

# به دست آوردن شکل ورق اولیه و میزان شکل پذیری در قطعات سه بعدی پرس کاری شده به روش اجزا محدود معکوس

احمد عاصم پور (دانشیار)

صابر درمحمدی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مسعود حاجیان (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

هدف این نوشتار ارائه روشی برای به دست آوردن شکل بهینه ورق اولیه در قطعات پرس کاری شده است. در این روش چگونگی شکل پذیری قطعه از نقطه نظر پارگی و چروکیدگی قابل پیش بینی است و استفاده از این روش در مرحله طراحی قالب بسیار مناسب است. به عبارت دیگر، با داشتن شکل سه بعدی قطعه، مشخصات مکانیکی ورق و شرایط فیزیکی فرایند می توان به تمامی اهداف فوق دست یافت. در این روش از نظریه تغییر شکل کلی خمیرسانی (پلاستیسیته) استفاده شده است. با توجه به قراردادن شکل اولیه ورق در صفحه افق، ارتفاع تغییر شکل در هر نقطه معلوم است و مسئله از حالت سه بعدی به دوبعدی کاهش می یابد که در کاهش حجم محاسبات بسیار مؤثر است. همچنین به منظور دسترسی به مناسب ترین حدس اولیه در حل سیستم معادلات، از یک روش ویژه در تصویرکردن المان های واقع بر قطعه سه بعدی بر صفحه افق استفاده شده است. با حل سیستم معادلات علاوه بر شکل بهینه ورق اولیه، مؤلفه های کرنش های اصلی نیز مشخص می شود. نتایج به دست آمده از این روش برای چند قطعه صنعتی با نتایج تجربی و همچنین نرم افزارهای تجاری موجود مورد مقایسه قرار گرفته است.

واژگان کلیدی: پرس کاری ورق، کشش عمیق، روش اجزا محدود معکوس، شکل اولیه ورق، شکل پذیری.

## مقدمه

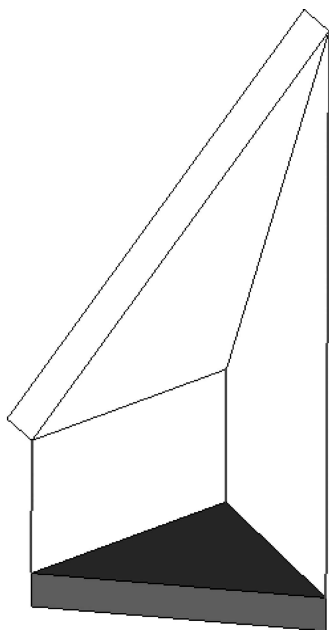
با توجه به پیچیدگی قطعات پرس کاری شده، هزینه زیاد و نیز زمان بر بودن سعی و خطای تجربی، مدل سازی رایانه ای که به کاهش قابل توجه زمان و هزینه می انجامد، سریعاً توسعه یافت. این فرایند همچنین با استفاده از مدل صلب - پلاستیک در اجزاء محدود و براساس نظریه غشایی مدل سازی شد.<sup>[۱]</sup> در صورت بزرگ بودن کرنش ها فرض صلب - پلاستیک فرضی کاملاً منطقی و مناسب است. با این حال با به کارگیری این مدل امکان محاسبه برگشت فزنی و تنش های پس ماند از بین می رود. محققین برای رفع این محدودیت، مدل الاستوپلاستیک را به عنوان مدل ماده به کار گرفتند. جزئیات روابط و فرمولاسیون این مدل سازی در دسترس است.<sup>[۲]</sup>

مدل های فوق همگی از ورق اولیه به قطعه نهایی می رسند؛ این در حالی است که در مرحله طراحی نیاز داریم که با داشتن قطعه نهایی، ورق اولیه مناسب را به دست آوریم. تکمیل حل در این روش ها زمان بر است و برای مدل سازی نیز به کاربر متخصص و با تجربه نیاز است. به منظور اجتناب از این مشکلات، اخیراً از مدل های اجزاء محدود معکوس استفاده می شود؛ چنان که برخی از محققین

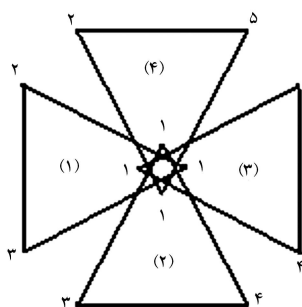
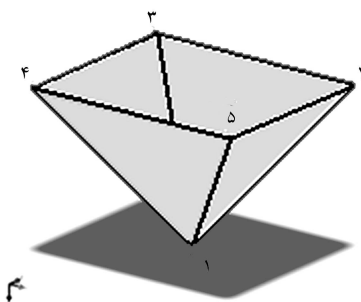
پرس کاری ورق یکی از مهم ترین فرایندهای شکل دهی در صنایع مختلف است. از مزیت های این روش کم شدن دورریز ماده و تولید قطعات با اشکال پیچیده است. بیشترین کاربرد این فرایند در صنایع خودروسازی مشاهده می شود. اندکی بهبود در فرایند ساخت قطعات بدنه خودرو منجر به صرفه جویی های اقتصادی قابل توجه می شود. با دسترسی به رایانه های پرسرعت، شبیه سازی رایانه ای این فرایند به طور پیوسته در حال بهبود است. این شبیه سازی، بهینه سازی فرایند - به خصوص در مراحل طراحی - را هدف گرفته است. در قطعات پیچیده عدم رعایت بعضی از اصول در پارامترهای طراحی ممکن است به بروز عیوب عمده، نظیر پارگی و چروکیدگی، بینجامد.

