

# بررسی عددی و تجربی حرکت یک جسم جامد تغییر شکل پذیر و برخورد آن با یک سطح صلب

حامد اسماعیلزاده (دانشجوی کارشناسی ارشد)

محمد پسندیده فرد\* (استاد)

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۴)  
دوری ۲ - ۳، شماره ۲، ص. ۲۳-۱۵

در تحقیق حاضر به بررسی عددی و آزمایشگاهی برهمکنش بین یک جسم جامد تغییر شکل پذیر و محیط سیال خواهیم پرداخت. مدل توسعه یافته از روش اویاری برای سیال و جسم جامد، و از روش نسبت حجمی سیال برای تعیین موقعیت جسم جامد بهره می برد. برای محاسبات مربوط به جسم جامد از یک تانسور کرنش استفاده شده که در هر گام زمانی، توسط یک رابطه انتقال محاسبه می شود. براساس مقادیر کرنش به دست آمده و نیز معادله مشخصه جسم جامد، تنش های کشسان در ناحیه جسم جامد محاسبه می شود. به منظور بهبود شرط مرزی دینامیکی، گرانروی جسم جامد افزایش یافته که این امر با کاهش تأثیر تنش های کشسان در فصل مشترک سیال/جامد، سبب پایداری شبیه سازی می شود. در ادامه، آزمایش تجربی حرکت جسم جامد در هوا و برخورد آن با سطح صلب انجام شد. همین مورد با استفاده از برنامه عددی توسعه یافته نیز شبیه سازی و نتایج حاصله با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد.

واژگان کلیدی: برهمکنش سیال/جامد، ماده های هائیرالاستیک، روش نسبت

حجمی سیال، حل عددی، پردازش تصویر.

esmailzadeh\_hamed@yahoo.com  
mpfard@um.ac.ir

## ۱. مقدمه

مسائل برهمکنش سیال/جامد در سیستم های زیست شناختی، فرایندهای صنعتی و انیمیشن کاربردهای فراوان دارد. به دلیل وجود مرزهای متحرک پیچیده در این گونه مسائل، مدل سازی آنها همیشه چالش برانگیز بوده است. حل این گونه مسائل، نیازمند توجه به چهار عامل اساسی است: ۱. حل معادلات سیال؛ ۲. حل معادلات مربوط به جسم جامد تغییر شکل پذیر؛ ۳. ردیابی فصل مشترک سیال/جامد؛ ۴. شرایط مرزی در فصل مشترک سیال/جامد که بیانگر اثر دو طرفه سیال و جسم جامد بر یکدیگر است. چون فصل مشترک سیال/جامد در مکان و زمان تغییر شکل پیدا می کند، معادلات حاکم بر سیال و جسم جامد باید در حوزه حل پیچیده ای بررسی شود. لذا باید روند محاسباتی مؤثری برای سیال و جسم جامد اتخاذ شود. در روش های معمول، حل این مسائل بدین گونه است که محاسبات مربوط به سیال از دیدگاه اویاری بررسی می شوند، در حالی که تحلیل معادلات مربوط به جسم جامد از دیدگاه لاگرانژی صورت می پذیرد. رویکردهای عددی به منظور حل مسائل برهمکنش سیال/جامد عموماً به سه دسته تقسیم می شود: رویکرد لاگرانژی - لاگرانژی، رویکرد اویاری - لاگرانژی و رویکرد اویاری - اویاری.

## الف) رویکرد لاگرانژی - لاگرانژی

در این رویکرد، حوزه حل سیال و جامد به صورت جداگانه در نظر گرفته می شود. [۱] شرایط مرزی در فصل مشترک سیال/جامد به منظور ارتباط بین دو حوزه حل کاربرد دارد. در این روش، شبکه ای نامنظم به فصل مشترک سیال/جامد متصل است، به طوری که شرایط مرزی با دقت مناسبی برقرار است. همچنین موقعیت فصل مشترک سیال/جامد مجهول است و در هر گام زمانی نیز تغییر می کند. لذا این روش نیاز به دنبال کردن موقعیت فصل مشترک جدید دارد. این گونه روش ها یک شبکه بندی انعطاف پذیر دارند و جزئیات فیزیکی در فصل مشترک سیال/جامد را با دقت بالایی نشان می دهند. مهم ترین چالش در این رویکرد، انتقال صحیح اطلاعات بین سیال و جامد، عدم همگرایی مناسب مخصوصاً در مسائل دارای تغییر شکل بزرگ برای جسم جامد، و نیز عدم سازگاری مناسب بین برنامه های عددی اتخاذ شده برای سیال و جسم جامد است.

## ب) رویکرد اویاری - لاگرانژی

در این رویکرد، شبکه بندی اویاری و لاگرانژی به ترتیب برای سیال و جامد در نظر گرفته می شود. در تمامی روش های موجود با این رویکرد، با استفاده از نظریه عملگر لاگرانژی<sup>۱</sup> جمله ای نیرویی به معادلات حاکم بر سیال افزوده می شود تا

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۶/۲، اصلاحیه ۱/۱۱/۱۳۹۲، پذیرش ۲/۲۷/۱۳۹۳.

جسم جامد از روش پانگز استفاده شده که خطای عددی توزیع (دیفیوژن) کمتری دارد.<sup>[۱۲]</sup> این روش اغلب در شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی کاربرد دارد.<sup>[۱۳]</sup> در انتها نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی انجام شده در این تحقیق، شامل حرکت یک جسم کروی هاپیرالاستیک (سیلیکون) در هوا و برخورد آن با یک سطح صلب، مقایسه شده‌اند. مدل عددی ارائه شده در این تحقیق، در تمامی برنامه‌های عددی که توانایی حل جریان تراکم‌ناپذیر را دارند، به راحتی قابل استفاده است.

## ۲. مدل ریاضی

حل معادلات ناویر - استوکس زیربنای اصلی مدل‌سازی عددی مستقیم جریان سیال و جسم جامد را تشکیل می‌دهد. معادلات حاکم بر جریان سیال و جسم جامد، معادلات پیوستگی و مومنتوم است که چنین بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V = \frac{-\nabla P}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mu [\nabla V + (\nabla V)^T] + \frac{\nabla \cdot \tau_e}{\rho} + g \quad (۲)$$

در این رابطه‌ها،  $V$  بردار سرعت،  $t$  زمان،  $\rho$  چگالی،  $P$  فشار،  $\mu$  گرانروی دینامیکی،  $\tau_e$  تانسور تنش کشسان، و  $g$  شتاب جاذبه است.

در روش ارائه شده در این تحقیق، جسم جامد به صورت سیال با گرانروی بالا در نظر گرفته شده که جمله‌ی تنش کشسان به آن افزوده شده است. برای تعیین موقعیت جسم جامد از روش نسبت حجمی سیال استفاده شده است. در این روش، حرکت فصل مشترک سیال/جامد به وسیله‌ی معرفی یک کمیت اسکالر  $\varphi_s$  در حوزه‌ی حل انجام می‌شود:

$$\varphi_s = \begin{cases} 0 & \text{in fluid} \\ 0 < \varphi_s < 1 & \text{in fluid/solid interface} \\ 1 & \text{in solid} \end{cases} \quad (۳)$$

تأثیر این کمیت اسکالر در هر سلول بر مقدار چگالی و گرانروی براساس روابط ۴ و ۵ به دست می‌آید:

$$\rho = (1 - \varphi_s) \rho_f + \varphi_s \rho_s \quad (۴)$$

$$\mu = (1 - \varphi_s) \mu_f + \varphi_s \mu_s \quad (۵)$$

که در آن زیرنویس‌های  $f$  و  $s$  به ترتیب نشان‌گر فازهای سیال و جامد است. در این تحقیق، از اثرات تنش سطحی در فصل مشترک سیال/جامد صرف نظر شده است. در مراحل محاسباتی طی شده، پس از محاسبه‌ی مقادیر سرعت با استفاده از معادله‌ی مومنتوم، مقادیر  $\varphi_s$  براساس معادله‌ی انتقال ۶ در حوزه‌ی حل جابه‌جا می‌شود:

$$\frac{D\varphi_s}{Dt} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial t} + V \cdot \nabla \varphi_s = 0 \quad (۶)$$

