Archive of SID

مهندسی مکانیک شریف، (بهار ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۳ - ۳۲، شماره‌ی ۱، ص. ۶۵-۷۶

Original Article

تعیین چیدمان بهینه برای تراسترهای یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ

علی کارمزدی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
حسین نجات* (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

به‌منظور کاهش مصرف سوخت ماهواره‌ی زمین‌آهنگ، انتخاب چیدمانی از تراسترها که ضمن برآوردن تمامی نیازهای سیستم کنترلی (ازقبیل ایجاد گشتاور در سه جهت، اصلاح شیب مداری، جبران طول جغرافیایی و...) مصرف سوخت تراسترها را در طول زمان روشن بودن موتور لم کمینه کند ضروری است. در این نوشتار پس از مدل‌سازی دینامیکی ماهواره در فضا و نیز به‌کمک قوانین مختلف کنترلی، شبیه‌سازی کنترل ماهواره به سه روش ماتریس کسینوس هادی‌ها، روش زوایای اویلر، و روش کواترنیون‌ها صورت گرفته است. سپس از بین قوانین مختلف کنترلی بهترین روش برای استفاده در شبیه‌سازی چیدمان‌های مورد بررسی انتخاب شده است. همچنین کنترل به‌کمک تراسترها، به‌دلیل برخی ویژگی‌های ذاتی تراسترها ــ از قبیل وجود کم‌ترین طول ضربه[۱]ی تراسترها، وجود تأخیر ذاتی در زمان روشن و خاموش شدن[۲]، توانایی تولید نیرو فقط در یک راستا، و عدم قطعیت در نیروی تراست نامی ــ با کنترل خطی متفاوت است. این تفاوت‌ها در شبیه‌سازی رایانه‌یی لحاظ شده‌اند. در نهایت ضمن معرفی الزامات چیدمان‌های قابل قبول، طی شبیه‌سازی رایانه‌یی مصرف سوخت چند چیدمان متفاوت محاسبه شده تا امکان مقایسه‌ی چیدمان‌های پیشنهادی فراهم شود. نتایج این تحقیق در تعیین چیدمان بهینه‌ی یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ قابل استفاده است.

واژگان کلیدی: چیدمان بهینه‌ی تراسترها، سیستم کنترل وضعیت ماهواره‌ی زمین‌آهنگ، کنترل وضعیت جسم سه‌بعدی.

alikarmozdi@mech.sharif.ir
nejat@sharif.edu

۱. مقدمه

ماهواره‌های زمین‌آهنگ در مداری موسوم به مدار انتقالی از ماهواره‌بر جدا شده و با انجام مانورهای مداری خود را به مدار زمین‌آهنگ می‌رسانند. برای این منظور طی چند مرحله با روشن‌کردن موتور مداری[۳]، از طریق مدارهای واسطه‌ی از پیش تعیین‌شده برای کمینه‌کردن مصرف سوخت، مدار خود را به مدار ثابت زمین نزدیک می‌کنند.[۱]

در این مرحله، به‌علت وجود انحراف در راستای شلیک موتور مداری و عدم عبور راستای نیروی آن از مرکز جرم ماهواره، در حین روشن بودن موتور مداری گشتاور نسبتاً بزرگی به ماهواره اعمال می‌شود.[۲] در صورت عدم کنترل ماهواره، این گشتاور سبب خروج ماهواره از راستای مطلوب می‌شود. وظیفه‌ی کنترل وضعیت ماهواره در این زمان به عهده‌ی تراسترهاست. بدین‌منظور ماهواره‌ها از انواع تراسترها ــ نظیر تراسترهای هیدرازین، گاز سرد و ضربه‌ی پلاسما ــ استفاده می‌کنند.[۳-۵]

اما از آنجا که تراسترها عملگرهای غیرخطی‌اند و به‌صورت روشن و خاموش کار می‌کنند، برای کنترل تراسترها باید از روش‌هایی نظیر کنترل پهنای باند[۴] استفاده کرد. در استفاده از این روش باید محدودیت تراسترها را در تغییر بین حالت باز و بسته[۵] در نظر گرفت،[۶] چرا که وجود ناحیه‌ی مرده پدیده‌یی متداول در تراسترهای سیستم کنترل ماهواره‌هاست؛ فاصله‌ی زمان روشن و خاموش شدن تراستر نباید از حد مشخصی کم‌تر باشد.[۷و۸]

ویژگی دیگر تراسترها این است که جهت نیروی تراست نسبت به ماهواره ثابت است و هر تراستر تنها قادر به تولید نیرو در یک جهت است.[۹] به‌همین دلیل برای این که ماهواره بتواند در امتداد سه محور عمود بر هم به‌صورت مستقل گشتاور کنترلی اعمال کند، ماهواره‌های زمین‌آهنگ عموماً از حداقل ۶ تراستر و ۶ تراستر پشتیبان استفاده می‌کنند.[۱۰و۱۱]

جانمایی تمامی اجزای ماهواره تأثیر مستقیمی در طول عمر سرویس‌دهی ماهواره و هزینه‌های ماهواره دارد،[۱۲] اما چون گشتاور تولیدی توسط تراسترها به‌شدت وابسته به چیدمان تراسترهاست و از آنجا که طول عمر ماهواره به میزان مصرف سوخت تراسترها وابسته است،[۱۳] انتخاب چیدمان بهینه‌ی تراسترها در افزایش طول عمر ماهواره از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. به‌علاوه انتخاب چیدمان بهینه تأثیر به‌سزایی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۲/۱۳، اصلاحیه ۱۳۹۳/۹/۱۰، پذیرش ۱۳۹۳/۹/۲۳.

www.SID.ir

Archive of SID

در کاهش زمان مانورها، کاهش خطای دائم، کاهش وزن نهایی ماهواره و درنتیجه کاهش هزینه‌ی پرتاب دارد.

در این پروژه هدف تعیین چیدمانی بهینه برای تراسترهای یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ است که ضمن انجام تمام وظایف مورد نیاز توسط تراسترها، بتواند با مصرف سوخت بهینه، دقت کنترلی مورد نظر را در طول سرویس‌دهی ماهواره برآورده سازد. در این راستا ماهواره به‌صورت یک جسم صلب سه‌بعدی مدل شده است و با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل نیروی تراستر، شبیه‌سازی برای چند چیدمان قابل قبول از تراسترها انجام شده است. گشتاور ناشی از ناهم‌راستایی موتور لم نیز به‌صورت گشتاور اغتشاشی با اندازه‌ی ثابت در نظر گرفته شده است. در نهایت از بین چیدمان‌های مختلف، چیدمانی که بتواند کنترل حالت موتور انتقالی را با کم‌ترین مصرف سوخت ضمن برآورده‌سازی سایر وظایف انجام دهد انتخاب خواهد شد.

۲. شبیه‌سازی دینامیک و سینماتیک وضعیت جسم یک صلب سه‌بعدی در فضا

اولین گام برای شبیه‌سازی کنترل وضعیت ماهواره به‌کمک تراسترها، شبیه‌سازی دینامیکی یک جسم صلب در فضاست. به این منظور، استفاده از معادلات دینامیک و سینماتیک وضعیت ضروری است. معادلات دینامیکی مورد استفاده معادلات اویلر[۶] است که بیان می‌کنند گشتاور اعمالی بر جسم حول مرکز جرم آن، معادل تغییرات تکانه‌ی زاویه‌یی آن است. در این جا ما به بررسی حرکت دورانی یک جسم توسط گشتاور اعمالی می‌پردازیم. در بسیاری موارد طراحان ماهواره از حاصل‌ضرب‌های اینرسی صرف‌نظر می‌کنند و تأثیرات وجود ناچیز آن‌ها را در نهایت به‌عنوان اغتشاشات در نظر می‌گیرند. اما در اینجا به‌دلیل لحاظ‌کردن دقت بیشتر تأثیرات ممان اینرسی‌های ضربی را نیز لحاظ می‌کنیم. در این صورت گشتاور اعمالی به جسم و سرعت زاویه‌یی مطابق معادله‌ی ۱ با هم رابطه دارند:[۱۴]

$$M = I\dot{\omega} + w(I\omega) \qquad (۱)$$

که در آن، M، I و ω به‌ترتیب گشتاور اعمالی حول مرکز جرم، تانسور اینرسی ماهواره و بردار سرعت زاویه‌یی ماهواره‌اند. مقدار w نیز از رابطه‌ی ماتریسی ۲ به دست می‌آید:

$$w = \begin{bmatrix} ۰ & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & ۰ & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & ۰ \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

پیش از ورود به معادلات سینماتیکی لازم در شبیه‌سازی دینامیک وضعیت جسم صلب، ابتدا مروری گذرا به روش‌های مختلف تبدیل وضعیت در فضا خواهیم داشت. به‌طور کلی سه روش برای تعیین وضعیت ماهواره نسبت به دستگاه مرجع وجود دارد: ۱. ماتریس‌های کسینوس هادی، ۲. زوایای اویلر، ۳. روش کواترنیون، که در ادامه‌ی همین بخش به اختصار با هریک از این ابزارهای سینماتیکی آشنا می‌شویم.

در روش ماتریس‌های کسینوس هادی، ماتریسی را در نظر بگیرید که سطر اول آن متشکل از تصویر بردار یکه‌ی u (بردار یکه‌ی دستگاه فیزیکی) بر محورهای دستگاه مرجع باشد. همچنین سطر دوم و سوم آن به‌ترتیب متشکل از تصاویر بردارهای یکه‌ی v و w (سایر بردارهای یکه‌ی دستگاه فیزیکی) باشد. این ماتریس را ماتریس کسینوس هادی نامیده و با A نشان می‌دهند:[۱۵]

$$\frac{d}{dt}[A] = [\Omega][A] \qquad (۳)$$

که در آن:

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} ۰ & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & ۰ & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & ۰ \end{bmatrix} \qquad (۴)$$

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ سرعت‌های زاویه‌یی مطلق ماهواره‌اند که در دستگاه مختصات فیزیکی بیان می‌شوند.