در یکی از اولین تلاش ها برای مدل سازی فرایند پرس کاری ورق، تحقیقات تجربی وسیعی در مورد کشش عمیق انجام، و حل تحلیلی ساده ای برای حالت کشش عمیق متقارن محوری ارائه شد.<sup>[۱]</sup> با در دسترس قرار گرفتن رایانه های پرسرعت و

تاریخ: دریافت ۱۳۸۷/۸/۸، داوری ۱۳۸۸/۶/۱۱، پذیرش ۱۳۸۸/۱۱/۱۲.



شکل ۱. تصویر یک المان.



شکل ۲. نمایش المان‌های تاشده‌ی هرم روی صفحه‌ی افق. [۱۱]

### ۳. محاسبه‌ی نیروهای درون صفحه‌ی و تشکیل سیستم معادلات خطی

در مرحله‌ی بعد ماتریس سختی برای المان‌های تاشده به دست می‌آید. در محاسبه‌ی این ماتریس، ضخامت هر المان ثابت و برابر با ضخامت ورق اولیه فرض می‌شود (البته این ضخامت در مراحل بعدی تصحیح خواهد شد). حال نیروهایی به صورت صفحه‌ی برای هر المان به دست می‌آید. این نیروها معادل نیروهایی است که سبب تغییر شکل صفحه‌ی سه‌بعدی به حالت تصویر شده و یا حالت تصویر شده به ورق

نیز به روش معکوس و براساس کمیته‌سازی انرژی به حل مسئله پرداختند. [۵۴] در این روش، معادلات غیرخطی حاصل از کمیته‌سازی انرژی با استفاده از الگوریتم نیوتن - رافسون در چندین مرحله حل می‌شود. از آنجا که سرعت هم‌گرایی معادلات غیرخطی کاملاً وابسته به حدس اولیه است، روش‌هایی برای بهبود حدس اولیه نیز ارائه شد. [۶] در همین راستا، براساس کمیته‌سازی انرژی نتایج روش معکوس به دست آورده شد و با استفاده از روش مستقیم ورق اولیه‌ی حاصل از روش معکوس بهینه‌سازی شد. [۷] سپس به کمک نظریه‌ی تغییر شکل کلی خمیرسانی و المان‌های غشایی، مسئله‌ی متقارن محوری حل شد. [۸] و در ادامه آن را برای حالت بدون تقارن محوری نیز توسعه دادند. [۹] در یکی از تحقیقات به عمل آمده، با فرض رابطه‌ی خطی بین کرنش و تغییر مکان و اعمال آن به تغییر شکل‌های بزرگ، محققین به حل مسئله پرداختند. [۱۰]

در این نوشتار، و در ادامه و تکمیل پژوهش قبلی، [۱۱] به کمک تا کردن المان‌های قطعه‌ی سه‌بعدی و در نتیجه تبدیل مسئله‌ی سه‌بعدی به دو بعدی، روشی سریع و کارا برای آنالیز کرنش در فرایند پرس‌کاری ورق ارائه می‌شود. تعدادی فرضیات ساده‌ساز نیز برای رسیدن به حل اعمال شده و برای حل از نظریه‌ی تغییر شکل کلی خمیرسانی استفاده می‌شود. مسیر تغییر شکل ماده به صورت خط مستقیم در نظر گرفته شده و حل به صورت تک‌گام و تنها با در نظر گرفتن حالت ابتدایی و نهایی قطعه انجام می‌شود.

## مراحل کاری و فرمول بندی

چنان که بیان شد هندسه‌ی قطعه‌ی نهایی به صورت سه‌بعدی معلوم است. همچنین مکان اولیه‌ی کلیه‌ی نقاط روی صفحه‌ی افق قرار دارد. با در نظر گرفتن این معلومات مسئله‌ی سه‌بعدی به دو بعدی محدود می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن نظریه‌ی تغییر شکل کلی خمیرسانی<sup>۲</sup> و استفاده از یک حدس اولیه‌ی نزدیک به واقعیت، سیستم معادلات به صورت خطی درآمده و حل می‌شوند. برای مش بندی قطعه از المان‌های مثلثی ۶ درجه آزادی استفاده شده است. به‌طور کلی مراحل حل مسئله عبارتند از:

### ۱. تصویر کردن<sup>۳</sup>

حالت تصویر شده‌ی یک المان دلخواه در شکل ۱ نمایش داده شده است. تصویر این هرم (سایه) از نظر موقعیت طول و عرض کاملاً منطبق بر طول و عرض نقاط موجود روی قطعه‌ی سه‌بعدی است. بنا بر این تصویر یک قطعه معرف حالت نهایی آن قطعه پس از شکل دهی و در فضای دو بعدی است.

