

# ترکیب الگوریتم خوشه‌بندی Fuzzy c-means با شبکه عصبی پرسپترون چند لایه برای افزایش دقت تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی، مثال موردی-محدوده شرقی کانسارمس پورفیری سوناجیل

محرم جهانگیری<sup>۱\*</sup>، سیدرضا قوامی ربابی<sup>۲</sup> و بهزاد تخم‌چی<sup>۲</sup>

۱. دانش‌آموخته دکتری مهندسی اکتشاف معدن، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران

۲. دانشیار دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۲/۲۳

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۲/۲۰

## چکیده

روش‌های شناسایی الگو توانایی کشف روابط پنهان موجود در بین داده‌های اکتشافی را دارند و با بهره‌گیری از این روش‌ها، الگوی پراکندگی ژئوشیمیایی حاکم بر عناصر در محدوده مورد مطالعه قابل شناسایی و تعمیم است. یکی از روش‌های شناسایی الگو، شبکه عصبی چند لایه است که در تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی در مطالعات معدنی استفاده می‌شود و دقت قابل قبولی ارائه می‌نماید. در این مطالعه، روش شبکه عصبی چند لایه به‌عنوان تخمینگر انتخاب شده و با ۱۷۵۵ نمونه سنگی آنالیز شده با روش ICP، طراحی تخمینگر انجام پذیرفته است. در تحلیل‌ها برای بالا بردن دقت تخمین شبکه عصبی از الگوریتم خوشه‌بندی FCM استفاده شده است. پس از شناسایی تعداد خوشه بهینه موجود در داده‌های ژئوشیمیایی، اقدام به خوشه‌بندی شده و مجموعه داده برای طراحی تخمینگرها از داده‌های خوشه‌بندی شده انتخاب شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده، دقت تخمین را ۱۳ درصد افزایش داده و میانگین دقت تخمینگرهای عناصر ژئوشیمیایی که در حالت استفاده از کل داده‌ها برابر ۷۵ درصد بود به ۸۸ درصد افزایش یافته است. عناصری با دقت‌های پایین در حالت استفاده از کل داده‌ها، در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده افزایش قابل ملاحظه‌ای از خود نشان داده و خطای تخمین (MSE) در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی به میزان قابل توجهی کاهش پیدا کرده است و میانگین خطا از مقدار ۰/۰۷۹ با کاهشی ۳ برابری به ۰/۰۲۵ رسیده است.

**واژه‌های کلیدی:** تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی، الگوریتم خوشه‌بندی FCM، شبکه عصبی چند لایه، بهبود دقت تخمین.

## مقدمه

(Goovaerts, 1997; Journal and Huijbregts, 1978). مدل پراکندگی ژئوشیمیایی عناصر در مناطق کانی‌سازی با توجه به فرآیندهای زمین‌شناسی که در تشکیل کانسارها دخالت دارند پیچیده است (Jalloh et al., 2016). ساختار

بررسی دقیق هاله‌های پراکندگی ژئوشیمیایی عناصر در محدوده کانی‌سازی و انتخاب روش تخمین غلظت می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های آینده پروژه‌های معدنی موثر باشد

\* نویسنده مرتبط: m.jahangiri2000@gmail.com

غلظت عناصر ژئوشیمیایی است (Samanta et al., 2005) الگوریتم ژنتیک (GA) و روش لنورگ-مارکوارت (LM) برای بهینه‌سازی وزن نمونه‌ها در مرحله آموزش سبب افزایش دقت تخمین شبکه عصبی می‌شود (Mahmoudabadi et al., 2009). افزایش دقت تخمین با شبکه عصبی موجک (Xiao-li et al., 2009)، نرو فازی (Tahmasebi and Hezarkhani, 2010a) و منطق فازی-الگوریتم ژنتیک (and Hezarkhani, 2010b)، منطق فازی-الگوریتم ژنتیک (Tahmasebi and Hezarkhani, 2012; Allahkarami, et al., 2017) انجام شده است.

در اکتشافات ژئوشیمیایی، به دنبال آنومالی‌های ژئوشیمیایی هستیم (Ghavami-Riabi et al., 2010). با توجه به این‌که داده‌های اکتشافی سطحی و عمقی، دارای بخش‌های با ارزش متفاوت هستند که ممکن است همه آن‌ها برای اکتشاف یک ماده معدنی خاص دارای ارزش یکسان نباشند، لازم است الگوهای شاهد کانی‌سازی از میان مجموعه داده‌های اکتشافی استخراج شود (Carranza, 2008). از دهه ۱۹۷۰، تکنیک‌های تشخیص الگو برای شناسایی الگوهای پنهان داده‌های ژئوشیمیایی و تعیین ساختار فضایی آنومالی و زمینه به کار گرفته شده‌اند (Cheng, 2004) بررسی روابط الگوهای ژئوشیمیایی ذخایر بزرگ معدنی در مقایسه با ذخایر کوچک از جمله موارد دیگر کاربرد تکنیک‌های تشخیص الگو است (Qiuming, 2008; Zhijing et al., 2008).

داده‌های با بیشترین همبستگی بین نمونه‌ای درون خوشه‌های مشابه قرار می‌گیرند و الگوریتم خوشه‌بندی FCM توانایی شناسایی این خوشه‌ها را دارد. استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده در آموزش تخمینگر شبکه عصبی باعث می‌شود داده‌های ورودی و خروجی تخمینگر ارتباط بهتری برقرار کنند و در نتیجه احتمال افزایش دقت تخمین وجود دارد. این شرایط در مطالعات قبلی در نظر گرفته نشده است و نتایج به‌دست آمده از دقت پایینی برخوردار بوده است.

در این مطالعه، برای ارزیابی تعداد خوشه بهینه داده‌های موجود، از شاخص‌های اعتبارسنجی کمک گرفته شده است. با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM، خوشه‌بندی انجام و تخمینگر شبکه عصبی به‌وسیله داده‌های خوشه‌بندی شده

پیچیده کانسارهای معدنی، مدل‌سازی پراکندگی غلظت عناصر ژئوشیمیایی را با مشکل مواجه می‌کند و مهندسی معدن و زمین‌شناسان، از دهه‌ها قبل به دنبال تکنیک‌هایی برای تخمین دقیق پراکندگی عناصر بوده‌اند (Goovaerts, 1997; Journel and Huijbregts, 1978; Rendu, 1979).

روش‌ها و تکنیک‌های مختلفی برای تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش‌های زمین‌آمار (Rendu, 1979; Hornik et al., 1989) شبکه عصبی مصنوعی (Samanta et al., 2002; Rooki et al., 2011; Koike and Matsuda, 2003; Jozanikohan et al., 2015) اشاره کرد. شبکه عصبی مصنوعی به دلیل توانایی شناسایی روندهای غیرخطی داده‌های ژئوشیمیایی و شناخت روابط پیچیده غیرخطی موجود بین داده‌های ورودی و خروجی به ابزاری قدرتمند برای حل بسیاری از مشکلات محاسباتی تبدیل شده است. این روش به‌صورت گسترده‌ای در تخمین غلظت عناصر مورد استفاده قرار گرفته (Jafrasteh and Fathianpour, 2017; Nakhaei and Irannajad, 2013) و بر اساس ارتباطات پیچیده بین مختصات فضایی نمونه‌ها و عیار عنصر مورد بررسی، پراکندگی غلظت در محدوده مورد مطالعه شناسایی و مدل‌سازی می‌شود (Guo, 2010). بر خلاف شبکه عصبی مصنوعی، در بسیاری از روش‌های زمین‌آماري رایج مانند کریجینگ، تخمین‌گرها خطی هستند (Hornik et al., 1989).

