

# مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای

مجید جمیع<sup>(\*)</sup>، سعید میرزایی<sup>۲</sup> و سپیده یاسمی خیابانی<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری ژئوفیزیک، پژوهشکده علوم پایه کاربردی، جهاد دانشگاهی

۲. دانشیار پژوهش، پژوهشکده علوم پایه کاربردی، جهاد دانشگاهی

۳. مربی پژوهش، پژوهشکده علوم پایه کاربردی، جهاد دانشگاهی

تاریخ دریافت: ۹۲/۵/۲۵

تاریخ پذیرش: ۹۲/۷/۶

## چکیده

مدل‌سازی مستقیم الکترومغناطیس در حوزه فرکانس (FDEM) در محیط‌های ناهمگن یکی از راه‌های درک پیچیدگی توزیع امواج الکترومغناطیس در زمین به‌منظور حل مساله مدل‌سازی معکوس داده‌های FDEM و نیز صحت‌سنجی تفسیرهای زمین‌شناسی مرتبط با مدل‌های به‌دست آمده از معکوس‌سازی داده‌های صحرائی FDEM می‌باشد. در این مقاله، به‌منظور مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای، با نوشتن یک برنامه کامپیوتری در محیط MATLAB، از یک برنامه کامپیوتری فرترن ۷۷ در قالب یک تابع MEX به‌عنوان هسته مرکزی محاسبه پاسخ فرکانسی میدان EM از زمین لایه‌ای غیرمغناطیسی همسان‌گرد استفاده شده است؛ با در نظر گرفتن مدل زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت‌های مختلف، مولفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: الکترومغناطیس، پاسخ فرکانسی، چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم، زمین لایه‌ای و مدل‌سازی مستقیم

## مقدمه

نوبه خود میدان EM ثانویه‌ای را تولید می‌کنند و میدان EM کل در سطح زمین از این میدان ثانویه به‌وجود می‌آید. اگر زمین همگن و از نظر الکتریکی غیر هادی باشد، اختلافی بین میدان‌های منتشر شده در سطح و یا داخل زمین وجود نخواهد داشت و تنها اندکی از شدت میدانی که در داخل زمین منتشر می‌شود، کاسته خواهد شد. اما اگر زمین غیرهمگن باشد، انرژی موج EM در حین گذار به عمق زمین دچار کاهش خواهد شد. با تجزیه و تحلیل مولفه‌های موج EM ثانویه دریافت شده توسط گیرنده، اطلاعاتی در ارتباط با مدل زیرسطحی زمین مورد مطالعه به‌دست

روش‌های الکترومغناطیس (EM) به‌طور گسترده در تعیین ساختارهای زیرسطحی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش‌ها براساس پاسخ ساختارهای زیر سطح زمین نسبت به انتشار میدان‌های EM استوار می‌باشند. از روابط فیزیک می‌دانیم که تغییرات میدان EM باعث پیدایش جریان‌های الکتریکی می‌شوند. در زمین نیز همین پدیده اتفاق می‌افتد؛ به عبارتی نوسانات میدان EM فرستاده شده به داخل زمین، باعث به‌وجود آمدن جریان‌های الکتریکی در زمین می‌شوند. این جریان‌های زیر سطحی نیز به

\* نویسنده مرتبط majidjamie@gmail.com

خواهد آمد (Kaufman and Eaton, 2001).

روش های اکتشافی ژئوالکترومغناطیس از نظر منبع یا منشأ میدان اولیه موج مورد استفاده عبارتند از: ۱- با منشأ طبیعی که در آن میدان های الکتریکی و مغناطیسی طبیعی زمین برای بررسی ساختارهای زیرسطحی استفاده می شود مانند روش اکتشافی مگنتوتلوریک و ۲- با منشأ مصنوعی که در آن از فرستنده های ساخت دست بشر به عنوان منبع تولید میدان اولیه امواج EM استفاده می شود. همچنین می توان روش های اکتشافی ژئوالکترومغناطیس را در دو حوزه زمان و فرکانس مورد بررسی قرار داد. روش های اکتشافی ژئوالکترومغناطیس در حوزه فرکانس را نیز بسته به نوع موج چشمه مورد استفاده می توان در دو گروه طبقه بندی کرد: ۱- روش های ژئوالکترومغناطیس در حوزه فرکانس با منشأ موج تخت که در آن چشمه به اندازه کافی از گیرنده دور می باشد و لذا می توان موج فرستاده شده از طرف فرستنده را تخت در نظر گرفت و ۲- روش های ژئوالکترومغناطیس در حوزه فرکانس با منشأ موج غیر تخت.

محاسبه تئوریک پاسخ امواج EM برای مدل زمین لایه ای با استفاده از چشمه های اولیه متفاوت، یکی از مهم ترین مراحل برای مدل سازی و برگردان داده های واقعی EM می باشد. چشمه های متفاوت EM شامل لوپ<sup>۱</sup> یا چشمه های خطی در ابعاد متفاوت می باشند. عمده ترین چشمه های مورد استفاده در داده برداری ژئوالکترومغناطیس در حوزه فرکانس (FDEM) بر اساس شکل و هندسه: ۱- دوقطبی مغناطیسی قائم<sup>۲</sup>، ۲- دوقطبی مغناطیسی افقی<sup>۳</sup>، ۳- دوقطبی الکتریکی افقی<sup>۴</sup> و ۴- دوقطبی الکتریکی قائم<sup>۵</sup> می باشند.

مطالعات مرتبط با چشمه های دوقطبی متفاوت در کارهای Kaufman؛ Kaufman and Eaton, 2001؛ Frischknecht, 1967؛ Sinha, 1967، و Koefoed et al., 1972؛ and Keller, 1983 1968 آمده است. مطالعات مرتبط با چشمه های بزرگ مقیاس و دوقطبی های خطی در کارهای Fuller and Wait, 1972؛ Kaufman and Eaton, 2001؛ Mallick, 1971؛ Morrison et al., 1969 و Patra and Mallick, 1980 آمده است.

هم اکنون الگوریتم های متفاوتی برای محاسبه پاسخ میدان EM برای چشمه های دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی متفاوت با هندسه و موقعیت های مکانی گوناگون در دسترس می باشند. برخی از آن ها قادر به محاسبه پاسخ فرکانسی (f ≤ 1000 KHz) میدان EM با استفاده از فیلترهای دیجیتال، با بهره گرفتن از تبدیلات هنکل<sup>۶</sup> می باشند (Anderson, 1979 and 1982؛ Gupta et al., 2006؛ Singh and Mogi, 2010). الگوریتم ارائه شده توسط Singh and Mogi, 2010 قادر به محاسبه پاسخ میدان EM برای مرسوم ترین

چشمه های دوقطبی و موقعیت های مکانی متفاوت چشمه و گیرنده (در هوا و یا بر روی زمین) با در نظر گرفتن و یا بدون در نظر گرفتن جریان های جابجایی<sup>۷</sup> می باشد. انجام محاسبات بر اساس موقعیت های مکانی متفاوت فرستنده و گیرنده می باشد. الگوریتم ارائه شده در قالب یک برنامه کامپیوتری تحت زبان برنامه نویسی فرترن ۷۷ می باشد. در این مقاله با نوشتن یک برنامه کامپیوتری در محیط MATLAB، از برنامه فرترن ۷۷ ارائه شده توسط Singh and Mogi, 2010 در قالب یک تابع MEX به عنوان هسته مرکزی محاسبه پاسخ فرکانسی میدان EM حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه ای غیرمغناطیسی همسان گرد استفاده شده است و با در نظر گرفتن مدل زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت های مختلف، مولفه های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده اند.