در روش زوایای اویلر، دوران زوایای اویلر به‌معنی دوران زنجیروار حول سه محور متعامد دستگاه مختصات فیزیکی است. عموماً زاویه‌ی رول اویلر (φ) را به‌عنوان دوران حول محور x جسم، زاویه‌ی پیچ اویلر (θ) را به‌عنوان دوران حول محور y جسم، و زاویه‌ی یاو اویلر (ψ) را به‌عنوان دوران حول محور z دستگاه فیزیکی مطرح می‌کنند. با فرض این که سرعت زاویه‌یی جسم نسبت به دستگاه مختصات مرجع در دستگاه مختصات فیزیکی با عناصر بردار $\omega_{BR} = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k$ بیان شود، خواهیم داشت:[۱۱]

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_x + [\omega_y.\sin(\phi) + \omega_z.\cos(\phi)]\tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= \omega_y.\cos(\phi) - \omega_z.\sin(\phi) \\ \varphi &= [\omega_y.\sin(\phi) + \omega_z.\cos(\phi)]\sec(\theta) \end{aligned} \qquad (۵)$$

تعریف کواترنیون توسط قضیه مشهور اویلر صورت می‌گیرد. طبق این نظریه کلی‌ترین جابه‌جایی زاویه‌یی یک جسم صلب با یک نقطه‌ی ثابت، معادل دوران حول یک محور است. در اینجا با این فرض که دوران حول بردار e با عناصر $[e_۱ \ e_۲ \ e_۳]$، و زاویه‌ی دوران α باشد، به‌کمک معادلات ۶ عناصر چهارگانه‌ی بردار کواترنیون نیز بر حسب بردار e مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} q_۱ &= e_۱ \sin(\alpha/۲) \\ q_۲ &= e_۲ \sin(\alpha/۲) \\ q_۳ &= e_۳ \sin(\alpha/۲) \\ q_۴ &= \cos(\alpha/۲) \end{aligned} \qquad (۶)$$

تغییرات بردار کواترنیون برحسب زمان توسط رابطه‌ی ۷ مشخص می‌شود:

$$\frac{d}{dt}[q] = \frac{۱}{۲}[\Omega'][q] \qquad (۷)$$

که در آن:

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} ۰ & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & ۰ & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & ۰ & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & ۰ \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

با دانستن شرایط اولیه و انتگرال‌گیری عددی از هریک از معادلات سینماتیکی ۳، ۵، یا ۷ به همراه معادله‌ی دینامیکی ۱، در هر لحظه قادر به تعیین وضعیت ماهواره خواهیم بود.

www.SID.ir

Archive of SID

بیان وضعیت جسم صلب در چارچوب مرجع و به‌روش ماتریس کسینوس هادی نیاز به ۹ عنصر دارد، در حالی که برای بیان به‌کمک روش کواترنیون فقط ۴ عنصر مورد نیاز است. به‌علاوه عناصر ماتریس کسینوس هادی، برخلاف عناصر کواترنیون، توابع مثلثاتی هستند که محاسبات آن‌ها دشوارتر است. بنابراین انتگرال‌گیری از بردار کواترنیون بسیار منطقی‌تر و متداول‌تر است.

از معادلات سینماتیکی و دینامیکی باید هم‌زمان انتگرال‌گیری کرده و به‌ازای شرایط اولیه‌ی مشخص، زوایای اویلر (ماتریس کسینوس هادی، یا کواترنیون) را در تمامی زمان‌ها تا لحظه‌ی پایانی شبیه‌سازی به دست آورد. این انتگرال‌گیری به‌روش عددی است و برای آن از دستور ode۴۵ متلب استفاده شده است.

۳. شبیه‌سازی کنترل با فرض خطی بودن عملگرها

در بخش پیشین معادلات حاکم بر دینامیک وضعیت یک جسم صلب سه‌بعدی بیان شد تا بتوان وضعیت یک جسم سه‌بعدی در فضا را با اعمال گشتاور خارجی دلخواه شبیه‌سازی کرد. حال وقت آن است که با تغییر این گشتاور اعمالی از حالت دلخواه به گشتاوری محاسبه شده، امکان کنترل وضعیت جسم در فضا میسر شود.

وظیفه‌ی اصلی سیستم کنترل وضعیت، پایدارسازی وضعیت ماهواره در مقابل گشتاورهای اغتشاشی خارجی است. در این بخش معادلات قوانین کنترلی برای روش‌های مختلف بیان وضعیت درج و تحلیل می‌شود.

۱.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی زوایای اویلر

ساده‌ترین قانون کنترلی مبتنی بر خطای زوایای اویلر است. با هدف رسیدن به وضعیتی با زوایای اویلر $\psi_d, \theta_d, \varphi_d$، فرض می‌کنیم که زوایای اویلر قابل اندازه‌گیری باشند. ماهواره‌یی با ماتریس اینرسی قطری (بدون حاصل‌ضرب‌های اینرسی) و زوایای اویلر کوچک را در نظر بگیرید. ساده‌ترین قانون کنترلی، قانون خطی خواهد بود. در دوران‌های کوچک، زوایای اویلر به‌طور مستقل زوایای دوران حول محورهای x، y و z را نشان می‌دهند و ترتیب آن‌ها اهمیت خود را از دست می‌دهد. به‌این‌ترتیب معادلات حرکت و معادلات کنترل حول سه محور از یکدیگر مستقل خواهد بود.

گشتاورهایی که به ماهواره وارد می‌شود عبارت‌اند از: گشتاور اغتشاشی (T_d) و گشتاور کنترلی (T_c). گشتاور کنترلی را می‌توان با قانون PD یا PID محاسبه کرد. گشتاور کنترلی برای خطای زاویه‌ی اویلر کوچک با قانون PID چنین نوشته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
T_{cx} &= K_{Px}(\varphi_d - \varphi) - K_{Dx}\dot{\varphi} - K_{ix}\int \varphi dt \\
T_{cy} &= K_{Py}(\theta_d - \theta) - K_{Dy}\dot{\theta} - K_{iy}\int \theta dt \\
T_{cz} &= K_{Pz}(\psi_d - \psi) - K_{Dz}\dot{\psi} - K_{iz}\int \psi dt
\end{aligned}
\qquad (۹)
$$

پس از محاسبه‌ی بردار گشتاور کنترلی مورد نیاز، با توجه به چینش تراسترها، سهم هر تراستر از این گشتاور محاسبه، و فرمان ایجاد آن صادر می‌شود. مدل و قانون کنترلی فوق، چنان که ذکر شد، برای خطاهای کوچک زاویه مناسب است. در مانورهایی با تغییر جهت‌گیری بزرگ، معادلات زوایای اویلر به یکدیگر متصل خواهد بود و کنترل آن‌ها به‌صورت مستقل صحیح نیست. چون تفاضل زوایای اویلر تنها در دوران‌های کوچک معنا دارد و با بزرگ شدن زوایای اویلر اختلاف آن‌ها فاقد مفهوم فیزیکی یا ریاضی است، روش‌های بهتر برای تعریف بردار خطا استفاده از ماتریس‌های کسینوس هادی یا کواترنیون‌هاست.

۲.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی ماتریس کسینوس هادی‌ها

فرض کنید که وضعیت ماهواره نسبت به چارچوب مرجع توسط ماتریس‌های کسینوس هادی $[A_s]$ بیان شده باشد. همچنین فرض کنید که بردار دلخواه a در مختصات مرجع به‌صورت $a = [a_1, a_2, a_3]$ بیان می‌شود و ماهواره باید طی مانوری موقعیت نهایی خود را به وضعیتی برساند که توسط ماتریس $[A_T]$ بیان می‌شود و به آن ماتریس هدف می‌گویند. فرض کنید که بردار a در دستگاه مختصات فیزیکی و در دستگاه مختصات هدف به ترتیب به‌صورت a_S و a_T بیان شود. تعریف ماتریس $[A_E]$ عبارت است از:

$$a_S = [A_E]a_T \qquad (۱۰)$$

در صورتی که ماتریس $[A_E]$ تبدیل به ماتریس همانی شود، آنگاه عناصر بردار a در دو دستگاه فیزیکی متصل به ماهواره و دستگاه مختصات هدف یکسان خواهد بود، این بدان معناست که ماهواره به هدف مطلوب رسیده و در نتیجه دو دستگاه بر هم منطبق شده‌اند. بنابراین ماتریس $[A_E]$ تحت عنوان ماتریس کسینوس هادی خطا شناخته می‌شود. وقتی که این ماتریس تبدیل به ماتریس همانی شود، ماهواره به مختصات مطلوب رسیده است. در اینجا بدون ورود به جزییات، تنها نتایج به دست آمده در مطالعات پیشین[۱۱] را تحت عنوان قوانین کنترلی براساس خطای ماتریس کسینوس هادی بیان می‌کنیم:

$$
\begin{aligned}
T_{cx} &= \frac{1}{2}K_x(a_{32E} - a_{23E}) - K_{xd}\omega_x + K_{xi}\int (a_{32E} - a_{23E})dt \\
T_{cy} &= \frac{1}{2}K_y(a_{31E} - a_{13E}) - K_{yd}\omega_y + K_{yi}\int (a_{31E} - a_{13E})dt \\
T_{cz} &= \frac{1}{2}K_z(a_{21E} - a_{12E}) - K_{zd}\omega_z + K_{zi}\int (a_{21E} - a_{12E})dt
\end{aligned}
\qquad (۱۱)
$$

که در آنها، $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ سرعت زاویه‌یی ماهواره نسبت به مختصات مرجع است که در دستگاه مختصات فیزیکی بیان شده‌اند. نیاز این روش به محاسبه‌ی ۶ عنصر ماتریس خطا، ضعف عمده‌ی این روش کنترل است.