در برخی از موارد که درجه توزیع و الگوهای روابط پیچیده است، روش‌های زمین‌آماري، قادر به دادن بهترین پاسخ نمی‌باشد و به روشی نیاز است که بتواند روابط غیرخطی را شناسایی کند (Strebelle, 2002). علاوه بر این، در روش‌های زمین‌آماري مبتنی بر دونقطه، دقت کم است و این هم به دلیل برخی محدودیت‌ها و کاستی‌های این روش‌ها می‌باشد (Tahmasebi and Hezarkhani, 2012; Tahmasebi et al., 2012).

محققان مختلفی با تلفیق روش‌های مختلف با تخمینگر شبکه عصبی، دقت تخمین را افزایش و خطای آن را کاهش داده‌اند. مقایسه عملکرد شبکه عصبی به‌تنهایی و ترکیب با الگوریتم رده‌بندی آدابوست، نشان‌دهنده عملکرد تخمین

است. منطقه از پتانسیل کانی‌سازی مطلوبی بخصوص برای تیپ‌های مس-مولیبدن و طلا برخوردار باشد که به علت فعالیت‌های ماگماتیسیم گسترده (چه به لحاظ زمانی، مکانی و چه به لحاظ تنوع عمق سنگ‌ها) احتمال امیدبخشی یافتن ذخیره پورفیری افزایش می‌دهد. این امیدبخشی بخصوص با توسعه زون‌های دگرسانی در منطقه افزایش پیدا می‌کند.

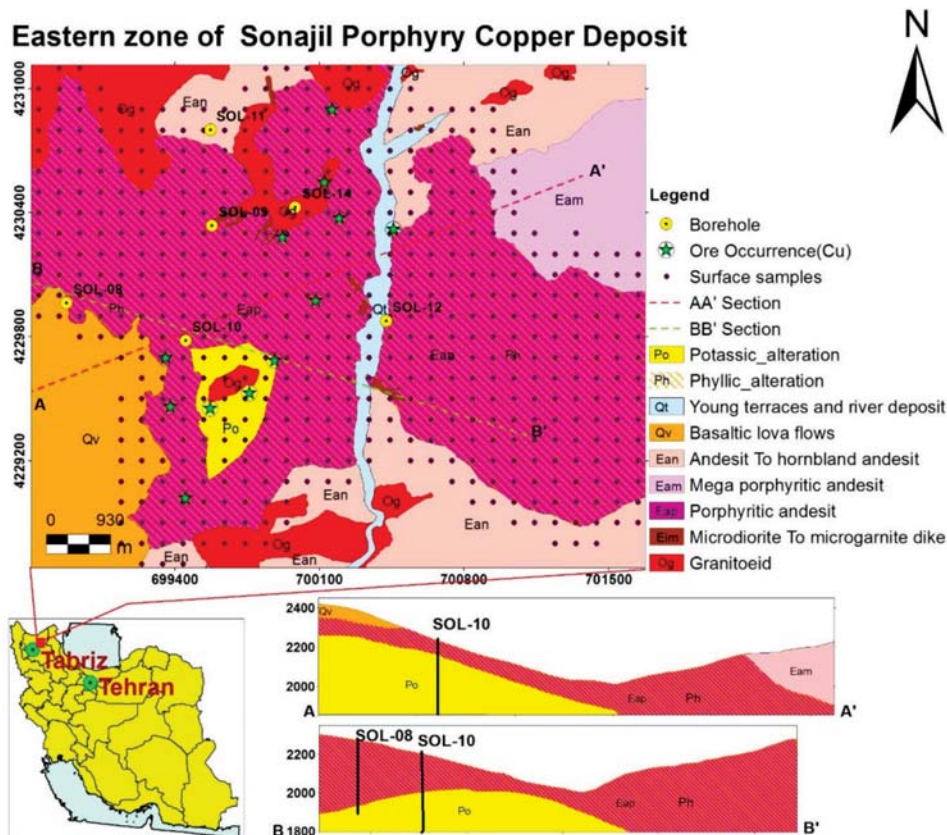
بررسی‌های صحرایی در محدوده کانسار سوناجیل نشان می‌دهد که سنگ‌های درونگیر توده پورفیری سوناجیل شامل تناوبی از نهشته‌های ولکانیک و ولکانو-کلاستیک ائوسن می‌باشد که از قدیم به جدید شامل جریانات بازالتی (Qv)، آندزیت و هورنبلند آندزیت (Ean)، آندزیت‌های مگاپورفیری (Eam)، آندزیت پورفیری (Eap)، میکرودیوریت و دایک‌های میکرودیوریتی (Eim) و گرانیتوئیدها (Og) می‌باشند. آندزیت پورفیری بخش وسیعی از محدوده مورد مطالعه را پوشش داده است. توده پورفیری سوناجیل، دگرسانی‌های متنوعی از جمله پتاسیک و فلیک را در سطح به نمایش گذاشته است (Hezarkhani, 2003) (شکل ۱).

طراحی گردید و برای تخمین‌گر غلظت عناصر ژئوشیمیایی از آنها استفاده شد.

## زمین‌شناسی

توده مس پورفیری سوناجیل در فاصله هوایی ۱۷ کیلومتری شرق هریس و ۴۵ کیلومتری جنوب شرق اهر در استان آذربایجان شرقی قرار گرفته است. این منطقه طبق تقسیمات زمین‌شناسی ایران در زون البرز غربی-آذربایجان قرار دارد و بخشی از نوار آتشفشانی البرز-آذربایجان به سن ترشیر می‌باشد. وجود آلتراسیون‌های فراوان و سنگ‌های آندزیتی تا آندزیت مگاپورفیری که خاستگاه مناسبی برای کانی‌سازی مس هستند، منجر به پیشنهاد انجام عملیات اکتشافی در محدوده‌ای به وسعت تقریباً دو کیلومتر مربع شد.

توده پورفیری سوناجیل قدیمی‌ترین توده نفوذ در طی ماگماتیسیم ترشیری در منطقه بوده و دارای دگرسانی شدید، ترکیب سنگ‌شناسی خاص و پیچیدگی زمین‌شناسی



شکل ۱. نقشه زمین‌شناسی اصلاح شده شرق محدوده اکتشافی سوناجیل هریس (Hezarkhani, 2003)

## داده‌های ژئوشیمیایی

۱۷۵۵ نمونه برای این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است. نمونه‌های سطحی مورد مطالعه با روش ICP برای ۴۵ عنصر مورد آنالیز قرار گرفته و نمونه‌های عمقی برای ۲۳ عنصر آنالیز شده است. عناصر مشترک در سطح و عمق، ۲۲ عنصر بوده که برای این مطالعه انتخاب شده‌اند (جدول ۱).