در این تحقیق، ماده‌ی هاپیرالاستیک به صورت مدل نئوهوکین در نظر گرفته شده است. برای این مدل ساده و معروف، تانسور تنش کشسان ( $\tau_e$ ) مطابق رابطه‌ی ۷ تعریف می‌شود:<sup>[۱۴]</sup>

$$\tau_e = GB \quad (۷)$$

از روند شبکه‌بندی مجدد در هر گام زمانی اجتناب شود. لذا محاسبه‌ی صحیح عملگر لاگرانژی امری ضروری است.<sup>[۴،۳]</sup> در روش‌های اویلری - لاگرانژی، مشکلات ناپایداری مربوط به روش‌های لاگرانژی - لاگرانژی وجود ندارد، اما چالش بزرگ آن‌ها نداشتن دقت کافی و مهم‌تر از آن دشواری توسعه‌ی برنامه‌های عددی با استفاده از این‌گونه روش‌هاست. در تمامی روش‌های لاگرانژی - لاگرانژی و اویلری - لاگرانژی، برای پیش‌بینی حرکت و تغییر شکل جسم جامد از روش لاگرانژی استفاده می‌شود. اگر هندسه‌ی جسم جامد پیچیده باشد یا تعداد اجسام جامد در سیستم زیاد باشند، شبکه‌بندی مجدد منجر به افزایش محاسبات و لذا افزایش خطاهای عددی می‌شود. از طرفی با توجه به پیچیدگی شکل حوزه‌ی حل (به خصوص در حضور تعداد زیاد اجسام جامد)، استفاده از شبکه‌ی نامنظم غیرقابل اجتناب خواهد بود. برای شبیه‌سازی مسائل برهم‌کنش سیال/جامد بدون نیاز به شبکه‌بندی مجدد، از رویکرد اویلری - اویلری استفاده می‌شود.

## چ) رویکرد اویلری - اویلری

در دیدگاه لاگرانژی، جابه‌جایی نسبی بین نقاط مجاور در جسم جامد از حالت اولیه به حالت تغییر شکل یافته، مقدار تغییر شکل را نشان می‌دهد. در حالی که در دیدگاه اویلری، یک تانسور کرنش معرفی می‌شود که توسط رابطه‌ی انتقال<sup>۲</sup> در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. با توجه به مقادیر کرنش و نیز معادله‌ی مشخصه‌ی جسم جامد، تنش کشسان<sup>۳</sup> در ناحیه‌ی جسم جامد قابل محاسبه است که به معادلات حاکم بر سیال افزوده می‌شود. در این روش، به منظور محاسبه‌ی تنش کشسان در جسم جامد، به جای جابه‌جایی نسبی بین نقاط در جسم جامد، از گرادیان‌های سرعت استفاده می‌شود. لذا روند شبکه‌بندی مجدد در این روش به طور کامل از میان برداشته شده و از یک شبکه‌ی ثابت و منظم برای کل حوزه سیال و جامد استفاده می‌شود.<sup>[۶،۵]</sup>

با توجه به این رویکرد، در سال ۲۰۱۰ یکی از ساده‌ترین روش‌های کاربردی به منظور مدل‌سازی حرکت جسم جامد تغییر شکل پذیر در محیط سیال معرفی شد.<sup>[۷]</sup> مهم‌ترین مزیت روش ارائه شده، قابل استفاده بودن آن برای تمامی برنامه‌هایی است که توان حل جریان سیال را دارند. این روش هم‌اکنون در بسیاری از موارد، چارچوب اصلی مطالعات در زمینه‌ی مدل‌سازی حرکت جسم جامد تغییر شکل پذیر در محیط سیال را تشکیل می‌دهد و کارایی روش ارائه شده بارها به اثبات رسیده است.<sup>[۸-۱۱]</sup> روش مذکور<sup>[۹]</sup> توانایی محاسبه‌ی حرکت غیرقابل پیش‌بینی جسم جامد در محیط سیال را دارد. زمانی که مقدار کسر حجمی جسم جامد معلوم است، این روش امکان شبیه‌سازی حرکت جسم جامد در سیال را بدون شبکه‌بندی مجدد در هر گام زمانی فراهم می‌آورد. پژوهش‌گران نتایج حاصله از این روش را با روش‌های لاگرانژی - لاگرانژی و اویلری - لاگرانژی مقایسه کردند. در روش آن‌ها، مقادیر کرنش در فصل مشترک سیال/جامد دارای ناپوستگی بوده و به خصوص برای اجسام با ضرایب کشسان بزرگ، شرط مرزی دینامیکی به طور کامل برقرار نیست. به علاوه، به منظور جابه‌جایی کسر حجمی جسم جامد در حوزه‌ی حل از روش ونو<sup>۴</sup> استفاده شده که منجر به خطای عددی توزیع (دیفیوژن) در فصل مشترک سیال/جامد می‌شود.<sup>[۹]</sup>

در تحقیق حاضر از مدل عددی توسعه یافته توسط سوگیاما و همکاران،<sup>[۹]</sup> به منظور شبیه‌سازی تعامل بین یک جسم جامد هاپیرالاستیک و سیال تراکم‌ناپذیر استفاده شده است. برای بهبود شرط مرزی دینامیکی در فصل مشترک سیال/جامد، جسم جامد به صورت سیال با گرانروی بالا در نظر گرفته شده است. استفاده از گرانروی بالا باعث یکنواختی توزیع سرعت در ناحیه‌ی جسم جامد و در نتیجه، کاهش تأثیر تنش‌های کشسان در فصل مشترک سیال/جامد می‌شود. از طرفی، به منظور محاسبه‌ی موقعیت

بشفور<sup>۸</sup> و برای جملات گردایان سرعت، از طرح عددی کرانک - نیکلسون<sup>۹</sup> استفاده می‌شود.<sup>[۱۰]</sup> لذا به منظور محاسبه‌ی مقدار تانسور کرنش  $\tilde{B}^{n+1/2}$  می‌توان نوشت:

$$\frac{\tilde{B}^{n+1/2} - \tilde{B}^n}{\Delta t} + \frac{3}{4} V^n \cdot \nabla \tilde{B}^n - \frac{1}{4} V^{n-1} \cdot \nabla \tilde{B}^{n-1} = \frac{1}{4} \left[ (\nabla V^T)^n + (\nabla V^T)^{n+1/2} \right] \cdot \tilde{B}^n + \frac{1}{4} \tilde{B}^n \cdot [\nabla V^n + \nabla V^{n+1/2}] \quad (11)$$

بر اساس مقدار تانسور کرنش میانی  $\tilde{B}^{n+1/2}$  و استفاده از معادله‌ی مشخصه‌ی جسم جامد (رابطه‌ی ۷)، مقدار تنش کشسان میانی  $(\tau_e^{n+1/2})$  به دست می‌آید که در گام بعدی به منظور محاسبه‌ی تنش کشسان در معادله‌ی مومنتوم به کار می‌رود.

گام سوم. سرعت میانی  $V^{n+1/2}$  ناشی از جمله‌ی کشسانی به صورت شبه‌ضمنی محاسبه می‌شود. بر اساس روش ساتوشی و همکاران<sup>[۱۱]</sup> می‌توان نوشت:

$$\frac{V^{n+1/2} - V^{n+1/4}}{\Delta t} = \frac{1}{4} \nabla \cdot \left[ \frac{\tau_e^{n+1/2} + \tau_e^{n+1/4}}{\rho^n} \right] \quad (12)$$

به منظور خطی‌سازی تنش کشسانی، جمله‌ی  $\tau_e^{n+1/2}$  در رابطه‌ی ۱۲ چنین بسط داده می‌شود:

$$\tau_e^{n+1/2} = \tau_e^{n+1/4} + J^{n+1/4} : (\tilde{B}^{n+1/2} - \tilde{B}^{n+1/4}) = \tau_e^{n+1/4} + \frac{\partial \tau_e^{n+1/4}(\tilde{B})}{\partial \tilde{B}} : (\tilde{B}^{n+1/2} - \tilde{B}^{n+1/4}) \quad (13)$$

که در آن،  $J$  تانسور ژاکوبین مرتبه چهار<sup>۱۰</sup> است. بر اساس رابطه‌ی انتقال ۸، مقدار تانسور کرنش میانی  $(\tilde{B}^{n+1/2})$  مطابق رابطه‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود:

$$\frac{\tilde{B}^{n+1/2} - \tilde{B}^n}{\Delta t} + \frac{3}{4} V^n \cdot \nabla \tilde{B}^n - \frac{1}{4} V^{n-1} \cdot \nabla \tilde{B}^{n-1} = \frac{1}{4} \left[ (\nabla V^T)^n + (\nabla V^T)^{n+1/2} \right] \cdot \tilde{B}^n + \frac{1}{4} \tilde{B}^n \cdot [\nabla V^n + \nabla V^{n+1/2}] \quad (14)$$