### دوقطبی مغناطیسی قائم

برای فرمول بندی پاسخ میدان EM در نقطه سنجش، سیستم کارتزین (x,y,z) با جهت گیری محور z در راستای عمود به سمت پایین به عنوان سیستم مختصات در نظر گرفته شده است. سیستم مختصات استوانه ای (r,θ,z) نیز برای محاسبه پاسخ میدان الکتریکی و نیز مولفه شعاعی میدان مغناطیسی استفاده شده است. فاکتور زمانی هارمونیک  $e^{i\omega t}$  در نظر گرفته شده و از سیستم SI برای واحد کلیه کمیت ها استفاده شده است. تراوایی مغناطیسی برای ساختارهای زمین شناسی برابر با مقدار آن در فضای آزاد در نظر گرفته می شود ( $\mu_i (i=1,2,\dots,n) = \mu_0$ ). هندسه مدل زمین لایه ای، موقعیت چشمه و سیستم مختصات مورد نظر در شکل ۱ نشان داده شده است.

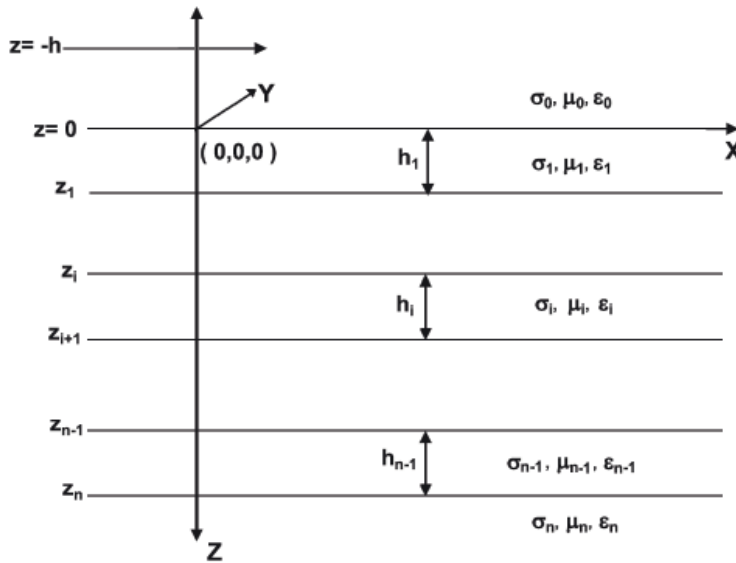
یک لوپ افقی کوچک با جهت گیری محور دوقطبی در راستای z و حامل جریان متناوب را در صورتی که فاصله آن تا گیرنده بیش از پنج برابر اندازه شعاعش باشد، می توان به عنوان چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم در نظر گرفت (Ward and Hohmann, 1988). ترکیب میدان اولیه و ثانویه مابین چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم و زمین را می توان با روابط (۱) و (۲) نشان داد.

$$\vec{A} = A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}) \quad (1)$$

$$\vec{F} = F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \quad (2)$$

بعد از گرفتن تبدیل فوریه معکوس از روابط (۱) و (۲) می توان آن ها را مطابق روابط (۳) و (۴) بصورت توابعی از x و y نشان داد.

- 1- Loop
- 2- Vertical Magnetic Dipole
- 3- Horizontal Magnetic Dipole
- 4- Horizontal Electric Dipole
- 5- Vertical Electric Dipole
- 6- Hankel Transforms
- 7- Displacement currents



شکل ۱. هندسه زمین لایه‌ای، موقعیت چشمه و سیستم مختصات مورد استفاده (Ward and Hohmann, 1988).

الکتریکی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب از روابط (۷) و (۸) محاسبه می‌شوند (Ward and Hohmann, 1988)؛ در این روابط اندیس‌های  $m$  و  $e$  بیانگر وجود چشمه دوقطبی مغناطیسی یا چشمه دو قطبی الکتریکی می‌باشند.

$$\begin{cases} E_m = -\nabla \times F \\ H_m = -\tilde{y}F + \frac{1}{z} \nabla(\nabla \cdot F) \end{cases} \quad (۷)$$

$$\begin{cases} E_e = -\tilde{z}A + \frac{1}{y} \nabla(\nabla \cdot A) \\ H_e = \nabla \times A \end{cases} \quad (۸)$$

در صورتی که بردارهای  $A$  و  $F$  دارای صرفاً یک مولفه در راستای  $Z$  باشند، می‌توان آن‌ها را بصورت رابطه (۹) نوشت.

$$A = A_z u_z \quad \text{and} \quad F = F_z u_z \quad (۹)$$

در رابطه (۹)،  $u_z$  بردار یکه در راستای محور  $Z$  می‌باشد و  $A_z$  و  $F_z$  توابع برداری  $x, y$  و  $z$  می‌باشند. با جای‌گذاری رابطه (۹) در روابط (۷) و (۸)، مولفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیس برای مدهای TE و TM مطابق روابط جدول ۱ به‌دست خواهند آمد.

با توجه به روابط (۲) و (۶)،  $F_p = \frac{\tilde{z}_0 m}{2u_0}$ ؛ با جایگزین کردن  $F_p$  در رابطه (۴)، میدان پتانسیل بین زمین و دوقطبی مغناطیسی قائم از رابطه (۱۰) به‌دست می‌آید.

$$F(x, y, z) = \frac{\tilde{z}_0 m}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{1}{u_0} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

با استفاده از رابطه ۱۱ (BanÖs, 1966)، می‌توان تبدیل فوریه مضاعف رابطه (۱۰) را به‌صورت تبدیل هنکل (رابطه ۱۲) نوشت.

$$A = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (۳)$$

$$F = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (۴)$$

در روابط (۳) و (۴)،

$$u_n = (k_x^2 + k_y^2 - k_n^2)^{1/2} = (\lambda^2 - k_n^2)^{1/2},$$

$$k_n^2 = \omega^2 \mu_n \epsilon_n - i\omega \mu_n \sigma_n$$

و  $r_{TE}$  و  $r_{TM}$  ضرایب انعکاس موج الکترومغناطیس به ترتیب

$$r_{TE} = \frac{Y_0 - \tilde{Y}_1}{Y_0 + \tilde{Y}_1}$$

$$\text{و } r_{TM} = \frac{Z_0 - \tilde{Z}_1}{Z_0 + \tilde{Z}_1}$$

ظاهری<sup>۱</sup> در  $z=0$  و مقاومت ظاهری<sup>۱</sup> در  $z=0$  و  $Y_0$  و  $Z_0$  به ترتیب هدایت و مقاومت ظاهری ذاتی هوای آزاد<sup>۲</sup> می‌باشند.

