

مقایسه‌ی نظریه‌های مختلف پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق دار فولاد CK۴۵

جواد امیریان* (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهدی شیروانی (استادیار)

پژوهشکده‌ی علوم و فنون زبردیا، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهندسی مکانیک شریف، بهار ۱۳۹۶ (۴۷-۴۷)
دوره‌ی ۳ - ۳۳، شماره‌ی ۱، ص. ۴۷-۴۷

شکست خستگی معمولاً در فاق موجود در سطح ماده - جایی که به علت تمرکز تنش، مقدار تنش افزایش یافته است - رخ می‌دهد. نظریه‌های مختلفی برای پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فلزی فاق دار ارائه شده است. این نوشتار به ارزیابی نظریه‌های مختلف پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق دار فولادی براساس قابلیت پیش‌بینی آنها می‌پردازد. آزمایش‌های تجربی کششی ساده و خستگی از نوع خشخس چرخان روی نمونه‌های استوانه‌یی ساده و فاق دار فولاد CK۴۵ انجام شده و مشخصات مکانیکی و هم‌چنین نمودار تنش - عمر نمونه‌ی ساده و نمونه‌های فاق دار به دست آمده‌اند. نظریه‌های پیشینه تنش، نیوبر، پترسون، تغییرات تنش، فاصله‌ی بحرانی و ضعیف‌ترین اتصال برای پیش‌بینی ضریب کاهش استحکام خستگی نمونه‌های فاق دار فولاد CK۴۵ استفاده شده‌اند و نتایج این نظریه‌ها با نتایج آزمایش مقایسه شده است. مقایسه‌ی نتایج نظری و آزمایشگاهی نشان داده که نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال نسبت به نظریه‌های کلاسیک از دقت بهتری برخوردار است.

j.amirian@me.iut.ac.ir
mehdi.shirani@cc.iut.ac.ir

واژگان کلیدی: فاق، عمر خستگی، شکست خستگی، فولاد CK۴۵.

۱. مقدمه

استحکام خستگی یک قطعه‌ی فاق دار تحت تنش‌های چرخه‌یی اسمی، به اندازه‌ی ضریب کاهش استحکام خستگی (k_f) از مقدار مربوط به قطعه‌ی بدون فاق کم‌تر است. ضریب کاهش استحکام خستگی همواره از ضریب تمرکز تنش (k_t) کم‌تر و در محدوده‌ی $1 \leq k_f \leq k_t$ است.^[۱] میزان اختلاف بین دو ضریب تمرکز تنش و ضریب کاهش استحکام خستگی به سه عامل ماده، هندسه‌ی فاق، و بارگذاری بستگی دارد. فاق دارای یک اثر پشتیبان است، بدین معنا که استحکام خستگی قطعه‌ی فاق دار از مقدار پیش‌بینی شده با در نظر گرفتن ضریب تمرکز تنش و پیشینه‌ی تنش در ریشه‌ی فاق بیشتر است.^[۵]

شروع تحقیقات روی پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فلزی فاق دار در سال ۱۹۳۰ توسط نیوبر در آلمان، و پترسون در آمریکا شروع شد. نظریه‌ی آنها تا سال ۱۹۶۰ کامل‌تر شد و هر دو منحنی‌های تجربی براساس تغییرات تنش در ریشه‌ی فاق را برای پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق دار ارائه کردند.^[۷،۶] اگرچه زمان زیادی از مطالعات این دو گذشته ولی هنوز منحنی‌های آنها کاربرد گسترده‌یی دارد و طراحان از نظریه‌ی آنها استفاده می‌کنند. روش مشابه دیگری نیز برای پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق دار تحت عنوان «نظریه‌ی تغییرات تنش» ارائه شد.^[۸]

با گذشت زمان و با در دسترس قرار گرفتن نرم‌افزارهای المان محدود، تغییرات تنش به راحتی از نرم‌افزار به دست آمد و مسائل بی‌نیاز از منحنی‌های تجربی حل

به طور کلی شکست‌هایی را که در شرایط بارگذاری تکراری یا نوسانی رخ می‌دهند، «شکست خستگی» می‌نامند. با پیشرفت صنعت و افزایش تعداد قطعات تحت بارگذاری تکراری یا نوسانی، خستگی رایج‌تر شده و اکنون عامل ۹۰ درصد شکست‌های مکانیکی را «پدیده‌ی خستگی» عنوان می‌کنند.^[۱۰] هیچ‌گونه تغییر مشخصی در ساختار فلزی که به علت خستگی شکسته می‌شود، وجود ندارد تا بتوان آن را به عنوان دلیلی برای شکست خستگی ارائه داد. شکست خستگی بدون آگاهی قبلی رخ می‌دهد و لذا بسیار خطرناک است. خستگی به صورت شکستی ظاهراً ترد، بدون هیچ‌گونه تغییر شکل ناخالص در شکست، رخ می‌دهد.^[۱۲]

مشخصه‌ی دیگر شکست خستگی این است که معمولاً در نقطه‌ی وجود تمرکز تنش - نظیر فاق، که سطح تنش افزایش یافته است - رخ می‌دهد. بر این اساس روش‌های پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق دار از اهمیت ویژه‌یی برخوردارند. فاق یک ناپیوستگی هندسی است که به وسیله‌ی طراحی، خرابی‌های ناشی از فرایند تولید، نقایص جوشکاری، ریخته‌گری و علائم ماشین‌کاری به وجود می‌آید.

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۸/۶، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۱/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۸.

شدند. بر این اساس تیلور نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی را برای قطعات فاق دار ارائه داد.^[۹] نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی مرتبط با مکانیک شکست کشسانی خطی است که در آن سازوکار شکست در سطح میکروساختار با یک طول منحصر به فرد (فاصله‌ی بحرانی) جایگزین شده است. این نظریه‌ی گروهی از روش‌ها (روش نقطه‌یی، روش خطی، روش سطحی) با ویژگی‌های خاص مشترک است که در آن از مشخصه‌ی طول (فاصله‌ی بحرانی) برای پیش‌بینی شکست استفاده می‌شود. تمامی نظریه‌های ذکر شده عمر قطعه را به صورت قطعی تخمین می‌زنند اما واقعیت آن است که پراکندگی زیادی در عمر خستگی قطعات وجود دارد. یک نمونه‌ی استوانه‌یی با طول و سطح مقطع معین را در نظر بگیرید که تحت بارگذاری خستگی قرار دارد. در این صورت مطابق نظریه‌های کلاسیک، نمونه‌ی استوانه‌یی باید در تنش‌های بالاتر از استحکام خستگی در عمر مشخصی گسیخته شود. بنابراین براساس این روش‌ها هر نمونه‌ی یکسان دیگری نیز باید در همان مقدار تنش گسیخته شود. ولی این موضوع حتی برای بارگذاری‌های ساده و یکنواخت نیز صدق نمی‌کند. بنابراین در سال‌های اخیر ضرورت استفاده از روش‌های آماری برای پیش‌بینی شکست خستگی بیشتر احساس شد.

۲. کار آزمایشگاهی

در این بخش آزمایش‌های انجام شده روی فولاد CK۴۵ -- شامل آزمایش کشش ساده و خستگی از نوع خمش چرخان -- شرح داده شده است. آزمایش کشش ساده روی سه نمونه‌ی یکسان فولاد CK۴۵ انجام شده و مشخصات مکانیکی این فولاد به دست آمده است. آزمایش‌های خستگی روی ۴۵ نمونه‌ی استوانه‌یی ساده و فاق‌دار انجام شده است.

۱.۲. آزمایش کشش ساده

به منظور مشخص شدن جنس ماده یا خصوصیات مکانیکی فولاد مورد بررسی (نظیر استحکام تسلیم، استحکام نهایی، کرنش نهایی و مدول الاستیسیته)، آزمایش کشش ساده طبق استاندارد ASTM-E۸ روی سه نمونه‌ی یکسان از این فولاد انجام شده است.^[۱۷] در شکل ۱ دستگاه آزمایش کشش ساده نشان داده شده است. میانگین نتایج حاصل از سه آزمایش به عنوان نتیجه‌ی نهایی در جدول ۱ ارائه شده است.

۲.۲. آزمایش خستگی

به منظور مشخص شدن خصوصیات خستگی یا منحنی تنش عمر فولاد مورد بررسی، آزمایش خستگی خمش چرخان روی ۱۵ نمونه‌ی ساده از این فولاد انجام شده است. همچنین برای مقایسه‌ی نتایج حاصل از نظریه‌های بررسی شده با نتایج آزمایشگاهی، آزمایش خستگی خمش چرخان روی ۳۰ نمونه‌ی فاق‌دار انجام شده است. به منظور بررسی بهتر اثر فاق، ۱۵ نمونه‌ی فاق‌دار با شعاع فاق ۰/۲ میلی‌متر و

ورمسن در سال ۲۰۰۷ یک روش تنش غیرمحملی براساس میدان تنش ایجاد شده در قطعه و توزیع احتمال مقدار حدی تعمیم‌یافته^۱ ارائه داد که «نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال» نامیده می‌شود.^[۱۹] در این نظریه از چگالی نقص‌های بحرانی در قطعه و مرتبط کردن این نقص‌ها با مقدار تنش توسط مکانیک شکست کشسانی خطی، استفاده شده و شکست خستگی پیش‌بینی می‌شود.