۳.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی کواترنیون‌ها

با مشخص بودن کواترنیون‌های وضعیت لحظه‌یی (q_S) و وضعیت مطلوب (q_T) ماهواره، کواترنیون خطا (q_E) چنین محاسبه می‌شود:

$$
q_E = \begin{bmatrix} q_{T4} & q_{T3} & -q_{T2} & q_{T1} \\ -q_{T3} & q_{T4} & q_{T1} & q_{T2} \\ q_{T2} & -q_{T1} & q_{T4} & q_{T3} \\ -q_{T1} & -q_{T2} & -q_{T3} & q_{T4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -q_{S1} \\ -q_{S2} \\ -q_{S3} \\ q_{S4} \end{bmatrix} \qquad (۱۲)
$$

به‌کمک رابطه‌ی ۱۲ می‌توان به قوانین کنترلی ۱۳ دست یافت.

$$
\begin{aligned}
T_{cx} &= -2K_x q_{1E} q_{4E} - K_{xd}\omega_x - K_{xi}\int 2K_x q_{1E} q_{4E} dt \\
T_{cy} &= -2K_y q_{2E} q_{4E} - K_{yd}\omega_y - K_{yi}\int 2K_y q_{2E} q_{4E} dt \\
T_{cz} &= -2K_z q_{3E} q_{4E} - K_{zd}\omega_z - K_{zi}\int 2K_z q_{2E} q_{4E} dt
\end{aligned}
\qquad (۱۳)
$$

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱. ثابت‌های شبیه‌سازی.

متغیر	مقدار
t (زمان شبیه‌سازی)	۱۰۰۰ (sec)
بیشترین گام‌های زمانی در ode *	۲۰ (ms)
ضرایب کنترل تناسبی	$K_x = K_y = K_z = ۲/۳$
ضرایب کنترل تفاضلی	$K_{xd} = K_{yd} = K_{zd} = ۵/۲$
ضریب انتگرال‌گیری	$K_i = ۰/۵$
شرایط اولیه‌ی مکانی	$\varphi_۰ = ۰/۸\,(\text{rad}),\ \theta_۰ = -۰/۴\,(\text{rad}),\ \psi_۰ = ۱/۲\,(\text{rad})$
شرایط اولیه‌ی سرعت	$\omega_{x_۰} = ۰/۰۲\,(\text{rad/s}),\ \omega_{y_۰} = \omega_{z_۰} = ۰/۰۳\,(\text{rad/s})$

* maximom step in ode

در اینجا نیز باید با انتگرال‌گیری از معادلات سینماتیکی درکنار هر یک از معادلات دینامیکی ۹، ۱۱ یا ۱۳ و داشتن شرایط اولیه می‌توان وضعیت ماهواره را در هر لحظه محاسبه کرد.

۴.۳. انتخاب روش برتر در کنترل وضعیت

اکنون باید از بین سه روش موجود (زوایای اویلر، ماتریس‌های کسینوس هادی و روش کواترنیون) نهایتاً یک روش را به‌عنوان روش مورد استفاده در مدل‌سازی کنترل ماهواره انتخاب کنیم. بنابراین ابتدا به معرفی معیارهای روش برتر پرداخته، و سپس با شبیه‌سازی رایانه‌یی به‌کمک نرم‌افزار متلب روش برتر انتخاب می‌شود.

رشد و نمو زاویه‌ی خطای α حول محور دوران اویلر معیاری از عملکرد قانون کنترلی است، چرا که بیان‌گر مقدار زاویه‌ی پیموده شده توسط ماهواره طی مانور، از حالت اولیه تا حالت نهایی است. این انتگرال را اویلرانت می‌نامند که مطابق معادله‌ی ۱۴ تعریف می‌شود.

$$\text{EULERANT} = \int \alpha.dt \qquad (۱۴)$$

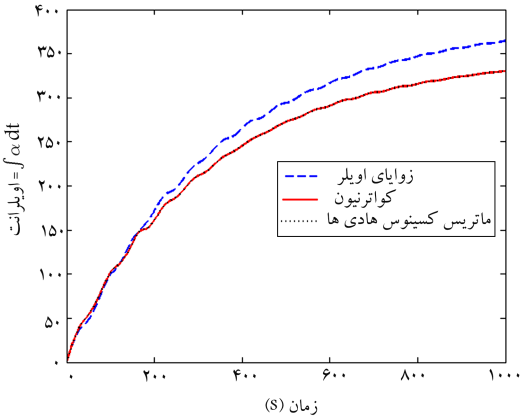
هرچه مقدار این پارامتر کم‌تر باشد نشان‌دهنده‌ی کاهش زاویه‌ی پیموده شده برای رسیدن به وضعیت مطلوب از وضعیت اولیه است. معیار دیگر در انتخاب روش بهینه، کاهش زمان محاسبات است. به‌طور کلی هرقدر مقدار اویلرانت و زمان محاسبات کم‌تر باشد روش کنترلی مناسب‌تر است.

شبیه‌سازی کنترل وضعیت برای هر سه قانون کنترلی مذکور، تحت شرایط اولیه یکسان و مطابق جدول ۱، و به‌کمک تابع ode۴۵ نرم‌افزار متلب انجام شده است. ماتریس اینرسی نیز برابر است با:

$$I = \begin{bmatrix} ۱۲۱۸/۶۳ & -۵/۳۸ & -۱/۷۶ \\ -۵/۳۸ & ۴۴۲/۲۶ & -۸/۳۹ \\ -۱/۷۶ & -۸/۳۹ & ۱۴۲۹/۴۳ \end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

در نهایت مقدار اویلرانت برای هر سه روش در شکل ۱ نمایش داده شده است. همچنین زمان محاسبات در سه روش در جدول ۲ فهرست شده است.

روش ماتریس کسینوس هادی به‌دلیل زمان بر بودن در انجام محاسبات کنار گذاشته می‌شود. روش زوایای اویلر نیز به‌دلیل بزرگ شدن مقدار اویلرانت به‌لحاظ مصرف سوخت بهینه نیست. به‌علاوه معادله‌ی اول و آخر از معادلات ۵ یک نقطه‌ی تکین در $\theta = ۹۰^\wedge$ دارند. به‌همین دلیل به نبود نقاط تکین در روش کواترنیون‌ها و خواص عددی مناسب‌تر آن نسبت به روش زوایای اویلر، به‌عنوان مزیت دیگر روش کواترنیون نسبت به روش زوایای اویلر اشاره شده است.[۱۶] بنابراین روش برتر استفاده



شکل ۱. مقدار اویلرانت درکنترل به‌کمک قانون‌های مختلف.

جدول ۲. ثابت‌های شبیه‌سازی.

قانون کنترلی مورد استفاده	زمان محاسبات برحسب ثانیه
زوایای اویلر	۲۷
روش کواترنیون	۳۰
ماتریس‌های کسینوس هادی	۳۷

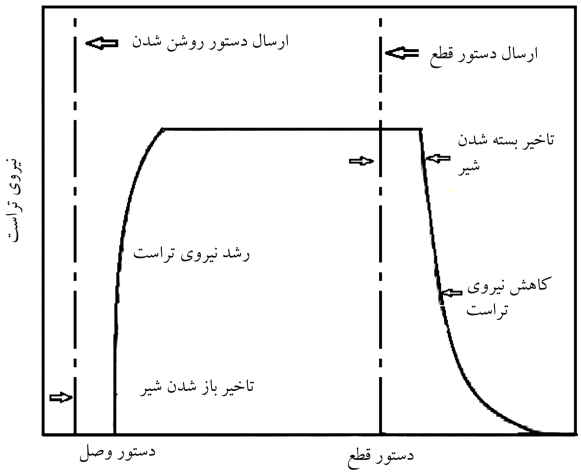
از قانون کنترل به‌کمک کواترنیون‌هاست که ماهواره‌ها نیز عموماً از آن به‌عنوان روش کنترلی استفاده می‌کنند.[۲] در ادامه‌ی این مبحث ما نیز برای تکمیل برنامه از روش کواترنیون‌ها استفاده می‌کنیم.

۴. کنترل وضعیت به‌کمک تراسترها

در فصل ۳ عملگرهایمان را عملگرهایی خطی فرض کردیم که توانایی ایجاد هر میزان گشتاور را در هر لحظه‌ی دلخواه دارند. اما متأسفانه تراسترها عملگرهای خطی نیستند و نمی‌توانند مانند عملگرهای خطی، رابطه‌ی خطی بین سیگنال ورودی و گشتاور خروجی داشته باشند. به‌عبارت دیگر تراسترها عملگرهای غیر پیوسته و از نوع روشن و خاموش هستند. همچنین باز و بسته شدن تراسترها دارای محدودیت‌هایی است.[۶] وجود این محدودیت‌ها باعث می‌شود که نتوان مقادیر ضربه‌ی کوچک‌تر از ضربه‌ی کمینه‌ی تراسترها را از آن‌ها به‌عنوان خروجی گرفت؛ لذا کنترل با تراسترها ملاحظاتی دارد که آن را متفاوت از عملگرهای خطی می‌کند.

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۲. پروفیل زمانی نیروی تراستر.[۱۷]

۱.۴. ویژگی پروفیل زمانی تراسترها

به جز نیروی تراست[۷] مشخصات دیگری نیز برای تعریف کامل یک تراستر مورد نیاز است. در شکل ۲ پروفیل زمانی نیروی تراستر واقعی نشان داده شده است.

با صدور دستور الکتریکی روشن شدن[۸] به کویل شیر تراستر، نیروی پیشران بعد از گذشت تأخیر ذاتی اولیه شروع به رشد می‌کند. زمان رشد نیروی تراست مدت زمان رسیدن نیروی تراستر از مقدار صفر به ۹۹٪ مقدار نامی است. در این بازه زمانی می‌توان رشد نیروی تراستر را برحسب زمان به‌صورت یک تابع نمایی تقریب زد.[۱۷] همچنین پس از اعمال دستور قطع توسط سیگنال الکتریکی، نیروی تراستر پس از گذشت تأخیری زمانی شروع به کاهش می‌کند و طی زمان حذف تراستر[۹] به‌صورت یک تابع نمایی به صفر می‌رسد.[۱۷]

ویژگی دیگر تراسترها وجود زبری[۱۰] است که معیاری از بی‌نظمی نیروی تراستر حول مقدار نامی آن بوده و عموماً بین ۲ تا ۳ درصد از مقدار نامی را داراست. تکرارپذیری نیز جزو ویژگی‌های ذاتی تراسترهاست که توسط فعال‌سازی‌های مکرر یک تراستر و مقایسه‌ی تغییرات نیروی نامی آن طی فعال‌سازی‌های مختلف مشخص می‌شود.