### ۲. تا کردن

به منظور دست‌یابی به نیروهای شکل‌دهی، المان‌های قطعه به‌طور جداگانه حول مرکز المان دوران داده شده و به حالت افقی درمی‌آیند. در شکل ۲ المان‌های تاخوردگی مربوط به هرم، روی صفحه‌ی افق مشاهده می‌شود. المان‌های نشان داده شده از نظر سطحی تقریباً معرف حالت اولیه‌ی المان در سطح افق هستند. اما موقعیت گره‌ها و پیوستگی بین المان‌ها باید تصحیح شوند. به عبارت دیگر با اعمال یک نیروی درون صفحه‌ی باید جابه‌جایی‌های لازم انجام شود تا شکل واقعی گسترده حاصل شود.

نمایش می‌دهد. المان به دست آمده در ورق تخت معادل المان اولیه در شکل، و المان ناشدهی افقی معادل المان تغییر شکل یافته است. هر دو این المان‌ها در صفحه‌ی تخت دوبعدی و در دستگاه مختصات اصلی قرار دارند.

رابطه‌ی موقعیت نهایی رأس‌های A و B را می‌توان برحسب موقعیت اولیه‌شان و به کمک تانسور  $F$  (گرادیان تغییر شکل) به شکل ماتریسی بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 0 & 0 \\ X_2 & Y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_1 & Y_1 \\ 0 & 0 & X_2 & Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{21} \\ F_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

با ضرب کردن معکوس ماتریس مرتبه ۴ در طرفین رابطه‌ی ۴، مؤلفه‌های  $F$  محاسبه می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{21} \\ F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{X_1 Y_2 - X_2 Y_1} \begin{bmatrix} Y_2 & -Y_1 & 0 & 0 \\ -X_2 & X_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_2 & -Y_1 \\ 0 & 0 & -X_2 & X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

با داشتن تانسور  $F$ ، مؤلفه‌های تانسور  $C$  (تانسور تغییر شکل گرین) نیز به سادگی محاسبه می‌شود.

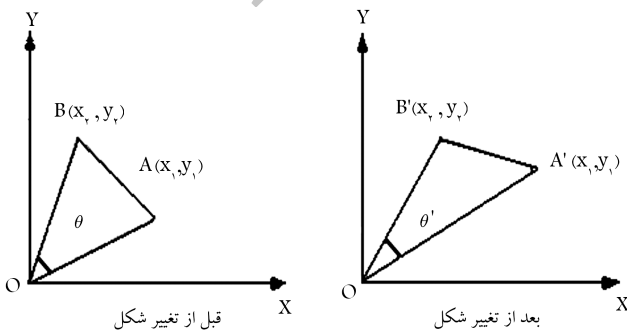
$$\begin{aligned} C_{11} &= F_{11}^2 + F_{21}^2 \\ C_{12} &= C_{21} = F_{11}F_{12} + F_{21}F_{22} \\ C_{22} &= F_{12}^2 + F_{22}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

بدین ترتیب مقادیر اصلی  $C$  که همان نسبت‌های تغییر طول ( $\lambda$ ) هستند، و نیز راستای آنها نسبت به دستگاه مختصات محاسبه می‌شود:

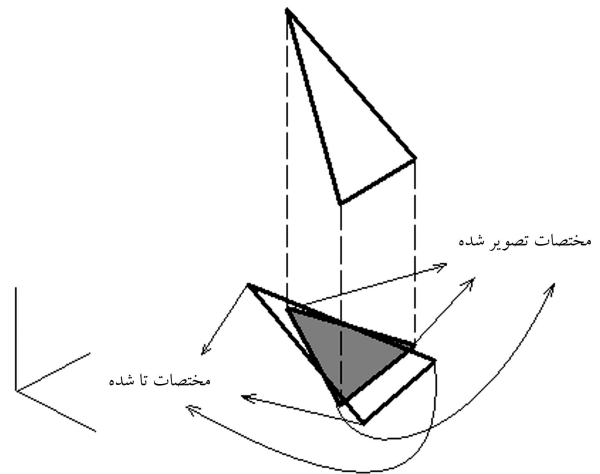
$$\lambda_{11}^2, \lambda_{22}^2 = \frac{C_{11} + C_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{22}}{2}\right)^2 + C_{12}^2} \quad (7)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2C_{12}}{C_{11} - C_{22}} \quad (8)$$

که در آن  $\theta$  زاویه‌ی راستای اصلی با محور  $x$  را نمایش می‌دهد.



شکل ۴. المان مثلثی در حالت تغییر شکل یافته و اولیه. [۱۳]



شکل ۳. نمایش مختصات گره‌های المان تصویر شده و المان ناشده برای یک المان مشخص.

اولیه می‌شود. نیروهای اعمالی در هر گره چنین محاسبه می‌شود:

$$\Delta u_e = (Unfolded Coordinates) - (Projected Coordinates) \quad (1)$$

$$F_e = K_e \times \Delta u_e \quad (2)$$

که در آن  $F_e$  نیروهای وارد بر هر المان،  $K_e$  ماتریس سختی المان و  $\Delta u_e$  جابه‌جایی گره‌های المان است. در شکل ۳ مختصات گره‌های المان تصویر شده و المان ناشده برای یک المان مشخص نمایش داده شده است.