با کم کردن رابطه‌ی ۱۱ از رابطه‌ی ۱۴ خواهیم داشت:

$$\tilde{B}^{n+1/2} - \tilde{B}^{n+1/4} = \frac{\Delta t}{4} \left\{ \left[ (\nabla V^T)^{n+1/2} - (\nabla V^T)^{n+1/4} \right] \cdot \tilde{B}^n + \tilde{B}^n \cdot [\nabla V^{n+1/2} - \nabla V^{n+1/4}] \right\} \quad (15)$$

نهایتاً با جایگذاری رابطه‌ی ۱۵ در رابطه‌ی ۱۳، و جایگذاری رابطه‌ی حاصله در رابطه‌ی ۱۲ خواهیم داشت:

$$\frac{V^{n+1/2} - V^{n+1/4}}{\Delta t} = \nabla \cdot \left[ \frac{\Delta t}{4 \rho^n} H(V^{n+1/2}, \tilde{B}^n, J^{n+1/4}) \right] - \nabla \cdot \left[ \frac{\Delta t}{4 \rho^n} H(V^{n+1/4}, \tilde{B}^n, J^{n+1/4}) \right] + \nabla \cdot \left[ \frac{\tau_e^{n+1/4}}{\rho^n} \right] \quad (16)$$

که در آن  $B$  تانسور تغییر شکل کوشی - گرین چپ<sup>۵</sup> و  $G$  ضریب کشسان برشی<sup>۶</sup> در ماده‌ی نتوهوگین است.

به منظور کاهش ناپایداری‌های عددی در ناحیه‌ی سیال، تانسور اصلاح‌شده‌ی تغییر شکل کوشی - گرین چپ به صورت  $\tilde{B} = \varphi_s^{1/2} B$  معرفی شد.<sup>[۹]</sup> بر این اساس، تانسور  $\tilde{B}$  در هر گام زمانی با استفاده از رابطه‌ی انتقال ۸ محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial \tilde{B}}{\partial t} + V \cdot \nabla \tilde{B} = \nabla V^T \cdot \tilde{B} + \tilde{B} \cdot \nabla V \quad (8)$$

که شرط اولیه‌ی معادله به صورت  $\tilde{B}(t_0) = \varphi_s^{1/2} I$  است.

اما تنش کشسان در فصل مشترک سیال/جامد ناپیوسته است و همین امر باعث می‌شود که شرط مرزی دینامیکی به طور کامل برقرار نباشد. بر اساس بررسی‌های انجام شده، این ناپیوستگی در مورد اجسام جامد با ضرایب کشسان بزرگ و نیز زمانی که نسبت چگالی جسم جامد به سیال بالا باشد، تشدید می‌شود. لذا در این پژوهش اقدام به افزایش گرانروی در ناحیه‌ی جسم جامد شد که این امر باعث یکنواختی مؤلفه‌های سرعت در ناحیه‌ی جسم جامد شده و در نتیجه مقادیر کرنش در فصل مشترک سیال/جامد یکنواخت می‌شود. شایان ذکر است که در خصوص بهبود پایداری شبیه‌سازی با استفاده از گرانروی بالا، قبلاً در مطالعات دیگر به طور مفصل بحث شده است.<sup>[۱۳]</sup>

### ۳. روش عددی

به منظور گسسته‌سازی معادلات حاکم، از روش تجزیه‌ی چندمرحله‌ی استفاده شده که در آن، سرعت بر اساس معادلات جریان و تانسور اصلاح‌شده تغییر شکل کوشی - گرین چپ بر اساس رابطه‌ی انتقال در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. روش تجزیه‌ی چندمرحله‌ی مورد استفاده، تکمیل‌یافته‌ی روش تجزیه‌ی دومرحله‌ی<sup>[۱۴، ۱۵]</sup> و سه‌مرحله‌ی<sup>[۱۷، ۱۳]</sup> است. از این روش همراه با روش نسبت حجمی سیال، قبلاً در مطالعات یاد شده برای سیالات غیر قابل تراکم استفاده شده و نتایج حاصل از آن به طور مشروح صحه‌گذاری شده است. در روش تجزیه‌ی چندمرحله‌ی مورد استفاده، از شبکه‌ی ثابت و منظم برای سیال و جسم جامد استفاده می‌شود. مراحل مختلف روش تجزیه‌ی چندمرحله‌ی عبارت است از:

گام اول. جملات جابه‌جایی و گرانش به صورت صریح از زمان گذشته محاسبه می‌شوند. لذا سرعت میانی  $V^*$  چنین محاسبه می‌شود:

$$\frac{V^* - V^n}{\Delta t} = -(V \cdot \nabla V)^n + g^n \quad (9)$$

گام دوم. در این مرحله عبارت گرانروی به صورت نیمه‌ضمنی محاسبه می‌شود. در این صورت با افزایش گرانروی ناحیه‌ی جسم جامد با محدودیت گام زمانی مواجه نخواهیم شد.<sup>[۱۳]</sup> بر این اساس، سرعت میانی  $V^{n+1/2}$  چنین محاسبه می‌شود:

$$\frac{V^{n+1/2} - V^*}{\Delta t} = \mu \nabla \cdot \left[ \frac{\nabla V^{n+1/2} + (\nabla V^T)^{n+1/2}}{\rho^n} \right] \quad (10)$$

معادله‌ی ۱۰ با استفاده از روش الگوریتم ماتریس سه‌بعدی (TDMA)<sup>۷</sup> قابل حل است.

در ادامه، مقدار تانسور کرنش  $\tilde{B}^{n+1/2}$  بر اساس رابطه‌ی انتقال ۸ محاسبه می‌شود. برای گسسته‌سازی جملات جابه‌جایی این رابطه، از طرح عددی مرتبه دو آدامز

که در آن:

$$H(V, \tilde{B}, J) = J : (\nabla V^T \cdot \tilde{B} + \tilde{B} \cdot \nabla V) \quad (17)$$

رابطه ۱۷ یک دستگاه خطی برای مؤلفه‌های سرعت است که به غیر از مقادیر سرعت  $V^{n+2/3}$ ، بقیه‌ی جملات آن معلوم است. معادله‌ی ۱۷ با استفاده از روش TDMA قابل حل است. در ادامه، براساس مقادیر سرعت  $V^{n+2/3}$  و با توجه به رابطه‌ی ۱۵، مقدار کرنش  $\tilde{B}^{n+2/3}$  محاسبه می‌شود.

گام چهارم. در این مرحله، توزیع سرعت در گام زمانی جدید  $V^{n+1}$  با اعمال جمله‌ی فشار به صورت ضمنی محاسبه می‌شود (رابطه‌ی ۱۸):

$$\frac{V^{n+1} - V^{n+2/3}}{\Delta t} = -\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^n} \quad (18)$$

که در آن مقادیر  $P^{n+1}$  و  $V^{n+1}$  هر دو مجهول‌اند. از طرفی با توجه به این که سرعت‌های به دست آمده در گام زمانی جدید  $V^{n+1}$ ، باید شرط بقای جرم را ارضا کنند، از معادله‌ی پیوستگی استفاده می‌شود:

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (19)$$

با گرفتن مشتق از رابطه‌ی ۱۸ و استفاده از رابطه‌ی ۱۹، معادله‌ی پواسون فشار به دست می‌آید:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{1}{\rho^n} \nabla P^{n+1} \right] = \frac{\nabla \cdot V^{n+2/3}}{\Delta t} \quad (20)$$

با توجه به این که  $V^{n+2/3}$  در گام سوم محاسبه شده، فشار  $P^{n+1}$  تنها مجهول در رابطه‌ی ۲۰ است که در کل حوزه‌ی حل محاسبه می‌شود. پس از گسسته‌سازی، رابطه‌ی ۲۰ با استفاده از روش گرادیان مزدوج ناقص چالسکی<sup>[۱۱]</sup> قابل حل است.<sup>[۱۸]</sup> پس از محاسبه‌ی فشار در گام زمانی جدید، سرعت در گام زمانی جدید  $V^{n+1}$  با استفاده از رابطه‌ی ۱۸ محاسبه می‌شود. در ادامه، براساس رابطه‌ی انتقال ۸، مقدار تانسور کرنش  $\tilde{B}^{n+1}$  چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{B}^{n+1} - \tilde{B}^n}{\Delta t} + \frac{3}{4} V^n \cdot \nabla \tilde{B}^n - \frac{1}{4} V^{n-1} \cdot \nabla \tilde{B}^{n-1} = \\ \frac{1}{4} \left[ (\nabla V^T)^n + (\nabla V^T)^{n+1} \right] \cdot \tilde{B}^n + \frac{1}{4} \tilde{B}^n \cdot \left[ \nabla V^n + \nabla V^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