میدان اولیه برای دو قطبی مغناطیسی قائم با جهت‌گیری محور در راستای  $Z$  و گشتاور  $\mu u_z$  واقع در ارتفاع  $z=-h$  بالای سطح زمین را می‌توان با رابطه دیفرانسیلی برداری رابطه (۵) نشان داد (Ward and Hohmann, 1988).

$$\begin{cases} \nabla^2 F + k_0^2 F = -\tilde{z}_0 m \delta(x) \delta(y) \delta(z+h), \\ \nabla^2 A + k_0^2 A = -\tilde{z}_0 m \delta(x) \delta(y) \delta(z+h), \end{cases} \quad (۵)$$

رابطه (۵) را می‌توان معادل تابع گرین سه بعدی برداری<sup>۳</sup> در نظر گرفت که با فرض جهت‌گیری محور دوقطبی در راستای  $Z$ ، جواب آن از رابطه (۶) به‌دست می‌آید.

$$F = \frac{\tilde{z}_0 m}{2u_0} e^{-u_0(z+h)} u_z \quad (۶)$$

در رابطه (۶) بردار یکه در راستای محور  $Z$  می‌باشد. در صورت وجود چشمه دوقطبی مغناطیسی یا دو قطبی

1. Surface admittance
2. Surface impedance
3. Intrinsic impedance of free space
4. Scalar 3D Green's function

جدول ۱. مولفه‌های الکتریکی و مغناطیسی مدهای TE و TM موج الکترومغناطیس (Ward and Hohmann, 1988).

کمیت	مولفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیس برای مد TM	مولفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیس برای مد TE
$E_x$	$\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}$	$-\frac{\partial F_z}{\partial y}$
$E_y$	$\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z}$	$\frac{\partial F_z}{\partial x}$
$E_z$	$\frac{1}{\hat{y}} (\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2) A_z$	0
$H_x$	$\frac{\partial A_z}{\partial y}$	$\frac{1}{\hat{z}} \frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z}$
$H_y$	$-\frac{\partial A_z}{\partial x}$	$\frac{1}{\hat{z}} \frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z}$
$H_z$	0	$\frac{1}{\hat{z}} (\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2) F_z$

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{\lambda^3}{u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (15)$$

در روابط (۱۴) و (۱۵)، مولفه‌های  $H_z$  و  $H_x$ ،  $H_y$  پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس از زمین لایه‌ای، در فاصله  $r$  از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از روابط مربوط به مد TE در جدول ۱ محاسبه می‌شوند.

در صورتی که چشمه و یا گیرنده بر روی زمین واقع باشد می‌توان  $h$  و یا  $z$  را صفر در نظر گرفت. معمولاً در محاسبات عددی تراوایی مغناطیسی زمین و هوا یکسان در نظر گرفته می‌شوند ( $\mu_n = \mu_0$ ) و

لذا می‌توان ضریب انعکاس موج الکترومغناطیس برای مد TE را بصورت  $r_{TE} = \frac{Y_0 - \tilde{Y}_1}{Y_0 + \tilde{Y}_1}$  نوشت که در آن  $Y_0 = \frac{u_0}{i\omega\mu_0}$

$$\tilde{Y}_1 = \frac{H_y^{TE}}{E_x^{TE}} = -\frac{H_x^{TE}}{E_y^{TE}} \quad \text{می‌باشد؛ } \tilde{Y}_1 \text{ هدایت ظاهری در } z=0 \text{ و}$$

$Y_0$  هدایت ظاهری ذاتی هوای آزاد می‌باشد. برای زمین  $n$  لایه، هدایت ظاهری با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۷) تعریف می‌شوند.

$$\tilde{Y}_1 = Y_1 \frac{\tilde{Y}_2 + Y_1 \tanh(u_1 h_1)}{Y_1 + \tilde{Y}_2 \tanh(u_1 h_1)} \quad (16)$$

$$\tilde{Y}_n = Y_n \frac{\tilde{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n h_n)}{Y_n + \tilde{Y}_{n+1} \tanh(u_n h_n)} \quad (17)$$

در روابط (۱۶) و (۱۷)،  $\tilde{Y}_n = Y_n$ ،  $Y_n = \frac{u_n}{i\omega\mu_0}$  و  $u_n = (k_x^2 + k_y^2 - k_n^2)^{1/2} = (\lambda^2 - k_n^2)^{1/2}$  و

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x^2 + k_y^2) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 2\pi \int_0^\infty F(\lambda) \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11)$$

$$F(r, z) = \frac{\hat{z}_0 m}{8\pi^2} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{\lambda}{u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (12)$$

در روابط (۱۱) و (۱۲)،  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ،  $J_0$  تابع بسل مرتبه صفر می‌باشد.

با توجه به تقارن در زمین لایه‌ای، جهت شارش جریان صرفاً افقی می‌باشد؛ لذا هیچ مولفه عمودی میدان الکتریکی وجود ندارد در نتیجه میدان EM دوقطبی مغناطیسی قائم از نوع TE می‌باشد و میدان الکتریکی صرفاً دارای مولفه  $\emptyset$  می‌باشد؛ که با رابطه Ward and Hohm- تعریف می‌شود  $E_\emptyset = -\frac{y}{r} E_x + \frac{x}{r} E_y$

(ann, 1988)؛ در این رابطه  $E_x$  و  $E_y$  از روابط مربوط به مد TE در جدول ۱ محاسبه می‌شوند. با در نظر گرفتن

$$\frac{\partial J_0(\lambda r)}{\partial x} = -\lambda \frac{x}{r} J_1(\lambda r) \quad (13)$$

$$E_\emptyset = -\frac{\hat{z}_0 m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda r) d\lambda$$

برای دوقطبی مغناطیسی قائم یک میدان مغناطیسی شعاعی  $H_r = \frac{x}{r} H_x + \frac{y}{r} H_y$  و نیز یک میدان مغناطیسی قائم  $H_z$  وجود دارد که مطابق روابط (۱۴) و (۱۵) تعریف می‌شوند.

$$H_r = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} - r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \quad (14)$$