این عمل برای تمام المان‌ها تکرار شده و با مونتاژ برداری نیروها در تمام گره‌ها و همچنین مونتاژ ماتریس سختی برای تمام المان‌های تاخوردی یک سیستم معادلات کلی حاصل می‌شود:

$$KU = F \quad (3)$$

که در آن  $F$  بردار نیروی کلی،  $K$  ماتریس سختی کلی و  $U$  بردار جابه‌جایی کلی گره‌ها است.

#### ۴. اعمال قیود و حل معادلات

در این مرحله قیود موجود روی گره‌ها اعمال می‌شود. مثلاً وقتی با استفاده از تقارن یک چهارم قطعه مدل می‌شود، نقاط روی محور  $x$  یا  $y$ ها مقید به حرکت روی همان محور می‌شوند. [۱۳] پس از اعمال قیود بر روی معادلات، برای حل معادلات از روش گوس استفاده می‌شود.

در جواب به دست آمده از معادله،  $U$  معرف میزان جابه‌جایی گره‌ها است که توسط آن شکل اولیه‌ی ورق بهینه حاصل می‌شود. این شکل ورق اولیه به‌عنوان تخمین ابتدایی محسوب شده و در ادامه تصحیح می‌شود. برای این کار کرنش‌های هر المان محاسبه می‌شود.

#### ۵. محاسبه‌ی کرنش‌ها

برای محاسبه‌ی کرنش‌های ایجاد شده در المان‌ها، از یک روش ارائه‌شده‌ی موجود استفاده شده است. [۱۳] شکل ۴ حالت اولیه و تغییرشکل یافته را برای المان مثلثی

با محاسبه‌ی لگاریتم تغییر طول‌های اصلی، کرنش‌های اصلی نیز محاسبه می‌شود. بعد از محاسبه‌ی کرنش‌ها، کرنش معادل از رابطه‌ی ۹ قابل محاسبه است. [۲]

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(2+r)}{(1+2r)} \left[ (1+r)\varepsilon_x^2 + (1+r)\varepsilon_y^2 + 2r\varepsilon_x\varepsilon_y + \frac{1}{3}\gamma_{xy}^2 \right]} \quad (9)$$

سپس با داشتن مقدار کرنش معادل و به کمک رابطه‌ی هولمن تنش معادل محاسبه می‌شود.

$$\bar{\sigma} = k\bar{\varepsilon}^n \quad (10)$$

ماتریس بیان‌کننده‌ی جنس ماده (ماتریس  $D$ ) از رابطه‌ی ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$D_p = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \begin{pmatrix} 1+r & r & 0 \\ r & 1+r & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

با استفاده از ماتریس  $D$  مربوط به هر المان، ماتریس سختی المان‌ها از رابطه‌ی ۱۲ محاسبه می‌شود.

$$K_e = \int B^T D B dv \quad (12)$$

که در آن  $B$  ماتریس میان‌بایی کرنش المان،  $D$  ماتریس خاصیت ماده، و  $dv$  جزء حجم ماده است.

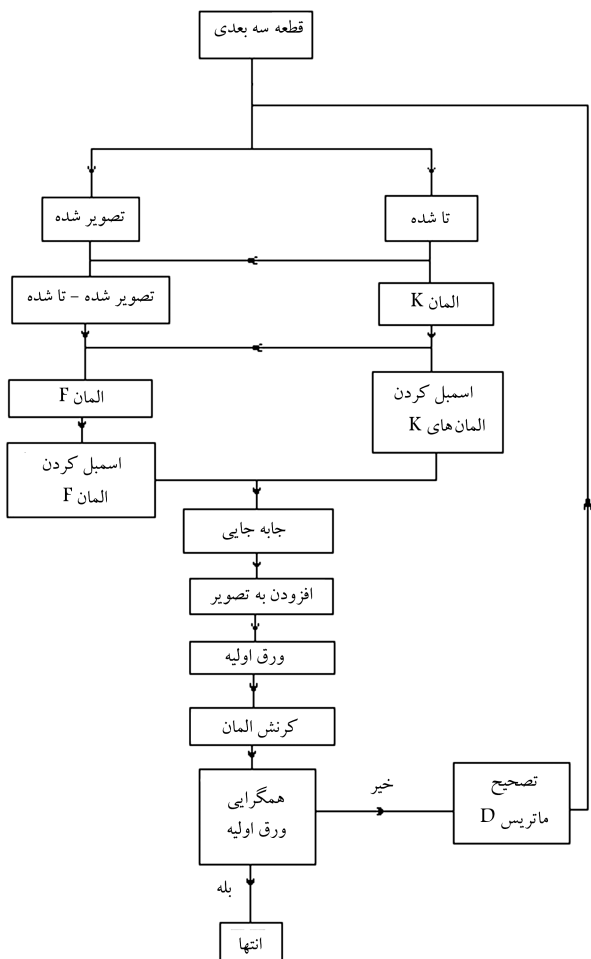
با مونتاژ کردن بردارهای نیروی المان‌ها و ماتریس‌های سختی آنها، و نیز با حل دستگاه معادلات حاصله، ورق اولیه مربوط به قطعه‌ی سه‌بعدی به دست می‌آید. در این مرحله کرنش‌های هر المان به روشی که پیش‌تر توضیح داده شد قابل محاسبه‌اند. ماتریس  $D$  نیز با استفاده از روش مستقیم<sup>۴</sup> اصلاح می‌شود و دوباره در مسیر حل قرار گرفته و فرایند حل تکرار می‌شود. فلوجارت کلی روش پیش‌بینی شکل ورق اولیه در شکل ۵ نمایش داده شده است.