پژوهش‌های زیادی براساس نظریه‌های کلاسیک (نیوبر، پترسون، تغییرات تنش و فاصله‌ی بحرانی) برای مطالعه‌ی شکست خستگی نمونه‌های فاق‌دار انجام شده و مربوط به یک دوره بلندمدت است و ذکر آنها از حوصله‌ی بحث خارج است. بنابراین در ادامه چند نمونه از کارهای مشابه انجام شده براساس روش آماری ضعیف‌ترین اتصال تشریح شده است.

ستین و هارکگارد در سال ۲۰۱۰ شکست قطعات دندان‌دار را از طریق نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال بررسی و با داده‌های حاصل از آزمایش مقایسه کردند.^[۱۷] شیرانی و هارکگارد نیز در سال ۲۰۱۱ عمر خستگی نمونه‌های مستطیلی با ضخامت متفاوت را از طریق آزمایش و نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال بررسی کردند؛^[۱۲] آنان تأثیر تجربی تنش متوسط و اندازه هندسی را بر عمر خستگی نمونه‌های استوانه‌یی بزرگ و نیز نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال بررسی کردند.^[۱۳] بلاجا در سال ۲۰۱۳ نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال را برای تحلیل خستگی قطعات جوش‌دار به کار گرفت.^[۱۴] کاوا و همکاران در سال ۲۰۱۴ تأثیر اندازه هندسی در شکست خستگی را از طریق تحلیل سطح شکست نمونه و نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال بررسی کردند.^[۱۵]

پژوهش‌های انجام شده عمدتاً در حالت بارگذاری محوری بوده که تحلیل تنش راحتی دارند و تنش‌ها به راحتی به دست می‌آیند. اما در حالت بارگذاری خمش چرخان به دست آوردن تنش‌ها به راحتی امکان‌پذیر نیست و نیاز به برنامه‌نویسی دارد.

فولاد بررسی شده در این نوشتار از نوع CK۴۵ و از خانواده‌ی فولادهای کربن متوسط و شامل ۰/۴۵ درصد کربن است. از دیگر ترکیبات مهم این فولاد می‌توان به عناصر سیلیسیم، منگنز و گوگرد و از جمله ویژگی‌های این فولاد می‌توان به قابلیت ماشین‌کاری بالای آن، مقاومت در برابر ضربه، و البته قابلیت جوش‌پذیری پایین آن اشاره کرد.^[۱۶] معمولاً از این فولاد در ساخت صفحات پایه، صفحات مستقیم، ابزارها و اجزای قیود استفاده می‌شود.

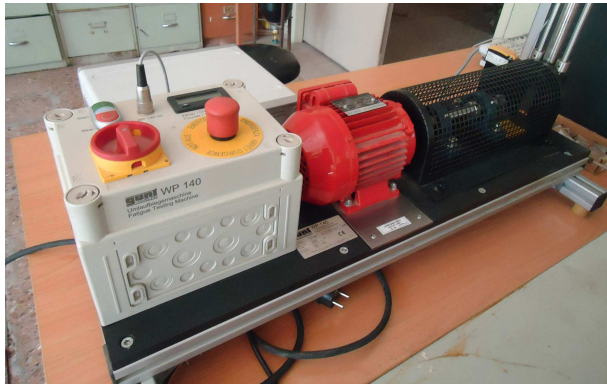
هدف این نوشتار مقایسه‌ی نظریه‌های مختلف برای پیش‌بینی شکست نمونه‌های



شکل ۱. دستگاه آزمایش کشش ساده.

جدول ۱. خصوصیات مکانیکی فولاد CK۴۵.

استحکام تسلیم (MPa)	استحکام نهایی (MPa)	کرنش نهایی (%)	مدول الاستیسیته (GPa)
۵۵۰	۷۶۰	۱۶	۲۱۰



شکل ۴. دستگاه آزمایش خستگی از نوع خمش چرخان.

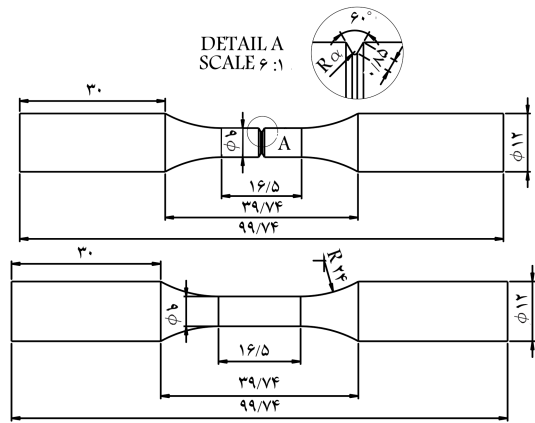
جدول ۲. نتایج آزمایش خستگی خمش چرخان بر روی نمونه‌ی ساده.

توضیح	عمر خستگی (سیکل)	تنش اعمالی (MPa)	شماره‌ی نمونه
شکسته نشده	۳۳۲۱۴۵۶	۲۸۰	۱
شکسته نشده	۳۲۵۶۸۷۰	۲۸۰	۲
شکسته نشده	۳۲۱۴۵۶۸	۲۸۰	۳
شکسته شده	۹۸۹۴۵۶	۳۰۰	۴
شکسته شده	۹۰۱۲۲۳	۳۰۰	۵
شکسته شده	۱۱۲۳۴۵۲	۳۰۰	۶
شکسته شده	۳۶۷۰۲۰	۳۵۰	۷
شکسته شده	۲۹۸۴۵۲	۳۵۰	۸
شکسته شده	۳۵۶۲۰۰	۳۵۰	۹
شکسته شده	۱۵۶۷۰۰	۴۰۰	۱۰
شکسته شده	۱۹۴۲۳۲	۴۰۰	۱۱
شکسته شده	۱۲۳۶۷۴	۴۰۰	۱۲
شکسته شده	۳۵۴۰۰	۴۵۰	۱۳
شکسته شده	۲۹۸۵۶	۴۵۰	۱۴
شکسته شده	۱۹۵۶۷	۴۵۰	۱۵

داده‌های حاصل از آزمایش‌های خستگی انجام شده در جدول‌های ۲ تا ۴ آورده شده است. استحکام خستگی برای نمونه‌ی ساده ۲۹۰ مگاپاسکال و برای نمونه‌ی فاق‌دار با شعاع فاق ۰/۲ و ۰/۳ به ترتیب ۱۱۰ و ۱۲۰ مگاپاسکال به دست آمده است. ضریب کاهش استحکام خستگی، با تقسیم استحکام خستگی نمونه‌های فاق‌دار بر استحکام خستگی نمونه‌ی ساده، برای شعاع فاق ۰/۲، ۰/۳ و ۰/۴ برای نمونه با شعاع فاق ۰/۳، ۰/۴۲ محاسبه شده است. با عبور دادن یک منحنی توانی از داده‌های حاصل از آزمایش، نمودار تنش - عمر برای هر سه نمونه در مقیاس نیمه‌لگاریتمی به دست آمده است (شکل‌های ۵ و ۶). معمولاً معادلات منحنی‌های تنش - عمر براساس قانون باسکوئین بیان می‌شود:

$$\sigma_a = \sigma'_f (N_f)^{-1/m} \quad (1)$$

که در آن σ'_f و m ثابت‌های این معادله‌اند.



شکل ۲. جزئیات ابعاد نمونه‌ی ساده و فاق‌دار.



شکل ۳. نمونه‌های آزمایش خستگی.

۱۵ نمونه‌ی دیگر با شعاع فاق ۰/۳ میلی‌متر در نظر گرفته شد. جزئیات ابعاد نمونه‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است.

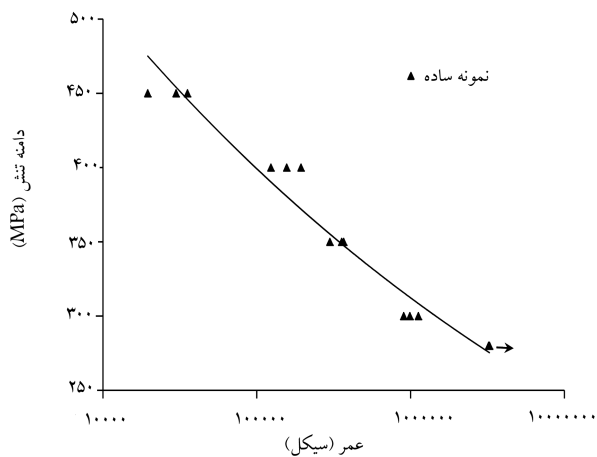
هدف از انجام آزمایش خستگی روی نمونه‌های ساده و فاق‌دار، به دست آوردن رفتار خستگی ماده و پراکندگی عمر نمونه‌هاست. به منظور افزایش دقت آزمایش‌ها (کاهش پراکندگی داده‌ها)، نمونه‌ها با دستگاه CNC ساخته شده است.

یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار در عمر خستگی نمونه‌ها «صافی سطح» است. کیفیت سطح قطعات با سه پارامتر زبری سطح، تنش پسماند و ریزساختار تعیین می‌شود که هر سه این پارامترها با تغییر شرایط ماشین‌کاری تغییر می‌کنند. در واقع زبری‌های سطوح قطعات، نقاط دارای تمرکز تنش هستند و به عنوان محل‌هایی برای شروع ترک‌های خستگی عمل می‌کنند. بنابراین متغیر بودن زبری سطوح باعث ایجاد پراکندگی در عمر خستگی قطعات مختلف می‌شود. ولی چنان‌که در ادامه اشاره می‌شود در استفاده از روش ضعیف‌ترین اتصال، هدف به دست آوردن توزیع نقایص در نمونه‌ها با استفاده از پراکندگی عمر خستگی است. بنابراین باید تا حد امکان، دیگر عوامل تأثیرگذار بر عمر خستگی یکسان باشد تا پراکندگی در عمر قطعات معیاری از پراکندگی نقایص در ماده باشد. بنابراین بعد از ساخت، تمامی نمونه‌ها سنگ زده شدند.

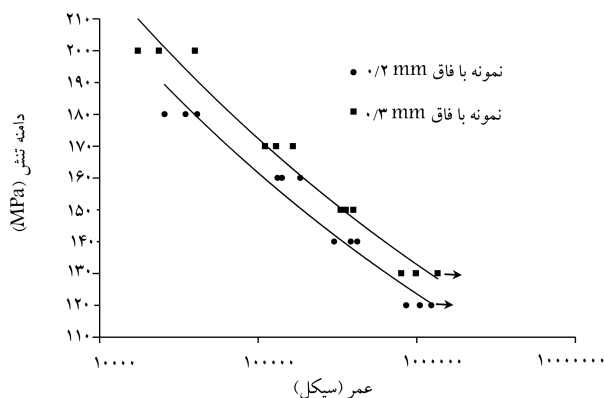
در شکل ۳ نمونه‌های آزمایش خستگی در کنار هم نشان داده شده، که شامل یک نمونه‌ی ساده و دو نمونه‌ی فاق‌دار با شعاع فاق ۰/۲ و ۰/۳ میلی‌متر است. دستگاه آزمایش خستگی با فرکانس ۴۵ هرتز در شکل ۴ نشان داده شده و آزمایش‌های خستگی طبق استاندارد ASTM E۴۶۶ انجام شده است.^[۱۸]

جدول ۳. نتایج آزمایش خستگی خمش چرخان بر روی نمونه با شعاع فاق ۰/۲.

شماره‌ی نمونه	تنش اعمالی (MPa)	عمر خستگی (سیکل)	توضیح
۱	۱۰۰	۳۴۱۲۳۶۵	شکسته نشده
۲	۱۰۰	۳۱۲۴۵۹۸	شکسته نشده
۳	۱۰۰	۳۳۶۵۸۹۷	شکسته نشده
۴	۱۲۰	۱۰۴۵۹۶۳	شکسته شده
۵	۱۲۰	۱۲۳۶۹۸۷	شکسته شده
۶	۱۲۰	۸۵۹۶۹۸	شکسته شده
۷	۱۴۰	۳۸۴۵۶۲	شکسته شده
۸	۱۴۰	۴۲۱۳۶۵	شکسته شده
۹	۱۴۰	۳۰۱۲۵۶	شکسته شده
۱۰	۱۶۰	۱۳۲۵۰۰	شکسته شده
۱۱	۱۶۰	۱۸۴۵۶۹	شکسته شده
۱۲	۱۶۰	۱۴۱۲۶۳	شکسته شده
۱۳	۱۸۰	۴۱۲۳۱	شکسته شده
۱۴	۱۸۰	۳۴۸۹۷	شکسته شده
۱۵	۱۸۰	۲۵۶۹۸	شکسته شده



شکل ۵. نمودار تنش - عمر نمونه‌ی ساده.



شکل ۶. نمودار تنش - عمر نمونه‌های فاق‌دار.

جدول ۴. نتایج آزمایش خستگی خمش چرخان بر روی نمونه با شعاع فاق ۰/۳.

شماره‌ی نمونه	تنش اعمالی (MPa)	عمر خستگی (سیکل)	توضیح
۱	۱۱۰	۳۳۵۹۶۳۰	شکسته نشده
۲	۱۱۰	۳۰۰۵۷۸۹	شکسته نشده
۳	۱۱۰	۳۳۵۶۹۸۷	شکسته نشده
۴	۱۳۰	۱۳۵۴۷۸۹	شکسته شده
۵	۱۳۰	۷۹۸۶۵۷	شکسته شده
۶	۱۳۰	۹۸۷۴۵۶	شکسته شده
۷	۱۵۰	۳۵۶۹۸۷	شکسته شده
۸	۱۵۰	۳۹۸۷۴۵	شکسته شده
۹	۱۵۰	۳۳۱۲۵۶	شکسته شده
۱۰	۱۷۰	۱۶۵۸۷۹	شکسته شده
۱۱	۱۷۰	۱۲۹۸۷۴	شکسته شده
۱۲	۱۷۰	۱۱۰۴۵۸	شکسته شده
۱۳	۲۰۰	۳۹۸۷۴	شکسته شده
۱۴	۲۰۰	۲۳۶۵۸	شکسته شده
۱۵	۲۰۰	۱۷۴۵۳	شکسته شده

معادلات نمودارهای ترسیم شده در مقیاس نیمه‌لگاریتمی (شکل‌های ۵ و ۶) در ادامه آورده شده است:
معادله‌ی منحنی توانی نمونه‌ی ساده:

$$\sigma_a = 1362(N_f)^{-0.107} \quad (الف)$$

معادله‌ی منحنی توانی نمونه با شعاع فاق ۰/۲ میلی‌متر:

$$\sigma_a = 617.6(N_f)^{0.116} \quad (ب)$$

معادله‌ی منحنی توانی نمونه با شعاع فاق ۰/۳ میلی‌متر:

$$\sigma_a = 634.03(N_f)^{-0.113} \quad (ج)$$

۳. نظریه‌های پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های

فاق‌دار

۱.۳. نظریه‌ی آماری ضعیف‌ترین اتصال

نظریه‌ی ضعیف‌ترین عضو از چگالی نقص بحرانی برای به دست آوردن احتمال شکست خستگی استفاده می‌کند. به عبارت دیگر در این نظریه شکست خستگی با تعداد نقص در واحد حجم ماده مرتبط می‌شود. در این نظریه قطعه به بخش‌های کوچکی تقسیم می‌شود و احتمال شکست خستگی کل قطعه به

۳.۱.۱.۳. روش حجمی

احتمال شکست خستگی در نظریه ی ضعیف ترین اتصال در فرمول بندی حجمی از رابطه ی ۳ به دست می آید: [۱۰]

$$p_{f,v} = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_A^*} \right)^{b_\sigma} \right] \quad (3)$$

که معادله ی توزیع استحکام خستگی ویبول است و با توزیع دو پارامتری ویبول معادل است. b_σ پارامتر شکل است و به اندازه پراکندگی استحکام خستگی نمونه ی ساده اشاره دارد و به طور غیر مستقیم اندازه ی پراکندگی نقص های موجود در ماده را نشان می دهد. وقتی b_σ بزرگ باشد پراکندگی داده ها کم است. σ_A^* مشخصه ی استحکام خستگی یا استحکام خستگی در احتمال شکست ۶۳ درصد است. $\bar{\sigma}_a$ دامنه ی تنش ویبول یا دامنه ی تنش مؤثر است و از رابطه ی ۴ به دست می آید:

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{1}{v} \int \sigma_a^{b_\sigma} dv \right)^{\frac{1}{b_\sigma}} \quad (4)$$

که در آن v حجم نمونه ی ساده، v حجم نمونه ی دلخواه یا همان حجم نمونه ی فاق دار و σ_a دامنه ی تنش اعمال شده به تمامی نقاط نمونه فاق دار است.