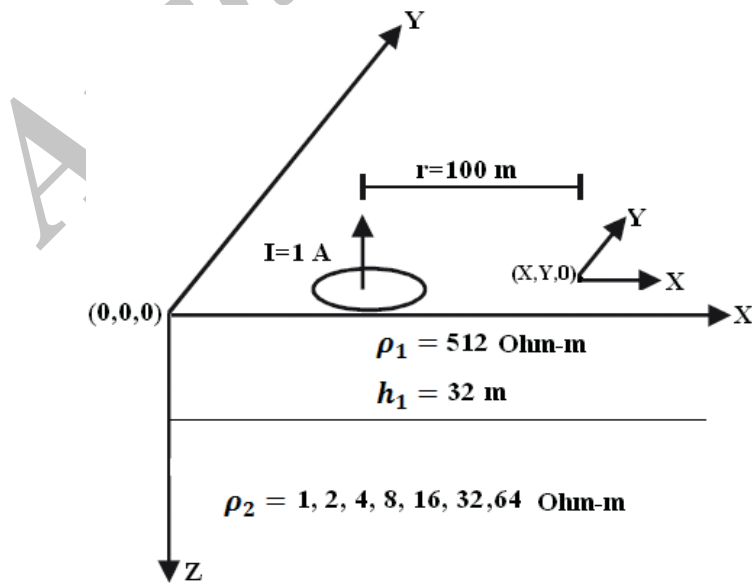
### مدل زمین دو لایه

به منظور بررسی پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین دو لایه، محاسبات با در نظر گرفتن دو مدل متفاوت از زمین دو لایه انجام شده است. مدل اول (شکل ۲) شامل لایه‌ای مقاوم با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهم متر و با ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند افزایشی ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ اهم متر می‌باشد. مدل دوم (شکل ۴) شامل لایه‌ای کم مقاومت با مقاومت ویژه ۲ اهم متر و با ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهم متر در نظر گرفته شده است. برای مدل اول و دوم مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  نرمال شده و نیز تغییرات فاز میدان EM برحسب درجه محاسبه و به ترتیب در اشکال ۳ و ۵ نمایش داده شده‌اند. در شکل ۳ ملاحظه می‌کنید، حساسیت مولفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی موج الکترومغناطیس با کاهش رسانندگی الکتریکی نیم فضا در مدل زمین دو لایه شکل ۲ تغییر می‌کند. همچنین با افزایش رسانندگی الکتریکی نیم فضا مقدار بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده به سمت فرکانس‌های بزرگتر تغییر مکان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، حساسیت مولفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی موج الکترومغناطیس به تغییرات رسانندگی الکتریکی لایه دوم در مدل زمین دو لایه شکل ۴ تقریباً یکسان می‌باشد؛ از طرفی با تغییر رسانندگی الکتریکی لایه دوم بیشینه مقدار نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه

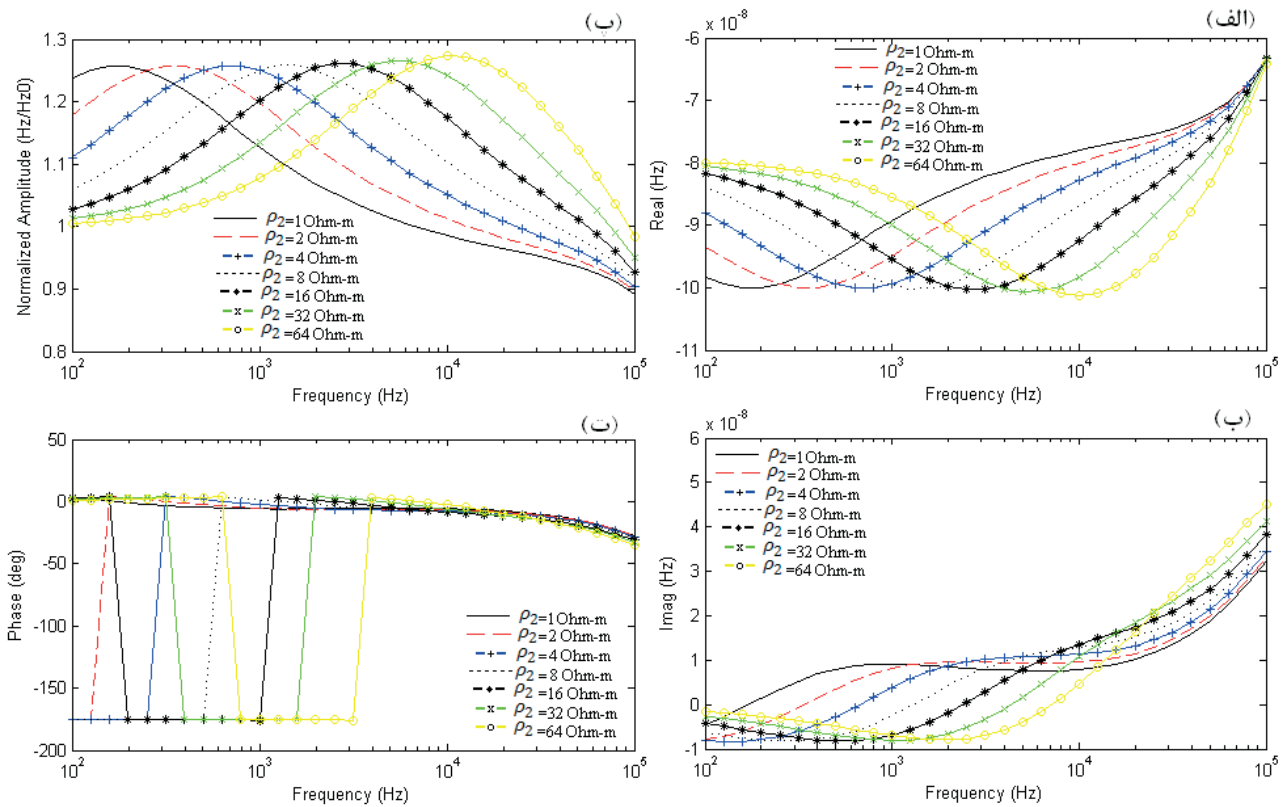
فاصله  $r$  باشد. در روابط بالا  $k_n^2 = \omega^2 \mu_n \epsilon_n - i\omega \mu_n \sigma_n$  می‌باشد. نقطه سنجش پاسخ میدان EM از مرکز چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم می‌باشد. روابط (۱) تا (۱۷) معادلات موج در حوزه فرکانس می‌باشند؛ در این روابط  $\mu$ ،  $\sigma$  و  $\omega$  توابعی از فرکانس هستند. در روابط بالا برای فرکانس‌های  $(f \ll 10^5 \text{ Hz})$ ، برای مواد زمین  $\mu \epsilon \omega^2 \ll \mu \sigma \omega$  بوده و جریان‌های جابجایی بسیار کمتر از جریان‌های القایی<sup>۱</sup> به زمین می‌باشند؛ لذا می‌توان عدد موج را بصورت  $k_n = (-i\omega \mu_n \sigma_n)^{1/2}$  در نظر گرفت.

