزدیک شود یا تعداد تکرارها از یک مقدار بیشینه تجاوز کند که در این صورت گام زمانی نصف شده و عملیات حل مشابه قبل تکرار می‌شود. در هر مرحله از گام زمانی نیز برای بررسی وجود فاز گاز، غلظت جزء گاز با مقدار حل شده در فاز نفت مقایسه می‌شود تا در هر سلولی که فاز گاز وجود ندارد از فرمول‌بندی مربوط به حالت دوفازی استفاده شود.

باید تأکید کرد که چون فرمول‌بندی عددی مورد استفاده در اینجا از نوع ضمنی است لذا روش دارای پایداری غیرمشرط است و به لحاظ نظری محدودیتی بر روی

که در آن

$$\vec{s}^{k+1} = \vec{s}^k + \delta \vec{s}^k \quad (41)$$

در معادله‌ی K نشان‌دهنده‌ی تکرار K ام در هر گام زمانی است و بردارهای $\delta \vec{s}, \vec{R}$ نیز به ترتیب در برگیرنده‌ی مجهولات اولیه، بردار تصحیح و باقی‌مانده‌ها هستند؛ ماتریس J نیز ماتریس ژاکوبین است. این ماتریس‌ها برای یک المان چنین به دست می‌آیند:

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} P_w \\ N_O \\ N_G \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\vec{R}(\vec{s}) = \begin{bmatrix} R_W(\vec{s}) \\ R_O(\vec{s}) \\ R_G(\vec{s}) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$J(\vec{s}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_W}{\partial P_w} & \frac{\partial R_W}{\partial N_O} & \frac{\partial R_W}{\partial N_G} \\ \frac{\partial R_O}{\partial P_w} & \frac{\partial R_O}{\partial N_O} & \frac{\partial R_O}{\partial N_G} \\ \frac{\partial R_G}{\partial P_w} & \frac{\partial R_G}{\partial N_O} & \frac{\partial R_G}{\partial N_G} \end{bmatrix} \quad (44)$$

هر یک از مشتقات جزئی در ماتریس ژاکوبین از طریق محاسبه‌ی مشتق کامل مقادیر باقی‌مانده نسبت به مجهولات اولیه به دست می‌آید. شایان ذکر است که تمامی این مشتقات به صورت تحلیلی محاسبه شده‌اند.^[۱۰]

مقادیر باقی‌مانده شامل سه جمله‌ی انباشتگی $\{(\phi N_M)_{ijk}^K - (\phi N_M)_{ijk}^{n+1}\}$ ، انتقال $V_{ijk} \Delta t_{n+1} q_{M,ijk}^K + R_{M,ijk}^K = V_{ijk} \Delta t_{n+1} \nabla \cdot U_{M,ijk}^K$ هستند. طرز محاسبه‌ی مقادیر داخل کروشه عبارت است از: جملات انباشتگی:

$$\Delta(\phi N_W)_{ijk}^{n+1} = \left(\phi \frac{\partial N_W}{\partial N_O} \right)_{ijk}^K \Delta N_{O,ijk}^{n+1} + \left(\phi \frac{\partial N_W}{\partial N_G} \right)_{ijk}^K \Delta N_{G,ijk}^{n+1} + \left(c_\phi \phi_z N_W + \phi \frac{\partial N_W}{\partial P_w} \right)_{ijk}^K \Delta P_{w,ijk}^{n+1} \quad (45)$$

$$\Delta(\phi N_G)_{ijk}^{n+1} = \phi_{ijk} \Delta N_{G,ijk}^{n+1} + c_\phi \phi_{z,ijk} N_G^K \Delta P_{w,ijk}^{n+1} \quad (46)$$

$$\Delta(\phi N_O)_{ijk}^{n+1} = \phi_{ijk} \Delta N_{O,ijk}^{n+1} + c_\phi \phi_{z,ijk} N_O^K \Delta P_{w,ijk}^{n+1} \quad (47)$$

جملات انتقال:

$$\begin{aligned} \Delta t_{n+1} V_{ijk} \Delta(\nabla \cdot U_M)_{ijk}^{n+1} &= -\Delta \lambda_{m,i+1/2,jk}^{n+1} \\ & \left[P_{m,i+1,jk}^K - P_{m,ijk}^K - \rho_{m,i+1/2,jk}^K g(D_{i+1,jk} - D_{ijk}) \right] \\ & + \Delta \lambda_{m,i-1/2,jk}^{n+1} \\ & \left[P_{m,ijk}^K - P_{m,i-1,jk}^K - \rho_{m,i-1/2,jk}^K g(D_{ijk} - D_{i-1,jk}) \right] \\ & - \lambda_{m,i+1/2,jk}^K \\ & \left[\Delta P_{m,i+1,jk}^{n+1} - \Delta P_{m,ijk}^{n+1} - \Delta \rho_{m,i+1/2,jk}^{n+1} g(D_{i+1,jk} - D_{ijk}) \right] \\ & + \lambda_{m,i-1/2,jk}^K \\ & \left[\Delta P_{m,ijk}^{n+1} - \Delta P_{m,i-1,jk}^{n+1} - \Delta \rho_{m,i-1/2,jk}^{n+1} g(D_{ijk} - D_{i-1,jk}) \right] \end{aligned} \quad (48)$$

بنابر توضیحات ارائه شده، روند کلی حل مسئله مطابق شکل ۲ خواهد بود که در واقع

اندازه‌ی گام زمانی وجود ندارد، هرچند که در عمل برای دست‌یابی به دقت مورد نظر لازم است اندازه‌ی گام زمانی از حدوداً یک روز کوچک‌تر باشد.