با کم کردن رابطه‌ی ۱۴ از رابطه‌ی ۲۱، رابطه‌ی ۲۲ برای محاسبه‌ی مقدار کرنش  $\tilde{B}^{n+1}$  استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{B}^{n+1} - \tilde{B}^{n+2/3} = \frac{\Delta t}{4} \left\{ \left[ (\nabla V^T)^{n+1} - (\nabla V^T)^{n+2/3} \right] \cdot \tilde{B}^n \right. \\ \left. + \tilde{B}^n \cdot \left[ \nabla V^{n+1} - \nabla V^{n+2/3} \right] \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

این مؤلفه‌ی کرنش، در گام زمانی بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

#### ۴. آزمایش تجربی

برای دست‌یابی به اهداف مطرح شده و اعتبارسنجی نتایج عددی، آزمایش حرکت یک جسم جامد تغییر شکل‌پذیر کروی در محیط سیال (هوا) و برخورد آن با سطح

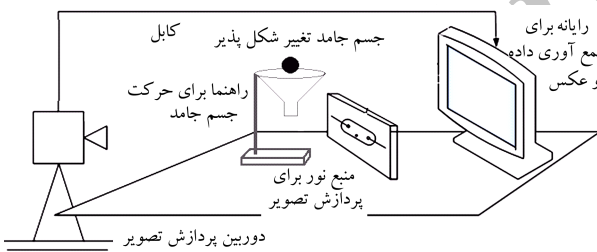
صلب طراحی و انجام شد. در این نحوه‌ی آزمایش جسم جامد کروی از ارتفاع‌های متفاوتی رها شده و با استفاده از یک دوربین پرسرعت از حالت‌های مختلف حرکت جسم جامد عکس‌برداری می‌شود. برای عکس‌برداری از یک دوربین CCD<sup>۱۲</sup> -- ساخت شرکت پوینت‌گری<sup>۱۳</sup> با مدل گرس‌هاپر<sup>۱۴</sup> -- استفاده شد. شکل ۱، شماتیک اجزای آزمایش عکس‌برداری از جسم جامد را نشان می‌دهد.

در این پژوهش، برنامه‌ی که با استفاده از جعبه‌ابزار پردازش تصویر در نرم‌افزار متلب<sup>۱۵</sup> نوشته شده، برای تحلیل عکس‌ها و به دست آوردن موقعیت و سرعت مرکز حجم جسم جامد به کار رفته است. برای این منظور قبل از شروع هر مرحله از آزمایش قطعه‌ی فلزی با عرض ۸/۹ mm در اولین عکس مستقر، و بزرگ‌نمایی دوربین تنظیم شد (شکل ۲).

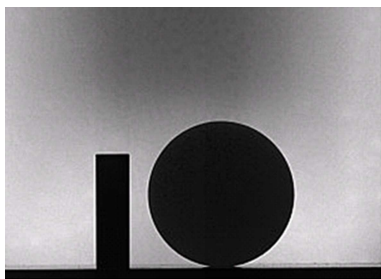
سیس تنظیمات دوربین بدون تغییر ماند و تمام عکس‌ها گرفته شد. برنامه‌ی پردازش تصویر به این صورت تدوین شده که ابتدا عکسی که شامل قطعه‌ی فلزی کالیبراسیون است، در متلب فرا خوانده می‌شود. سپس، روشنایی و رنگ زمینه‌ی عکس تغییر داده می‌شود تا اغتشاشات موجود در آن کاهش یابد. هر عکس از تعداد بسیار زیادی پیکسل تشکیل شده که مقادیر (رنگ‌های) هر کدام متفاوت است. با استفاده از دستورات موجود در نرم‌افزار متلب، هر پیکسلی که مقدار آن از مقدار آستانه بیشتر باشد، به رنگ سفید تبدیل می‌شود (ناحیه‌ی هوا). باقی‌مانده‌ی پیکسل‌های موجود در ناحیه‌ی جسم جامد کروی و قطعه‌ی فلزی کالیبراسیون به رنگ سیاه تبدیل می‌شود. با این روش، عکس مورد نظر که شامل طیفی از رنگ‌های سیاه و سفید است، تبدیل به عکسی می‌شود که فقط شامل دو رنگ سیاه و سفید است. در این حالت، جسم جامد و قطعه‌ی فلزی به رنگ سیاه دیده می‌شود و بقیه‌ی عکس به رنگ سفید درمی‌آید (شکل ۳).

در ادامه، مکان قطعه‌ی فلزی کالیبراسیون در عکس پیدا و تعداد پیکسل‌ها در عرض آن شمرده می‌شوند. به این ترتیب، ضریب تبدیل تمام اندازه‌ها در عکس به دست می‌آید که در ادامه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در مرحله‌ی بعد، عکس‌هایی که از جسم جامد در حین سقوط و نیز در حین



شکل ۱. شماتیک اجزای مورد استفاده در آزمایش حرکت جسم جامد تغییر شکل‌پذیر در محیط سیال (هوا) و برخورد آن با یک سطح صلب.



شکل ۲. عکس جسم و قطعه‌ی فلزی با ابعاد مشخص.

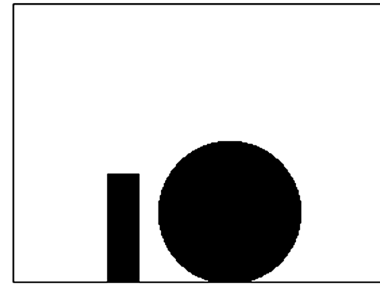
## ۵. بحث و نتایج

در این قسمت نتایج عددی و آزمایشگاهی حرکت جسم جامد تغییر شکل پذیر در محیط سیال ارائه خواهد شد. در این تحقیق به منظور مدل سازی جسم جامد از گران روی بالا استفاده شده است. براساس بررسی های انجام شده، مشخص شد که نسبت گران روی جسم جامد به سیال با نسبت چگالی جسم جامد به سیال تقریباً مساوی است. در تمامی بررسی های انجام شده در این تحقیق، نتایج حاصله به لحاظ کمی و کیفی تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.

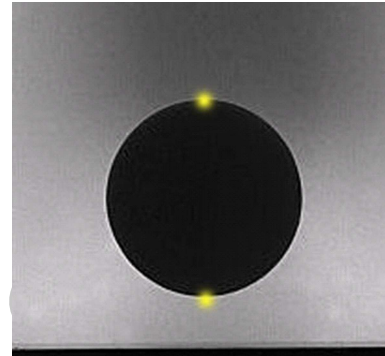
به منظور مدل سازی حرکت جسم جامد در محیط سیال، جسم جامد به صورت یک ماده ی هایپرلاستیک در نظر گرفته می شود. مطالعات سایر محققین نشان می دهد که سیلیکون می تواند ویژگی های یک ماده ی هایپرلاستیک را داشته باشد.<sup>[۱۹]</sup> در این تحقیق نیز از یک توپ کروی سیلیکونی برای آزمایش استفاده شد. در بررسی عددی انجام شده برای مدل سازی جسم جامد از مدل نئوهوکین استفاده می شود.<sup>[۱۴]</sup> این مدل معمولاً برای تغییر شکل های کوچک کاربرد دارد و دارای یک ضریب مجهول است و می تواند تحت شرایط بارگذاری متنوع به درستی رفتار ماده را پیش بینی کند.<sup>[۲۰]</sup> در آزمایش انجام شده، جسم مورد نظر در حین حرکت در هوا تغییر شکل نداده و مانند یک جسم صلب است، اما در زمان برخورد با سطح صلب تغییر شکل داده که قابل بررسی است. لذا به نظر می رسد این مدل می تواند انتخابی صحیح از بین مدل های مختلف ماده ی هایپرلاستیک باشد.