نمونه‌برداری سطحی از واحدهای سنگی در شبکه‌ای مربعی و با فاصله تقریبی ۱۰۰ متری به تعداد ۵۶۲ نمونه انجام شد و شش گمانه اکتشافی با متراژ ۲۴۶۵ متر حفاری گردید. نمونه‌برداری با فاصله دو متری در طول گمانه‌ها انجام شده که شامل ۱۱۹۳ نمونه می‌باشد. در مجموع تعداد

جدول ۱. عناصر مشترک ژئوشیمیایی سطحی و عمقی

Al	As	Ba	Be	Ca	Co	Cu	Fe	K	La	Mg
Mn	Mo	Na	Ni	P	Pb	S	Sc	Sr	V	Zn

## خوشه‌بندی Fuzzy c-means

الگوریتم‌های خوشه‌بندی با توانایی شناسایی ویژگی‌های مشترک بین مجموعه‌ای داده ایجاد شده‌اند و می‌توانند الگوها و ارتباطات بین داده‌های یک مجموعه بزرگ را کشف نمایند و داده‌ها را با توجه به ویژگی‌های مشترک درون گروهی، خوشه‌بندی کنند (Halkidi et al., 2001). یکی از بهترین الگوریتم‌های خوشه‌بندی فازی، الگوریتم c میانگین می‌باشد. در این الگوریتم مجموعه داده به c خوشه تقسیم می‌شوند و تعداد c از قبل تعیین می‌شود. تابع هدف الگوریتم FCM برای پارامترهای  $(i=1, \dots, n; j=1, \dots, c)$   $y_{ji}$  به صورت زیر است (Chiu, 1994):

$$J_r = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c y_{ji}^r |x_i - m_j|^2 \quad (1) \text{ رابطه}$$

پارامتر  $x_i$  نمونه  $i$ ام و پارامتر  $m_j$  مرکز زامین خوشه است و n تعداد نمونه‌ها (اشیاء) می‌باشد (Webb, 2003).

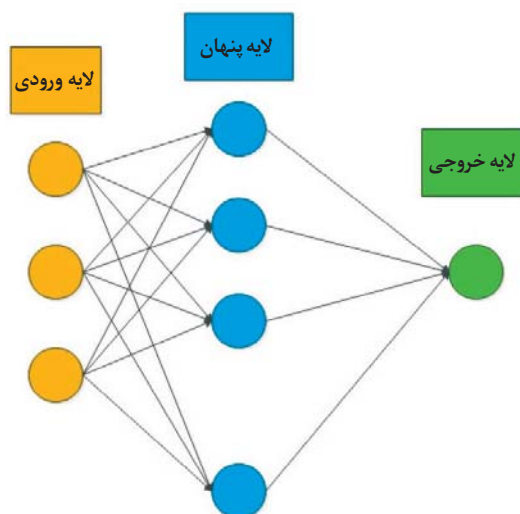
شاخص‌های اعتبارسنجی

شاخص‌های اعتبارسنجی به دو گروه تقسیم‌بندی می‌شوند. گروه اول (فشردگی) فقط از عضویت‌های خوشه‌بندی استفاده می‌کند در حالی که گروه دوم (جدایش) از عضویت‌های در ارتباط با خود داده‌ها استفاده می‌کند. در گروه اول، اغلب از شاخص‌های ضریب تقسیم‌بندی (PC) و آنتروپی طبقه‌بندی<sup>۲</sup> (CE) استفاده می‌شود (Bezdek, 1981).

1. Partition co-efficient  
2. Classification entropy

## شبکه عصبی مصنوعی

پرسپترون چند لایه (mlp) یکی از رایج‌ترین ساختارهای شبکه عصبی مصنوعی است (Moghadassi et al., 2009). پرسپترون چند لایه (mlp) دارای یک لایه ورودی و یک لایه خروجی بوده که به وسیله یک یا چند لایه پنهان از نورون‌ها به هم مرتبط می‌شوند (شکل ۲). روند آموزش شبکه عصبی با استفاده از یک سری داده که به داده‌های آموزش و آزمون تقسیم‌بندی می‌شوند انجام می‌گیرد و روابط خطی و غیرخطی موجود بین لایه‌های ورودی و خروجی به وسیله توابع غیرخطی لایه‌های نورون شناسایی می‌شوند (Pal et al., 2015).



شکل ۲. ساختار شبکه عصبی

است که به خوشه‌ها اختصاص داده است.

(د) شاخص دان جایگزین ۱۰ (ADI)

هدف از اصلاح شاخص اصلی دان جایگزین (ADI) این بود

که تابع عدم تشابه بین دو خوشه،  $(\min_{x \in C_i, y \in C_j} d(x, y))$  بر اساس مقادیری تحت اثر رابطه (۵) رتبه‌بندی شوند و محاسبات ساده‌تر شوند (رابطه ۵)،

$$d(x, y) \geq |d(y, v_j) - d(x, v_j)| \quad \text{رابطه (۵)}$$

که  $v_j$  مرکز خوشه  $j$ ام و  $d$  فاصله است.

رابطه (۶)

$$ADI(c) = \min_{i \in c, j \neq i} \left\{ \frac{\min_{x_i \in c_i, x_j \in c_j} |d(y, v_j) - d(x_i, v_j)|}{\max_{k \in c} \{ \max_{x, y \in c} d(x, y) \}} \right\}$$

کمترین مقادیر DI و ADI نشان‌دهنده بهترین تعداد

خوشه بهینه است (Dunn, 1973).

## بحث و نتایج

### طراحی تخمینگر بر اساس کل داده‌ها برای عناصر ژئوشیمیایی

تخمینگر مورد استفاده برای تخمین غلظت عناصر

ژئوشیمیایی شبکه عصبی چندلایه (mlp) دارای ۲۴ لایه

پنهان، که با سعی و خطا انتخاب شده، می‌باشد. تابع

آموزش این شبکه لونیبرگ-مارکوات (LM)، به دلیل عملکرد

بهتر، انتخاب شده است. کل داده‌های موجود دارای تعداد

۱۷۵۵ نمونه با ۲۲ مولفه (غلظت عناصر ژئوشیمیایی) بود

که از این تعداد ۷۰ درصد به عنوان آموزش و ۳۰ درصد

به عنوان آزمون انتخاب شد. مولفه‌های ورودی شبکه شامل

$X$ ،  $Y$  و  $Z$  بود که مختصات نقاط نمونه برداری است و مولفه

خروجی شبکه، غلظت هر کدام از عناصر ژئوشیمیایی است.

برای بررسی دقت تخمینگر از همبستگی رگرسیونی ( $R^2$ ) و

در گروه دوم، اغلب شاخص‌های اعتبارسنجی شاخص

زی-بنی<sup>۱</sup> (Xie and Beni, 1991) تقسیم‌بندی<sup>۲</sup> (SC) و

جدایی<sup>۳</sup> (S) به کار بسته می‌شوند (Bensaid et al., 1996)

و یا به جای این شاخص‌ها از شاخص دان<sup>۴</sup> (DI) و شاخص

دان جایگزین<sup>۵</sup> (ADI) استفاده می‌شود (Dunn, 1973).