### مدل سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس از زمین لایه‌ای

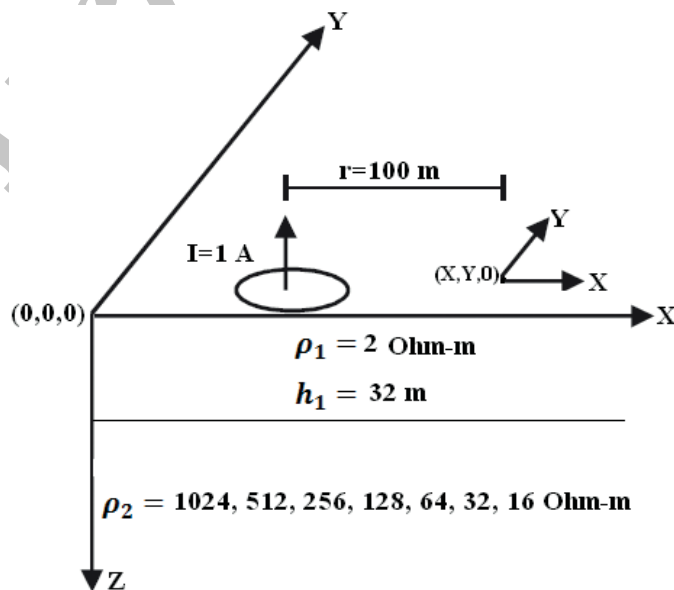
به منظور مدل سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای، با در نظر گرفتن مدل زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت‌های مختلف، مولفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. چشمه شامل یک لوپ در صفحه x-y با محور قائم در راستای Z با فاصله افقی ۱۰۰ متر از گیرنده واقع در صفحه x-y فرض می‌شود. ارتفاع چشمه و گیرنده از سطح زمین  $z=0$  می‌باشد. شدت جریان چشمه ۱A، مساحت چشمه  $1 \text{ m}^2$  و گشتاور دوقطبی آن برابر با  $1 \text{ Am}^2$  می‌باشد. بیشینه و کمینه فرکانس مورد استفاده در محاسبات به ترتیب 100KHz و 100Hz می‌باشند. جریان‌های جابجایی با فرض ناچیز بودن در محاسبات منظور نشده‌اند.



شکل ۲. مدل زمین دو لایه شامل لایه‌ای مقاوم با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهم متر و با ضخامت ۳۲ متر واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند افزایشی ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ اهم متر.

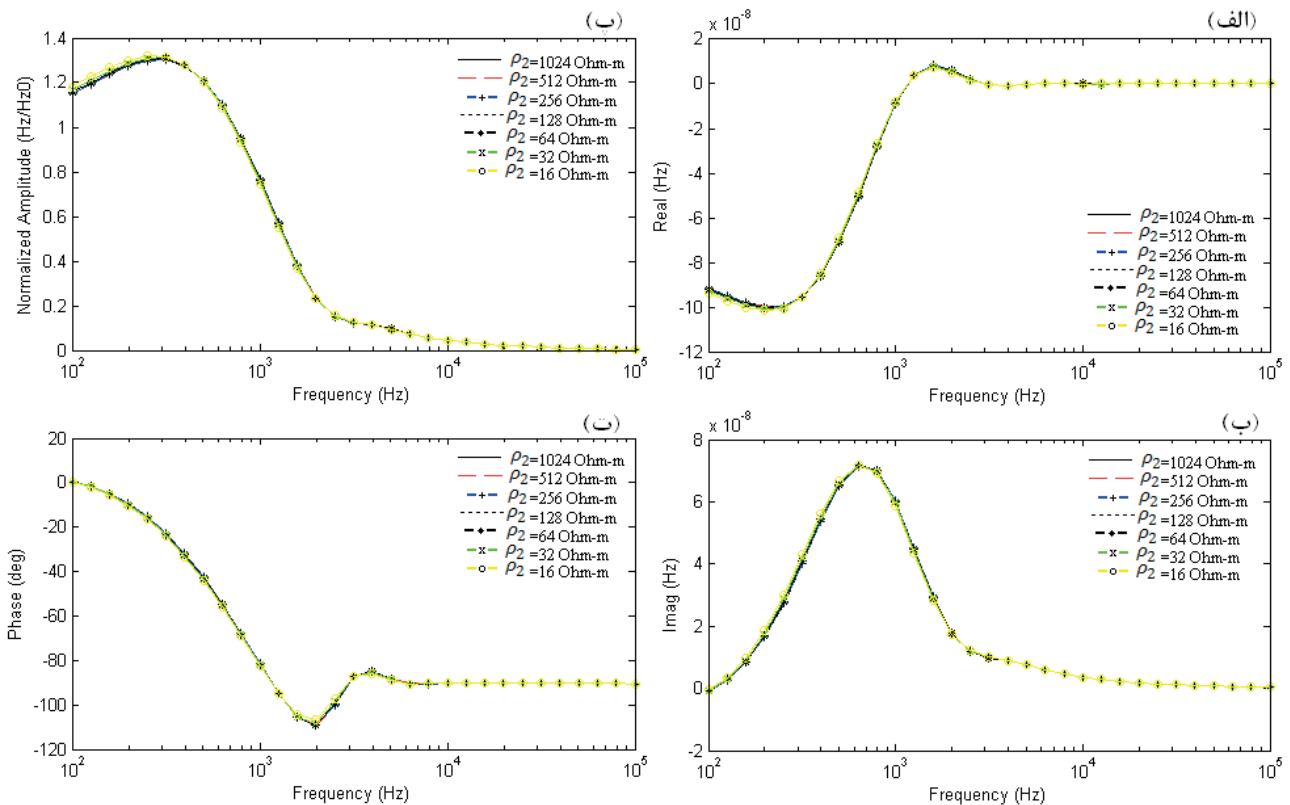


شکل ۳. الف) مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، ب) مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، پ) نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z0}}$ ) نرمال شده و ت) تغییرات فاز میدان EM برحسب درجه برای مدل شکل ۲.



شکل ۴. مدل زمین دو لایه شامل لایه ای کم مقاوم با مقاومت ویژه ۲ اهم متر و با ضخامت ۳۲ متر واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهم متر.





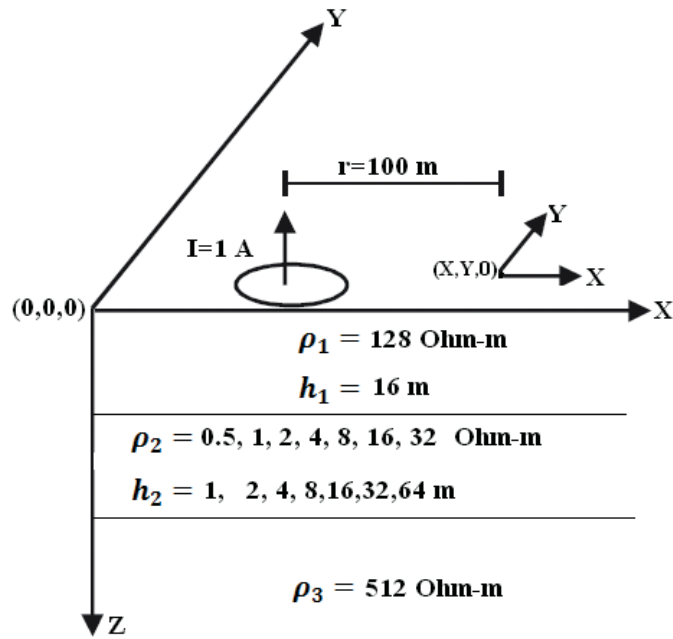
شکل ۵. الف) مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، ب) مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، پ) نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  نرمال شده، و ت) تغییرات فاز میدان EM بر حسب درجه برای مدل شکل ۴.