برای ضریب کشسانی برشی ماده ی کشسان (سیلیکون) در مدل نئوهوکین در مقالات مختلف، مقادیر متفاوتی گزارش شده است. با بررسی این مقالات، می توان بازه یی برای مقدار ضریب کشسان در مدل نئوهوکین برای ماده ی کشسان به دست آورد. در نوشتار حاضر، مشابه سایر مقالات، ماده ی کشسان سیلیکون که در زمینه ی مطالعه ی مواد هایپرلاستیک بسیار رایج است، مورد استفاده قرار گرفت. ماده ی سیلیکون از ترکیب چندین ماده ی ساده تر ساخته می شود و لذا تعیین ضرایب منحصر به فرد برای آن غیر ممکن است، چون ترکیب اجزای سازنده ی آن ها دقیقاً یکسان نیست. تعیین ضرایب کشسان مربوط به مواد هایپرلاستیک در مدل های متفاوت پیشنهاد شده برای این مواد، با مقایسه ی نتایج تجربی و برنامه های عددی صورت می گیرد.<sup>[۲۱]</sup> آزمایش های انجام شده شامل آزمون کشش ساده، کشش دومحوره، فشار ساده، فشار دومحوره و... است. همان طور که در مقالات مختلف نیز بیان شده است، هر کدام از آزمون های مذکور به تنهایی برای تعیین ضرایب کشسان در مدل های مختلف مواد هایپرلاستیک کافی نمی باشند. اگر حتی مجموعه یی از اطلاعات آزمایشگاهی در یکی از انواع آزمون های ذکر شده، برای به دست آوردن این ضرایب به کار رود، تضمینی وجود ندارد که این ضرایب بتوانند رفتار ماده را در دیگر آزمون های آزمایشگاهی به درستی پیش بینی کنند.<sup>[۲۰]</sup> در نوشتار حاضر، آزمایش انجام شده به مراتب دقیق تر و پیچیده تر از آزمون های مذکور است، زیرا جسم جامد دارای حرکت بوده و از طرفی در حین برخورد با سطح صلب کاملاً تغییر شکل می دهد.

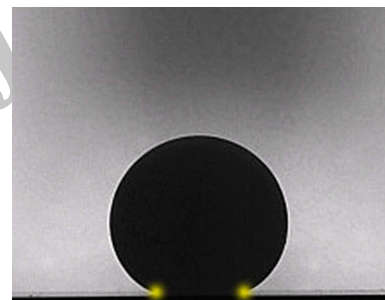
برای آزمایش، ابتدا جسم جامد از ارتفاع مشخصی رها شده و پس از برخورد با سطح صلب به سمت بالا بازمی گردد. در حین آزمایش، به کمک یک دوربین با سرعت بالا از این پدیده عکس های متعددی گرفته شده و در رایانه ی متصل به دوربین ذخیره می شود. سپس با روش پردازش تصویر و استفاده از نرم افزار متلب، موقعیت و نیز سرعت مرکز حجم جسم جامد محاسبه می شود. در ادامه، با انجام سعی و خطا در برنامه ی عددی، ضریب مجهول در مدل نئوهوکین برای جسم جامد به دست می آید. اما به منظور بررسی بیشتر و ارزیابی صحت ضریب به دست آمده،



شکل ۳. عکس جسم جامد و قطعه ی کالیبراسیون بعد از تبدیل شدن به دو رنگ سیاه و سفید به منظور تعیین ضریب کالیبراسیون.



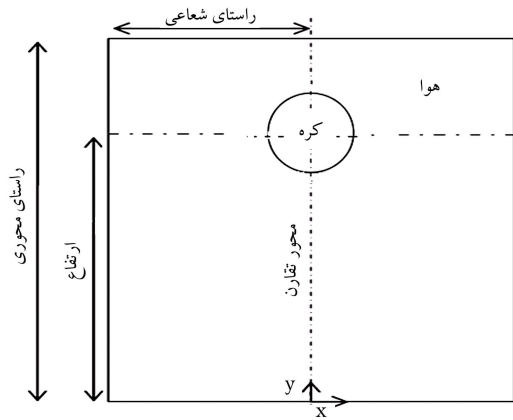
شکل ۴. جسم جامد در حین حرکت در هوا.



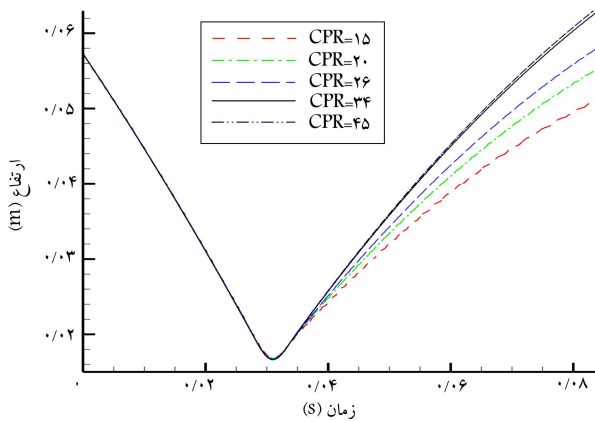
شکل ۵. جسم جامد کروی در زمان تماس با سطح صلب.

بارگشت جسم جامد به سمت بالا گرفته شده، با استفاده از یک برنامه ی دیگر پردازش می شوند. در اندازه گیری ها در این حالات (به غیر از زمان تماس با سطح صلب) فرض می شود که جسم جامد به طور کامل کروی می ماند. برای پردازش تصویر، ابتدا مانند حالت قبل تعداد رنگ ها در هر عکس به دو رنگ سیاه و سفید کاهش پیدا می کنند. سپس با استفاده از دستورها و توابع موجود در جعبه ابزار پردازش تصویر متلب، شماره ی بالاترین و پایین ترین پیکسل جسم جامد محاسبه می شود که با توجه به ضریب تبدیل به دست آمده در بخش کالیبراسیون، موقعیت مرکز حجم جسم جامد (مرکز کره) تعیین می شود (شکل ۴).

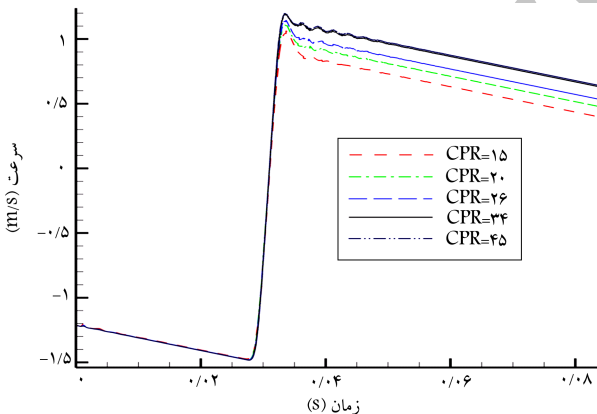
اما زمانی که جسم به سطح صلب برخورد می کند، چون شکل از حالت کروی خارج می شود، برنامه ی دیگری برای آن نوشته می شود. در این حالت، ابتدا فصل مشترک سیال/جامد و جامد/سطح صلب و نیز شعاع تماس جسم جامد با سطح صلب تعیین می شود (شکل ۵). در ادامه، با استفاده از دستورات موجود در نرم افزار متلب، منحنی هایی به سطح جسم جامد برازش می شود و از طریق آن ها شکل سطح آزاد جسم جامد، ارتفاع نقطه ی اوج جسم جامد، و موقعیت مرکز حجم جسم جامد به دست می آید.



شکل ۶. شماتیک جسم جامد در حین حرکت در هوا و شرایط مرزی و اولیه‌ی حوزه حل.



شکل ۷. نتایج بررسی استقلال از شبکه‌ی عددی برای تغییرات ارتفاع مرکز حجم جسم جامد با زمان با سرعت اولیه  $1.722 \text{ m/s}$ .



شکل ۸. نتایج بررسی استقلال از شبکه‌ی عددی برای تغییرات سرعت مرکز حجم جسم جامد با زمان با سرعت اولیه  $1.722 \text{ m/s}$ .

در شکل ۹ نتایج عددی دوبعدی و نتایج آزمایشگاهی حرکت جسم جامد و برخورد آن با یک سطح صلب در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. در نتایج عددی ارائه شده، علاوه بر شکل جسم جامد، خطوط جریان (سمت راست) و بردارهای سرعت (سمت چپ) نیز نشان داده شده است تا اطلاعات کاملی در مورد جریان و سرعت‌های موجود در جسم جامد و هوا در اختیار قرار گیرد.