مدل نفوذپذیری نسبی و فشار موینگی

یکی از چالش‌های شبیه‌سازی جریان در محیط متخلخل تخمین رابطه‌ی نفوذپذیری نسبی هریک از فازهاست که در جریان سه‌فازی این روابط براساس ترکیب مدل‌های حالت دوفازی است. در شبیه‌سازی تهیه‌شده برای این تحقیق، از شبیه‌ساز SPRSim به‌عنوان مدل پیش فرض استفاده شده است.^[۴]

$$k_{ro} = \frac{(\lambda - S_g - S_w)k_{rog}k_{row}}{(\lambda - S_g)(\lambda - S_w)} \quad (49)$$

$$k_{rw} = S_w^r \quad (50)$$

$$k_{rg} = S_g^r \quad (51)$$

$$k_{row} = (\lambda - S_w)^r \quad (52)$$

$$k_{rog} = (\lambda - S_g)^r \quad (53)$$

در رابطه با مدل فشار موینگی نیز، به دلیل این که برای تخمین فشار موینگی رابطه‌ی ریاضی مشخصی وجود ندارد و روند تغییرات فشار موینگی برحسب درجه‌ی اشباع شدیداً به کل شرایط مخزن و ترکیب دقیق سیال حساس است؛ از این رو در همه‌ی موارد برای تخمین این مقدار از همبستگی‌های تجربی استفاده می‌شود که شبیه‌ساز SPRSim نیز به همین ترتیب عمل می‌کند و در هر شبیه‌سازی نیازمند رابطه تجربی مناسب است.

مدل‌سازی چاه‌ها

برای شبیه‌سازی چاه، از مدل چاه پیسمن استفاده شده است.^[۲] بر این اساس، نرخ حجمی جریان فاز m (o یا w) از دهانه‌ی چاه به سلول مربوطه برابر است با:

$$Q_m = \frac{GLKk_m}{\mu_m} (P_{wb} - P_m) \quad (54)$$

که در آن P_{wb} فشار هیدروستاتیک دهانه‌ی چاه، P_m فشار فاز m در سلول، K نفوذپذیری مطلق سلول، L طول چاه در سلول و G ضریب هندسی بدون بعدی بدون بعدی است که محاسبه‌ی آن چنین انجام می‌شود:

$$G = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{r_{eq}}{r_w}\right) + s} \quad (55)$$

در این رابطه s ضریب سطح، r_w شعاع دهانه‌ی چاه و r_{eq} شعاع معادل مرکز سلول است. با فرض این که چاه تمام ضخامت سلول را پوشش دهد، با استفاده از مدل پیسمن، r_{eq} در صفحه‌ی $x-y$ معادل است با:

$$r_{eq} = 0.78 \frac{\left[(\Delta x)^2 \left(\frac{k_y}{k_x}\right)^{\frac{1}{2}} + (\Delta y)^2 \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{k_y}{k_x}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (56)$$

که در آن Δx و Δy ابعاد سلول‌اند و k_x و k_y مقادیر نفوذپذیری در راستای x و y هستند.^[۱۰]

اعمال شرایط مرزی و شرایط اولیه

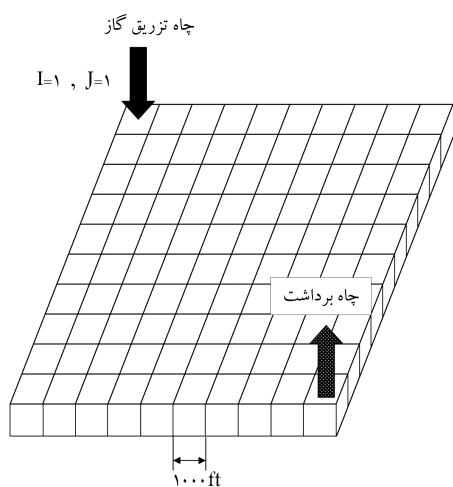
به‌علت فرض «به‌اندازه‌ی کافی بزرگ بودن مخزن»، تمامی مرزهای دامنه‌ی حل، نفوذناپذیر در نظر گرفته می‌شود. براساس این فرض هیچ‌گونه تبادل جریان سیال بین داخل و خارج مخزن وجود ندارد. در روش عددی مورد نظر این نوشتار با برقراری شرط تقارن در گره‌های مرزی به‌صورت حذف شار جریان سیال ورودی از سمت مرز، به‌راحتی می‌توان این شرط مرزی را اعمال کرد. در مورد شرایط اولیه نیز شبیه‌سازی هم قابلیت در نظر گرفتن حالت تعادل هیدرواستاتیکی و هم شرایط تعریف شده توسط کاربر را دارد.

حل مسائل نمونه

در اینجا برای ارزیابی قابلیت‌ها و دقت شبیه‌سازی تهیه شده، به حل دو مسئله‌ی نمونه که نتایج حل عددی آن به‌طور وسیع انتشار یافته، پرداخته می‌شود و پاسخ‌های به دست آمده از شبیه‌ساز SPRSim با نتایج برخی از شبیه‌سازهای تجاری موجود مقایسه می‌شود.