الف) شاخص PC که توسط Bezdek (1981) ارائه شده

است، «هم‌پوشانی» بین خوشه‌ها را اندازه‌گیری می‌کند که

مطابق رابطه (۲) است:

$$PC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^2 \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن  $N$  تعداد داده‌ها و  $\mu_{ik}$  مقدار عضویت داده

نقطه‌ای در خوشه  $k$ ام می‌باشد.

ب) شاخص CE مقدار فازی بودن<sup>۶</sup> تقسیم‌بندی خوشه

را اندازه‌گیری می‌کند که مطابق رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$CE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \log \mu_{ik} \quad \text{رابطه (۳)}$$

هنگامی که خوشه‌های مختلف ارزیابی می‌شوند،

نزدیک‌تر شدن شاخص PC به یک و شاخص CE به صفر،

به عنوان بهترین خوشه در نظر گرفته می‌شوند. شاخص‌های

PC و CE حساس به پارامتر  $\beta$  می‌باشند. هر دو شاخص

تخمین PC و CE، تا حدودی مشخص می‌کنند که تا چه حد

خوشه‌ها با هم همپوشانی دارند (Bezdek, 1981).

ج) شاخص دان<sup>۴</sup> (DI)

دان، شاخص دان (DI) را در سال ۱۹۷۴ به عنوان شاخص

اعتبارسنجی برای خوشه‌بندی‌های سخت<sup>۷</sup> ارائه کرد، که در آن

مجموعه داده با  $n$  داده و با  $X$  ویژگی  $X = [x_j; j=1, \dots, n]$

درون  $K = (C_1, C_2, \dots, C_k)$  خوشه دسته‌بندی شده‌اند. هر

خوشه دارای مرکز  $v_i$  برابر با  $v_i = [i=1, 2, \dots, k]$  می‌باشد.

شاخص DI (رابطه ۴) بر اساس شناسایی خوشه‌های متراکم

و مجزا از هم تعریف شده است. بنابراین، نتیجه خوشه‌بندی

به عنوان یک الگوریتم خوشه‌بندی سخت محاسبه می‌شود.

رابطه (۴)

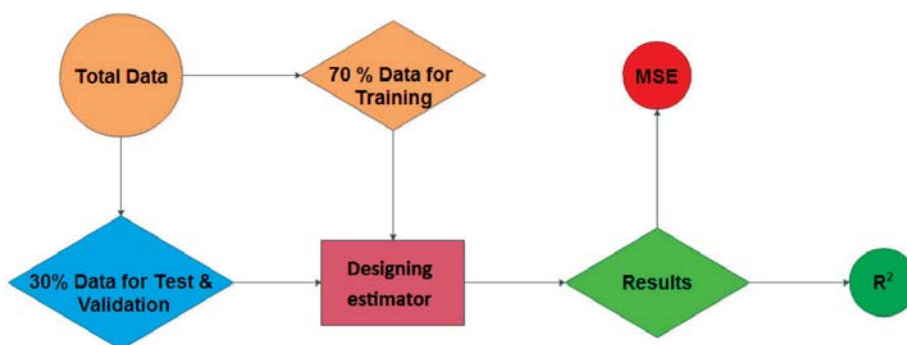
$$DI(c) = \min_{i \in c} \left[ \min_{j \in c, j \neq i} \left\{ \frac{\min_{x \in c_i, y \in c_j} d(x, y)}{\max_{k \in c} \{ \max_{x, y \in c} d(x, y) \}} \right\} \right]$$

که در آن  $d$  تابع فاصله است و  $C_i$  مجموعه عناصری

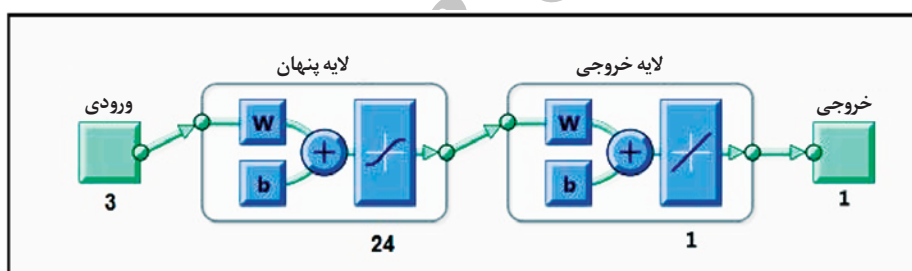
1. Xie-Beni
2. Partition index
3. Separation index
4. Dunn's index
5. Alternative Dunn's index
6. Overlapping
7. Fuzziness
8. Dunn's index
9. Crisp clustering
10. Alternative Dunn's index

۲۲ عنصر برابر ۷۵ درصد است که دقت خوبی است اما دقت بعضی از عناصر مانند Zn, As, Pb, Mo و Mn به ترتیب برابر ۰/۵۱، ۰/۶۲، ۰/۶۴، ۰/۶۵ و ۰/۶۸ درصد است که دقت کمی محسوب می‌شود. مطالعات ژئوشیمیایی بر اساس این دقت‌ها نتایج قابل قبولی ارائه نخواهد داد، بنابراین باید با استفاده از یک سری راهکارها دقت را افزایش داد که برای این کار از الگوریتم خوشه‌بندی FCM استفاده خواهد شد.

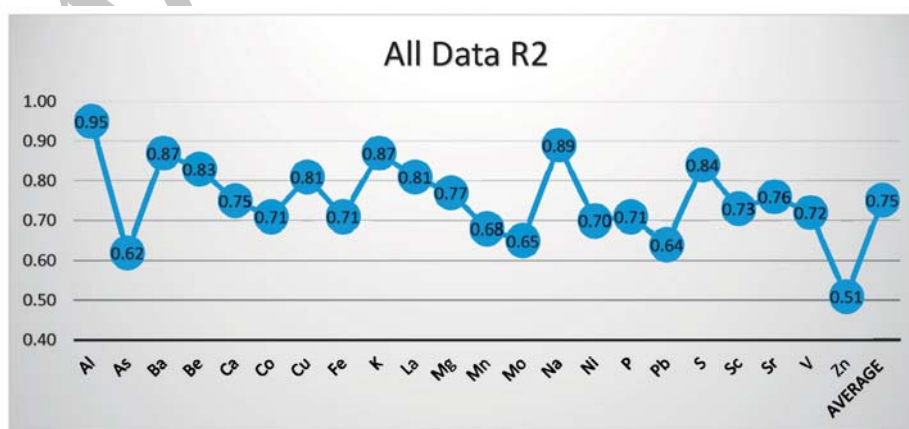
برای بررسی خطای تخمین از میانگین توان دوم خطا (یا به اختصار MSE) استفاده شده است (شکل‌های ۳ و ۴). دقت تخمین‌گر به دست‌آمده از تخمین‌گرهای تمامی عناصر ژئوشیمیایی در حالت استفاده از کل داده‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که بیشترین دقت مربوط به عنصر آلومینیوم با ۹۵ درصد و کمترین دقت مربوط به عنصر روی با ۵۱ درصد است. میانگین دقت تخمین‌گرهای