آزمایش سقوط جسم جامد از ارتفاع‌های دیگر نیز انجام شد. در برنامه‌ی عددی نیز از ضریب به دست آمده در مرحله‌ی قبل استفاده شد. نتایج حاصله بیان می‌دارد که در این موارد، نتایج عددی به دست آمده به درستی می‌تواند نتایج آزمایشگاهی را پیش‌بینی کند.

شماتیک و شرایط مرزی مسئله‌ی مورد بررسی در شکل ۶ نشان داده شده است. مرز پایین حوزه‌ی حل، دیوار و مرز چپ حوزه‌ی حل، محور تقارن در نظر گرفته شده است. مرزهای بالا و سمت راست حوزه‌ی حل، شرایط باز در نظر گرفته می‌شود. هندسه و خصوصیات استفاده شده برای حالت مورد بررسی عبارت است از:

شعاع اولیه‌ی جسم جامد:  $19.2 \text{ mm}$

موقعیت اولیه‌ی جسم جامد:  $57.3 \text{ mm}$

سرعت اولیه‌ی جسم جامد:  $1.722 \text{ m/s}$

چگالی جسم جامد:  $1106 \text{ kg/m}^3$

چگالی سیال (هوا):  $1.225 \text{ kg/m}^3$

گران‌روی دینامیکی سیال (هوا):  $0.179 \text{ kg/m.s}$

حوزه‌ی حل عددی در نظر گرفته شده  $45 \text{ mm}$  در جهت شعاعی و  $90 \text{ mm}$  در جهت عمودی است. به منظور محاسبه‌ی مقادیر مناسب برای حوزه‌ی حل، فاصله‌ی دیواره‌ها تا اندازه‌ی زیاد شد که بر حرکت جسم تأثیرگذار نباشد.

بعد از انجام آزمایش، ضریب کشسان برشی مربوط به جسم جامد در برنامه‌ی عددی به گونه‌ی تغییر داده شد که نتایج آزمایشگاهی و عددی از لحاظ کمی و کیفی با یکدیگر تطابق پیدا کردند. با استفاده از این روش، ضریب کشسان برشی مدل نتوهورکین جسم جامد برابر  $0.18 \text{ MPA}$  به دست آمد.

در بررسی‌های کاملی که درباره‌ی مدل‌های مختلف ماده‌ی هابیرالاستیک انجام شد،<sup>[۲۰]</sup> ضریب کشسان برشی مربوط به ماده‌ی کشسان در مدل نتوهورکین براساس نتایج تجربی، برابر  $0.2 \text{ MPA}$  گزارش شد. براین اساس اختلاف حدود  $10\%$  بین نتایج حاصل از بررسی یاد شده و مقدار ضریب کشسان برشی به دست آمده در تحقیق حاضر مشاهده می‌شود.

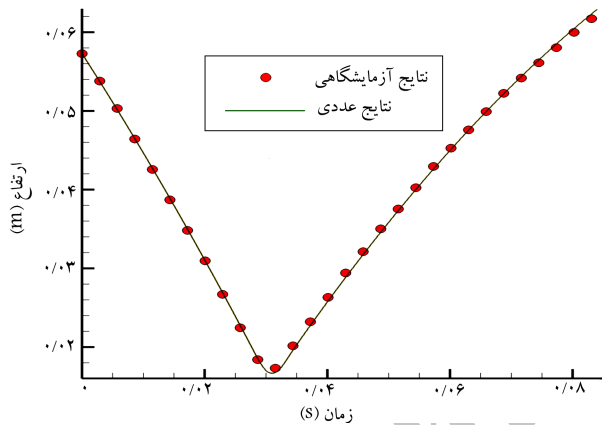
گسسته‌سازی حوزه‌ی حل در این تحقیق با استفاده از شبکه‌بندی یکنواخت صورت پذیرفته است. تعداد گره‌های شبکه، براساس بررسی‌های انجام شده در زمینه‌ی استقلال از شبکه‌بندی ارائه شده است. بدین منظور در شکل ۷ برای تعداد سلول در واحد شعاع کره (CPR)<sup>۱۶</sup>‌های مختلف، نتایج حاصل برای تغییر مکان مرکز حجم جسم بررسی شده است.

همچنین برای CPRهای مختلف، نتایج برای سرعت مرکز حجم جسم با زمان نیز بررسی شده که نتایج حاصل از آن در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به نمودارهای استقلال از شبکه مشاهده می‌شود که در مرحله‌ی سقوط، کره مانند یک جسم جامد با سرعت اولیه‌ی مشخص رو به پایین حرکت می‌کند و هیچ‌گونه اختلافی بین نتایج به‌ازای شبکه‌های مختلف دیده نمی‌شود. اما بعد از برخورد جسم با سطح صلب و بازگشت رو به بالا، نتایج به‌ازای شبکه‌های مختلف با یکدیگر تفاوت دارند. این اختلاف، به دلیل جمله‌ی تنش کشسان در معادله‌ی اندازه حرکت است. زمانی که کره با سطح صلب برخورد می‌کند، انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل کشسان تبدیل می‌شود. از طرفی تنش‌های کشسان ذخیره شده در جسم تابعی از مقادیر کرنش است که این کرنش‌ها نیز به اندازه شبکه وابسته‌اند. لذا به‌ازای CPR کم‌تر از ۳۴، مقادیر کرنش به درستی محاسبه نشده و لذا سرعت اولیه‌ی رو به بالای جسم بعد از برخورد، کم‌تر از مقدار واقعی آن به دست آمده است. با توجه به شکل‌های ۷ و ۸، با تعداد  $\text{CPR} = 34$ ، نتایج مستقل از شبکه‌بندی است.

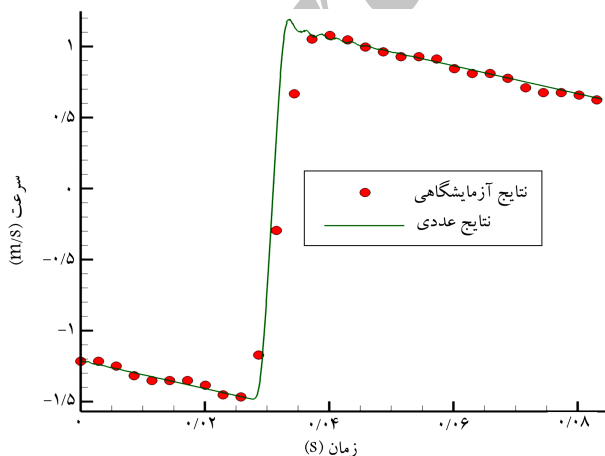
جسم مورد نظر تحت نیروی جاذبه، با سرعت اولیه‌ی مشخص حرکت کرده و با سطح صلب برخورد می‌کند. در حین برخورد، انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل کشسان تبدیل می‌شود. تا جایی که سرعت جسم در لحظه‌ی  $t = 31/5$  ms تقریباً به مقدار صفر رسیده و بیشترین انرژی کشسان در جسم ذخیره شده است. بعد از این زمان، انرژی کشسان آزاد شده و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. با حرکت جسم به سمت بالا، به تدریج جریان چرخشی به وجود آمده در فصل مشترک جسم و هوا رشد می‌کند. اما با بالا رفتن جسم، به تدریج جریان چرخشی در قسمت پایین جسم به وجود می‌آید که با افزایش ارتفاع جسم، این ناحیه همچنان وجود دارد. شکل ۱۰ مقادیر تغییر مکان مرکز حجم جسم با زمان را نشان می‌دهد. خط ممتد نتایج مدل‌سازی عددی و نقاط دایره‌ی نتایج آزمایشگاهی در این پژوهش را نشان می‌دهند.

همچنین در شکل ۱۱ مقادیر سرعت مرکز حجم جسم با زمان نمایش داده شده است.