الف) مسئله‌ی نمونه‌ی مخزن واقعی SPE-۱

اولین مسئله‌ی که در این بخش حل می‌شود، یک مسئله مخزن واقعی است.^[۱۱] که نتایج حل‌های عددی گوناگون از شرکت‌های مختلف برای آن موجود است. شکل‌های ۳ و ۴ و جدول ۱ ابعاد، خصوصیات فیزیکی لایه‌های مختلف مخزن و موقعیت چاه‌های تزریق و برداشت و همچنین شبکه‌بندی مسئله را نشان می‌دهند. مسئله



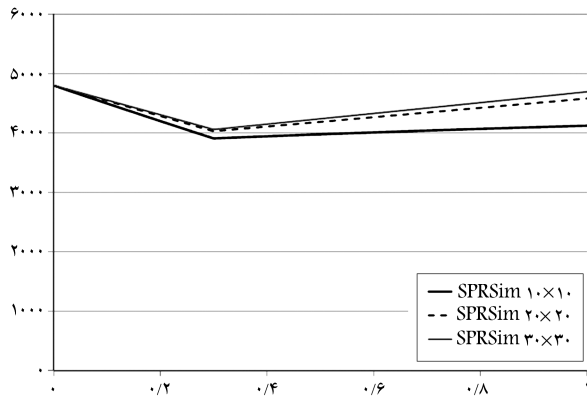
شکل ۳. شبکه‌بندی و قرارگیری چاه‌ها در مخزن.

	چاه تزریق گاز								چاه برداشت
	ϕ	H, ft	K_x	K_y	K_{link}	S_w	S_o		
۱ لایه	۰/۳	۲۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰	۰/۱۲	۰/۸۸		۸۳۲۵
۲ لایه	۰/۳	۳۰	۵۰	۵۰	۲۵	۰/۱۲	۰/۸۸		
۳ لایه	۰/۳	۵۰	۲۰۰	۲۰۰		۰/۱۲	۰/۸۸		۸۴۲۵

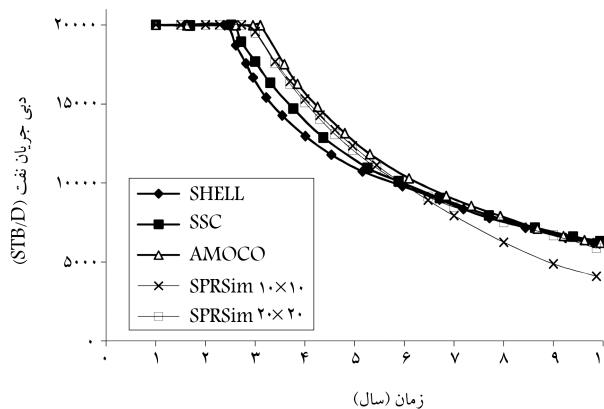
شکل ۴. خصوصیات لایه‌های مختلف مخزن.

جدول ۱. خصوصیات فیزیکی مخزن.

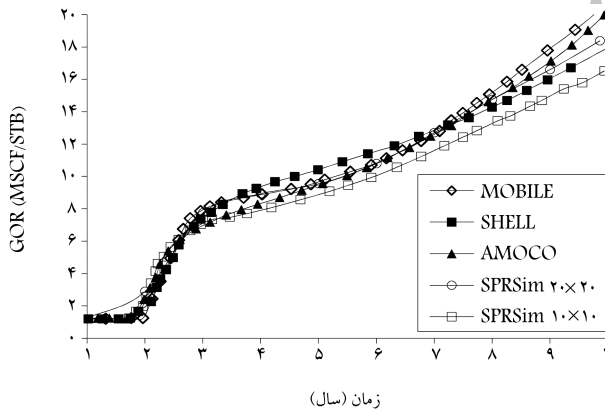
مقدار	واحد	متغیر
۴۸۰۰	psia	فشار اولیهی مخزن در ۸۴۰۰ فوت
۱۰۰	روز/ MSCF ^۲	نرخ تزریق گاز
۲۰۰۰۰	روز/ STB ^۳	بیشینه نرخ تولید
۱۰۰۰	روز/ STB	کمینه نرخ تولید نفت
۱۰۰۰	psi	کمینه فشار ته چاهی
۰٫۰۵	-	بیشینه تغییر درجه اشباع در گام زمانی
۰٫۰۰۰۰۰۰۳	۱/ psi	تراکم پذیری سنگ مخزن
۰٫۳	-	تخلخل در psi ۱۴٫۷
۰٫۲۵	ft	شعاع دهانه چاه
۰	-	ضریب صافی سطح
۰	-	فشار موینگی
۲۰۰	F	دمای مخزن
۰٫۰۷۹۲	-	وزن مخصوص گاز



شکل ۵. مقایسه سه دسته شبکه برای بررسی استقلال شبکه.



شکل ۶. نرخ برداشت نفت بر حسب زمان.



شکل ۷. نسبت گاز به نفت در خروجی.

به مرور زمان افزایش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که با ریزکردن سلول‌ها دقت نتایج SPRSim بهبود قابل ملاحظه‌یی می‌یابد.