شکل ۳. طراحی تخمین‌گر با استفاده از کل داده‌ها برای عناصر ژئوشیمیایی



شکل ۴. مدل طراحی تخمین‌گر شبکه عصبی MLP



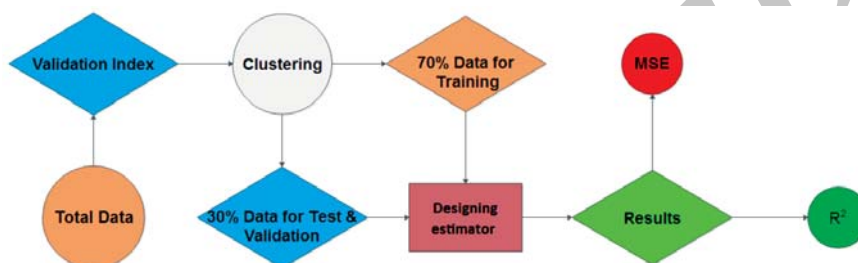
شکل ۵. دقت تخمین‌گر غلظت عناصر ژئوشیمیایی در حالت استفاده از کل داده‌ها

اعضای هر خوشه شناسایی شد (جدول ۲). با تقسیم‌بندی داده‌های هر خوشه به ۷۰ درصد آموزش و ۳۰ درصد آزمون، اقدام به طراحی تخمینگر شد (شکل ۶) تا بتوان بر اساس دقت و خطای تخمین، بهترین مجموعه داده را برای طراحی تخمینگر غلظت عناصر ژئوشیمیایی انتخاب کرد.

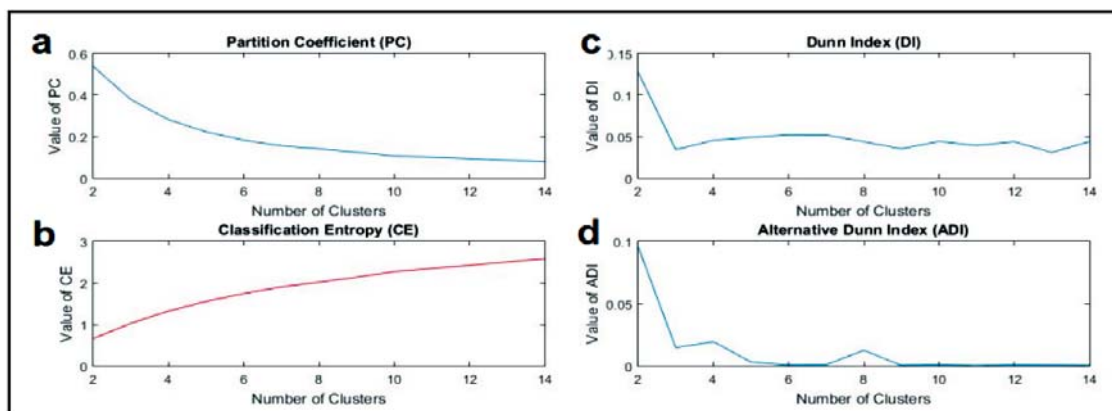
با توجه به شاخص‌های تعیین تعداد خوشه بهینه، در تمامی شاخص‌ها پس از تعداد چهار خوشه، مقادیر شاخص‌ها به عدد ثابتی گرایش دارند. بنابراین تعداد خوشه‌های بهینه برای الگوریتم FCM برابر چهار خوشه در نظر گرفته می‌شود (شکل ۷).

## طراحی تخمینگر بر اساس داده‌های خوشه‌بندی شده برای عناصر ژئوشیمیایی

در مجموعه داده‌های ژئوشیمیایی احتمال وجود یک سری داده‌هایی هست که عملکرد کل مجموعه را در تحلیل‌های اکتشافی دچار اشتباه می‌کند. با تقسیم‌بندی داده‌ها در خوشه‌های جداگانه، می‌توان بهترین خوشه‌ها را شناسایی کرد و در تحلیل‌ها مورد استفاده قرار داد. قبل از خوشه‌بندی باید تعداد خوشه‌های بهینه را شناسایی کرد که برای این کار از شاخص‌های اعتبارسنجی استفاده شد (شکل ۷) و سپس از الگوریتم خوشه‌بندی FCM استفاده کرده و



شکل ۶. طراحی تخمینگر با استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده برای عناصر ژئوشیمیایی



شکل ۷. شاخص‌های اعتبارسنجی (a) ضریب تقسیم‌بندی PC، (b) آنترپی طبقه‌بندی CE، (c) دان DI و (d) دان جایگزین ADI

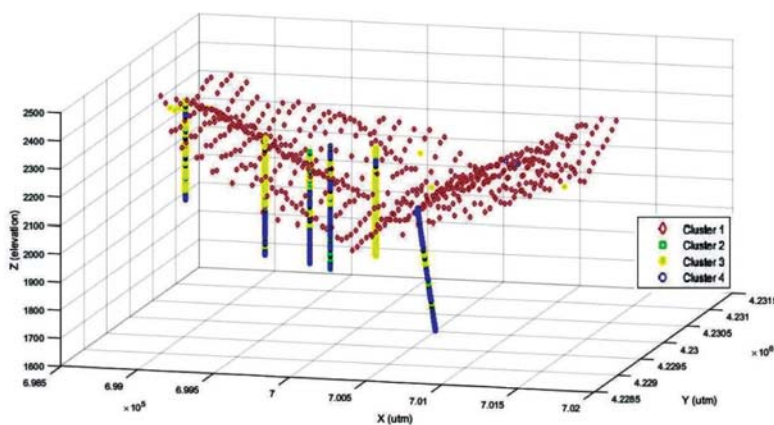
برای درک بهتر نحوه جدایش خوشه‌ها از یکدیگر، پراکندگی خوشه‌ها در فضای سه‌بعدی محورهای مختصات در شکل ۸ نشان داده شده است.

در این مرحله، داده‌های خوشه‌بندی شده به‌عنوان ورودی شبکه عصبی و غلظت عناصر ژئوشیمیایی به‌عنوان خروجی شبکه عصبی در نظر گرفته شده است. نتایج به‌دست آمده از تخمینگرهای عناصر ژئوشیمیایی در حالت

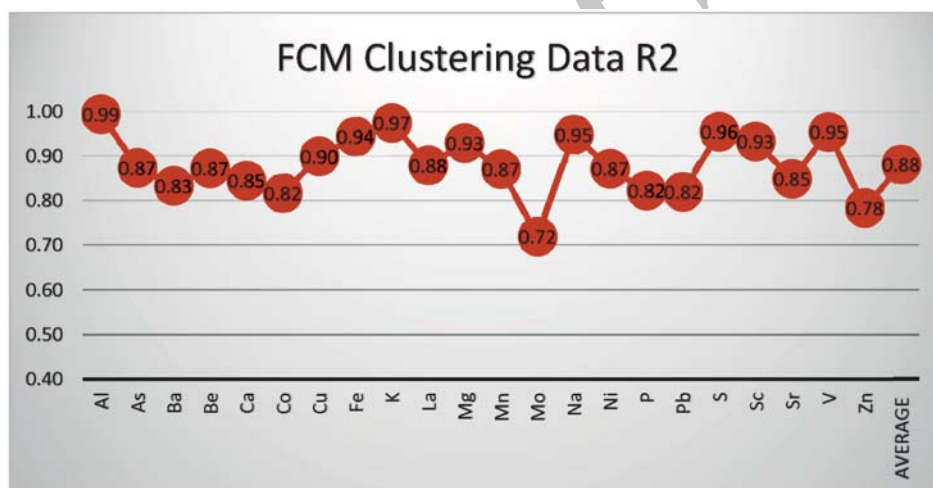
داده‌ها که شامل ۱۷۵۵ نمونه با ۲۲ مولفه است، با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM خوشه‌بندی شد. نتایج خوشه‌بندی به این صورت است که در خوشه اول ۵۳۵ داده، خوشه دوم ۴۴ داده، خوشه سوم ۶۴۳ داده و در خوشه چهارم ۵۳۳ داده قرار گرفته است. لازم به ذکر است که از داده‌های خوشه دوم به دلیل کم بودن تعداد نمونه‌ها در تحلیل‌ها استفاده نشده است (جدول ۲).