شاید مهم‌ترین فاکتور در تراسترها، کم‌ترین اندازه ضربه (MIB)[۱۱] باشد. اگر طول بازه زمانی دستور روشن بودن خیلی کوچک باشد عملاً امکان روشن شدن تراسترها وجود ندارد. در غیاب داده‌های آزمایشگاهی[۱۸] پیشنهاد شده که کم‌ترین اندازه ضربه از حاصل‌ضرب نیروی نامی تراستر و کم‌ترین زمان باز و بسته شدن شیر تراستر به‌طور تقریبی محاسبه شود. فاکتورهایی تأثیرگذار بر مقدار MIB عبارت‌اند از: کم‌ترین زمان باز و بسته شدن شیر سلونوییدی و مقدار فشار موجود (که به فشار تنظیم شده وابسته است).[۱۹]

وجود کم‌ترین اندازه ضربه و ناحیه‌ی مرده[۱۲] در تراسترها، سبب ایجاد خطای دائمی می‌شود. در برخی از مطالعات انجام شده[۱۱] کم‌ترین خطای قابل دسترس برابر معادله‌ی ۱۶ محاسبه شده که در آن F نیروی تراست نامی، l بازوی گشتاور تراستر حول مرکز جرم ماهواره، $t_{\min}$ کم‌ترین زمان پالس، T_{sam} زمان نمونه‌برداری در روش تنظیم پهنای پالس و K ضریب کنترل‌کننده‌ی تناسبی است.

$$e_{\min} = \frac{Flt_{\min}}{T_{sam}K} \qquad (۱۶)$$

جدول ۳. ویژگی‌های عملکردی تراسترهای انتخابی.

ویژگی	مقدار
کم‌ترین زمان روشن بودن تراستر	۲۰ ms
زمان رشد نیروی تراستر	۲/۰ ms
زمان اضمحلال نیروی تراستر	۳/۰ ms
تاخیر زمانی باز و بسته شدن	۳/۰ ms
نیروی نامی	۱۰ N
دقت تراست	٪۵
دبی خروجی نامی	۳/۵ gr/s

با توجه به تراسترهای انتخابی از شرکت AUSTRIUM ویژگی‌های عملکردی تراستر مطابق جدول ۳ تشریح شده است.

۲.۴. کنترل وضعیت براساس روش تنظیم پهنای پالس (PWM)

متأسفانه کنترل‌کننده‌هایی که براساس عملکرد تراسترها عمل می‌کنند، نمی‌توانند مانند عملگرهای دیگر رابطه‌ی خطی بین ورودی کنترل‌کننده و گشتاور خروجی داشته باشند. با این وجود این کنترل‌کننده‌ها می‌توانند در یک مد شبه خطی با استفاده از تغییر طول زمان روشن بودن تراسترها متناسب با گشتاور مورد نیاز محاسبه‌شده (ورودی به کنترل‌کننده) عمل کنند. این نوع عملکرد را اغلب PWM می‌گویند. طول بازه زمانی که در آن تراستر روشن است، از رابطه‌ی ۱۷ به دست می‌آید.

$$t_p \times F\Delta = T_{sam} \times torque \Rightarrow t_p = \frac{T_{sam} \times torque}{F\Delta} \qquad (۱۷)$$

که در آن منظور از Δ بازوی گشتاور تراستر، منظور از $torque$ گشتاور کنترلی محاسبه‌شده به‌روش خطی، T_{sam} زمان نمونه‌برداری و t_p بازه روشن بودن تراستر و F نیروی نامی تراستر است.

۳.۴. شبیه‌سازی پروفیل نیرو ـ زمان تراستر در نرم‌افزار متلب

به‌منظور تکمیل فرایند کنترل، پس از مشخص شدن گشتاورهای کنترلی باید از روی این گشتاورها زمان روشن و خاموش بودن هر تراستر را محاسبه کرد. این کار بستگی به چیدمان تراسترها دارد و برای هر چیدمان متفاوت خواهد بود. محاسبه‌ی زمان‌های روشن بودن تراسترها برحسب گشتاورهای کنترلی به فصل بعدی موکول شده است.

با دانستن زمان روشن بودن تراسترها در یک بازه نمونه‌برداری[۱۳] باید از روی این زمان توسط تابعی مقدار گشتاور خروجی هر تراستر در هر لحظه از بازه نمونه‌برداری مشخص شود. در این بخش با توجه به توضیحات داده‌شده در دو بخش قبلی و مقادیر عملکردی تراستر انتخابی که در جدول ۳ فهرست شده‌اند، اقدام به شبیه‌سازی این تابع به‌کمک نرم‌افزار متلب کرده‌ایم. قابلیت‌هایی که باید این تابع داشته باشد عبارت است از:

۱. مقادیر زمان رشد و کاهش نیروی تراست و تأخیر زمانی در باز و بسته شدن تراستر در هر بازه نمونه‌برداری لحاظ شده باشد.

۲. در صورت کم‌تر بودن زمان فرمان روشن بودن از حداقل طول پالس، در تمام طول بازه نمونه‌برداری خروجی تراسترها صفر باشد.

۳. در صورتی که زمان روشن بودن به طول بازه نمونه‌برداری بسیار نزدیک بود، خروجی تراستر نباید در انتهای بازه نمونه‌برداری به صفر برود و باید در مقدار

www.SID.ir

Archive of SID

نامی خود باقی بماند. در چنین شرایطی در بازه نمونه‌برداری بعدی، خروجی تراستر به جای صفر از مقدار نامی خود آغاز می‌شود.

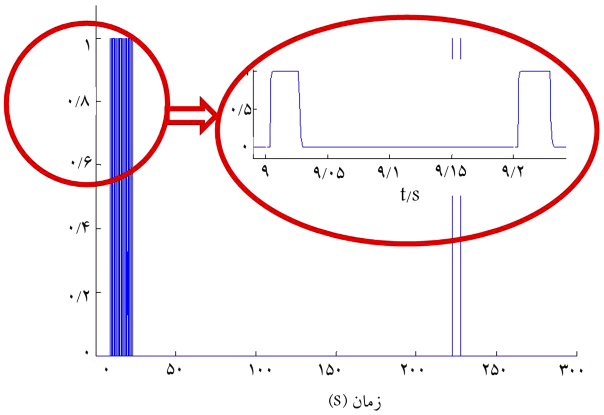
۴. مقدار ۵٪ عدم قطعیت در مقدار نامی تراسترها لحاظ شود. این مقدار در هر بازه نمونه‌برداری باید به‌صورت تصادفی لحاظ شود.

۵. مساحت سطح زیر نمودار نیروی تراستر برحسب زمان برابر با مساحت خطی صاف به طول زمان روشن بودن (مشخص شده توسط کنترل‌کننده) و به ارتفاع نیروی تراست نامی باشد.

حال با مدل‌سازی تراسترها قادر به تکمیل شبیه‌سازی کنترل خواهیم بود. در شکل‌های ۳ و ۴ به‌ترتیب نمودار تغییرات زوایای اویلر و گشتاورهای کنترلی برحسب زمان نمایش داده شده است. همچنین در شکل ۵ نمودار روشن و خاموش بودن یکی از تراسترهای چیدمان نشان داده شده است. برای مدل‌سازی باید یکی از چیدمان‌های ممکن تراسترها را در نظر می‌گرفتیم. چیدمان در نظر گرفته‌شده همان چیدمان نوع یک[۱۴] است و در آن فرض شده گشتاور اغتشاشی در راستای x باشد.

حال پس از مدل‌سازی تمامی اثرات تراسترها، می‌خواهیم ببینیم تأثیر هریک از ویژگی‌های تراسترها از قبیل کم‌ترین طول ضربه، تأخیر زمانی، عدم قطعیت[۱۵] در این مدل‌سازی چقدر است. بدین‌منظور هربار از یکی از اثرات فوق صرف‌نظر کرده و شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم. در نهایت یک‌بار هم از تمامی اثرات تراسترها صرف‌نظر کرده و شبیه‌سازی را کامل می‌کنیم (جدول ۴).

چنان که مشاهده می‌کنید، هر یک از ویژگی‌های تراستر نظیر عدم قطعیت،



شکل ۵. پروفیل روشن شدن تراستر شماره ۱ همراه با بزرگنمایی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور x با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.

حداقل طول ضربه و تأخیر زمانی باعث افزایش ۲ تا ۳ درصدی نرخ پایای مصرف سوخت می‌شود. همچنین صرف‌نظر کردن از حداقل ضربه به‌شدت سبب کاهش خطای پایدار می‌شود. وجود یا عدم وجود عدم قطعیت تأثیر چندانی در خطای ماندگار ندارد؛ علت این امر را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که چون علاوه بر کوچک بودن مقدار عدم قطعیت (۵٪) بیشتر یا کم‌تر بودن نسبت به مقدار نیروی تراست نامی تراستر در هر بازه نمونه‌برداری کاملاً تصادفی است، لحاظ کردن یا نکردن آن چندان تأثیری در مدل‌سازی کنترل ماهواره نخواهد داشت.

۵. بررسی چیدمان‌های مختلف

در فصل ۳ به بررسی شیوه‌ی کنترل یک ماهواره و طراحی کنترل‌کننده‌ی مناسب برای آن پرداختیم. در آنجا فرض کردیم که روش کنترل خطی باشد. سپس در فصل ۴ با توجه به این که تراسترها عملگرهای خطی نیستند و همچنین به‌دلیل ویژگی‌های دیگر تراسترها، برنامه‌ی نوشته‌شده اصلاح شد. حال نوبت آن است که برای دست‌یابی به هدف اصلی این مقاله، با بررسی چیدمان‌های مختلف تراسترها و مدل‌سازی رایانه‌یی چیدمان‌های مختلف نهایتاً چیدمان بهینه از نظر مصرف سوخت و مقدار خطای حالت ماندگار و زمان رسیدن به حالت ماندگار را انتخاب کنیم.