شکل ۸ نشان‌دهنده تغییرات فشار در چاه برداشت در طول زمان است. ملاحظه می‌شود که نتایج به دست آمده از SPRSim با سایر شبیه‌سازها هم‌خوانی مناسبی دارد. در این نمودار همچنین مشاهده می‌شود که هم‌زمان با شروع برداشت، فشار در چاه برداشت، ابتدا به دلیل خروج نفت از مخزن و افت سریع فشار در انتهای مخزن کاهش می‌یابد. پس از مدت زمان کمی موج فشار که از طرف چاه تزریق با سرعت زیاد در حال حرکت است به چاه برداشت نیز می‌رسد و باعث

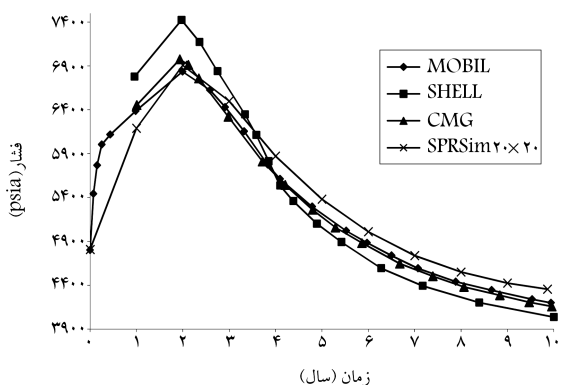
یک‌بار با این شبکه‌بندی درشت و بار دیگر با شبکه‌بندی ریزتر حل شده است. در زمان شروع عملیات، مخزن دارای دمای ۲۰۰ درجه فارنهایت بوده و در شرایط تعادل قرار دارد به طوری که در عمق ۸۴۰۰ فوتی، فشار آن برابر ۴۸۰۰ PSI است. همچنین اثر فشار موینگی در این مخزن صرف نظر می‌شود. مخزن شامل سه لایه‌ی متفاوت است که در شکل ۴ خصوصیات لایه‌های مختلف شامل تخلخل، ضخامت، نفوذپذیری و مقادیر اولیه‌ی درجه اشباع نفت و آب در این لایه‌ها ارائه شده است. دهانه‌ی چاه تزریق در لایه‌ی بالایی و دهانه‌ی چاه برداشت در لایه‌ی پایینی قرار دارد. این مخزن برای مدت زمان ۱۰ سال شبیه‌سازی شده است.

برای بررسی استقلال شبکه از سه دسته شبکه‌ی ۱۰×۱۰، ۲۰×۲۰ و ۳۰×۳۰ استفاده شده است. بدین منظور، پاسخ به دست آمده از شبیه‌سازی مربوط به فشار در چاه برداشت -- در طول یک سال -- در مورد این سه شبکه با هم مقایسه شده است (شکل ۵).

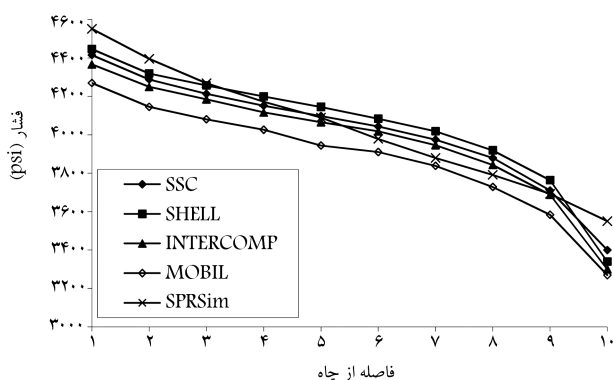
چنان که مشاهده می‌شود، اختلاف شبکه‌بندی ۲۰×۲۰ و ۳۰×۳۰ اندک است و با توجه به زمان‌بر بودن حل برای شبکه‌ی ۳۰×۳۰، در ادامه از شبکه‌های ۲۰×۲۰ و ۱۰×۱۰ استفاده می‌شود.

در شکل ۶ تغییرات نرخ برداشت نفت از مخزن بر حسب زمان مقایسه شده است. در سه سال اول مقدار (روز/STB) ۲۰۰۰۰ به طور ثابت برداشت می‌شود و پس از آن تولید کاهش می‌یابد؛ این کاهش تولید به دلیل افت فشار مخزن و ورود گاز تزریقی به چاه برداشت است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج حاصل از SPRSim به حل به دست آمده از AMOCO نزدیک است ولی حل به دست آمده از شبکه‌ی ۱۰×۱۰ از سال ششم به بعد از آن فاصله می‌گیرد. دلیل اختلاف بین حل‌ها را می‌توان به استفاده از مدل ریاضی و روش‌های محاسباتی متفاوت نسبت داد.

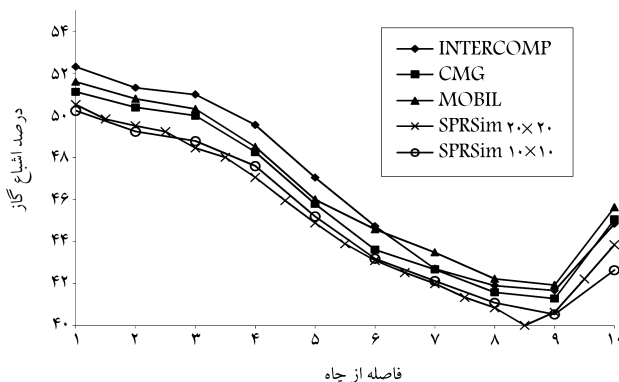
شکل ۷ نشان‌دهنده نسبت گاز به نفت در چاه برداشت است که در این نمودار منظور از GOR، نسبت گاز خارج شده همراه نفت، به نفت برداشت شده از چاه برداشت است. هرچه مقدار GOR بیشتر باشد، بازده فرایند برداشت کم‌تر است. چنان‌که در شکل مشاهده می‌شود، پس از دو سال و هم‌زمان با کاهش فشار در چاه برداشت، با وجود ثابت بودن نرخ برداشت مقدار GOR افزایش می‌یابد. بین همه‌ی نتایج ارائه‌شده و از جمله نتایج SPRSim قدری اختلاف مشاهده می‌شود که