جدول ۲. نتایج خوشه‌بندی داده‌ها با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM

الگوریتم خوشه‌بندی	تعداد کل داده‌ها	تعداد داده در خوشه‌های مختلف			
		خوشه اول	خوشه دوم	خوشه سوم	خوشه چهارم
Fuzzy c-means	۱۷۵۵	۵۳۵	۴۴	۶۴۳	۵۳۳



شکل ۸. پراکندگی نمونه‌های خوشه‌بندی شده به روش FCM در فضای سه‌بعدی



شکل ۹. دقت تخمینگر غلظت عناصر ژئوشیمیایی در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده به روش FCM

می‌شوند و انتظار می‌رود نتایج حاصل دارای دقت بالاتری نسبت به حالت استفاده از کل داده‌ها باشد. طراحی تخمینگرها در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده، نشان از افزایش دقت میانگین ۱۳ درصدی نسبت به حالت قبل دارد به طوری که دقت میانگین از ۷۵ درصد به ۸۸ درصد افزایش پیدا کرده است (شکل‌های ۵ و ۹). مقایسه نتایج نشان می‌دهد که بیشترین افزایش دقت در عنصر روی اتفاق افتاده است و با افزایشی ۲۷ درصدی از ۵۱٪ به ۷۸٪ رسیده است. عناصری مانند As با افزایش ۲۵ درصدی و V و Fe

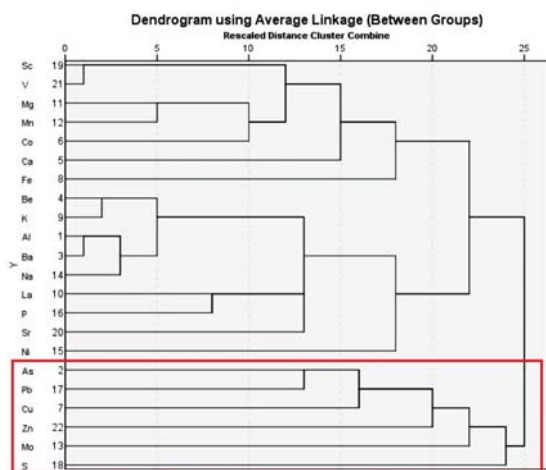
استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM (شکل ۹) نشان می‌دهد که عملکرد تخمینگرها در این حالت افزایش قابل توجهی داشته‌اند و از دقت ۷۵ درصدی با افزایشی ۱۳ درصدی به دقت ۸۸ درصد در میانگین دقت کل تخمینگرها رسیده است.

### مقایسه دقت تخمینگرها

در حالت استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی، داده‌ها به خوشه‌هایی با همبستگی درونی بیشتری تقسیم‌بندی



می‌شود. دقت تخمین‌گرها برای ۲۲ عنصر ژئوشیمیایی در حالت استفاده از کل داده‌ها و حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده به روش FCM در جدول ۳ آمده است.



شکل ۱۰. نمودار خوشه‌بندی عناصر ژئوشیمیایی (عناصر مرتبط)

با افزایش ۲۳ درصدی دقت در رده‌های بعدی قرار گرفته‌اند. در تحلیل‌های ژئوشیمیایی، عناصری مورد توجه هستند که ارتباط خوبی با عنصر کانی‌ساز داشته باشند و به‌نوعی در ارتباط مستقیم با کانی‌سازی باشند. برای شناسایی این عناصر از تحلیل خوشه‌های و دندوگرام استفاده شده که نشان‌دهنده جدایش عناصر مرتبط با کانی‌سازی‌های مس‌پورفیری مانند عناصر S, Mo, Zn, Cu, Pb و As در یک خوشه از سایر عناصر می‌باشند (شکل ۱۰).

بررسی نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که دقت تخمین عناصر Zn, As, Pb, Mo, Cu و S در حالت استفاده از کل داده‌ها به ترتیب دارای دقت‌های تخمین ۰/۶۲، ۰/۵۱، ۰/۶۴، ۰/۶۵، ۰/۸۱ و ۰/۸۴ بودند که در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده به روش FCM به ترتیب به ۰/۷۸، ۰/۸۷، ۰/۸۲، ۰/۷۲، ۰/۹۰ و ۰/۹۶ تغییر کرده‌اند که افزایش چشمگیری در دقت تخمین این عناصر مشاهده

جدول ۳. جدول دقت تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی در حالت استفاده از کل داده‌ها و حالت استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM

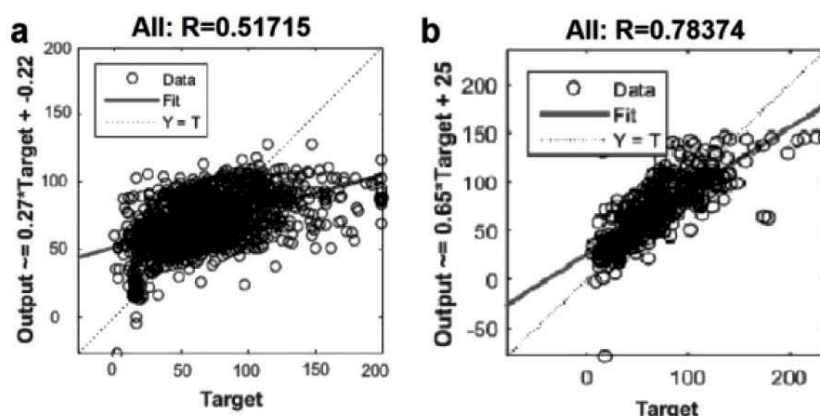
Total Data				FCM Clusterin method					
Variable	All R <sup>2</sup>	Training R <sup>2</sup>	Validation R <sup>2</sup>	Test R <sup>2</sup>	Variable	All R <sup>2</sup>	Training R <sup>2</sup>	Validation R <sup>2</sup>	Test R <sup>2</sup>
Al	۰/۹۵	۰/۹۶	۰/۹۴	۰/۹۴	Al	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹۸	۰/۹۹
As	۰/۶۲	۰/۶۴	۰/۵۷	۰/۶	As	۰/۸۷	۰/۸۹	۰/۷۱	۰/۷۶
Ba	۰/۸۷	۰/۸۶	۰/۸۵	۰/۸۹	Ba	۰/۸۳	۰/۸۲	۰/۸۳	۰/۸۸
Be	۰/۸۳	۰/۸۳	۰/۸۲	۰/۸۲	Be	۰/۸۷	۰/۸۹	۰/۸۳	۰/۸۲
Ca	۰/۷۵	۰/۷۷	۰/۷۶	۰/۶۷	Ca	۰/۸۵	۰/۸۷	۰/۷۹	۰/۸۰
Co	۰/۷۱	۰/۷۲	۰/۶۸	۰/۷۱	Co	۰/۸۲	۰/۸۲	۰/۸۳	۰/۸۲
Cu	۰/۸۱	۰/۸۱	۰/۸۲	۰/۸۶	Cu	۰/۹۰	۰/۹۲	۰/۸۳	۰/۹۱
Fe	۰/۷۱	۰/۷۱	۰/۷۲	۰/۷	Fe	۰/۹۴	۰/۸۹	۰/۹۹	۰/۸۳
K	۰/۸۷	۰/۸۷	۰/۸۶	۰/۸۵	K	۰/۹۷	۰/۹۸	۰/۹۷	۰/۹۷
La	۰/۸۱	۰/۸۲	۰/۷۸	۰/۷۴	La	۰/۸۸	۰/۹۰	۰/۸۹	۰/۸۰
Mg	۰/۷۷	۰/۷۸	۰/۷۷	۰/۷۲	Mg	۰/۹۳	۰/۹۳	۰/۹۶	۰/۹۱
Mn	۰/۶۸	۰/۷	۰/۶	۰/۶۴	Mn	۰/۸۷	۰/۸۹	۰/۸۴	۰/۸۱
Mo	۰/۶۵	۰/۶۶	۰/۶۲	۰/۶۴	Mo	۰/۷۲	۰/۷۱	۰/۷۷	۰/۷۷
Na	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۸۸	۰/۸۹	Na	۰/۹۵	۰/۹۷	۰/۸۱	۰/۹۰
Ni	۰/۷	۰/۷	۰/۷	۰/۶۹	Ni	۰/۸۷	۰/۹۱	۰/۸۰	۰/۸۹
P	۰/۷۱	۰/۷۲	۰/۷۳	۰/۶۵	P	۰/۸۲	۰/۸۲	۰/۸۴	۰/۸۱
Pb	۰/۶۴	۰/۶۵	۰/۶۲	۰/۶	Pb	۰/۸۲	۰/۸۳	۰/۸۲	۰/۸۱
S	۰/۸۴	۰/۸۴	۰/۸۶	۰/۸۲	S	۰/۹۶	۰/۹۶	۰/۹۵	۰/۹۴
Sc	۰/۷۳	۰/۷۳	۰/۷۳	۰/۷۴	Sc	۰/۹۳	۰/۹۴	۰/۹۳	۰/۹۳
Sr	۰/۷۶	۰/۷۶	۰/۷۱	۰/۸	Sr	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۷۳	۰/۷۱
V	۰/۷۲	۰/۷۱	۰/۷۶	۰/۷۱	V	۰/۹۵	۰/۹۶	۰/۹۶	۰/۹۵
Zn	۰/۵۱	۰/۵۳	۰/۵۴	۰/۴۳	Zn	۰/۷۸	۰/۸۰	۰/۸۰	۰/۷۰
Average	۰/۷۵	۰/۷۶	۰/۷۴	۰/۷۳	Average	۰/۸۸	۰/۸۹	۰/۸۶	۰/۸۵

است که بتوان میزان خطا را کاهش داد. در این مطالعه از میانگین توان دوم خطا (MSE) برای کنترل میزان خطای تخمینگر استفاده شده است و داده‌های استفاده شده در بازه ۱- و ۱ استاندارد سازی شده‌اند تا عملکرد تخمینگر به بهترین شکل ممکن باشد. با توجه به نتایج به دست آمده، میانگین خطای تخمینگرها در حالت استفاده از کل داده‌ها برای طراحی تخمینگر برابر ۰/۰۷۹ است که این مقدار در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده به روش FCM کاهش چشمگیری نشان می‌دهد و با کاهشی ۳ برابری به ۰/۰۲۵ رسیده است که نشان می‌دهد استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی علاوه بر افزایش دقت تخمین، خطای تخمین را نیز کاهش می‌دهد. این امر کارایی استفاده از روش‌های خوشه‌بندی را در تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی نشان می‌دهد. نتایج خطای تخمینگر عناصر ژئوشیمیایی برای هر دو حالت گفته شده، در شکل ۱۲ آمده است.

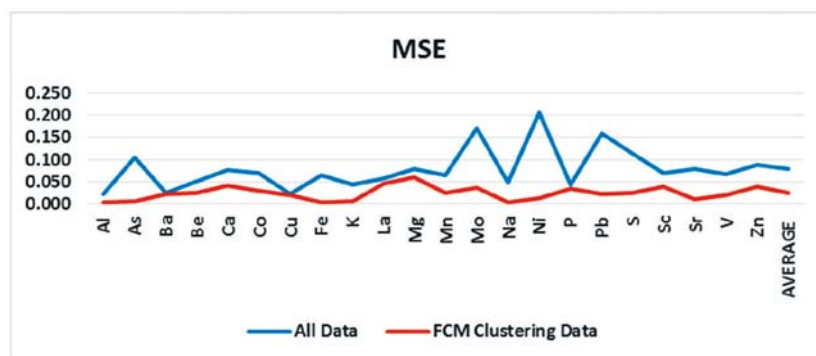
هنگامی که خوشه‌بندی بر روی داده‌های ژئوشیمیایی انجام می‌شود، هماهنگی داده‌ها درون خوشه‌ها افزایش پیدا می‌کند و باعث می‌شود شناسایی الگوی رفتاری بین پارامترهای ورودی و خروجی با دقت بیشتری انجام شود. نتیجه‌ای که از اعمال الگوریتم خوشه‌بندی FCM بر روی داده‌ها حاصل می‌شود علاوه بر افزایش دقت تخمین، افزایش صحت تخمین را نیز در پی دارد و مقادیر تخمینی به مقادیر واقعی نزدیکتر می‌شوند. برای مشاهده تاثیر خوشه‌بندی بر افزایش دقت و صحت (مثال- عنصر Zn با کمترین دقت)، نمودار رگرسیونی داده‌های واقعی و تخمینی در حالت استفاده از کل داده‌ها و داده‌های خوشه‌بندی شده در شکل ۱۱ آورده شده است.