۳.۱.۲. روش سطحی

در روش سطحی احتمال شکست خستگی همانند روش حجمی از معادله ی ۳ به دست می آید، با این تفاوت که تنش مؤثر در روش سطحی از انتگرال گیری تنش ها در سطح ماده محاسبه می شود:

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{1}{A} \int \sigma_a^{b_\sigma} dA \right)^{\frac{1}{b_\sigma}} \quad (5)$$

A مساحت سطح نمونه ی ساده، A مساحت سطح نمونه ی دلخواه یا نمونه فاق دار، و σ_a دامنه ی تنش اعمال شده به تمامی نقاط نمونه ی فاق دار است.

۳.۱.۳. پیش بینی عمر نمونه های فاق دار از طریق نظریه ی ضعیف ترین اتصال

در نظریه ی ضعیف ترین اتصال با انتگرال گیری تنش های ایجاد شده بر اثر بارگذاری، یک تنش مؤثر محاسبه شده و از این تنش برای محاسبه ی تعداد سیکل تا شکست قطعه استفاده می شود. در واقع تنش مؤثر تنش است که بر اثر وجود تمرکز تنش در قطعه ایجاد شده است. با توجه به رابطه ی ۴ و ۵ برای محاسبه ی تنش مؤثر به بیشترین تنش ایجاد شده در قطعه بر اثر بارگذاری خمش چرخان نیاز است. برای به دست آوردن بیشترین تنش اعمالی از روشی که در ادامه آمده استفاده شده است. [۲۵]

در شکل ۷ سطح مقطع یک نمونه ی استوانه یی چرخان که تحت خمش قرار گرفته نشان داده شده است. تمام نقاط با شعاع های مشخص در حین یک دوران کامل، حتماً به مقدار بیشترین تنش خواهد رسید.

هدف، محاسبه ی بیشترین تنش اعمال شده به تمام نقاط قطعه است. یک نقطه ی دلخواه (نقطه ی A) در قطعه انتخاب، و بیشترین تنش اعمال شده به این نقطه محاسبه می شود:

$$\sigma_a(A) = \frac{y \times M \cos \theta}{I} + \frac{z \times M \sin \theta}{I} \quad (6)$$

M ممان خمشی، و I ممان اینرسی است. با جایگذاری مقدار تنش در دو حالت خاص $\theta = 0$ و $\theta = \pi/2$ ، معادله ی ۶ تبدیل می شود به:

$$\sigma_a(A) = \sigma_{\theta=0}(A) \cos \theta + \sigma_{\theta=\pi/2}(A) \sin \theta \quad (7)$$

احتمال شکست این بخش های کوچک مرتبط می شود. همان طور که استحکام یک زنجیر به میزان استحکام ضعیف ترین حلقه ی آن است، قطعه یی با حجم مشخص در صورتی باقی خواهد ماند که تمام المان های حجمی آن باقی بمانند. بنابراین احتمال بقای کل حجم برابر با ضرب احتمال بقای تمامی المان های حجمی است.

تمامی نظریه های کلاسیک بر اساس روش های تنش - عمر و کرنش - عمر، عمر قطعه را به صورت قطعی تخمین می زنند. اما در واقعیت ثابت شده که پراکندگی زیادی در عمر خستگی قطعات وجود دارد و بنابراین استفاده از روش های آماری برای پیش بینی عمر خستگی قطعات مفید و حتی ضروری است. [۱۹-۲۱] نظریه ی ضعیف ترین اتصال یک نظریه ی آماری است که بر سه فرضیه ی اصلی مبتنی است:

- هر جسم تعدادی از المان های کوچک به هم پیوسته است که در آن نقص ها با توزیع آماری پراکنده اند.
- گسیختگی در یک محدوده ی المانی که در برگزیده ی بیشترین نقص است اتفاق می افتد.
- احتمال شکست در هر اتصال مستقل است.

در نظریه ی ضعیف ترین اتصال فرض بر آن است که نقص ها تعیین کننده ی استحکام خستگی هستند و رشد نقص ها همچون تخیل و... در راستای عمود بر راستای بیشینه تنش اصلی اتفاق می افتد. بنابراین از معیار بیشینه تنش اصلی برای محاسبه ی دامنه ی تنش معادل در هر گره استفاده می شود. در این معیار دامنه ی تنش در یک گره که ماتریسی با ۹ مؤلفه ی تنش است، چنین محاسبه می شود:

$$\sigma_a = n \sqrt{\sigma_{ij,a} \sigma_{ij,a}} \quad (2)$$

که در آن $\sigma_{ij,a}$ دامنه ی تانسور تنش و n بردار راستای بیشترین تنش اصلی است. فرض بر آن است که تعداد نقص در ماده در یک محدوده ی مشخص منجر به شکست آن می شود و در واقع احتمال شکست ماده با تعداد نقص موجود در آن معادل است. روش های زیادی برای اندازه گیری نقص ها در ماده وجود دارند که از آن جمله می توان به روش های سنتی آزمایش غیر مخرب، میکروسکوپ نوری، تحلیل شیمیایی و... اشاره کرد. [۲۲] اما در نظریه ی ضعیف ترین اتصال از داده های حاصل از آزمایش (عمر نمونه ها) به عنوان معیاری از پراکندگی نقص در ماده استفاده می شود. دو روش آماری برای اندازه گیری بزرگ ترین نقص در ماده وجود دارد: ۱. روش بلوک بیشینه؛ ۲. روش اوج های بالاتر از حد آستانه. در نظریه ی ضعیف ترین اتصال از روش بلوک بیشینه برای پیش بینی توزیع نقص در ماده استفاده شده است. در این روش سطح مقطع جسم به k قسمت مساوی تقسیم می شود که در هر یک از این قسمت ها یک نقص بیشینه وجود دارد. توزیع آماری مناسب برای مدل کردن داده های بیشینه، توزیع مقدار حدی تعمیم یافته، و در حالت خاص توزیع ویبول است. [۲۳، ۲۴] بنابراین در نظریه ی ضعیف ترین اتصال از تابع توزیع ویبول استفاده می شود.

نظریه ی ضعیف ترین اتصال به دو روش حجمی و سطحی تقسیم می شود. در روش حجمی تنش مؤثر از انتگرال گیری روی حجم قطعه و در روش سطحی تنش مؤثر از انتگرال گیری روی سطح قطعه به دست می آید.

حالت خستگی خمش چرخان از طریق شبیه‌سازی و برنامه‌نویسی به دست می‌آید. در ادامه روش به دست آمدن ثابت و بیول توضیح داده می‌شود. توزیع استحکام خستگی و بیول (معادله‌ی ۳) را می‌توان توسط معادله‌ی باسکوئین به توزیع عمر خستگی تبدیل کرد:

$$P_{f,v} = 1 - \exp \left[- \left(\frac{n}{N_*^*(R, \bar{\sigma}_a)} \right)^{b_n} \right] \quad (8)$$

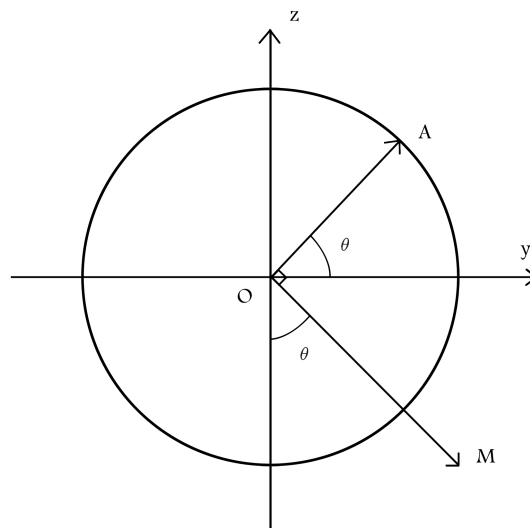
که در آن b_n ضریب شکل و $N_*^*(R, \bar{\sigma}_a)$ ضریب مقیاس و یک مشخصه‌ی عمر برای نمونه‌ی ساده است. b_n توسط رابطه‌ی ۹ با b_σ مرتبط می‌شود:

$$b_n = \frac{b_\sigma}{m} \quad (9)$$

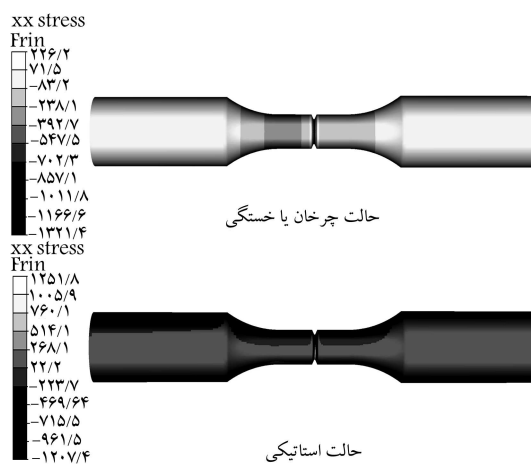
m توان باسکوئین است.