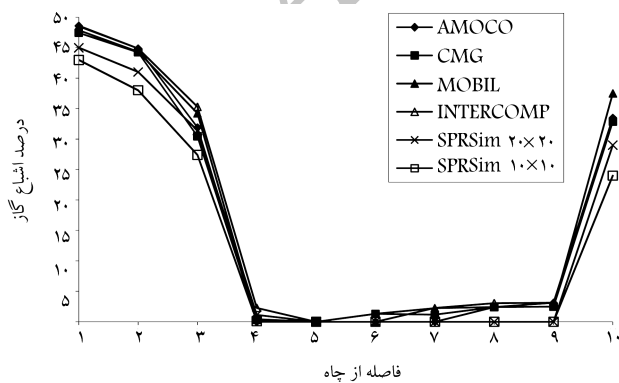
شکل ۱۰. تغییرات فشار در چاه تزریق.



شکل ۱۱. فشار روی قطر در لایه‌ی بالایی مخزن پس از گذشت هشت سال.



شکل ۱۲. درجه‌ی اشباع گاز در لایه‌ی بالایی پس از گذشت هشت سال.



شکل ۱۳. درجه‌ی اشباع گاز در لایه‌ی میانی پس از گذشت هشت سال.

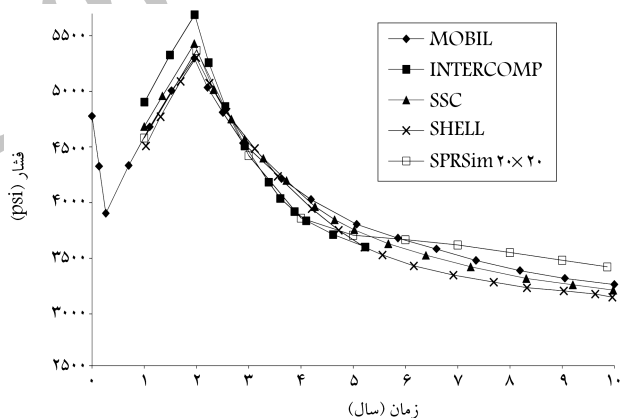
افزایش تدریجی فشار تا سال دوم می‌شود. پس از آن نیز به‌مرور زمان از فشار کل مخزن و به‌تبع آن فشار چاه برداشت کم می‌شود.

شکل ۹ نشان‌دهنده‌ی تغییرات درجه اشباع گاز در چاه برداشت در طول زمان است. نتایج حاصل از SPRSim با سایر شبیه‌سازها هم‌خوانی مناسبی دارد و با ریزکردن اندازه سلول‌ها دقت حل بهتر شده و به جواب‌های به دست آمده از نرم‌افزارهای دیگر نزدیک می‌شود.

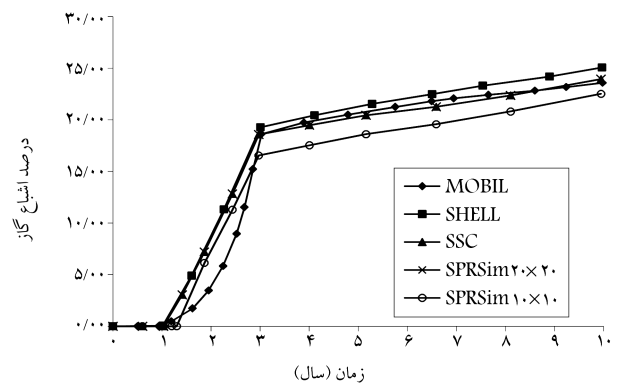
شکل ۱۰ نیز حاکی از تغییرات فشار در چاه تزریق در طول زمان است. رفتار کلی این نمودار مانند نمودار فشار در چاه برداشت است که تنها تفاوت آنها در ابتدای عملیات است. در ابتدای تزریق و برداشت، فشار در حوالی چاه برداشت کم است ولی در حوالی چاه تزریق زیاد می‌شود.

پس از آن که موج فشار به چاه برداشت رسید، فشار کل مخزن تقریباً به‌صورت هماهنگ تغییر می‌کند ولی فشار نقاط نزدیک به چاه تزریق به دلیل وجود جریان در مخزن از نقاط نزدیک به چاه برداشت بیشتر است. این موضوع در شکل ۱۱ به خوبی قابل مشاهده است.

شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تغییرات درجه اشباع گاز در امتداد قطر مخزن در لایه‌ی بالایی و در لایه‌ی میانی پس از گذشت هشت سال از شروع تزریق هستند. مقایسه‌ی این شکل‌ها نشان می‌دهد که در لایه‌ی میانی مخزن، نفوذ گاز بسیار کم است و بیشتر نفوذ گاز به سمت چاه برداشت از لایه‌ی بالایی مخزن انجام می‌شود. علت این امر تأثیر نیروی گرانش بر حرکت نفت و گاز است. نفت که سیالی سنگین‌تر است به سمت پایین و گاز که سبک‌تر است به سمت بالا رانده می‌شود. در نزدیکی چاه برداشت نیز گاز به سمت بالای مخزن حرکت



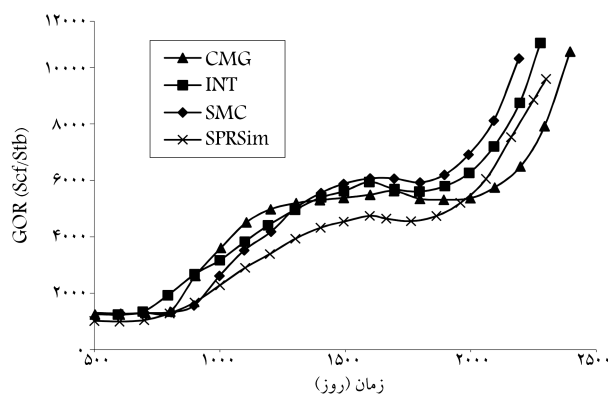
شکل ۸. تغییرات فشار در چاه برداشت.