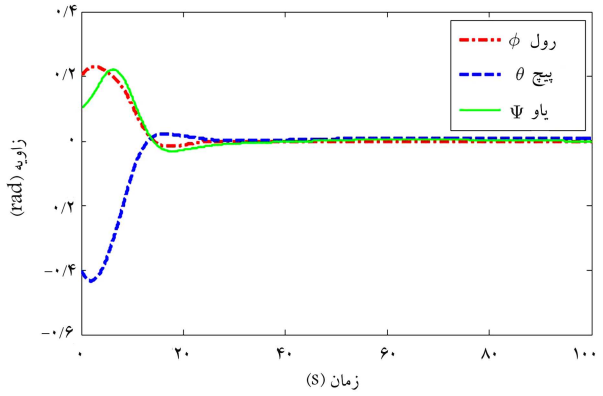
۵.۱. تبدیل گشتاورهای کنترلی به زمان‌های فعال‌سازی تراسترها

گشتاور مورد نیازی که باید به ماهواره اعمال شود توسط تمامی قوانین کنترلی محاسبه می‌شود. الگوریتمی که دستورات کنترلی را به زمان‌های فعالیت تراسترها تبدیل می‌کند دارای پیچیدگی‌هایی است، چرا که:

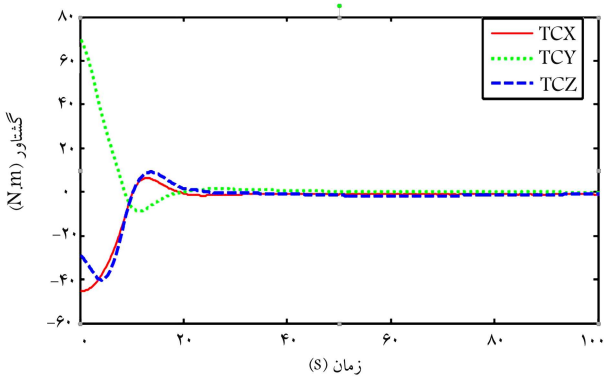
۱. تراسترها کنترل‌کننده‌های خطی نیستند، بنابراین مقدار نیروی خروجی آن‌ها ثابت است و گشتاور معادلی که تراستر تولید می‌کند وابسته به بازه زمانی است که تراستر در آن روشن است.

۲. هر تراستر تنها قادر به ایجاد نیرو در یک راستاست، لذا همواره برای ایجاد یک گشتاور در جهت مخالف نیاز به تراستری دیگر در مقابل تراستر اول است.[۹]

در این بخش ما از یک الگوریتم پایه مبتنی بر روش کنترل پهنای باند، برای تبدیل گشتاورهای کنترلی به زمان‌های فعال‌سازی تراسترها استفاده می‌کنیم. برای این منظور فرض کنید چیدمان تراسترها به‌صورت شکل ۶ باشد که یک چیدمان محتمل برای ماهواره‌های زمین‌آهنگ است.



شکل ۳. پاسخ زمانی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور x با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.



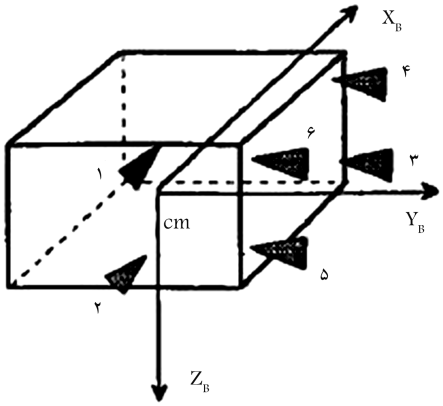
شکل ۴. گشتاورهای کنترلی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور x با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۴. ویژگی‌های عملکردی تراسترهای انتخابی.

نوع مدل‌سازی	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (گرم بر ثانیه)	خطای ماندگار (درجه)	زمان رسیدن به حالت پایدار (ثانیه)
لحاظ کردن پروفیل تراستر به‌صورت کامل	۰/۴۳۸۹	۰/۵۸۱۰	۲۹۴/۴
صرف‌نظر از عدم قطعیت	۰/۴۲۶۹	۰/۶۰۵۳	۱۶۷/۸
صرف‌نظر از تاخیرات زمانی	۰/۴۲۷۱	۰/۶۸۶۳	۳۴۸/۶
صرف‌نظر کردن از حداقل طول ضربه	۰/۴۲۳۲	۰/۰۷۲۴	۳۴۷/۴
صرف‌نظر کردن از تمامی اثرات تراسترها	۰/۴۲۵۴	۰/۰۷۰۵	۳۴۶/۶



شکل ۶. یک چیدمان ممکن برای ماهواره‌ی زمین‌آهنگ.[۱۱]

تراسترها به‌گونه‌یی چیده می‌شوند که قادر به تولید گشتاور در راستای هر سه محور، و نیز تولید نیرو برای حفظ پایداری ماهواره باشند. در اینجا فرض می‌کنیم که تراسترها به‌صورت متقارن نصب شده‌اند.

ابتدا گشتاورهای نامی تولیدشده توسط هر تراستر را محاسبه می‌کنیم و ماتریس گشتاورها (ماتریس T) را مطابق رابطه‌ی ۱۸ تشکیل می‌دهیم که هر ستون آن متشکل از عناصر گشتاور نامی تولیدی توسط یکی از تراسترها در سه راستای x، y و z است. لذا ستون‌های این ماتریس به تعداد تراسترهای چیدمان مورد بررسی است. در اینجا فرض شده یک چیدمان ۶ تراستری داشته باشیم، هر چند برای چیدمان‌های دیگر (نظیر چیدمان‌های ۸ تراستری) این روش هیچ تغییری نمی‌کند.

$$T_{۳\times۶}=\begin{bmatrix} T_{۱x} & \dots & T_{۶x} \\ T_{۱y} & \dots & T_{۶y} \\ T_{۱z} & \dots & T_{۶z} \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

سهم هر چیدمان از گشتاور تولیدی در هر بازه نمونه‌برداری برابر است با نسبت مدت زمان روشن بودن آن تراستر به طول بازه نمونه‌برداری. به‌عبارت دیگر، از ضرب ماتریس T در برداری که عنصر iام آن بیان‌گر نسبت زمان روشن بودن تراستر iام به طول بازه نمونه‌برداری است، میانگین گشتاور اعمالی از جانب تراسترها در طول بازه نمونه‌برداری محاسبه می‌شود. اگر مدت زمان روشن بودن تراستر iام به نسبت طول بازه نمونه‌برداری را با $\hat{T}_i$ نشان دهیم (بدیهی است این عدد بین صفر و ۱ خواهد بود) آنگاه به بیان ریاضی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} T_{۱x} & \dots & T_{۶x} \\ T_{۱y} & \dots & T_{۶y} \\ T_{۱z} & \dots & T_{۶z} \end{bmatrix}_{۳\times۶} \begin{bmatrix} \hat{T}_۱ \\ \hat{T}_۲ \\ \hat{T}_۳ \\ \hat{T}_۴ \\ \hat{T}_۵ \\ \hat{T}_۶ \end{bmatrix}_{۶\times۱} = \begin{bmatrix} T_{xy} \\ T_{Cy} \\ T_{cz} \end{bmatrix}_{۳\times۱} \qquad (۱۹)$$

که در آن T_c گشتاورهای کنترلی‌اند که در فصل ۳ با فرض خطی‌بودن محاسبه شدند. ماتریس گشتاورهای نامی T نیز برای هر چیدمان ویژه مقداری ثابت دارد و تنها به محل قرارگیری و زوایای تراسترها در چیدمان وابسته است. به‌منظور مشخص‌کردن زمان‌های روشن‌بودن تراسترها ($\hat{T}_۱$) نیاز به حل یک دستگاه ۶ معادله و ۳ مجهول داریم که بی‌شمار جواب دارد. به‌عبارت دیگر ماتریس T یک ماتریس مربعی نیست و نمی‌توان با مشخص بودن گشتاورهای کنترلی T_c مقادیر $\hat{T}_۱-\hat{T}_۶$ را به‌طور یکتا مشخص کرد، اما تحت شرایطی می‌توان یک ماتریس شبه‌معکوس برای ماتریس T به دست آورد. فرض کنید که می‌خواهیم مقادیر $\hat{T}_۱-\hat{T}_۶$ را به‌گونه‌یی بیابیم که مصرف سوخت کمینه شود. با اعمال این شرط زمان‌های روشن بودن تراسترها به‌صورت یکتا مشخص خواهند شد. شرط یادشده را می‌توان به زبان ریاضی و در قالب کمینه‌سازی تابع معادله‌ی ۲۰ بیان کرد:

$$H=\sum_{i=۱}^{۶}\hat{T}_i^۲ \qquad (۲۰)$$

به‌کمک روش ضرایب لاگرانژ می‌توان دریافت که مقدار کمینه‌ی این معادله به‌ازای چه مقادیری از $\hat{T}_۱-\hat{T}_۶$ حاصل می‌شود و درنتیجه یک ماتریس شبه‌معکوس برای ماتریس T پیدا می‌شود. می‌توان ثابت کرد که همواره حل این مسئله‌ی کمینه‌سازی برای هر ماتریس $A_{(m\times n)}$ به ایجاد ماتریس شبه معکوسی منجر می‌شود که می‌توان آن را از فرمول ۲۱ محاسبه کرد:[۱۱]

$$[A_{WR}]=[A]^T([A][A]^T)^{-۱} \qquad (۲۱)$$

بنابراین برای یافتن مقادیر $\hat{T}_۱-\hat{T}_۶$ به‌صورت یکتا، با فرض کمینه‌کردن مصرف سوخت کافی است ماتریس شبه‌معکوس T را در گشتاورهای کنترلی ضرب کنیم. عناصر بردار به دست آمده نسبت زمان‌های روشن بودن تراسترها به طول بازه

www.SID.ir

Archive of SID

نمونه‌برداری است که از ضرب آنها در طول بازه نمونه‌برداری، زمان روشن بودن هر تراستر مشخص می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \\ \hat{T}_3 \\ \hat{T}_4 \\ \hat{T}_5 \\ \hat{T}_6 \end{bmatrix}_{6\times 1} = [T_{WR}]_{6\times 3} \begin{bmatrix} T_{xy} \\ T_{Cy} \\ T_{cz} \end{bmatrix}_{3\times 1} \qquad (22)$$

از روش فوق در کنترل وضعیت به‌کمک چرخ‌های عکس‌العملی استفاده شده است.[11] بنابراین با توجه به مقادیر گشتاورهای کنترلی مقادیر $\hat{T}_1 - \hat{T}_6$ محاسبه می‌شود، اما مقادیر محاسبه‌شده در معادله‌ی ۲۲ ممکن است منفی باشند، که از لحاظ فیزیکی ایجاد آن برای تراستر بی‌معنی است. زمان روشن بودن منفی به‌معنی تولید گشتاوری با مقدار منفی توسط تراستر iام است. این امر می‌تواند با فعال‌سازی تراستر مقابل به مدت مشابه جایگزین شود. برای مثال اگر فرض کنیم که در شکل ۶ مقدار $\hat{T}_3$ منفی شده باشد، باید به‌ازای آن تراستر ۶ به‌مدت زمانی مشابه تراستر ۳ روشن باشد مشروط بر آن که بازوهای گشتاور تراستر ۳ و ۶ با هم برابرند (این الگوریتم در زیر نوشته شده است). منظور از $\widehat{TT}$ نسبت زمان روشن بودن تراستر iام به بازه نمونه‌برداری بعد از اصلاح است.

$$\widehat{TT}_6 = \hat{T}_6 - \hat{T}_3$$
$$\widehat{TT}_3 = 0$$
$$if(\widehat{TT}_6 < 0)\widehat{TT}_6 = 0, \qquad \widehat{TT}_3\hat{T}_3 - \hat{T}_6$$

همچنین بین تراسترهای ۱ و ۲ و نیز تراسترهای ۴ و ۵ روابط مشابهی وجود دارد.