برای استفاده از روش ضعیف‌ترین اتصال، گفته شد که محاسبه‌ی پارامترهای پراکنندگی توزیع نقص در ماده با استفاده از پراکنندگی داده‌های عمر قطعه ضروری است. پراکنندگی داده‌های عمر بدین معناست که اگر تعداد زیادی از نمونه‌ها آزمایش شوند، تعداد چرخه‌ی هر نمونه تا شکست، از نمونه‌ی به نمونه دیگر متفاوت است. بنابراین هدف از تحلیل آماری یافتن یک نمودار تنش - عمر در سطح احتمالی است که درصد کمی از نمونه‌ها شکسته شوند. واضح است که در این زمینه باید احتمال شکست خستگی P با تنش اعمالی σ و تعداد چرخه تا شکست N ارتباط داشته باشد. این سه پارامتر را می‌توان در یک نمودار $P - S - N$ بیان کرد. برای ایجاد این نمودار باید روابط عمر و احتمال شکست برای سطح تنش‌های مختلف تعیین شود. بدین منظور در هر سطح تنش تعدادی نمونه آزمایش می‌شود و با گذراندن یک توزیع آماری در هر سطح تنش و سپس مرتبط کردن این توزیع‌ها برای سطح تنش‌های مختلف، تعدادی از نمودارهای $S - N$ به دست می‌آید که هر کدام برای یک احتمال شکست مشخصی تعریف شده‌اند. استفاده از این روش نیازمند تعداد زیادی آزمایش در هر دامنه‌ی تنش است که اقتصادی نیست و از روش دیگری استفاده می‌شود که در ادامه توضیح داده شده است.^[۲۶]

تمامی نمودارهای $S - N$ که نشان‌گر احتمال شکست‌های متفاوت‌اند، موازی هستند چرا که در غیر این صورت نمودارهای $S - N$ احتمال شکست‌های مختلف، همدیگر را قطع می‌کنند. این بدان معناست که در یک سطح تنش مشخص دو احتمال شکست وجود دارد، و این یک تناقض است. اگر به هر داده‌ی به دست آمده از آزمایش یک نمودار $S - N$ اختصاص یابد، می‌توان تعدادی نمودار $S - N$ در احتمال شکست‌های مختلف داشت. بنابراین اگر i داده در اختیار داشته باشیم می‌توان در مقیاس لگاریتمی i نمودار خطی با شیب یکسان از این داده‌ها عبور داد که هر یک از این خطوط بیان‌گر یک احتمال شکست معین باشد. حال به‌ازای هر سطح تنش تعداد ۱۵ عمر مشخص (تعداد آزمایشات نمونه‌ی ساده) وجود دارد که با عبور توزیع و بیول از این داده‌ها در نرم‌افزار مینی‌تپ^۶ ثابت توزیع عمر خستگی و بیول به دست آمده است ($N_*^* = 7,52 \times 10^5$, $b_n = 3,57$). با استفاده از معادله‌ی باسکوئین (معادله‌ی ۱) و معادله‌ی ۹ ثابت توزیع عمر خستگی به ثابت توزیع استحکام خستگی و بیول تبدیل می‌شود ($b_\sigma = 32,57$, $\sigma_A^* = 320,7$). حال با استفاده از توزیع تنش و ثابت و بیول به دست آمده، تنش مؤثر (معادله‌ی ۴ و ۵) و احتمال شکست خستگی (معادله‌ی ۳) برای دو روش سطحی و حجمی از طریق یک برنامه‌ی توسعه‌یافته محاسبه می‌شود. عمر خستگی نمونه‌ی فاق دار نیز با جایگذاری تنش مؤثر محاسبه شده در معادله‌ی باسکوئین نمونه‌ی ساده، به دست



شکل ۷. سطح مقطع یک نمونه‌ی استوانه‌یی چرخان تحت خمش.



شکل ۸. تفاوت توزیع تنش.

مقدار تنش‌ها در $\sigma_{\theta=0}(A)$ و $\sigma_{\theta=\pi/2}(A)$ از طریق دو بارگذاری جداگانه در المان محدود به دست می‌آید. رابطه ۷ باید برای تمامی گره‌های نمونه‌ی فاق دار شبیه‌سازی شده در آباکوس اعمال شود. یعنی دو تانسور تنش در دو حالت خاص استاتیکی از آباکوس استخراج و با برنامه‌نویسی این دو تانسور تنش به تانسور تنش در حالت چرخان تبدیل شده که همان بیشترین تنش در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال است. در شکل ۸ تفاوت توزیع تنش محوری در دو حالت استاتیکی و چرخان برای نمونه‌ی با فاق $0,2^\circ$ در نرم‌افزار جی‌ال‌ویو^۵ نشان داده شده است. برای نمونه‌ی با فاق $0,3^\circ$ نیز این شکل صادق است. در حالت استاتیکی نمونه‌ی ثابت تحت خمش است و در حالت چرخان (خستگی) نمونه‌ی چرخان تحت خمش است. تغییر میدان تنش از حالت استاتیکی در آباکوس به تانسور تنش در حالت چرخان از طریق برنامه‌نویسی در نرم‌افزار فرترن انجام شده است. فایل ورودی برنامه شامل ۸ ماتریس - ۶ ماتریس مربوط به تانسور تنش‌های محوری برای دو حالت استاتیکی، یک ماتریس مربوط به مختصات گره‌ها، و یک ماتریس مربوط به موقعیت المان‌ها - است. خروجی کد فرترن نوشته شده ۳ ماتریس مربوط به تانسور تنش در حالت چرخان است.

برای محاسبه‌ی تنش مؤثر و احتمال شکست خستگی (معادلات ۳، ۴ و ۵) در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال به مقادیر تنش و ثابت و بیول نیاز است. مقادیر تنش در

آمده است. ضریب کاهش استحکام خستگی و عمر خستگی پیش‌بینی شده توسط نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال در بخش نتایج آورده شده است.

۲.۳. نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی

تیلور در سال ۲۰۰۷ نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی را براساس تحلیل میدان تنش کشسانی خطی اطراف فاق یا ترک ارائه داد^[۹]. نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی نظریه‌ی درخصوص رفتار مواد است که قادر به پیش‌بینی انواع مختلف گسیختگی ناشی از ترک خوردگی، افزایش تنش ناشی از فاق، ترک و دیگر موارد افزایش تمرکز تنش است. این نظریه گروهی از روش‌ها با ویژگی‌های خاص مشترک را شامل می‌شود که در آن از مشخصه‌ی پارامتر طول ماده برای پیش‌بینی شکست ماده استفاده می‌شود. این نظریه به سه روش نقطه‌یی، خطی و سطحی تقسیم می‌شود.

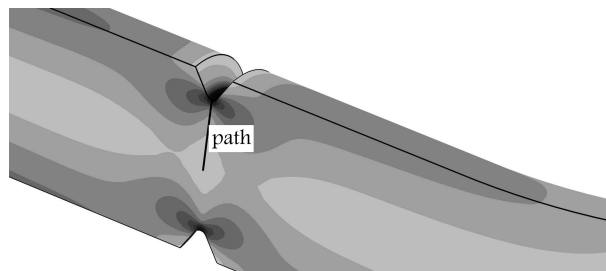
براساس این نظریه شکست خستگی هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار تنش در فاصله‌ی مشخصی از ریشه‌ی فاق به استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد. این فاصله‌ی مشخص تابعی از همان فاصله‌ی بحرانی است و در هر یک از روش‌های نقطه‌یی، خطی و حجمی متفاوت است. بنابراین در نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی به مقادیر تنش در مسیر عمود بر ریشه‌ی فاق نیاز است. در شکل ۹ نمای برش خورده نمونه با شعاع فاق ۰/۲ است که در آن مسیر عمود بر ریشه‌ی فاق نشان داده شده است. برای نمونه‌یی با فاق ۰/۳ نیز همین مسیر صادق است. فاصله‌ی بحرانی در این نظریه عبارت است از:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta k_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \quad (10)$$

که در آن Δk_{th} ضریب حساسیت تنش نهایی در بارگذاری خستگی و $\Delta \sigma_0$ استحکام خستگی نمونه‌ی ساده است.

۱.۲.۳. روش نقطه‌یی

در روش نقطه‌یی شکست خستگی زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار تنش در نصف فاصله‌ی بحرانی به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد. برای به‌کارگیری این روش، در نرم‌افزار المان محدود بارگذاری خمشی روی نمونه‌ی فاق‌دار را تا جایی افزایش می‌دهیم که مقدار تنش در نیمی از فاصله‌ی بحرانی به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد. بار متناظر به دست آمده بار بحرانی است که شکست خستگی در آن اتفاق می‌افتد. برای نمونه‌یی با فاق ۰/۲، بار بحرانی ۵۵/۵۴ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۳۰/۶۱ مگاپاسکال است. برای نمونه‌یی با فاق ۰/۳ نیز بار بحرانی ۵۲/۱۵ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۲۲/۶۶ مگاپاسکال به دست آمده است. بنابراین با تقسیم استحکام خستگی نمونه‌ی ساده بر تنش بحرانی شکست، ضریب کاهش استحکام خستگی برای نمونه با فاق ۰/۲، ۲/۲۲ و برای نمونه با فاق ۰/۳، ۲/۳۶ به دست آمده است.