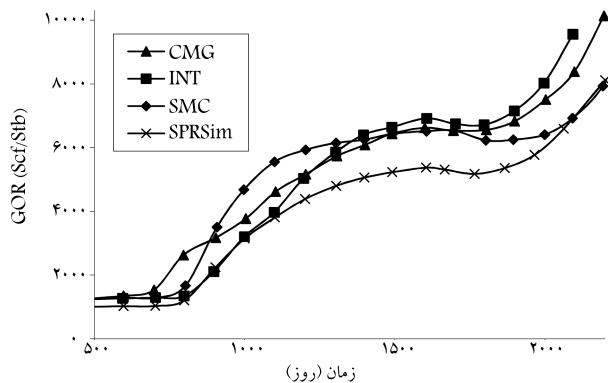
شکل ۹. تغییرات درجه‌ی اشباع گاز در چاه برداشت.

جدول ۲. خصوصیات فیزیکی مسئله.

مقدار	واحد	متغیر
۴۸۰۰	psia	فشار اولیه مخزن در ۸۴۰۰ فوت
۱۲٫۵	روز/ MSCF	نرخ تزریق گاز
۱۸۷۵	روز/ STB	بیشینه نرخ تولید برای هر چاه تولیدکننده
۱۰۰	روز/ STB	کمینه نرخ تولید نفت برای هر چاه تولیدکننده
۱۰۰۰	psi	کمینه فشار ته چاهی برای هر چاه تولیدکننده
۰٫۰۰۰۰۰۰۳	۱/psi	تراکم‌پذیری سنگ مخزن
۰٫۳	-	تخلخل در ۱۴٫۷ psi
۰٫۲۵	ft	شعاع دهانه چاه
۰	-	ضریب صافی سطح
۰	-	فشار موینگی
۲۰۰	F	دمای مخزن
۰٫۷۹۲	-	وزن مخصوص گاز



شکل ۱۶. نسبت گاز به نفت در چاه برداشت ۱.



شکل ۱۷. نسبت گاز به نفت در چاه برداشت ۲.

برهم می‌خورد و GOR مجدداً سیر صعودی خود را ادامه می‌دهد. این موضوع از نمودار مربوط به فشار نیز پیداست و چنان‌که در شکل ۱۸ نیز مشاهده می‌شود با افزایش GOR و خروج گاز از میدان فشار ته چاه برداشت ۱ پس از گذشت ۷۰۰ روز رو به کاهش می‌گذارد.

در این مسئله مخزن خالی از آب فرض شده است، و در حالی که در شبیه‌ساز SPRSim درجه‌ی اشباع اولیه‌ی آب معادل دوازده‌صدم در نظر گرفته شده است، چون این مقدار از مقدار آب قابل‌تحرك کم‌تر است، پس در سراسر مخزن این مقدار

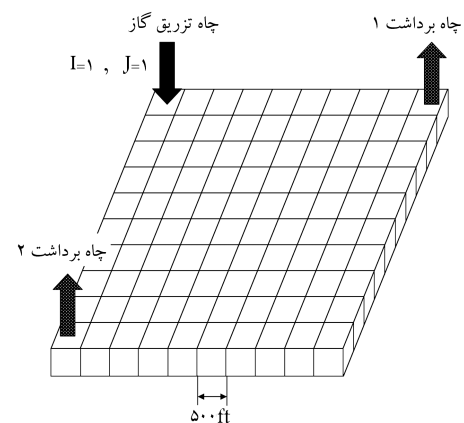
می‌کند و چون در این ناحیه جریانی وجود ندارد، در آنجا مقداری گاز انباشته می‌شود.

چنان‌که مشاهده شد، جواب‌های به‌دست آمده برای شبکه‌بندی $3 \times 10 \times 10$ ، به جواب‌های ارائه شده در SPE-۱ نزدیک‌اند ولی برای دقت بیشتر، یک‌بار دیگر مسئله با شبکه‌بندی $3 \times 20 \times 20$ حل شد که حاکی از نزدیک‌تر شدن جواب‌ها به جواب‌های دیگر نرم‌افزارها است. لازم به ذکر است که فشارها در دو حالت مختلف شبکه‌بندی یکسان به دست آمدند. همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، جواب‌های ارائه شده از سوی شرکت‌های مختلف با یکدیگر اختلاف دارند، و متأسفانه ابزاری برای تشخیص جواب برتر وجود ندارد. ولی اگر میانگین نمودارها را جواب مسئله در نظر بگیریم، می‌توان گفت که با ریزکردن شبکه‌بندی جواب‌های SPRSim به سایر جواب‌ها بسیار نزدیک است.

ب) مسئله‌ی نمونه‌ی مخزن واقعی SPE-۸

به‌عنوان دومین مسئله‌ی نمونه، برداشت نفت در اثر تزریق گاز به داخل یک مخزن با ابعاد واقعی و مملو از نفت بررسی می‌شود. تشریح کامل این مسئله و نتایج شبیه‌سازی‌های شرکت‌های مختلف در دسترس است.^[۱۲] در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ و جدول ۲، اطلاعات مخزن -- شامل خصوصیات لایه‌های مختلف، موقعیت چاه‌ها و شبکه‌بندی هندسه‌ی مسئله -- ارائه شده است.