اهم متر واقع شده است. برای مدل اول، دوم و سوم مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  نرمال شده و نیز تغییرات فاز میدان EM بر حسب درجه محاسبه و به ترتیب در شکل های ۷، ۹ و ۱۱ نمایش داده شده اند. همان گونه که در شکل ۷ ملاحظه می شود، با کاهش رسانندگی الکتریکی و افزایش هم زمان ضخامت لایه دوم در مدل شکل ۶، حساسیت مولفه های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی موج الکترومغناطیس و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده و تغییرات فاز متناظر با آن کاهش می یابد. در شکل ۹ برخلاف شکل ۷ دیده می شود که حساسیت مولفه های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی موج الکترومغناطیس و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده و تغییرات فاز متناظر با آن، با افزایش هم زمان رسانندگی الکتریکی و ضخامت لایه دوم در مدل شکل ۸ افزایش می یابد. مدل زمین سه لایه در شکل ۱۰ مشابه مدل زمین سه لایه شکل ۸ می باشد با این تفاوت که ضخامت لایه دوم در آن ثابت در نظر گرفته شده است. همان گونه که در شکل ۱۱ ملاحظه می شود، حساسیت مولفه های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی موج الکترومغناطیس و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم

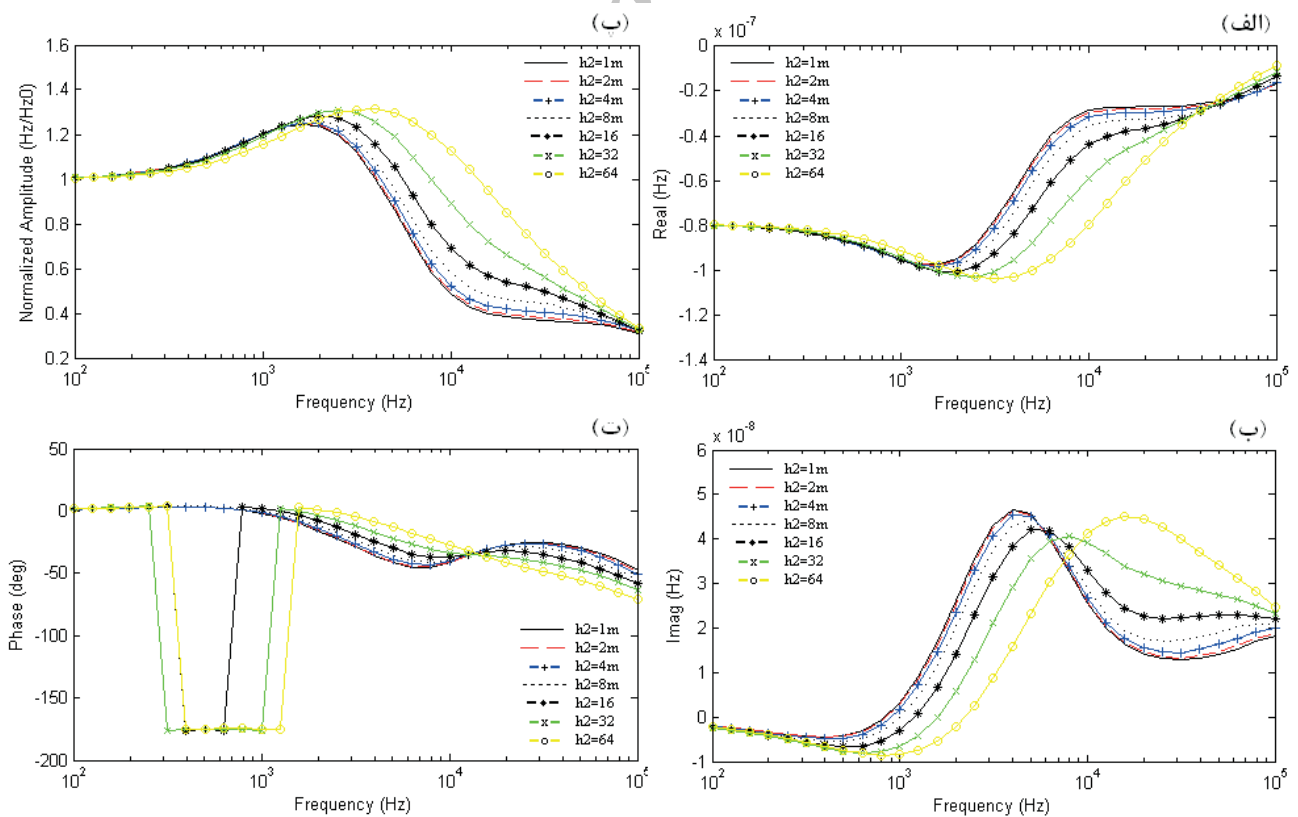
به اولیه نرمال شده، تقریباً یکسان بوده و تقریباً در یک فرکانس مشاهده می شود.

### مدل زمین سه لایه

به منظور بررسی پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین سه لایه، محاسبات با در نظر گرفتن سه مدل متفاوت از زمین سه لایه انجام شده است. مدل اول (شکل ۶) شامل لایه ای با مقاومت ویژه های متفاوت با روند افزایشی ۰/۵، ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ اهم متر و با ضخامت های متناظر مقادیر مقاومت ویژه ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ متر می شود که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۱۲۸ اهم متر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهم متر واقع شده است. مدل دوم (شکل ۸) شامل لایه ای با مقاومت ویژه های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهم متر و با ضخامت های متناظر مقادیر مقاومت ویژه ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ متر می شود که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهم متر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲ اهم متر واقع شده است. مدل سوم (شکل ۱۰) شامل لایه ای با مقاومت ویژه های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهم متر و با ضخامت ثابت ۱۶ متر می شود که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهم متر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲

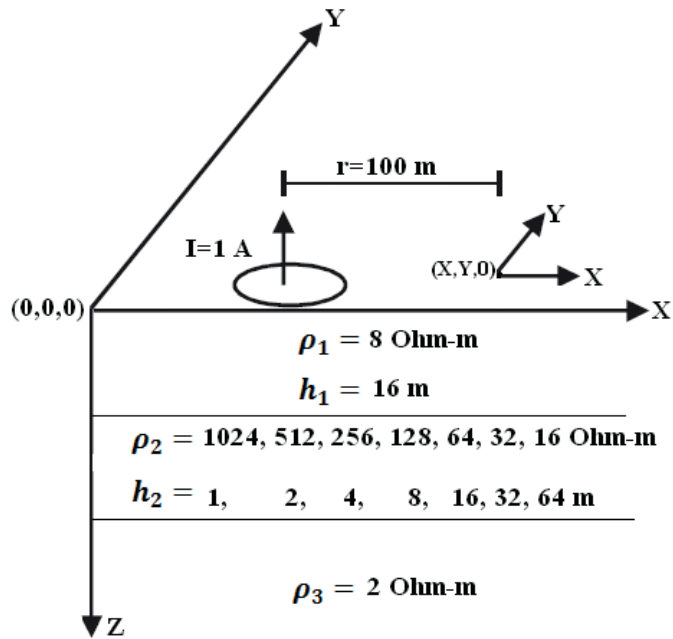


شکل ۶. مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند افزایشی ۰/۵، ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ اهم‌متر و با ضخامت‌های متناظر مقادیر مقاومت ویژه ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ متر که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۱۲۸ اهم‌متر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم‌فضا با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهم‌متر واقع شده است.