## نتایج

برای ارزیابی صحت نتایج، دو قطعه‌ی فنجان مدور<sup>۵</sup> و منشور مربعی<sup>۶</sup> در نظر گرفته شده‌اند. نتایج این دو قطعه با نتایج موجود<sup>[۱۳]</sup> و نیز با نتایج نرم‌افزار ABAQUS مقایسه شده است. فنجان مدور، قطعه‌ی استوانه‌یی و دارای تقارن محوری است. این قطعه با ۳۸۳۶ المان و ۲۰۰۳ گره مش‌بندی شد. ابعاد قطعه‌ی تحلیل شده و مشخصات ورق مورد استفاده برای پرس‌کاری به ترتیب در جدول ۱ و ۲ آمده است (ابعاد به mm داده شده است).

شکل ورق اولیه‌ی این قطعه، دایره‌یی بود با قطر ۹۰ mm. به منظور مقایسه‌ی اندازه‌ی شکل این ورق با نتایج نرم‌افزار ABAQUS (که به روش مستقیم مسئله را حل می‌کند)، پس از چندین مرتبه آزمون سعی و خطا قطر ورق اولیه مناسب ۹۱ mm به دست آمد. این مقایسه ۱٫۱ درصد خطا نشان می‌دهد.

در شکل ۵ کرنش شعاعی، محیطی و ضخامتی نمایش داده شده است. منحنی با نقاط مربعی نقاطی هستند که به صورت تجربی اندازه‌گیری شده‌اند. [۱۴] منحنی نشان داده شده با نقاط خط‌چین از تحلیل نرم‌افزار ABAQUS به دست آمده‌اند. منحنی نشان داده شده با نقاط دایره‌دار نیز از تحلیل کد معکوس نوشته شده به دست آمده است.



شکل ۵. فلوجارت کلی روش حل.

جدول ۱. ابعاد مربوط به فرایند و قطعه.

ضخامت ورق اولیه	عمق	شعاع فیلت لبه‌ی قالب	شعاع فیلت پانچ	قطر لبه‌ی فلنج	قطر پانچ
۰٫۷	۳۱٫۵	۵	۱۳	۷۶٫۶	۵۰

جدول ۲. مشخصات ماده.

E (GPa)	R	K (MPa)	n
۲۱۰	۱٫۶۵	۵۴۷	۰٫۱۸

چنان‌که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، توزیع کرنش‌های حاصل از کد نوشته شده از نظر کیفی با نتایج تجربی و همچنین نتایج حاصل از حل نرم‌افزار ABAQUS به خوبی مطابقت دارد. با این حال از نظر کمی اختلافاتی مشاهده می‌شود. یکی از دلایل اختلاف نسبت به مقادیر تجربی، استفاده از المان غشائیی است که فاقد خاصیت خمش است. همچنین در کار حاضر اثرات اصطکاکی وارد نشده‌اند که این خود باعث ایجاد خطا می‌شود.

برای بررسی پارگی احتمالی قطعه، کرنش‌های اصلی المان‌های آن بر روی منحنی حد شکل‌دهی نشان داده شده است. برای رسم منحنی حد شکل‌دهی

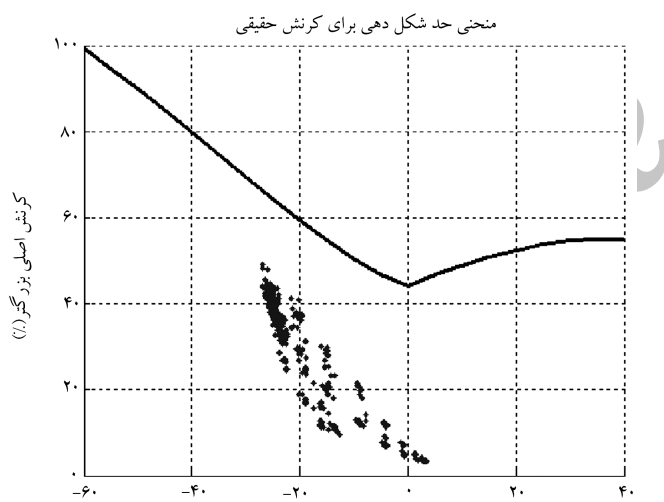
از رابطہ‌ی تجربی استوارت - کیلر استفاده شده است.<sup>[۱۵]</sup> این رابطہ برای ورق‌های فولادی کم‌کربن ارائه شده است. از بین دو کرنش اصلی داخل صفحه، محور افقی نشان‌گر کرنش اصلی کوچک‌تر و محور قائم نشان‌گر کرنش اصلی بزرگ‌تر است. با بررسی نمودار حد شکل‌دهی این قطعه در شکل ۷ مشاهده می‌شود که خطر پارگی برای این قطعه وجود ندارد. آزمایش تجربی این قطعه نیز عدم پارگی قطعه را تأیید می‌کند.