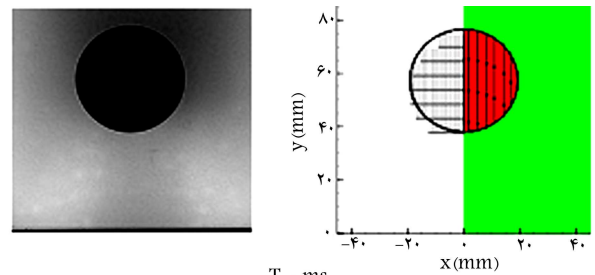
خط ممتد نتایج مدل‌سازی عددی و نقاط دایره‌ی نتایج آزمایشگاهی در این پژوهش را نشان می‌دهد. برای بررسی صحت ضریب کشسان برشی به دست آمده برای جسم جامد ( $G = 0.18$  MPa)، آزمایشی مشابه قبل با ارتفاع و سرعت‌های اولیه‌ی متفاوت انجام شد. در برنامه‌ی عددی نیز از همین ضریب برای جسم جامد



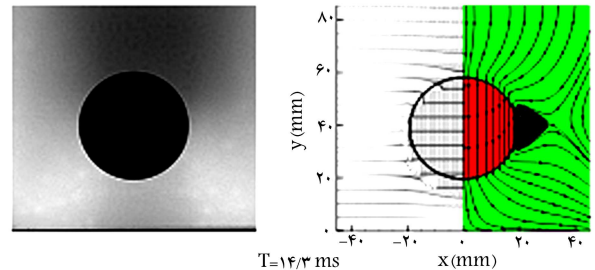
شکل ۱۰. مقایسه‌ی کمی نتایج عددی (خط ممتد) با نتایج آزمایشگاهی (نقاط دایره‌ی) در مورد موقعیت مرکز حجم جسم جامد با سرعت اولیه‌ی  $1.22$  m/s.



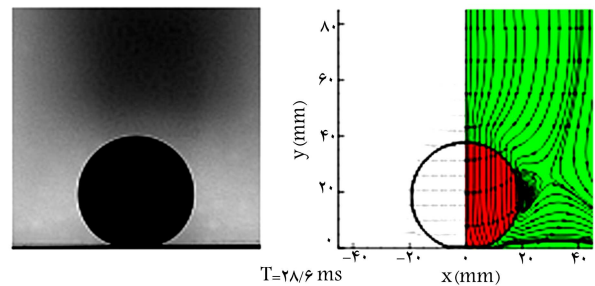
شکل ۱۱. مقایسه‌ی کمی نتایج عددی (خط ممتد) با نتایج آزمایشگاهی (نقاط دایره‌ی) در مورد سرعت مرکز حجم جسم جامد با سرعت اولیه‌ی  $1.22$  m/s.



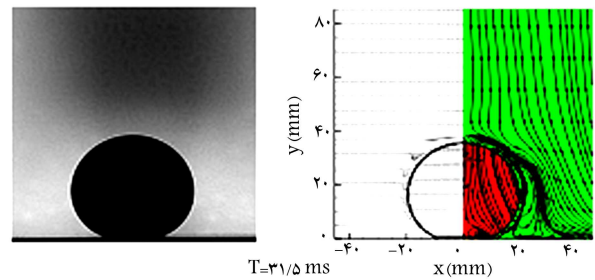
$T=0$  ms



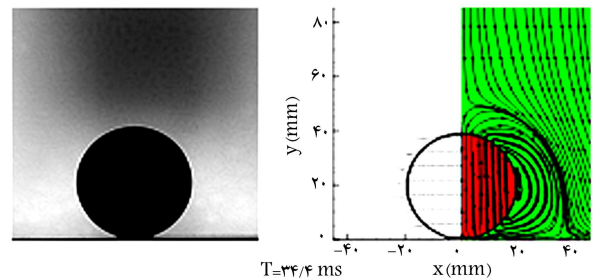
$T=14/3$  ms



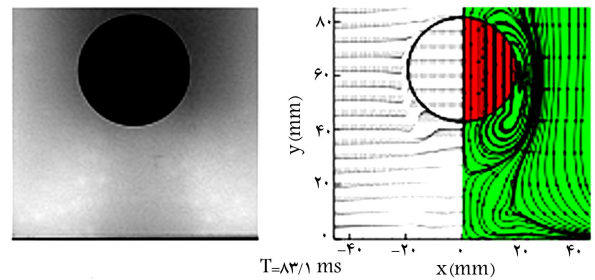
$T=28/6$  ms



$T=31/5$  ms



$T=34/4$  ms



$T=83/1$  ms

(ب) نتایج آزمایشگاهی.

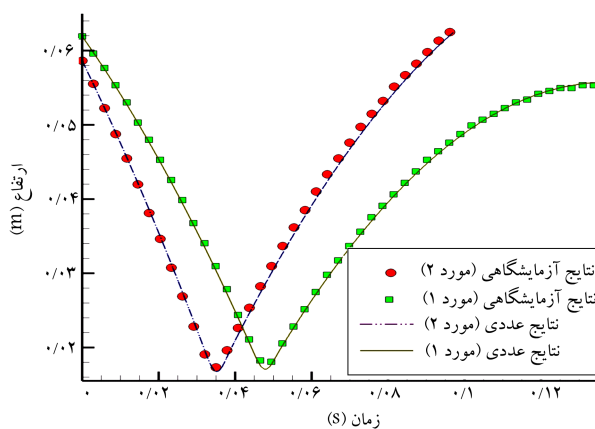
(الف) نتایج عددی؛

شکل ۹. مقایسه‌ی نتایج عددی و آزمایشگاهی.

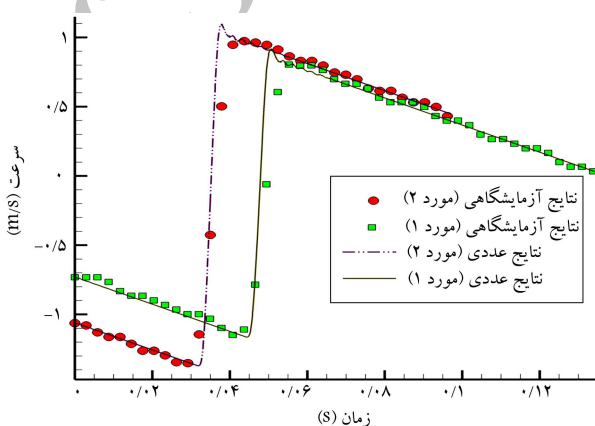


جدول ۱. مقادیر ارتفاع و سرعت اولیه‌ی جسم جامد برای دو حالت متفاوت.

مورد ۲	مورد ۱	
۵۸/۶	۶۱/۹	موقعیت اولیه (mm)
۱/۰۶	۰/۷۳	سرعت اولیه (m/s)



شکل ۱۲. مقایسه‌ی کمی نتایج عددی (خط ممتد و خط‌چین) با نتایج آزمایشگاهی برای موقعیت مرکز حجم جسم جامد (با ارتفاع و سرعت‌های اولیه‌ی متفاوت مطابق جدول ۱).



شکل ۱۳. مقایسه‌ی کمی نتایج عددی (خط ممتد و خط‌چین) با نتایج آزمایشگاهی برای سرعت مرکز حجم جسم جامد (با ارتفاع و سرعت‌های اولیه‌ی متفاوت مطابق جدول ۱).

استفاده شد و نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. در جدول ۱ ارتفاع و سرعت اولیه‌ی جسم جامد برای دو نمونه آزمایش انجام شده ارائه شده است. در شکل ۱۲، تغییر مکان مرکز حجم جسم جامد با زمان برای دو مورد متفاوت نشان داده شده است. خط ممتد و خط‌چین نشانگر نتایج مدل‌سازی عددی است در حالی که نقاط دایره‌ی و مربعی نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهند.

همچنین در شکل ۱۳ مقادیر سرعت مرکز حجم جسم با زمان نشان داده شده است. خط ممتد و خط‌چین، بیانگر نتایج مدل‌سازی عددی و نقاط دایره‌ی و مربعی بیانگر نتایج آزمایشگاهی در این تحقیق است. چنان که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشاهده می‌شود، نتایج عددی و آزمایشگاهی به‌دست آمده با دقت بسیار مناسبی

با یکدیگر تطابق دارند. لذا ضریب تعیین شده در مرحله‌ی قبل، با دقت مناسبی برای دیگر حالات نیز صحیح است.