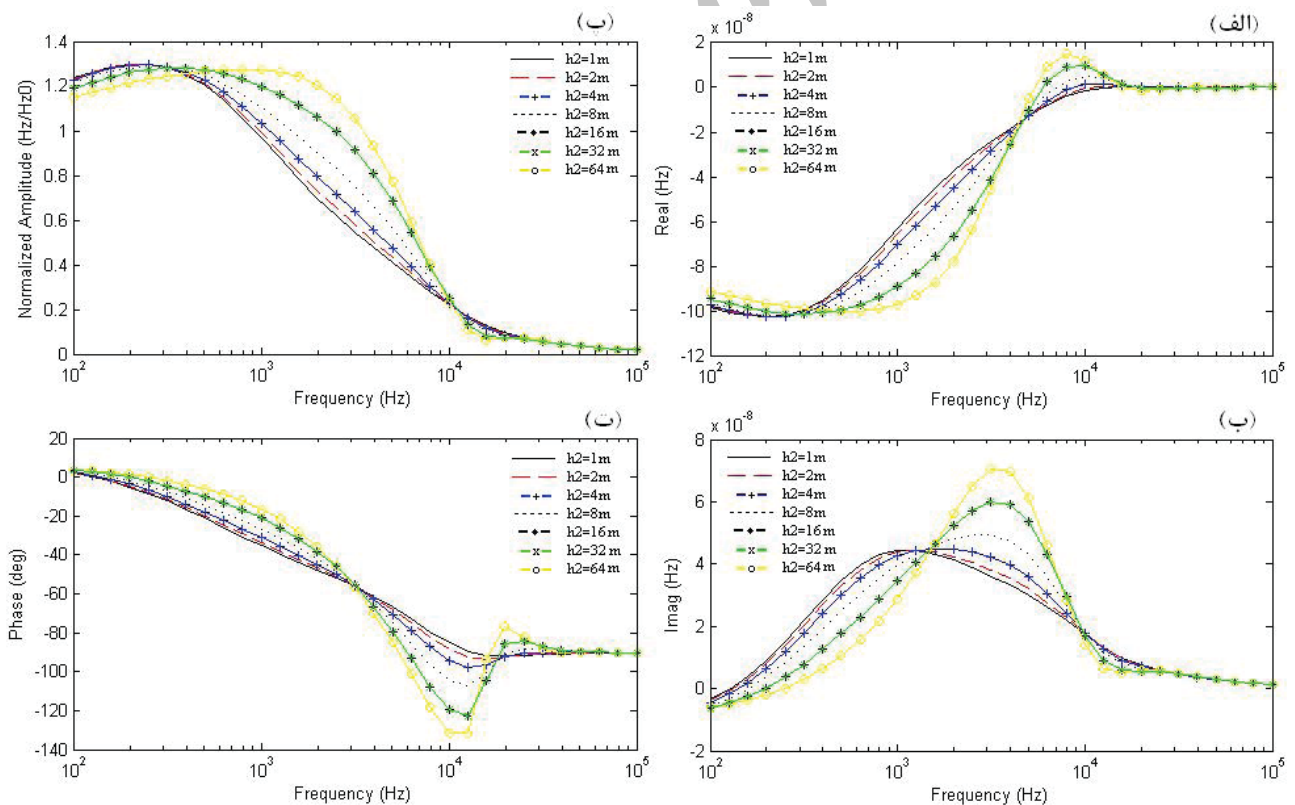


شکل ۷. الف) مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، ب) مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، پ) نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  نرمال شده، و ت) تغییرات فاز میدان EM برحسب درجه برای مدل شکل ۶.