شکل‌های ۱۶ و ۱۷ نسبت گاز به نفت را در چاه‌های برداشت ۱ و ۲ به نمایش می‌گذارند که در آنها نتایج شبیه‌ساز SPRSim با نتایج سه شبیه‌ساز CMG، INT و SMC مقایسه شده‌اند. چنان‌که مشاهده می‌شود، پس از گذشت ۷۰۰ روز از آغاز شبیه‌سازی، با نزدیک‌تر شدن جبهه‌ی گاز به چاه‌های برداشت مقدار GOR در خروجی‌ها رو به افزایش است و پس از حدود ۶۰۰ روز دیگر به حالت تعادل می‌رسد. اما این تعادل نیز با افزایش نسبی خروج نفت از میدان، به‌طور محسوس

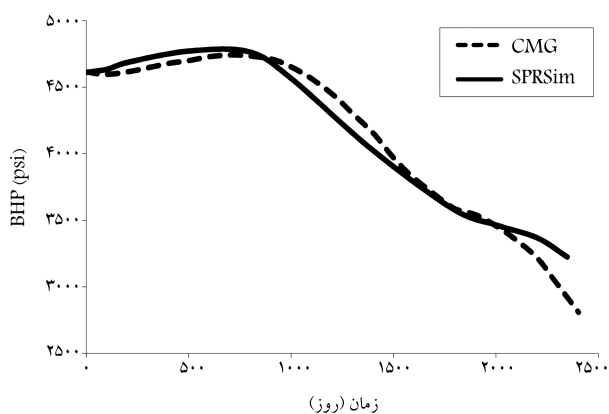


شکل ۱۴. شبکه‌بندی و قرارگیری چاه‌ها در مخزن.

چاه تزریق گاز	ϕ	H , ft	K , md	S_g	S_o	چاه برداشت ۱
۸۳۷۵ ft	۰٫۳۰	۲۵	۵۰۰	۰٫۰	۱٫۰	۸۳۷۵ ft
	۰٫۲۰	۷۵	۵۰	۰٫۰	۱٫۰	
	۰٫۲۰	۷۵	۲۰	۰٫۰	۱٫۰	
۸۶۵۰ ft	۰٫۱۰	۱۵۰	۱۰	۰٫۰	۱٫۰	۸۷۰۰ ft

شکل ۱۵. خصوصیات لایه‌های مختلف.

می‌شوند. به علاوه، معادلات فشار و سرعت به صورت کوپل حل می‌شوند تا از بروز خطاهای عددی ناشی از تضعیف وابستگی متغیرها به هم جلوگیری شود. روش مورد استفاده در شبیه‌ساز SPRSim نمونه‌یی از این روش‌ها است. پایداری عددی مزیت عمده‌ی این روش‌هاست. در مقابل به دلیل حجم بالای محاسبات و مصرف حافظه‌ی زیاد و کند بودن، تقریباً همیشه به عنوان آخرین انتخاب و هنگامی که روش‌های دیگر جواب نمی‌دهند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در گام بعدی باید روش‌هایی برای کاهش هزینه‌ی محاسباتی این روش اندیشیده شود تا راه برای استفاده از آن در مسائل واقعی که مسلماً جریان پیچیده‌تر بوده و نیاز به شبکه‌ی محاسباتی بزرگ‌تری دارند، هموار شود. در روش به‌کار رفته در این نوشتار همچنین تعداد محاسبات مورد نیاز در هر تکرار بالاست که این موضوع سرعت شبیه‌سازی را کاهش داده و موجب افزایش زمان پردازش می‌شود.



شکل ۱۸. فشار ته چاه برداشت ۱.

فهرست علائم

- A : ضریب گذردهی
 - B_m : ضریب تغییر حجم فاز m
 - B_{do} : ضریب تغییر حجم نفت بدون گاز
 - B_{so}^* : ضریب تغییر حجم نفت اشباع
 - B_{do}^* : ضریب تغییر حجم نفت بدون گاز
 - b_w : معکوس ضریب تغییر حجم فاز آب
 - c_ϕ : ضریب تراکم‌پذیری سنگ مخزن
 - D : عمق
 - g : گرانش زمین
 - K : نفوذپذیری مطلق
 - k_{rm} : نفوذپذیری نسبی فاز m
 - N_M : غلظت جز M
 - P_m : فشار فاز m
 - P_{cow} : فشار موینگی بین آب و نفت
 - P_{cgo} : فشار موینگی بین آب و گاز
 - q_M : دبی برداشت یا تزریق جز M
 - R_o : نسبت گاز به نفت
 - R_{so} : نسبت حل شدن گاز در نفت اشباع
 - S_w : درجه‌ی اشباع فاز m
 - t : زمان
 - U_M : سرعت جز M
 - V_{ijk} : حجم سلول
- علائم یونانی**
- μ_m : لزجت فاز m
 - ρ_m : چگالی فاز m
 - ρ_{GS} : چگالی گاز در شرایط استاندارد
 - ρ_{OS} : چگالی نفت در شرایط استاندارد
 - ρ_{WS} : چگالی آب در شرایط استاندارد
 - ϕ : ضریب تخلخل
 - ϕ_e : ضریب تخلخل در فشار صفر
 - λ_m : ضریب تحرک فاز m

ثابت باقی می‌ماند. با توجه به این موضوع، چنان که در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ مشاهده می‌شود، اختلاف قابل ملاحظه‌یی در نتایج دیده می‌شود که با وجود آب اضافی قابل توجیه است. البته در شکل ۱۸ که فشار ته‌چاهی چاه برداشت را در طول زمان نشان می‌دهد، چنین اختلافی وجود ندارد و این کاملاً صحیح است زیرا آب اضافی در معادله‌ی فشار تأثیری نخواهد داشت و این مسئله بر نقطه‌ی قوت شبیه‌ساز SPRSim در حل معادله‌ی فشار تأکید دارد.