توجه کنید که جواب به دست آمده قبل از اصلاح توسط الگوریتم پیشنهادی، از نظر مصرف سوخت بهینه است. اعمال این الگوریتم، که به‌دلیل ویژگی تک‌جهته بودن گشتاور تراسترها مجبور به اعمال آن هستیم، تغییری در بهینه بودن مصرف سوخت ایجاد نمی‌کند. زیرا مصرف سوخت رابطه‌یی خطی با مجموع زمان روشن بودن تراسترها دارد و در هنگام اعمال این الگوریتم قدر مطلق زمان روشن بودن تراسترها ثابت باقی خواهد ماند.

۲.۵. ملزومات چیدمان‌های قابل‌قبول

درخصوص کم‌ترین تعداد تراسترهای مورد نیاز برای کنترل وضعیت و موقعیت ماهواره مقالات زیادی ارائه شده، اما حل این مسئله هنوز به‌صورت تحلیلی مشخص نشده است.[9] در برخی از مطالعات[11] ادعا شده که فقط با ۴ تراستر که به‌طور دقیق جاگذاری شده‌اند نیز می‌توان وضعیت را کنترل کرد، اما برای کنترل موقعیت علاوه بر کنترل وضعیت، عموماً ماهواره‌ها از دست کم ۶ تراستر استفاده می‌کنند. در این بخش با فرض استفاده از ۶ تراستر، ملزومات اصلی یک چیدمان مناسب را بررسی می‌کنیم؛ هر چیدمان در صورت واجد نبودن آن ملزومات صلاحیت بررسی را ندارد.

منظور از مناسب بودن یک چیدمان، قابلیت تولید مجموعه‌ی نیرو و گشتاورهای کنترلی توسط آن چیدمان است که قابلیت کنترل توسط تراسترها را در آن چیدمان فراهم می‌کند.[20] در بین چیدمان‌های محتمل، چیدمانی مناسب است که:

۱. در هر سه جهت گشتاور تولید کنند تا بتوانند کنترل وضعیت را به‌درستی انجام دهند.

۲. برای اصلاح شیب مداری باید در صفحه‌ی y^+ یا y^- تراسترهایی به‌صورت زوج داشته باشیم.

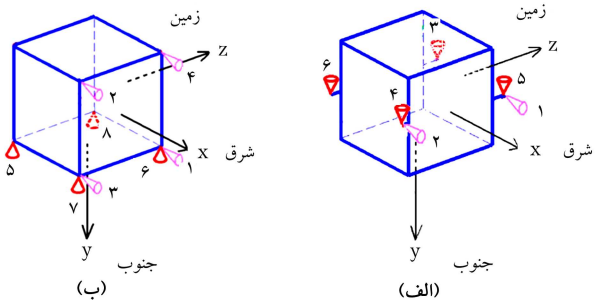
۳. برای جبران طول جغرافیایی باید در صفحه‌ی x^+ تراسترهایی به‌صورت زوج داشته باشیم.

۳.۵. چیدمان‌های مورد بررسی

با توجه به شرایط بیان شده، از بین چیدمان‌های ۶ تراستری، ۸ چیدمان مختلف و از بین چیدمان‌های ۸ تراستری ۴ چیدمان مختلف متصور است. توجه کنید که در تمامی چیدمان‌های مورد بررسی امکان کنترل وضعیت در سه راستا وجود دارد. همچنین در تمامی چیدمان‌ها، از تراسترهای ۵ و ۶ برای اصلاح شیب مداری و از تراسترهای ۱ و ۲ برای جبران طول جغرافیایی استفاده می‌شود. توجه کنید که شکل‌هایی که از نظر ساختاری باهم متفاوت‌اند ولی از نظرکنترل وضعیت باهم یکسان‌اند ساختار مستقلی محسوب نمی‌شوند. از جمله‌ی این موارد می‌توان به چیدمان الف در شکل ۷ اشاره کرد. اگرچه این چیدمان به‌لحاظ ساختاری با چیدمان نوع ۵ متفاوت است و ممکن است حتی در عمل مزایایی نسبت به چیدمان نوع ۵ داشته باشد (از قبیل عدم برخورد خروجی تراسترها به المان‌های حساس) اما چون در این پروژه تمرکز ما روی ویژگی‌های کنترلی است از بررسی این چیدمان پرهیز می‌کنیم. در واقع می‌توان فرض کرد تراسترهای شماره ۳ و ۴ و ۵ و ۶ به‌موازات نیروی تراست خود جابه‌جا شده‌اند و از نظر دینامیکی تفاوتی ایجاد نمی‌شود. همچنین چیدمان ب در شکل ۷ از نظر کنترل موقعیت با چیدمان نوع ۱۲ متفاوت است ولی از نظرکنترل وضعیت تفاوتی با آن ندارد. در شکل ۸ تعداد ۱۲ چیدمان قابل قبول نمایش داده شده است.

۴.۵. ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی چیدمان‌های مختلف

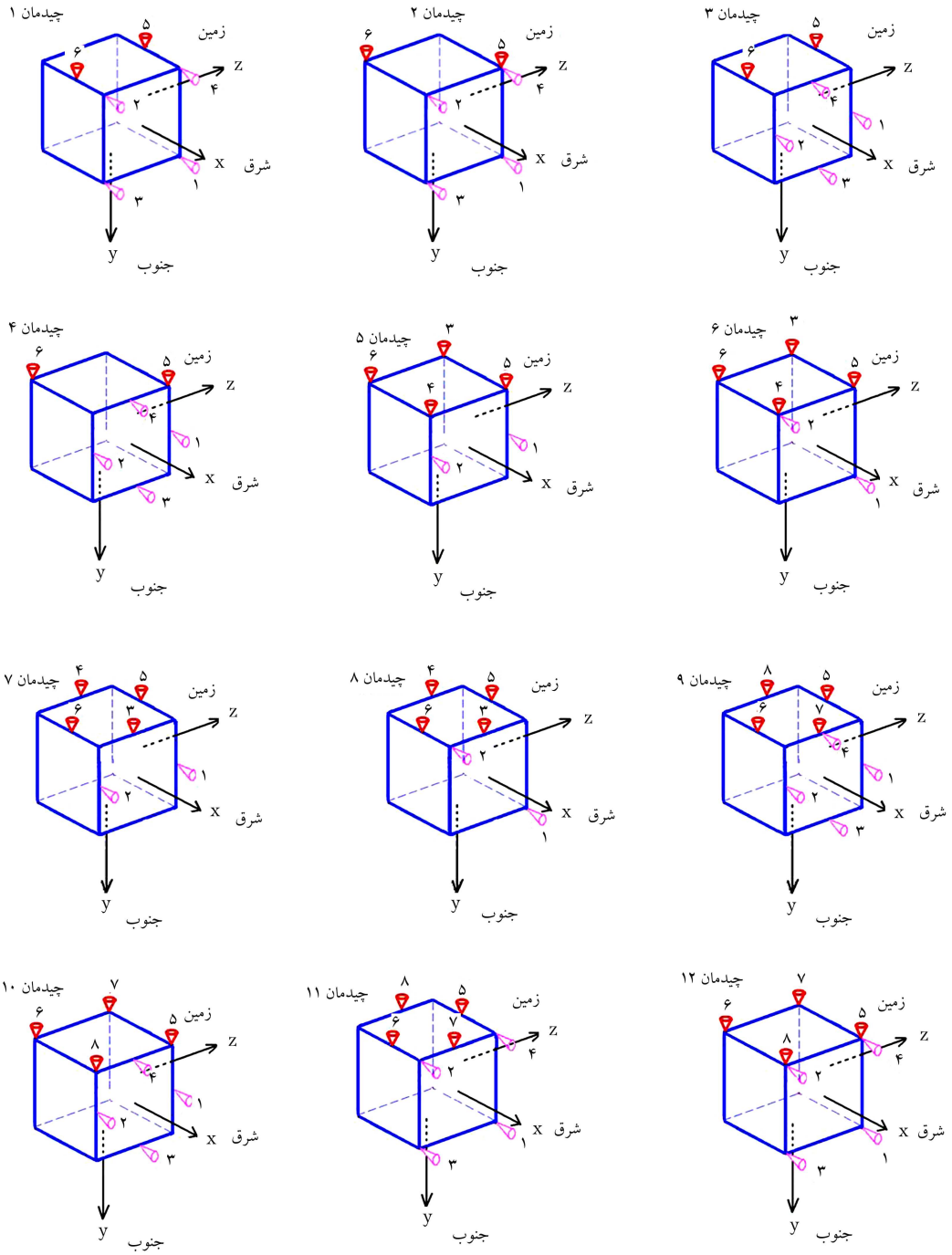
در این بخش برای ۱۲ چیدمان مختلف مطرح‌شده در بخش قبل، کنترل ماهواره به‌کمک تراسترها شبیه‌سازی می‌شود. به‌دلیل رعایت اختصار تنها برای یک چیدمان خاص تغییرات برخی پارامترها برحسب زمان را در طول مدت شبیه‌سازی به‌صورت نمودار نمایش داده‌ایم. این پارامترها عبارت‌اند از: ۱. زوایای اویلر (ψ, θ, φ) که تغییرات آنها برحسب زمان در شکل ۹ رسم شده است. همچنین مصرف سوخت در هر لحظه در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. مطابق انتظار، نرخ مصرف سوخت در ابتدا زیاد است که علت آن وجود شرایط گذرا است، اما در نهایت در حالت پایدار شیب مصرف سوخت به مقدار ثابتی می‌رسد که نشان از وجود شرایط پایدار و خروج سوخت برای خنثی‌کردن گشتاور ثابت اغتشاشی است. ۲. جذر مجموع



شکل ۷. چیدمان‌های تکراری.