## ۶. نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر مدل‌سازی عددی برهمکنش بین جسم جامد تغییر شکل‌پذیر و سیال با استفاده از روش اولیاری - اولیاری بررسی شده است. الگوریتم عددی استفاده شده در این تحقیق، برای حل جریان سیال از روش تجزیه‌ی چهارمرحله‌ی، برای تعیین موقعیت جسم جامد از روش نسبت حجمی سیال، و برای محاسبه‌ی کرنش در ناحیه‌ی جسم جامد از معادله‌ی انتقال استفاده می‌کند. در این روش، حوزه‌ی حل شامل سیال و جسم جامد است و معادلات حاکم بر سیال در داخل جسم جامد نیز حل می‌شود. برای محاسبه‌ی مقادیر کرنش در ناحیه‌ی جسم جامد در هر گام زمانی، از معادله‌ی انتقال استفاده می‌شود. با توجه به مقادیر کرنش محاسبه شده و نیز معادله‌ی مشخصه‌ی جسم جامد، تنش کشسان در جسم جامد قابل محاسبه است. این تنش کشسان که فقط در ناحیه‌ی جسم جامد دارای مقدار است، به معادله‌ی ناویر - استوکس افزوده می‌شود. به‌منظور جلوگیری از ناپایداری‌های عددی به‌وجود آمده، به‌خصوص برای اجسام جامد با ضرایب کشسان بزرگ، محاسبه‌ی تنش کشسان به‌صورت شبه‌ضمنی و با استفاده از تانسور ژاکوبین مرتبه‌ی چهار انجام شده است.

از طرفی، مقادیر تنش کشسان در فصل مشترک سیال/جامد دارای ناپوستگی است و به‌خصوص برای اجسام با ضرایب کشسان بزرگ، شرط مرزی دینامیکی به‌طور کامل برقرار نیست. در این پژوهش، به‌منظور بهبود شرط مرزی دینامیکی در فصل مشترک سیال/جامد، اقدام به افزایش گرانروی در ناحیه‌ی جسم جامد شد. استفاده از گرانروی بالا، باعث یکنواختی توزیع سرعت در ناحیه‌ی جسم جامد شده و این امر منجر به کاهش تأثیر تنش‌های کشسان در فصل مشترک سیال/جامد می‌شود.

به‌منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از این مدل با پدیده‌های واقعی، آزمایش حرکت جسم جامد تغییر شکل‌پذیر کروی در محیط سیال (هوا) انجام شد. در این آزمایش، از یک گوی ساخته شده از سیلیکون به‌عنوان ماده‌ی هایدروالاستیک استفاده شد. برای آزمایش گوی کروی از ارتفاع مشخصی به طرف پایین رها شد؛ سپس به‌کمک یک دوربین پرسرعت از لحظات مختلف حرکت جسم جامد در هوا، برخورد با سطح صلب، و بازگشت آن به سمت بالا عکس‌برداری شد. سپس به‌کمک روش پردازش تصویر و استفاده از نرم‌افزار متلب، موقعیت مرکز حجم و نیز سرعت مرکز حجم گوی کروی محاسبه شد. برای مدل‌سازی عددی این پدیده از مدل نئوهوکین برای ماده‌ی هایدروالاستیک استفاده شد؛ این مدل در عین سادگی، دارای دقت کافی بوده و برای تغییر شکل‌های کم مناسب است. با توجه به مشخص نبودن مقدار ضریب کشسان برشی، بعد از انجام آزمایش مقدار این ضریب در برنامه‌ی عددی به‌نحوی تغییر داده شد تا نتایج عددی و آزمایشگاهی به‌لحاظ کمی و کیفی با یکدیگر تطابق یابند. برای اطمینان از صحت ضریب به دست آمده، آزمایش از ارتفاع‌های متفاوت انجام شد و از همان ضریب برای برنامه‌ی عددی استفاده شد. در این موارد نیز، نتایج عددی و آزمایشگاهی با دقت مناسبی با یکدیگر تطابق داشتند.

مجموعه‌ی نتایج حاصله نشان‌دهنده‌ی دقت و قابلیت مناسب روش عددی به‌کار رفته در تحقیق حاضر، به‌منظور مدل‌سازی عددی حرکت جسم جامد تغییر شکل‌پذیر در محیط سیال است.



1. theorem of Lagrange multiplier
2. transport equation
3. elastic stress
4. weighted essentially non oscillatory (WENO)
5. left Cauchy-Green deformation tensor
6. shear elastic modulus
7. tri diagonal matrix slgorithm (TDMA)
8. second-order Adams Bashforth
9. Crank-Nicolson
10. fourth order Jacobian Tensor
11. incomplete cholesky-conjugate gradient solver (ICCG)
12. charge coupled device
13. Point Grey, Canada
14. Grasshopper
15. Matlab
16. cell per radius (CPR)

### منابع (References)

1. Figueroa, C., Vignon, I., Jansen, K., Hughes, T., and Taylor, C. "A coupled momentum method for modeling blood flow in three-dimensional deformable arteries", *Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **195**, pp. 1-22 (2006).
2. Gao, T. and Hu, H. "Deformation of elastic particles in viscous shear flow", *Journal of Computational Physics*, **228**, pp. 2132-2151 (2009).
3. Peskin, C. "Flow patterns around heart valves: A numerical method", *Journal of Computational Physics*, **10**, pp. 252-271 (1972).
4. Haug, E.J., *Intermediate Dynamics*, Prentice Hall (1992).
5. Hoogstraten, P., Slaats, P. and Baijens, F., "An eulerian approach to the finite element modeling of neo-Hookean rubber material", *Appl, Sci, Res*, **48**, pp. 193-210 (1991).
6. Liu, C. and Walkington, N. "An Eulerian description of fluids containing visco-elastic particles", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **159**, pp. 229-252 (2001).
7. Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S. and Matsumoto, Y. "Full eulerian simulation of biconcave neo-Hookean particles in a Poiseuille flow", *Journal of Computational Mechanics*, **46**, pp. 147-157 (March 2010).
8. Nagano, N., Sugiyama, K., Takeuchi, S., Ii, S., Takagi, S. and Matsumoto, Y. "Full Eulerian finite difference simulation of fluid flow in hyperelastic wavy channel", *Journal of Fluid Science and Technology*, **5**(3), pp. 475-490 (2010).
9. Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S. and Matsumoto, Y. "A full Eulerian finite difference approach for solving fluid-structure coupling problems", *Journal of Computational Physics*, **230**, pp. 596-627 (October 2011).
10. Ii, S., Sugiyama, K., Takeuchi, S., Takagi, S. and Matsumoto, Y. "An implicit full Eulerian method for the fluid-structure interaction problem", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **65**, pp. 150-165 (October 2011).
11. Takagi, S., Sugiyama, K., Ii, S. and Matsumoto, Y. "A review of full Eulerian methods for fluid-structure interaction problems", *Journal of Applied Mechanics*, **79**, pp. 1-18 (September 2012).
12. Youngs, D.L., *An Interface Tracking Method for a 3D Eulerian Hydrodynamics Code*, Technical Report 44/92/35, AWRE (1984).
13. Mirzaii, I. and Passandideh-Fard, M. "Modeling free surface flows in presence of an arbitrary moving object", *International Journal of Multiphase Flow*, **39**, pp. 216-226 (October 2012).
14. Bonet, J. and Wood, R., *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Second edition, Cambridge University Press, Cambridge (1997).
15. Bussmann, M. "A three dimensional model of an impacting droplet", PhD Dissertation, University of Toronto, pp. 27-30 (2000).
16. Bussmann, M., Mostaghimi, J. and Chandra, S. "On a three-dimensional volume tracking model of droplet impact", *Journal of Physics of Fluids*, **11**, pp. 1-46 (1999).
17. Anbarsoz, M., Passandideh-Fard, M. and Moghiman, M. "Fully nonlinear viscous wave generation in numerical wave tanks", *Journal of Ocean Engineering*, **59**, pp. 73-85 (2013).
18. Kershaw, D.S. "The incomplete Cholesky-conjugate gradient method for the iterative solution of systems of linear equations", *Journal of Computational Physics*, **26**(1), pp. 43-65 (1978).
19. Darkner, S. and Erleben, K. "A hyperelasticity method for interactive virtual design of hearing aids", *Journal of Visual Computation*, **27**, pp. 645-653 (2011).
20. Marckmann, G. and Verron, E. "Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials", *Rubber Chemistry and Technology*, **79**, pp. 835-858 (November 2006).
21. Johlitz, M. and Diebels, S. "Characterization of a polymer using biaxial tension test", *Arch Applied Mechanic*, **81**, pp. 1333-1349 (2011).
22. Martins, P., Natal Jorge, R. and Ferreira, A. "A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: Application to silicone rubber and soft tissues", *Strain, An International Journal for Experimental Mechanics*, **42**(3), pp. 135-147 (2006).