نتیجه‌گیری

روشی که در طی این نوشتار برای شبیه‌سازی مخزن به کار گرفته شده دارای نقاط ضعف و قوتی است. از جمله نقاط ضعف روش به‌کار رفته می‌توان به حجم بالای حافظه‌ی مورد نیاز برای تشکیل و حل دستگاه‌های معادلات اشاره کرد که نیازمند رایانه‌یی با حافظه‌ی نسبتاً بالا است. مثلاً برای مسئله‌یی با شبکه‌بندی $10 \times 20 \times 20$ ، رایانه‌یی با حافظه‌ی یک گیگابایت مورد نیاز است.

یکی دیگر از ضعف‌های مدل به‌کار رفته در این نوشتار ضروری بودن وجود فاز آب در میدان است. در واقع اگر درجه‌ی اشباع فاز آب در نقطه‌یی از میدان صفر باشد، شبیه‌سازی با مشکل مواجه می‌شود. این مسئله به خاطر نوع فرمول‌بندی است که چنین اجازه‌یی را نمی‌دهد. درجه‌ی اشباع صفر برای آب، منجر به ایجاد جملات بی‌نهایت بزرگ شده و دستگاه معادلات غیرخطی به دست آمده را ناپایدار می‌سازد. البته این موضوع در مدل‌های واقعی هرگز اتفاق نمی‌افتد، زیرا با وجود فشار موینگی درجه‌ی اشباع آب به صفر نخواهد رسید و همواره در مقدار باقی‌مانده محدود می‌شود. اما این شبیه‌ساز نقاط قوت بسیاری دارد که روش به‌کار رفته را از سایر روش‌های شبیه‌سازی متمایز می‌کند. از مهم‌ترین این مزایا حل جریان در محیط‌هایی با تغییرات شدید در خواص شامل نفوذپذیری و تخلخل است. به طور مثال روش به‌کار رفته برای شبیه‌سازی میدان‌های با موانع نفوذناپذیر مناسب‌تر است.

به تأیید مطالعات قبلی، روش IMPES در مقایسه با روش متوالی برای تحلیل مدل نفت سیاه جواب مناسبی به دست نمی‌دهد. علت این امر وجود جملات غیرخطی قوی در مدل فیزیکی مسئله است که با محاسبه‌ی ضرایب تحرک به صورت صریح، این وابستگی در حل تضعیف می‌شود. با این حال در مواردی که مخزن در حالت اشباع است و فاز بخار وجود دارد، جواب روش متوالی دقت مناسبی ندارد و روش IMPES مناسب‌تر است.

در روش‌های حل همزمان تمامی جملات غیرخطی به صورت ضمنی محاسبه

پانوشت

1. implicit pressure explicit saturation (IMPES)
2. Stock Tank Cubic Foot
3. Stock Tank Barrel

منابع

1. Aziz, K. and Settari, A., *Petroleum Reservoir Simulation*, Applied Science Publishers, London and New York, First Edition (1979).
2. Peaceman, D.W., *Fundamentals Of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam-Oxford-New York, first edition (1977).
3. Firoozabadi, A. and Karimifard, M., *Mathematical and Numerical Methods for Reservoir Fluid Flow*, Society Petroleum Engineering, Richardson, Texas (2001).
4. Bell, J.; Shubin, G. and Trangenstein, J. "A method for reducing numerical dispersion in two-phase black-oil reservoir simulation", *Journal of Computational Physics*, **65**(1), pp. 71-106 (1986).
5. Jenny, P.; Lee, S.H. and Tchelepi, H.A. "Adaptive fully implicit multi-scale finite-volume method for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media", *Journal of Computational Physics*, **217**(2), pp. 627-641 (2006).
6. Helmig, R., *Multiphase Floes and Transport Processes in the Subsurface: A Contribution to the Modelling of Hydro Systems*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York (1997).
7. Firoozabadi, A. and Karimifard, M., *Mathematical and Numerical Methods for Reservoir Fluid Flow*, Society Petroleum Engineering, Richardson, Texas (2001).
8. Bergamaschi, L.; Mantica, S. and Manzini, G. "A mixed finite element-finite volume formulation of the black-oil model", *SIAM Journal on Scientific Computing*, **20**(3), pp. 970-997 (1999).
9. Riviere, B. "Numerical study of discontinuous galerkin method for incompressible two-phase flow", *Journal of Computer and Fluids*, **34**, pp. 491-506 (2004).
10. Lu, Q.; Peszynska, M. and Gai, X., *Implicit Black-Oil Model in IPARS Framework*, Computational and Applied Mathematics, University of Texas at Austin (2001).
11. Odeh, A.S. "Comparison of solutions to a three-dimensional black-oil reservoir simulation problem", Paper SPE 9723 (1981).
12. Quandalle, P., *Eighth SPE Comparative Solution Project Gridding Techniques in Reservoir Simulation*, Paper SPE 25263, 12th SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, LA, U.S.A. (1993).

Archive of SID