شکل ۹. مسیر عمود بر ریشه‌ی فاق.

۲.۲.۳. روش خطی

در روش خطی شکست خستگی زمانی اتفاق می‌افتد که میانگین مقدار تنش در فاصله‌ی $(0, 2L)$ به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد. برای این منظور ابتدا نمودار تنش برحسب فاصله از ریشه‌ی فاق از آباکوس استخراج شده و از این نمودار در فاصله‌ی صفر تا دو برابر فاصله‌ی بحرانی انتگرال‌گیری می‌شود. نمودار استخراج شده از آباکوس در نرم‌افزار متلب با یک تابع درجه ۱۰ تقریب زده شده و از این تابع در فاصله‌ی صفر تا دو برابر فاصله‌ی بحرانی انتگرال‌گیری می‌شود. بار بحرانی در این روش باری است که مقدار انتگرال محاسبه شده را به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برساند. برای نمونه‌یی با فاق ۰/۲، بار بحرانی ۷۶/۵۹ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۸۰/۱۲ مگاپاسکال است. برای نمونه‌یی با فاق ۰/۳ نیز بار بحرانی ۷۴/۱۶ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۷۴/۴۰ مگاپاسکال به دست آمده است. بنابراین با تقسیم استحکام خستگی نمونه‌ی ساده بر تنش بحرانی شکست، ضریب کاهش استحکام خستگی برای نمونه‌یی با فاق ۰/۲ معادل ۱/۶۱ و برای نمونه‌یی با فاق ۰/۳ معادل ۱/۶۶ به دست آمده است.

۳.۲.۳. روش سطحی

در روش سطحی شکست خستگی زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار تنش در یک سطح نیم‌دایره‌یی به شعاع فاصله‌ی بحرانی برابر با مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده باشد. همانند روش خطی ابتدا نمودار تنش برحسب فاصله از ریشه‌ی فاق از آباکوس استخراج شده و این نمودار در نرم‌افزار متلب با یک تابع درجه ۱۰ تقریب زده می‌شود. از این نمودار در مختصات قطبی انتگرال‌گیری می‌شود. بار بحرانی در این روش باری است که مقدار این انتگرال را به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برساند. برای نمونه با فاق ۰/۲، بار بحرانی ۵۱/۳۸ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۲۰/۸۳ مگاپاسکال است. برای نمونه با فاق ۰/۳ نیز بار بحرانی ۴۸/۵۷ نیوتن و تنش متناظر این بار ۱۱۴/۱۴ مگاپاسکال به دست آمده است. بنابراین با تقسیم استحکام خستگی نمونه‌ی ساده بر تنش بحرانی شکست، ضریب کاهش استحکام خستگی برای نمونه‌یی با فاق ۰/۲ معادل ۲/۴۰ و برای نمونه‌یی با فاق ۰/۳ معادل ۲/۵۴ به دست آمده است.

۳.۳. نظریه‌ی بیشینه تنش

استحکام اسمی قطعه‌ی یک‌نواخت بالاتر از استحکام قطعه‌ی فاق‌دار است و نسبت اولی به دومی برابر k_t است. با این حال، آزمایش‌ها نشان می‌دهند که استحکام خستگی یک قطعه‌ی فاق‌دار تحت تنش‌های چرخه‌یی اسمی، به‌اندازه‌ی ضریب k_f و نه k_t از مقدار مربوط به قطعه‌ی بدون فاق کم‌تر است. عموماً k_f مساوی یا کوچک‌تر است از k_t ؛ و اختلاف بین k_t و k_f با کاهش شعاع ریشه‌ی فاق و کاهش استحکام نهایی کششی افزایش می‌یابد.^[۴] این اختلاف را می‌توان به استفاده از رفتار تسلیم چرخه‌یی یا نظریه‌ی شدت میدان تنش توضیح داد.^[۲۷، ۲۸]

یک فرمول تجربی که در کاربرد مهندسی قابل قبول است و ضریب استحکام خستگی را به ضریب تمرکز تنش استاتیکی مرتبط می‌کند به‌صورت زیر است.^[۴]

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (11)$$

q ضریب حساسیت به فاق نامیده می‌شود.

در روش بیشینه تنش فرض می‌شود که ضریب کاهش استحکام خستگی برابر ضریب تمرکز تنش استاتیکی است، یا به عبارت دیگر ضریب حساسیت به فاق ۱ است. با توضیحات داده شده مشخص است که این فرض اشتباه است و ضریب کاهش استحکام خستگی همیشه از ضریب تمرکز تنش کم‌تر است. اما این روش را

ریشه‌ی فاق استفاده کردند و ضریب تغییرات تنش نسبی را ارائه دادند:

$$RSG = \frac{1}{\sigma^e(x)} \left(\frac{d\sigma^e(x)}{dx} \right)_{x=0} \quad (14)$$

x فاصله عمودی از ریشه‌ی فاق و $\sigma^e(x)$ توزیع تنش کشسان نظری است. ضریب تغییرات تنش نسبی در واقع بیان‌گر میزان سرعت کاهش تنش از بیشینه مقدار آن است؛ این ضریب حتی برای دو فاق با ضرایب تمرکز تنش یکسان ممکن است متفاوت باشد که خود بیان‌گر تمایز بین ضریب کاهش استحکام خستگی و ضریب تمرکز تنش است. این نظریه برای اصل استوار است که تغییرات تنش در سطح، استحکام یک قطعه را افزایش می‌دهد؛ این موضوع در بارگذاری خمشی -- جایی که تنش با افزایش فاصله از سطح کاهش می‌یابد -- نیز مشهود است. بنابراین قطعات در سطوح خود تحت تنش خمشی توانایی تحمل بارهای بیشتری نسبت به حالت بارگذاری محوری دارند. در واقع با استفاده از نمودار کیتاگوا - تاکاهاشی^۷ می‌توان چنین عنوان کرد که توقف رشد ترک به میزان سرعت کاهش تنش در ریشه‌ی فاق بستگی دارد. همچنین تغییرات تنش با کاهش اندازه‌ی قطعه کاهش می‌یابد که در نتیجه قطعات کوچک‌تر استحکام خستگی بالاتری نسبت به قطعات بزرگ‌تر دارند.^[۱۲] سیبل و استیوار با آزمون استحکام خستگی نمونه‌های یکمواخت و فاق‌دار در $10^7 \times 2$ چرخه، مجموعه‌ی از منحنی‌های تجربی را ایجاد کردند که مقادیر k_t/k_f را برای مواد مختلف به RSG آنها ربط می‌دهند. مقادیر RSG به‌وسیله‌ی سیبل و استیوار و با استفاده از نظریه‌ی کشسانی محاسبه و برای قطعات فاق‌دار مختلف ارائه شده است. بنابراین با داشتن مقدار RSG، نسبت تمرکز تنش و ضریب کاهش استحکام خستگی به دست آمده و سپس با جایگذاری مقدار تمرکز تنش در این نسبت، ضریب کاهش استحکام خستگی محاسبه شده است.

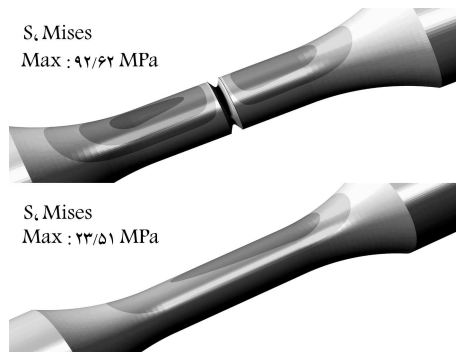
۴. نتایج و بحث

چنان که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی شکست خستگی نمونه‌های فاق‌دار یا ضریب کاهش استحکام خستگی وجود دارد. در این تحقیق از نظریه‌های ضعیف‌ترین اتصال، فاصله‌ی بحرانی، بیشینه تنش، پترسون، نیوبر و تغییرات تنش برای پیش‌بینی ضریب کاهش استحکام خستگی دو نمونه فاق‌دار استفاده شده است. در جدول ۵ نتایج نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال براساس دو فرمول بندی حجمی و سطحی، و در جدول ۶ نیز ضریب کاهش استحکام خستگی پیش‌بینی شده توسط تمامی نظریه‌ها ارائه شده است.