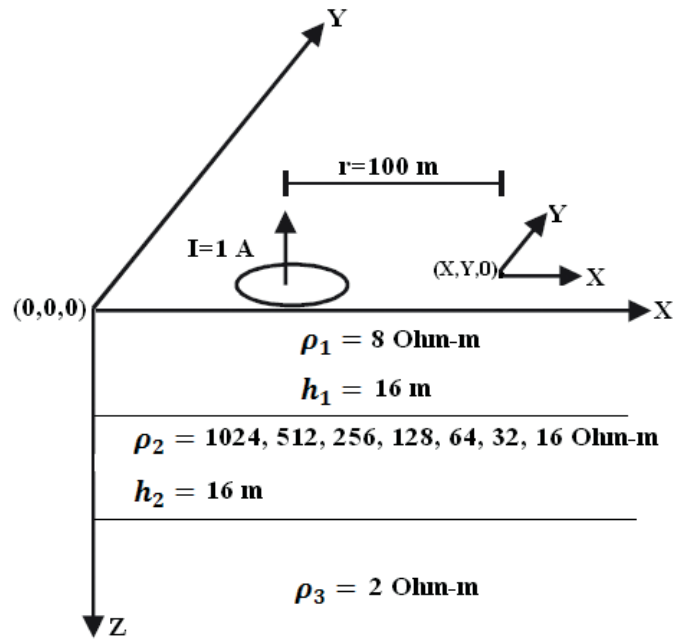




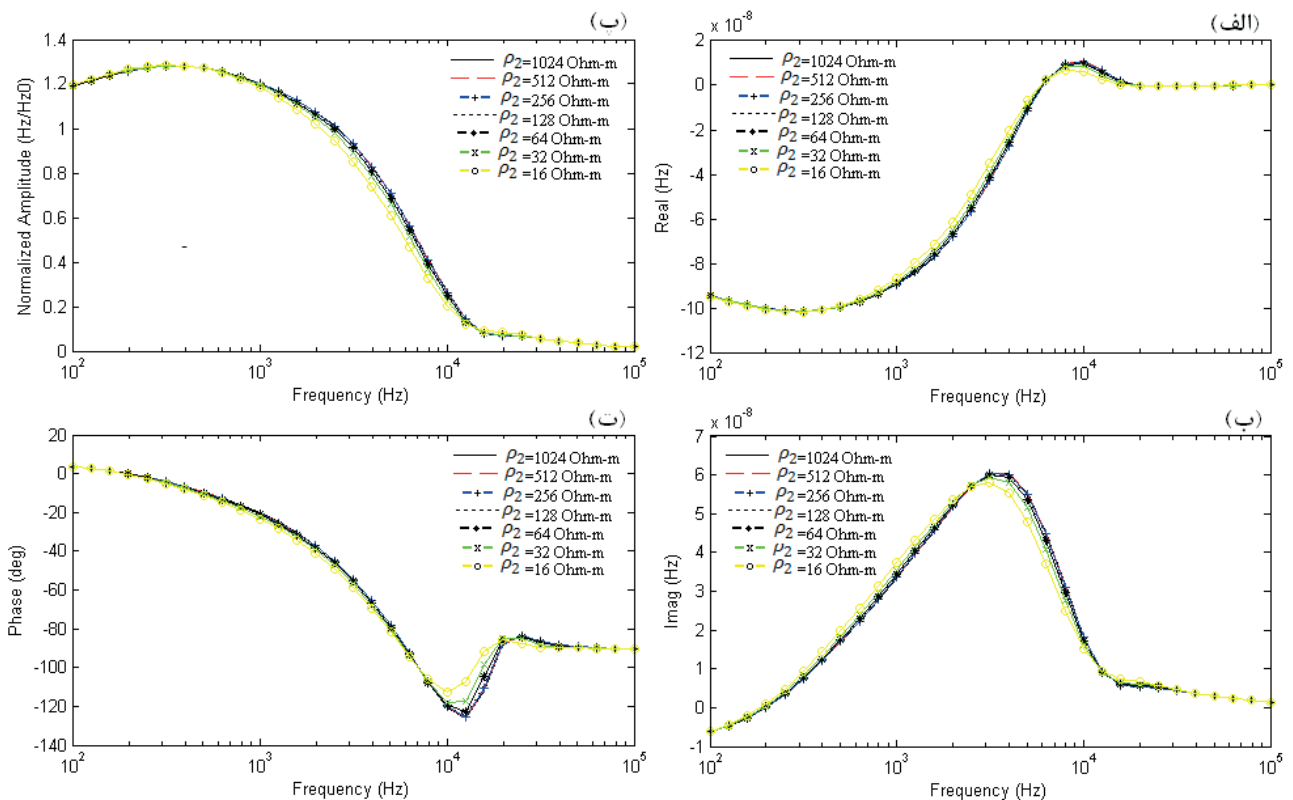
شکل ۸. مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند کاهشی  $1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16$  اهم‌متر و با ضخامت‌های متناظر  $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$  متر و یک نیم‌فضا با مقاومت ویژه  $2$  اهم‌متر واقع شده است.



شکل ۹. الف) مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، ب) مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، پ) نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  نرمال شده، و ت) تغییرات فاز میدان EM برحسب درجه برای مدل شکل ۸.



شکل ۱۰. مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهم‌متر و با ضخامت ثابت ۱۶ متر که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهم‌متر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم‌فضا با مقاومت ویژه ۲ اهم‌متر واقع شده است.



شکل ۱۱. الف) مولفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، ب) مولفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM برحسب آمپر بر متر، پ) نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده، و ت) تغییرات فاز میدان EM برحسب درجه برای مدل شکل ۱۰.

- Kaufman, A.A. and Eaton, P.A., 2001. The Theory of Inductive Prospecting. Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam, 688.

- Kaufman, A.A. and Keller, G.V., 1983. Frequency And Transient Soundings. Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam, 685.

- Koefoed, O., Ghosh, D.P. and Palman G.J., 1972. Computation of type curves for electromagnetic depth sounding with a horizontal transmitting coil by means of a digital linear filter. Geophysical Prospecting, 20, 406–420.

- Mallick, K., 1971. Electromagnetic response of a layered transitional earth infinite cable. Pure and Applied Geophysics, 83, 102–110.

- Morrison, H.F., Phillips, R.J. and O'Brien, D.P., 1969. Quantitative interpretation of transient electromagnetic fields over a layered half-space. Geophysical Prospecting, 21, 1–20.

- Patra, H.P. and Mallick, K., 1980. Geo-Sounding Principles 2. Elsevier Science Publication Company, Amsterdam, 419.

- Singh, N.P. and Mogi, T., 2010. EMDPLER: A F77 program for modeling the EM response of dipolar sources over the non-magnetic layer earth models. Computers and Geosciences 36, 430–440.

- Sinha, A.K., 1968. Electromagnetic field of an oscillating magnetic dipole over an anisotropic earth. Geophysics, 33, 346–353.

- Sinha, A.K., 1969. Vertical electric dipole over an inhomogeneous and anisotropic earth. Pure and Applied Geophysics, 72, 123–147.

- Sinha, A.K. and Bhattacharyya, P.K., 1967. Electric dipole over an anisotropic and inhomogeneous earth. Geophysics, 32, 652–667.

- Ward, S.H., Hohmann, G.W., 1988. Electromagnetic theory for geophysical applications. In: Nabighian, M.N., Electromagnetic methods in applied geophysics. Society of Exploration Geophysicists, 1, 131–311.

ثانویه به اولیه نرمال شده و تغییرات فاز متناظر با آن نسبت به افزایش رسانندگی الکتریکی لایه دوم در مدل شکل ۱۱ بسیار ناچیز می‌باشد.

### نتیجه گیری

در این مقاله به منظور مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای، با در نظر گرفتن مدل زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت‌های مختلف، مولفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه  $(\frac{H_z}{H_{z_0}})$  محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در این مقاله سعی شده است پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای، به صورت کامل فرمول‌بندی شود؛ تا خواننده جهت فهم روابط و فرمول‌ها نیازی به مطالعه مقالات و کتاب‌های مرجع متفاوت در این زمینه نداشته باشد. مدل‌های تولید شده در این مقاله می‌توانند جهت تفسیر هرچه بهتر مولفه‌های پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشمه دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای توسط محققین علوم زمین به کار روند؛ از طرفی نتایج ارائه شده در این مقاله می‌تواند فراهم آورنده ایده تولید الگوریتم‌های جدید برای محاسبه مقاومت ویژه از مولفه‌های میدان الکترومغناطیس و معکوس‌سازی آن جهت تولید مدل‌های عمقی رسانندگی الکتریکی باشد.

### منابع

- Anderson, W.L., 1979. Numerical integration of related Hankel transforms of order 0 and 1 by adaptive digital filtering. Geophysics, 44, 1287–1305.

- Anderson, W.L., 1982. Fast HTs using related and lagged convolution. ACM Transactions on Mathematical Software, 8, 344–368.

- BanÖs, A., 1966. Dipole Radiation in the Presence of a Conducting Half-Space. Pergamon Press, 245.

- Frischknecht, F.C., 1967. Fields about an oscillating magnetic dipole over a two-layer earth and application to ground and airborne electromagnetic surveys. Quarterly of the Colorado School of Mines, 62, 1–326.

- Fuller, J.A. and Wait, J.R., 1972. High frequency electromagnetic coupling between small coplanar loops over an inhomogeneous ground. Geophysics, 37, 997–1004.

- Gupta, P.K., Niwas, S. and Chaudhary, N., 2006. Fast computation of Hankel transform using orthonormal exponential approximation of complex kernel functions. Journal of Earth System Sciences, 115, 267–276.