منشور مربعی به‌عنوان دومین قطعه مورد تحلیل قرار گرفته است. ابعاد این قطعه‌ی مربعی (برحسب mm) در جدول ۳ و مشخصات ماده‌ی مورد استفاده در ورق اولیه‌ی آن در جدول ۴ آمده است.

این قطعه با ۱۸۶۸ المان و ۹۹۲ گره مش‌بندی شد و بعد از ۵ مرحله تصحیح ماده، حل به هم‌گرایی رسید. نتیجه‌ی شکل ورق اولیه‌ی حاصل از این تحلیل در شکل ۸ نمایش داده شده است. طول ضلع به دست آمده برای ورق اولیه نسبت به طول ضلع مناسب به دست آمده در مدل‌سازی نرم افزار ABAQUS (۰٫۲m) حداکثر ۲٫۵ درصد خطا دارد.

در مرحله‌ی طراحی اولیه، دانستن نقاط مربوط به کرنش‌های بحرانی برای طراح از اهمیت بالایی برخوردار است. بنابراین در شکل ۹ مقادیر کرنش ضخامت‌ی روی قطعه‌ی سه‌بعدی نمایش داده شده است.

در شکل ۱۰ نیز توزیع کرنش ضخامت‌ی حاصل از نرم افزار ABAQUS روی قطعه نمایش داده شده است. منحنی کرنش ضخامت‌ی برحسب فاصله از مرکز در راستای قطر نیز در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. در این منحنی نقاط دایره‌دار



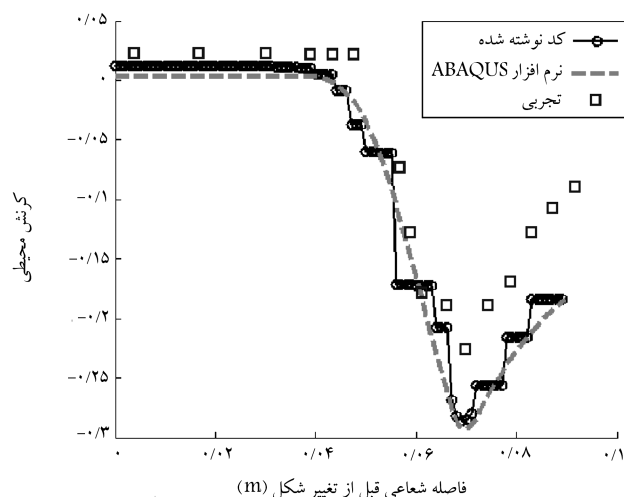
شکل ۷. نمایش کرنش المان‌ها بر روی منحنی حد شکل‌دهی.

جدول ۳. ابعاد منشور مربعی.

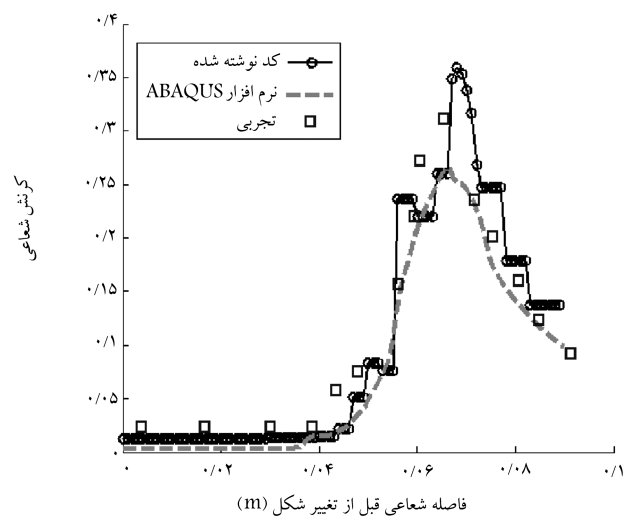
طول ضلع	شعاع فیلت	عمق کشش	ضخامت ورق اولیه
۱۸۲	۱۰	۳۶	۰٫۸۲

جدول ۴. مشخصات ماده‌ی مورد استفاده در ورق اولیه.