چنان که در جدول ۵ مشاهده می‌شود در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال به علت وجود تمرکز تنش، یک تنش مؤثر محاسبه شده و با استفاده از این تنش، تعداد سیکل تا شکست نمونه محاسبه شده است. نتایج ارائه شده باید در احتمال شکست 5°

جدول ۵. نتایج نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال برای دو روش سطحی و حجمی.

روش	نمونه‌ی با فاق 0.2°			نمونه‌ی با فاق 0.3°		
	تنش عملی	تنش مؤثر	عمر	تنش عملی	تنش مؤثر	عمر
سطحی	۱۱۰٫۴۵	۳۱۷	۸۰۱۱۰۱	۱۱۵٫۲۷	۳۱۷	۸۰۱۱۰۱
حجمی	۱۳۰٫۴۵	۳۱۷	۸۰۱۱۰۱	۱۳۶٫۶۳	۳۱۷	۸۰۱۱۰۱



شکل ۱۰. توزیع تنش در نمونه‌ی ساده و فاق‌دار.

به‌عنوان یک روش محافظانه قبول کرده و صرفاً برای مقایسه با نظریه‌های دیگر آورده شده است. ضریب تمرکز تنش استاتیکی از نرم‌افزار آباکوس به دست آمده است. نمونه‌ی ساده و فاق‌دار در آباکوس شبیه‌سازی شده و یک بار یکسان خمشی اعمال می‌شود. با تقسیم تنش ریشه‌ی فاق بر تنش اسمی برای نمونه‌ی ساده، ضریب تمرکز تنش استاتیکی محاسبه می‌شود. ضریب تمرکز تنش برای نمونه‌ی با فاق 0.2° معادل 3.94 و برای نمونه‌ی با فاق 0.3° معادل 3.71 به دست آمده است. در شکل ۱۰ توزیع تنش برای نمونه‌ی ساده و فاق‌دار با شعاع فاق 0.2° نشان داده شده است.

۴.۳. نظریه‌ی نیوبر

نیوبر فرض کرد که شکست خستگی زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار میانگین تنش در فاصله‌ی مشخص از ریشه‌ی فاق به استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد و بر این اساس رابطه‌ی تجربی ۱۲ را برای ضریب حساسیت به فاق (q) ارائه کرد.

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{a_n/r}} \quad (12)$$

r شعاع ریشه‌ی فاق و a_n ثابت ماده‌ی نیوبر است و با استحکام نهایی رابطه دارد. با استفاده از رابطه‌ی ۱۱ و ۱۲ مقدار ضریب استحکام خستگی برای هر دو نمونه فاق‌دار محاسبه شده است.

۵.۳. نظریه‌ی پترسون

پترسون فرض کرد که شکست خستگی زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار تنش در فاصله‌ی مشخصی از ریشه‌ی فاق به مقدار استحکام خستگی نمونه‌ی ساده برسد. با فرض تغییرات خطی برای تنش در نزدیکی فاق، پترسون معادله‌ی تجربی ۱۳ را برای q به دست آورد:

$$q = \frac{1}{1 + a_p/r} \quad (13)$$

r شعاع ریشه‌ی فاق و a_p یک ثابت ماده است که به اندازه‌ی دانه و بارگذاری بستگی دارد. با استفاده از رابطه‌ی ۱۱ و ۱۳ مقدار ضریب استحکام خستگی برای هر دو نمونه‌ی فاق‌دار برای روش پترسون محاسبه شده است.

۶.۳. نظریه‌ی تغییرات تنش

سیبل و استیوار اثرات تغییرات تنش بر کاهش استحکام خستگی به‌جای شعاع

جدول ۶. ضرایب کاهش استحکام خستگی پیش‌بینی شده توسط تمامی نظریه‌ها.

نمونه	آزمایش	بیشینه تنش	پترسون	نیوبر	تغییرات تنش	روش				
						فاصله‌ی بحرانی		ضعیف‌ترین اتصال		
						خطی	سطحی			
فاتق ۰٫۲	۲٫۶۳	۳٫۹۴	۲٫۶۶	۲٫۸۱	۳٫۵۸	۲٫۲۲	۱٫۶۱	۲٫۴	۲٫۸۷	۲٫۴۳
فاتق ۰٫۳	۲٫۴۱	۳٫۷۱	۲٫۷۹	۲٫۸۰	۳٫۴۱	۲٫۳۶	۱٫۶۶	۲٫۵۴	۲٫۷۵	۲٫۳۲

ضرورت دارد. پارامتر استحکام خستگی برای تمامی فلزات در دسترس است اما ضریب حساسیت تنش نهایی اغلب در دسترس نیست و برای به دست آوردن آن نیاز به آزمایش است که هزینه‌بر است. علاوه بر این در این نظریه نیز همانند روش‌های کلاسیک میدان تنش محلی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین اندازه‌ی هندسی نمونه که یک پارامتر تأثیرگذار در استحکام خستگی است در نظر گرفته نمی‌شود.

در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال همانند نتایج آزمایش، با افزایش شعاع ریشه‌ی فاتق، ضریب کاهش استحکام خستگی کاهش یافته است. همچنین نتایج این نظریه در روش حجمی تطابق خوبی با نتایج آزمایش دارد. در روش سطحی نتایج این نظریه نسبت به روش حجمی محتاطانه است.

در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال از نتایج تحلیل اجزاء محدود برای پیش‌بینی ضریب استحکام خستگی نمونه‌های فاتق‌دار استفاده می‌شود. در نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال برای محاسبه‌ی تنش مؤثر، از میدان تنش ایجاد شده در کل قطعه روی حجم یا سطح نمونه انتگرال‌گیری می‌شود و در نتیجه اندازه‌ی هندسی نمونه نیز در نظر گرفته می‌شود. همچنین اثرات پراکنندگی داده‌های آزمایش (ضرایب تابع توزیع ویبول برای داده‌های خستگی) که می‌تواند بر اساس نوع ساخت یا جنس نمونه‌ها متغیر باشد، نیز در این روش لحاظ شده است. در روش ضعیف‌ترین اتصال برای رسیدن به نتایج، فرایند سخت‌تری نسبت به روش‌های کلاسیک وجود دارد اگرچه این نظریه تطابق خوبی با نتایج آزمایش دارد.

در نهایت نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال از نظر دقت پیش‌بینی، سازگار بودن با تحلیل اجزاء محدود و در دسترس بودن پارامترهای مورد نیاز به‌عنوان یک روش مناسب برای تحلیل خستگی نمونه‌های فاتق‌دار انتخاب شده است. اما با وجود دقت مناسب نتایج نظریه ضعیف‌ترین اتصال و لحاظ کردن اثر هندسه بر ضریب کاهش استحکام خستگی توسط این نظریه، نتایج این نظریه در جهت خطر بیشتر است که اشکال مهمی به حساب می‌آید.

۵. نتیجه‌گیری

آزمایش‌های کشش ساده و خستگی از نوع خمش چرخان بر نمونه‌های ساده و فاتق‌دار فولاد CK۴۵ انجام شد. دو نوع هندسه‌ی فاتق با شعاع فاتق متفاوت ۰٫۲ و ۰٫۳ میلی‌متر برای نمونه‌های آزمایش خستگی در نظر گرفته شد. به‌منظور محاسبه‌ی ضریب کاهش استحکام خستگی از طریق نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال، شبیه‌سازی اولیه در نرم‌افزار آباکوس انجام شده و سپس با برنامه‌نویسی در فورتن میدان تنش مورد نیاز به دست آمده است. در نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی تغییرات تنش در مسیر عمود بر ریشه‌ی فاتق از آباکوس استخراج شده و به‌منظور محاسبه‌ی

درصد آورده شود تا با نتایج دیگر نظریه‌ها و همچنین نتایج تجربی مقایسه شود. ضریب کاهش استحکام خستگی نیز از تقسیم تنش مؤثر بر تنش اعمالی محاسبه می‌شود. چنان‌که مشاهده می‌شود، نتایج نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال در فرمول‌بندی حجمی در مقایسه با فرمول‌بندی سطحی محتاطانه‌تر است. همچنین در این نظریه، با کاهش شعاع ریشه‌ی فاتق، قطعه بحرانی‌تر شده و در تنش کم‌تری به شکست رسیده است که نتایج تجربی نیز گویای آن است. به‌طوری‌که از آزمایش، استحکام خستگی نمونه‌ی با فاتق ۰٫۲ معادل ۱۱۰ مگاپاسکال و نمونه‌ی با فاتق ۰٫۳ معادل ۱۲۰ مگاپاسکال به دست آمده است.

با توجه به جدول ۶ ضریب کاهش استحکام خستگی به دست آمده از آزمایش برای فاتق ۰٫۲ از ضریب کاهش استحکام خستگی برای فاتق ۰٫۳ بیشتر است. بنابراین با افزایش شعاع فاتق این ضریب کاهش یافته است.