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۸. چیدمان‌های مورد بررسی.

مربعات زوایای رول و پیچ، خطایی است که چنین تعریف می‌شود:

$$eror = \sqrt{roll^2 + pitch^2} \qquad (۲۳)$$

به‌دلیل اهمیت نداشتن چرخش ماهواره در راستای محور z در بروز خطای مانور، مقدار yaw در معادله‌ی ۲۳ ظاهر نشده است. در شکل ۱۱ خطا برحسب زمان نشان داده شده است. همچنین برای هر شبیه‌سازی مقادیر زیر اندازه‌گیری و در انتهای این بخش آورده شده است:

۱. زمان رسیدن مقدار خطای زاویه (که مطابق رابطه‌ی ۲۳ تعریف می‌شود) به مقدار مشخص ۲ درجه؛

۲. مصرف سوخت تا زمان رسیدن خطا به ۲ درجه؛

۳. شیب پایای مصرف سوخت در حالت پایدار؛

۴. خطای ماندگار زاویه (که مطابق رابطه‌ی ۲۳ تعریف می‌شود)؛

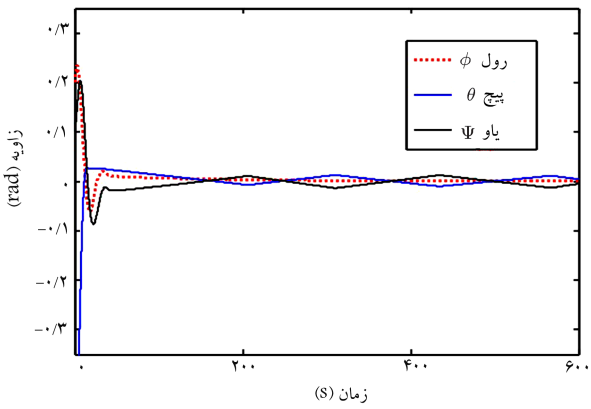
۵. زمان رسیدن به خطای ماندگار زاویه.

www.SID.ir

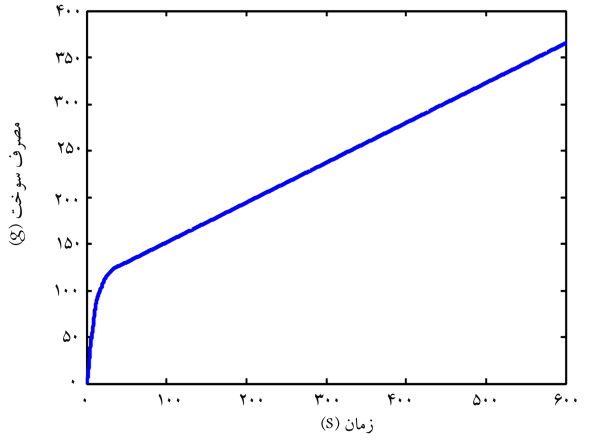
Archive of SID

جدول ۵. میانگین داده‌های شبیه‌سازی انواع چیدمان‌ها با فرض باز بودن پنل‌های خورشیدی برای اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور x، و اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور y.

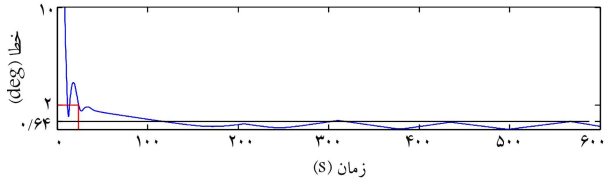
چیدمان	زمان رسیدن به ۲° (ثانیه)	مصرف سوخت تا رسیدن به ۲° (گرم)	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (گرم بر ثانیه)	خطای ماندگار (درجه)	زمان رسیدن به حالت پایدار (ثانیه)
نوع ۱	۲۶٫۱	۱۱۹٫۳	۰٫۴۳۶۳۵	۰٫۶۴۲۹	۱۷۹٫۳
نوع ۲	۵۶٫۱	۱۷۸٫۸۵	۰٫۶۲۱۵	۰٫۴۰۸۸۵	۳۲۸٫۵
نوع ۳	۲۶٫۵	۱۳۷٫۴	۰٫۴۲۷۳۵	۰٫۶۷۶۱۵	۱۷۰
نوع ۴	۲۷٫۳	۱۷۵٫۸۵	۰٫۶۱۹۹	۰٫۶۹۷۰۵	۲۹۵٫۵
نوع ۵	۲۴٫۸	۱۰۴٫۲۵	۰٫۴۲۲۹۵	۰٫۷۸۲۲	۱۷۹٫۳
نوع ۶	۲۴٫۲	۱۱۸٫۶۵	۰٫۶۶۱۴	۰٫۳۹۵۶	۳۳۷٫۲
نوع ۷	۲۶٫۵	۱۴۳٫۴۵	۰٫۴۲۵۷	۰٫۶۶۴۹	۱۷۸٫۸
نوع ۸	۲۶٫۸	۱۵۷٫۸۵	۰٫۶۶۱۳۵	۰٫۶۶۸۲۵	۲۳۸٫۴
نوع ۹	۲۶٫۹	۱۳۵٫۴۵	۰٫۴۲۸۳	۰٫۶۵۲۵۵	۲۶۴٫۴
نوع ۱۰	۲۳٫۲	۱۱۳	۰٫۴۲۸۸۵	۰٫۵۷۰۶	۲۰۵٫۹
نوع ۱۱	۲۶	۱۲۳٫۰۵	۰٫۴۲۸۳۵	۰٫۵۱۸۶	۲۲۲٫۸
نوع ۱۲	۲۱٫۶	۱۰۱٫۴	۰٫۴۳۲۹۵	۱٫۳۸۹۸	۵۸٫۱



شکل ۹. پاسخ زمانی برای چیدمان نوع ۶ ـ گشتاور اغتشاشی موازی محور x.



شکل ۱۰. نمو مصرف سوخت برای چیدمان نوع ۶ ـ گشتاور اغتشاشی موازی x.



شکل ۱۱. خطا برحسب درجه برای چیدمان نوع ۶ ـ گشتاور اغتشاشی موازی محور x.

جدول ۶. داده‌های شبیه‌سازی انواع چیدمان‌ها با فرض باز بودن پنل‌های خورشیدی و اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور x.

چیدمان	مصرف سوخت تا رسیدن به ۲° (گرم)	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (گرم بر ثانیه)
نوع ۱	۱۱۷٫۳	۰٫۴۴۱۷
نوع ۲	۱۵۹٫۱	۰٫۸۱۲۸
نوع ۳	۱۳۲٫۱	۰٫۴۲۸۰
نوع ۴	۱۶۹٫۶	۰٫۸۰۹۷

توجه داشته باشید که مقدار تقریبی گشتاور اغتشاشی ناشی از عدم گذار محل اثر نیروی موتور لم از مرکز جرم ماهواره، معادل ۱ نیوتن‌متر است. اما از آنجا که می‌تواند در راستای محور x یا y یا ترکیبی از این دو باشد، ما نیز شبیه‌سازی را برای هر دو حالت گشتاور خارجی در راستای محور x و گشتاور خارجی در راستای محور y انجام داده‌ایم و در نهایت از نتایج حاصله میانگین‌گیری کرده‌ایم (جدول ۵) تا جواب‌های بهتری به دست بیاوریم. البته به‌منظور برخی نتیجه‌گیری‌های خاص در بخش جمع‌بندی و نتیجه‌گیری، پاره‌یی از نتایج شبیه‌سازی در حالت گشتاور اغتشاشی موازی محور x نیز برای چند چیدمان خاص ارائه شده است (جدول ۶). ماتریس اینرسی نیز همان ماتریس معرفی‌شده در معادله‌ی ۱۵ است.

www.SID.ir

Archive of SID

۶. نتیجه‌گیری

به‌منظور بررسی نتایج حاصله و انتخاب چیدمان بهینه، ابتدا توجه کنید که چون پارامتر مقدار مصرف سوخت تا رسیدن به ۲ درجه به‌شدت تحت تأثیر شرایط گذرای اولیه است، و چون در نهایت ماهواره مدت بسیار بیشتری در حالت پایا قرار خواهد گرفت (نسبت به حالت گذرا)، بنابراین بهتر است به جای سنجش مقدار مصرف سوخت تا رسیدن به ۲ درجه پارامتر نرخ مصرف سوخت پایا برای بهینه‌سازی مصرف سوخت ملاک ارزش‌یابی قرار بگیرد.

همچنین پارامتر زمان رسیدن مقدار خطا به ۲ درجه در عموم چیدمان‌ها (به جز چیدمان نوع ۲) تقریباً برابر است و در تحلیل برای یافتن چیدمان بهینه پارامتر چندان مهمی نیست.

در مورد پارامتر زمان رسیدن به حالت پایدار که معیاری از سرعت چیدمان در رفع شرایط گذرای اولیه است باید به این نکته توجه کرد که هرچند این پارامتر پراهمیت است، باید همواره در کنار پارامتر خطای ماندگار لحاظ شود؛ چرا که اگر چیدمانی در پاسخ گذرای خود سریع باشد، ولی خطای ماندگار زیادی داشته باشد چیدمان مناسبی نخواهد بود. مثلاً در چیدمان نوع ۱۲ (جدول ۵)، مقدار خطای ماندگار زیاد است و بنابراین طبیعی است که رسیدن پاسخ زمانی به محدوده‌ی خطای ماندگار و نوسان در آن محدوده به زمان زیادی نیاز ندارد و درنتیجه زمان رسیدن به خطای ماندگار در آن بسیار کم است. اما با توجه به مباحث ذکرشده نباید این چیدمان را جزو چیدمان‌های مطلوب لحاظ کرد.