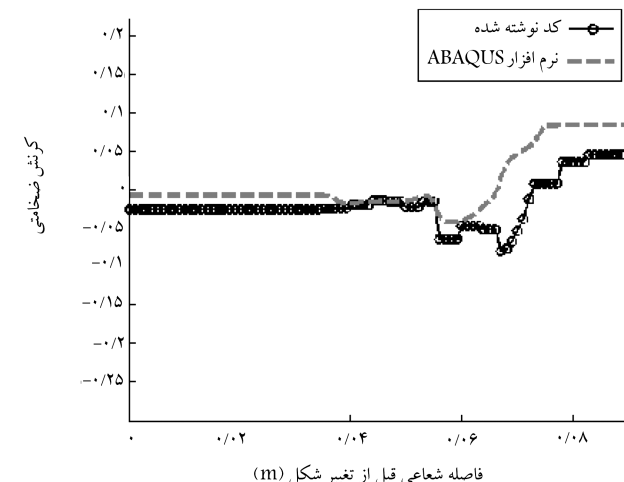
E (GPa)	R	K (MPa)	N
۲۰۰	۱	۵۱۳	۰٫۲۲



الف) کرنش محیطی برحسب فاصله از مرکز؛

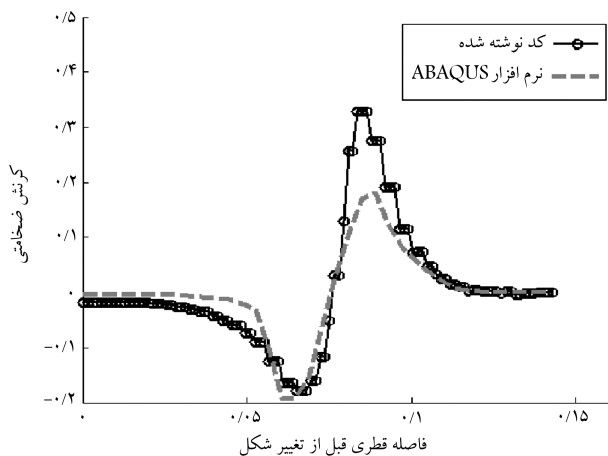


ب) کرنش شعاعی برحسب فاصله از مرکز؛

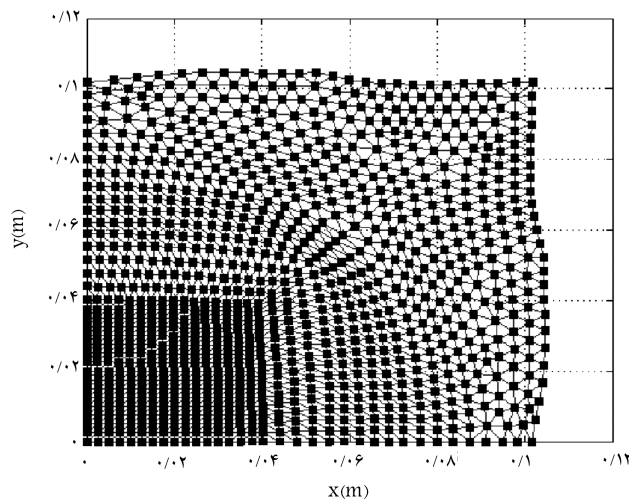


ج) کرنش ضخامت‌ی برحسب فاصله از مرکز در ورق اولیه.

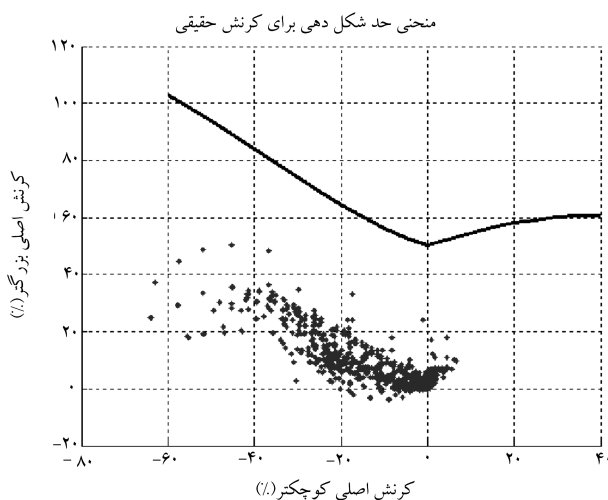
شکل ۶. نمایش کرنش برحسب فاصله از مرکز در ورق اولیه.



شکل ۱۱. کرنش ضخامتی برحسب فاصله در راستای قطر.



شکل ۸. شکل ورق اولیه‌ی مناسب برای منشور مربعی.

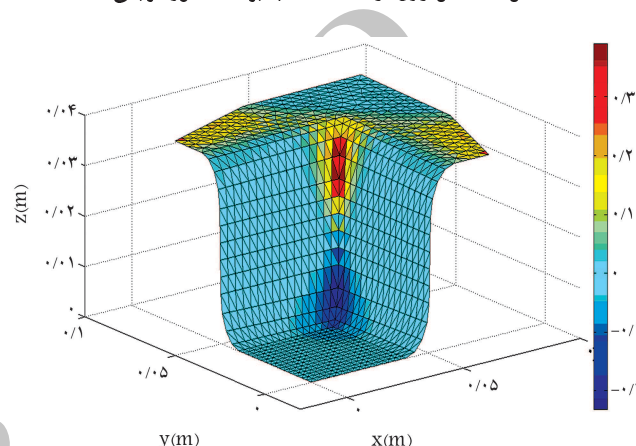


شکل ۱۲. نمایش کرنش‌های المان‌های منشور مربعی بر روی منحنی حد شکل دهی.

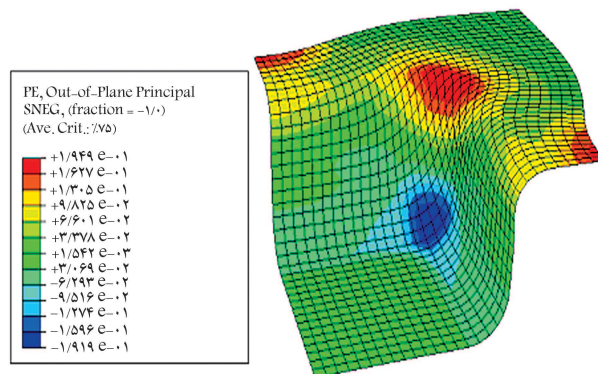
در نهایت نیز به منظور بررسی پارگی احتمالی قطعه، کرنش‌های اصلی المان‌های آن روی منحنی حد شکل دهی در شکل ۱۲ نمایش داده شده است.