چنان‌که در بخش‌های قبلی گفته شده، نظریه‌ی بیشینه تنش یک روش محتاطانه است که ضریب کاهش استحکام خستگی را با ضریب تمرکز تنش معادل قرار می‌دهد. با توجه به جدول ۶ پیش‌بینی این نظریه با نتایج آزمایش اختلاف زیادی دارد و غیردقیق است.

نظریه‌ی پترسون یکی از نظریه‌های کلاسیک است که با توجه به جدول ۶ برای فاتق ۰٫۲، پیش‌بینی خوبی داشته ولی در این نظریه با افزایش شعاع فاتق ضریب کاهش استحکام خستگی افزایش یافته است و با نتایج آزمایش در تناقض است.

در نظریه‌ی نیوبر، ضریب پیش‌بینی شده برای هر دو فاتق تقریباً یکسان است. بنابراین این نظریه حساسیت زیادی نسبت به تغییرات کم شعاع ریشه‌ی فاتق ندارد. در نظریه‌ی تغییرات تنش همانند نتایج آزمایش، ضریب استحکام خستگی پیش‌بینی شده با افزایش شعاع ریشه‌ی فاتق کاهش یافته، ولی مقدار پیش‌بینی شده با مقدار به دست آمده از آزمایش اختلاف زیادی دارد و کاملاً محتاطانه است.

اساس روش‌های کلاسیک (نیوبر، پترسون و تغییرات تنش) تغییرات تنش در ریشه‌ی فاتق است و مسئله را به‌صورت محلی بررسی می‌کنند. یعنی میدان تنش در ناحیه‌ی اطراف فاتق را برای محاسبه‌ی ضریب استحکام خستگی در نظر می‌گیرند. نتایج این نظریه‌ها غیردقیق است ولی فرایند بسیار راحتی برای محاسبه‌ی ضریب کاهش استحکام خستگی دارند.

نظریه‌ی فاصله‌ی بحرانی که توسط تیلور ارائه شده در واقع نسخه‌ی تکمیل شده‌ی نظریه‌های کلاسیک است و در این نظریه از میدان تنش به دست آمده از تحلیل اجزاء محدود استفاده می‌شود. نتایج این نظریه (به‌جز روش خطی) به‌طور مجزا برای هر فاتق دقت خوبی دارد ولی برخلاف نتایج آزمایش، افزایش شعاع ریشه‌ی فاتق باعث کاهش ضریب استحکام خستگی شده است. برای اعمال این نظریه به دو پارامتر استحکام خستگی و ضریب حساسیت، تنش نهایی

- اثر فاق و شعاع ریشه‌ی فاق بر عمر خستگی فولاد مورد بررسی به صورت آزمایشگاهی بررسی شد و استحکام خستگی نمونه‌های فاق‌دار به دست آمد.
- ضریب کاهش استحکام خستگی نمونه‌های فاق‌دار از طریق نظریه‌های پیشینه تنش، پترسون، نیوبر، تغییرات تنش، فاصله‌ی بحرانی و ضعیف‌ترین اتصال محاسبه، و با داده‌های حاصل از آزمایش مقایسه شد. نتایج حاصله نشان داد که نظریه‌ی ضعیف‌ترین اتصال دقت بهتری نسبت به روش‌های دیگر دارد.
- ضریب کاهش استحکام خستگی، انتگرال‌گیری میدان تنش توسط نرم‌افزار متلب انجام شده است. نظریه‌های کلاسیک پیشینه تنش، پترسون، نیوبر و تغییرات تنش نیز به‌منظور مقایسه‌ی نتایج برای محاسبه‌ی ضریب کاهش استحکام خستگی اعمال شدند.
- خصوصیات مکانیکی و خستگی فولاد CK45 از آزمایش کشش ساده و خستگی به دست آمد.

پانوشتها

1. Generalized extreme value
2. weakest-link
3. Block maximum
4. peak over threshold
5. GLview-Inova
6. Minitab
7. Kitagawa-Takahashi

منابع (References)

1. Yao, W. "Stress field intensity approach for predicting fatigue life", *International Journal of Fatigue*, **15**(3), pp. 243-245 (1993).
2. Dieter, G.E., *Mechanical Metallurgy*, McGraw-Hill, New York (1961).
3. Dowling, N., *Mechanical Behaviour of Materials - Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*, 3rd Edn., Prentice Hall, New Jersey (2007).
4. Lee, Y., Pan, J., Hathaway, R. and Barkey, M., *Fatigue Testing and Analysis - Theory and Practice*, 1st Edn, Elsevier Butterworth Heinemann, Oxford (2005).
5. Roesler, J., Harders, H. and Beaker, M., *Mechanical Behaviour of Engineering Materials: Metals, Ceramics, Polymers, and Composites*, Springer, Berlin (2010).
6. Neuber, H., *Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural Form and Material*, Springer, Berlin (1958).
7. Peterson, R.E., *Notch Sensitivity*, In: G. Sines, J.L. Waisman, Editors, *Metal Fatigue*, McGraw-Hill, New York, pp. 293-306 (1959).
8. Siebel, E. and Stieler, M. "Ungleichförmige Spannungverteilung bei schwingender Beanspruchung", *VDI-Z*, **97**(5), pp. 121-126 (1955).
9. Taylor, D., *The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics*, Oxford, London (2007).
10. Wormsen, A., Sjodin, B., Härkegård, G. and Fjeldstad A. "Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistics of extremes", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, **30**(12), pp. 1214-1227 (2007).
11. Cetin, A. and Härkegård, G. "Fatigue life prediction for large threaded components", *Procedia Engineering*, **2**(1), pp. 1225-1233 (2010).
12. Shirani, M. and Harkegard, G. "Fatigue life distribution and size effect in ductile cast iron for wind turbine components", *Journal of Engineering Failure Analysis*, **18**(1), pp. 12-24 (2011).
13. Shirani, M. and Harkegard G. "Large scale axial fatigue testing of ductile cast iron for heavy section wind turbine components", *Journal of Engineering Failure Analysis*, **18**(6), pp. 1496-1510 (2011).
14. Blacha, L., Karolczuk, A., Bański, R. and Stasiuk, P. "Application of the weakest link analysis to the area of fatigue design of steel welded joints", *Journal of Engineering Failure Analysis*, **35**(6), pp. 665-677 (2013).
15. Cova, M., Nanni, M. and Tovo, R. "Geometrical size effect in high cycle fatigue strength of heavy-walled ductile cast iron GJS400: Weakest linkvs defect-based approach", *Procedia Engineering*, **74**(6), pp. 101-104 (2014).
16. William, D. and Callister, J., *Fundamentals of Materials Science and Engineering*, 5th Edn., John Wiley & Sons, Inc (2007).
17. ASTM-E8, *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*, West Conshohocken (PA, USA): ASTM International (2007).
18. ASTM Standard E2948-14, *Standard Test Method for Conducting Rotating Bending Fatigue Tests of Solid Round Fine Wire*, West Conshohocken (PA, USA): ASTM International (2007).
19. Makkonen, M. "Notch size effect in the fatigue limit of steel", *International Journal of Fatigue*, **25**(1), pp. 17-26 (2003).
20. Makkonen, M. "Response to comments by Prof. Taylor On "Notch size effect in the fatigue limit of steel" By M. Makkonen", *International Journal of Fatigue*, **25**(8), pp. 781-783 (2003).
21. Flacelière, L. and Morel, F. "Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue: Volume and surface effects", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, **27**(12), pp. 1123-1135 (2004).
22. Atkinson, H.V. and Shi, G. "Characterization of inclusions in clean steels: A review including the statistics of extreme methods", *Progress in Materials Science*, **48**(1), pp. 457-520 (2003).
23. Weibull, W. "A statistical distribution function of wide applicability", *J. Appl. Mech.*, **18**(3), pp. 293-297 (1951).
24. Weibull, W. and Rockey, K.C., "Fatigue testing and analysis of results", *J. Appl. Mech.*, **29**(3), pp.607-608 (1962).

25. Härkegård, G. and Halleraker, G. "Assessment of methods for prediction of notch and size effects at the fatigue limit based on test data by Böhm and Magin", *International Journal of Fatigue*, **32**(10), pp. 1701-1709 (2010).
26. Nishijima, S. "Statistical fatigue properties of some heat-treated steels for machine structural use", *ASTM Spec Technol Publ*, **741**(1), pp. 75-88 (1981).
27. Adib, H. and Pluvinage, G. "Theoretical and numerical aspects of volumetric approach for fatigue life prediction in notched components", *International Journal of Fatigue*, **25**(1), pp. 67-76 (2003).
28. Qylafku, G., Azari, Z., Gjonaj, M. and Pluvinage, G. "Application of a new model proposal for fatigue life - prediction on notches and key-seats", *International Journal of Fatigue*, **21**(1), pp. 753-760 (1999).