با توجه به جدول ۶، اگر گشتاور اغتشاشی موازی محور x باشد چیدمان‌هایی که در آن کنترل حول محور x توسط یک تراستر مستقل صورت می‌گیرد (نسبت به چیدمان‌های مشابهی که در آنها تراستری که کنترل در راستای x را انجام می‌دهد وظایف دیگری نیز دارد) نرخ مصرف سوخت و مصرف سوخت کم‌تری دارند. مثلاً در چیدمان نوع ۱، تراسترهای ۵ و ۶ تنها موظف به کنترل در راستای x هستند، اما در چیدمان نوع ۲ گشتاور اعمالی آنها در راستای محور z نیز خواهد بود. همین‌طور چیدمان ۳ در برابر ۴ دارای این مزیت نسبی است. این امر در راستای محور y نیز برای حالت گشتاور اغتشاشی در راستای y صادق است.

با توجه به این نکته در چیدمان‌های ۶تایی در صفحه‌یی که دو تراستر واقع شده است، نباید دو تراستر در گوشه‌ها و به‌صورت قطری قرارگرفته باشند (چرا که مصرف سوخت را به‌شدت بالا می‌برد)، بلکه باید در وسط اضلاع واقع شده باشند. بنابراین چیدمان‌های شماره ۲ و ۴ و ۶ و ۸ به‌ترتیب در مقابل چیدمان‌های شماره ۱ و ۳ و ۵ و ۷ کنارگذاشته می‌شود (اگرچه چیدمان ۶ دارای کم‌ترین خطای ماندگار بود). از چهار چیدمان ۶ تراستری و چهار چیدمان ۴ تراستری باقی‌مانده، چیدمان نوع ۱۲ به‌دلیل خطای ماندگار زیادش و چیدمان نوع ۱ به‌خاطر مصرف سوخت زیادش کنارگذاشته می‌شود.

در بین سه چیدمان ۶ تراستری (۳ و ۵ و ۷) و سه چیدمان ۸ تراستری باقی‌مانده (چیدمان ۹ و ۱۰ و ۱۱) به‌طورکلی چیدمان‌های ۸ تراستری نسبت به چیدمان‌های ۶ تراستری خطای ماندگار کم‌تری دارند که یک مزیت محسوب می‌شود اما در مقابل، زمان رسیدن به خطای ماندگار و همچنین زمان رسیدن خطا به ۲ درجه در چیدمان‌های ۸ تراستری بیشتر است. این امر طبیعی است، چرا که هرقدر خطای ماندگار کم‌تر شود، مدت زمان لازم برای رسیدن از شرایط اولیه به شرایط ماندگار بیشتر است.

از سه چیدمان ۶ تراستری (۳ و ۵ و ۷) و سه چیدمان ۸ تراستری باقی‌مانده (۹ و ۱۰ و ۱۱) چیدمان نوع ۳ نسبت به چیدمان نوع ۷ مزیت چشم‌گیری ندارد، به‌همین دلیل کنارگذاشته می‌شود. همچنین در بین چیدمان‌های ۸ تراستری چیدمان نوع ۱۱ ــ هم به‌لحاظ خطای ماندگار و هم به‌لحاظ نرخ مصرف سوخت ــ بهترین است؛ بنابراین چیدمان‌های ۹ و ۱۰ نیز کنارگذاشته می‌شود. بنابراین چیدمان بهینه احتمالاً یکی از سه چیدمان ۵، ۷ یا ۱۱ است. در این بین چیدمان ۵ به‌دلیل نرخ مصرف سوخت پایین‌تر خود یکی از گزینه‌های مطلوب به نظر می‌رسد، هرچند خطای ماندگار آن اندکی زیاد است. اگر شرط خطای ماندگار کم‌تر از ۱ درجه را ــ که عموماً شرط خوبی است ــ اصل قرار بدهیم، چیدمان شماره ۵ آن را ارضا می‌کند. در ضمن سرعت پاسخ این چیدمان نیز بالاست. اما اگر درمورد خطای ماندگار اندکی سخت‌گیرانه‌تر عمل کنیم چیدمان شماره ۷ مناسب به نظر می‌رسد. چیدمان شماره ۷ هم از لحاظ مصرف سوخت و هم از لحاظ خطای ماندگار بین دو چیدمان دیگر قرار می‌گیرد.

در نهایت چیدمان نوع ۱۱ با کم‌ترین مقدار خطا از لحاظ دقت بسیار قوی است، اما در استفاده از چیدمان‌های ۸ تراستری باید به این نکته نیز توجه کنیم که به‌دلیل افزایش تعداد تراسترها و درنتیجه افزایش عدم قطعیت کلی، احتمال تحت تأثیر قرارگرفتن کنترل ماهواره براثر برهم‌نهی اثرات عدم قطعیت نیز وجود دارد.

از مجموع بحث‌های صورت گرفته چنین نتیجه می‌گیریم که باید بین کم‌ترین نرخ مصرف سوخت در حالت پایای کم‌تر و خطای حالت ماندگار کم‌تر به‌گونه‌یی تعادل برقرار شود. در این بین چیدمان شماره ۵ با کم‌ترین نرخ مصرف سوخت و چیدمان شماره ۱۱ با کم‌ترین مقدار خطای حالت پایدار در دو سر طیف چیدمان‌های مطلوب قرارگرفته و چیدمان شماره ۷، که به‌گونه‌یی هم از لحاظ مصرف سوخت و هم از لحاظ خطای حالت پایدار بین دو چیدمان دیگر است، در وسط این طیف قرار می‌گیرد.

پانوشت‌ها

1. minimum impulse width
2. valve closing delay and valve opening delay
3. LAM
۴. pulse width modulation: روشی که دستورات خطی ورودی را به سکانس‌هایی از سیگنال‌های قطع و وصل تبدیل می‌کند.
5. on-off switching
6. Euler
7. thrust build up
8. on_command
9. thrust decay
10. roughness
11. minimum impulse bit (MIB)
12. dead zone
13. sample time
۱۴. برای مشاهده چیدمان‌ها به فصل بعدی بخش چیدمان‌های مورد بررسی مراجعه نمایید.
15. uncertainty (Uc)

www.SID.ir

Archive of SID

منابع (References)

1. Maani, E. Kosari, A. Fakoor, M. "Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering continuous orbital maneuver", *Modares Mechanical Engineering*, **13**(7), pp. 152-182 (2013). (In Persian)
2. Kristiansen, R. and Nicklasson, P.J. "Satellite attitude control by quaternion-based backstepping", *American Control Conference*, pp.907-912 (2005).
3. Antropov, N.N., Diakonov, G.A., Kazeev, M.N., Khodnenko, V.P., Kim, V., Popov, G.A. and Pokryshkin, A.I. "Pulsed plasma thrusters for spacecraft attitude and orbit control system", *26th International Propulsion Conference*, **2**(9), pp. 1129-1135 (1999).
4. Reichbach, J.G. "Micropropulsion system selection for precision formation flying satellites", M.Sc Thesis, MIT, Cambridge, MA (2001).
5. Rom, H. and Gany, A. "Lean blowoff behavior of asymmetrically-fueled bluff body-stabilized flames", *Thrust Control of Hydrazine Rocket Motors by Means of Pulse Width Modulation, Acta Astronautica*, **26**, pp. 313-316 (1992).
6. Kienitz, K.H. and Bals, J. "Pulse modulation for attitude control with thrusters subject to switching restrictions", *Aerospace Science and Technology*, **9**, pp. 635-640 (2005).
7. Topland, M.P. and Gravdahl, J.T. "Nonlinear attitude control of the microsatellite ESEO", *55th International Astronautical Congress* (2004).
8. Avanzini, G. and Matteis, G. "Bifurcation analysis of attitude dynamics in rigid spacecraft with switching control logics", *J. Guidance Control Dynam*, **24**, pp. 953-959 (2001).
9. Yoshimura, Y., Matsuno, T. and Hokamoto, S. "Three dimensional attitude control of an underactuated satellite with thrusters", *Int. J. of Automation Technology*, **5**(6), pp.892-899 (2011).
10. Bang, H., Lee, H., Han, J. and Park, Y. "Satellite attitude control using pulse type thruster inputs", *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, **29**(7), pp. 78-86 (2001).
11. Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control A Practical Engineering Approach*, First ed., Cambridge University (1997).
12. Fakoor, G.M., Taghinezhad, M. and Kosari, A. "Review of method for optimal layout of satellite components", *Modares Mechanical Engineering*, **13**(9), pp. 126-137 (2013). (In Persian)
13. Jaehyun, J., Bongkyu, P., Youngwoong, P. and Min-Jea, T. "Attitude control of a satellite with redundant thrusters", *Aerospace Science and Technology*, **10**, pp. 644-651 (2006).
14. D'souza, A.F. and Garg, V.K., *Advanced Dynamics Modeling and Analysis*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice 4 Hall, pp. 96 (1981).
15. Wertz, J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Dordrecht, Reidel (1978).
16. Egeland, O. and Gravdahl, J.T. "Modeling and simulation for automatic control", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Trondheim, Norway, Marine Cybernetics, **76**, pp. 227-228 (2002).
17. Thurman, S.W. "Robust digital autopilot design for spacecraft equipped with pulse-operated thrusters", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, **19**(5), pp. 1047-1055 (1996).
18. Brown, C.D, *Elements of Spacecraft Design*, First ed., American Institute of Aeronautics & Astronautics (2002).
19. Mauthe, S., Pranajaya, F. and Zee, R.E. "The design and test of a compact propulsion system for CanX nanosatellite formation flying", *19 th Annual AIAA Utah State University Conference on Small Satellites* (2005).
20. Wang, M. and Xie, Y.C. "Control capability analysis for complex spacecraft thruster configurations", *Science China*, **53**(8), pp. 2089-2096 (2010).

www.SID.ir