### نتیجه‌گیری

در این نوشتار روشی برای بررسی و طراحی فرایند پرس‌کاری ورق در مرحله‌ی طراحی محصول ارائه شد. از مزیت‌های این روش عدم وجود مشکلات هم‌گرایی موجود در حل دستگاه معادلات غیر خطی و سرعت مناسب برای دفعات زیاد شبیه‌سازی فرایند در حین طراحی و عدم نیاز به کاربر متخصص و با تجربه‌ی بالا برای شبیه‌سازی است. در این حل در یک گام، تنها از مراحل اولیه و نهایی قطعه استفاده شده است که باعث سرعت بخشیدن به حل مسئله می‌شود. به منظور ارزیابی روش تک‌گام توضیح داده شده، کشش عمیق دو قطعه‌ی استوانه‌یی و مکعبی مورد تحلیل قرار گرفت. هندسه‌ی ورق اولیه، توزیع کرنش و ضخامت، و نیز نمایش کرنش المان‌ها بر روی منحنی حد شکل دهی از جمله نتایج مورد ارزیابی بودند. به طور کلی نتایج از نقطه نظر کیفی قابل قبول و از نقطه نظر کمی تقریباً مناسب‌اند. البته نتایج کمی را می‌توان در مراحل تحقیقات بعدی با در نظر گرفتن اثرات خم و اصطکاک به نحو مطلوبی بهبود بخشید.



شکل ۹. توزیع کرنش ضخامتی روی قطعه‌ی سه بعدی.



شکل ۱۰. توزیع کرنش ضخامتی روی قطعه‌ی نهایی حاصل از نرم افزار ABAQUS.

نتایج کد معکوس، و نقاط خط‌چین نتایج مربوط به نرم‌افزار ABAQUS را نمایش می‌دهند.

این توزیع کرنش از نظر کیفی با نتایج حاصل از حل نرم‌افزار ABAQUS تطابق خوبی دارد، اگرچه از نظر کمی اختلافاتی مشاهده می‌شود. صرف نظر کردن از اثرات خمش و اصطکاک را می‌توان یکی از دلایل این اختلاف عنوان کرد. استفاده از المان‌های مرتبه‌ی بالاتر نیز به بهبود دقت نتایج می‌انجامد.

## پانوشت

1. unfolding
2. total deformation theory of plasticity
3. projection
4. direct method
5. circular cup
6. square box

## منابع

1. Johnson, W., and Mellor, P.B. *Engineering Plasticity*, Ellis Horwood, chichester (1983).
2. Kobayashi, Sh.; Oh, S., and Altan, T. *Metal Forming and the Finite Element Method*, Oxford university press (1989).
3. Pittman, J.F.T.; Zienkiewicz, O.C.; Wood, R.D., and Alexander, J.M. *Numerical Analysis of Forming Processes*, John Wiley & Sons, chichester (1984).
4. Guo, Y.Q.; Batoz, J.L.; Detraux, J.M., and Duroux, P. "Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **39**, pp. 1385-401 (1990).
5. Guo, Y.Q.; Batoz, J.L.; Naceur, H.; Bouabdallah, S.; Mercier, F., and Barlet, O. "Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach", *Computers and Structures*, **78**, pp. 133-148 (2000).
6. Guo, Y.Q.; Naceur, H.; Debray, K., and Bogard, F. "Initial solution estimation to speed up inverse approach", *stamping modeling Engineering Computations*, **20**, pp. 810-834 (2003).
7. Habibi Parsa, M. and Pournia, P. "Optimization of initial blank shape predicted based on inverse finite element method", *Finite Elements in Analysis and Design*, **43**, pp. 218-233 (2007).
8. Majlessi, S.A., and Lee, D. "Further development of sheet metal forming analysis method", *Journal of engineering for industry*, **109** (Nov. 1987).
9. Majlessi, S.A., and Lee, D. "Deep drawing of square-shaped sheet metal parts", part 1: finite element analysis, *Journal of engineering for industry*, **115**, pp.102-109 (1993).
10. Liu, S.D., and Karima, M. "A one step finite element approach for product design of sheet metal stampings", *NUMIFORM*, **92**, pp. 497-502 (1992).
11. Azizi, R., and Assempour, A. "Application of linear inverse finite element method in prediction of the optimum blank in sheet metal forming", *Material and design*, **29**, pp. 1965-1972 (2008).
12. Chandrupatla, R., and Tirupathi, *Introduction to Finite Elements in Engineering*, Prentice hall, New Jersey (1997).
13. Sowerby, R.; Chu, E., and Duncan, J.L. "Determination of large strains in metal forming", *Journal of strain analysis*, **17**(2) (1982).
14. Saran, M.J.; Schedin, E.; Samuelsson, A.; Melander, A., and Gustafsson, C. "Numerical and experimental investigation of deep drawing of sheet metal parts", *Journal of engineering for industry*, **112** (August 1990).
15. Keeler, S.P. "On the origins of FLD", In forming limit diagrams: concept, method, and applications, edited by: R.H. Wagoner, K.S. Chan, S.P. Keeler, Tms (publisher), Warrendale, Pa. pp.3-8 (1989).