### مقایسه خطای تخمینگرها

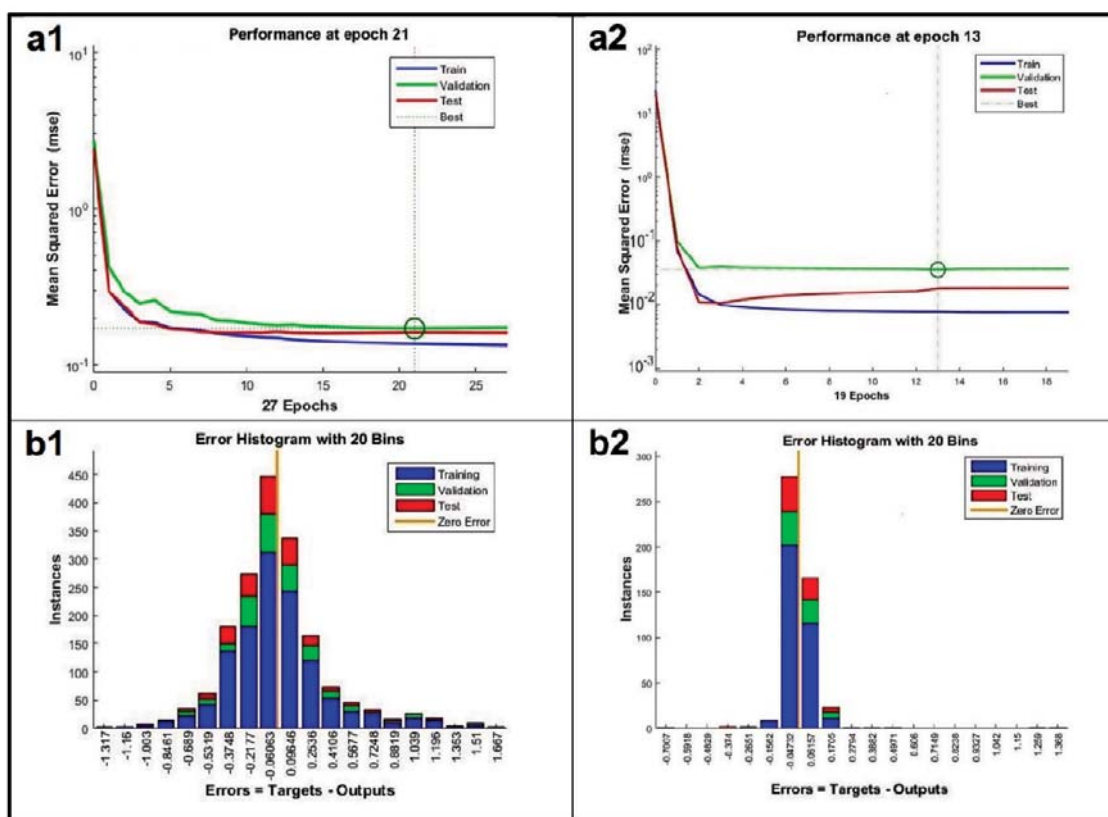
افزایش دقت تخمین، زمانی ارزشمند است که تخمین انجام شده دارای کمترین میزان خطا باشد و تلاش بر این



شکل ۱۱. نمودار رگرسیونی داده‌های واقعی و تخمینی عنصر Zn. محور x داده‌های واقعی و محور y داده‌های تخمینی است. (a) استفاده از کل داده‌ها، (b) استفاده از داده‌های خوشه‌بندی



شکل ۱۲. مقایسه خطای تخمین در حالت استفاده از کل داده‌ها و حالت استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی



شکل ۱۳. نمودار تغییرات و هیستوگرام پراکندگی خطا در عنصر Zn، نمودار خطا در حالت استفاده از (a1) کل داده‌ها، (a2) داده‌های خوشه‌بندی شده، هیستوگرام خطا در حالت استفاده از (b1) کل داده‌ها و (b2) داده‌های خوشه‌بندی شده

خطای تخمین در تمامی عناصر هنگام استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM کاهش یافته است.

### نتیجه‌گیری

تحلیل‌های ژئوشیمیایی در معادن مس پورفیری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و به کمک آن می‌توان عناصر تحت‌کانساری و فوق‌کانساری، هاله‌های ژئوشیمیایی اولیه و ثانویه، عناصر پاراژنز کانی‌سازی و در نهایت به موقعیت کانی‌سازی‌های پنهان موجود پی برد. برای رسیدن به این هدف باید اطلاعات اکتشافی جامعی از کانسار مورد مطالعه در اختیار باشد که معمولاً اطلاعات موجود، یا ناقص هستند و یا دارای کیفیت لازم نیستند. بنابراین در تحلیل‌های ژئوشیمیایی می‌توان از روش‌های شناسایی الگو برای شناسایی الگوی پراکندگی و توزیع غلظت عناصر ژئوشیمیایی

بررسی نمودار خطاها نشان می‌دهد که کاهش خطا برای عناصر SA، Mo، Ni، Pb، S و Zn به صورت چشمگیری اتفاق افتاده است و برای بقیه عناصر ژئوشیمیایی این کاهش در حد قابل قبولی انجام شده است.

از مواردی که می‌توان برای کنترل عملکرد تخمینگر استفاده کرد نمودار کارایی و هیستوگرام پراکندگی<sup>۲</sup> خطا است. در شکل ۱۳ این نمودارها برای عنصر Zn نشان می‌دهد که هنگام استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده، خطای تخمین با تعداد مراحل پردازش کمتر نسبت به حالت استفاده از کل داده‌ها کاهش خوبی داشته است. به عبارتی هم‌زمان محاسبات کاهش پیدا کرده است و هم خطا کمتر شده است. در هیستوگرام خطا<sup>۲</sup>، هرچه هیستوگرام دارای پراکندگی کمتری باشد نشان می‌دهد که عملکرد تخمینگر بهتر است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که هیستوگرام خطا در حالت استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده نسبت به حالت قبل دارای پراکندگی کمتر است. به‌طورکلی

1. Performance
2. Histogram dispersion
3. Error histogram

## منابع

- محمدزاده، م. ناصری، آ و محمودیان، ا.، ۱۳۸۸. مقایسه روش‌های جداسازی جوامع سنگی و خوشه‌بندی فازی میان مرکز برای حذف اثر سینترتیک در اکتشافات ناحیه‌ای رسوبات آبراهه‌ای قره چمن-آذربایجان شرقی. مجله مهندسی معدن، ۴، ۵۱-۵۸.
- Allahkarami, E., Salmani Nuri, O., Abdollahzadeh, A., Rezai, B. and Maghsoudi, B., 2017. Improving estimation accuracy of metallurgical performance of industrial flotation process by using hybrid genetic algorithm-artificial neural network (GA-ANN). *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 53.
- Bensaid, A.M., Hall, L.O., Bezdek, J.C., Clarke, L.P., Silbiger, M.L., Arrington, J.A. and Murtagh, R.F., 1996. Validity-guided (re) clustering with applications to image segmentation. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 4,2, 112-123.
- Bezdek, J.C., 1981. Objective function clustering. In *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, 43-93, Springer, Boston, MA.
- Carranza, E.J.M., 2008. *Geochemical Anomaly and Mineral Prospectivity Mapping in Gis*, 11, Elsevier.
- Cheng, Q., 2004. Application of weights of evidence method for assessment of flowing wells in the Greater Toronto area, Canada. *Natural Resources Research*, 13, 2, 77-86.
- Chiu, S.L., 1994. Fuzzy model identification based on cluster estimation. *Journal of Intelligent and fuzzy systems*, 2,3, 267-278.
- Dunn, J.C., 1973. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters.
- Ghavami-Riabi, R., Seyedrahimi-Niaraq,

در منطقه استفاده کرد و کمبود داده را با تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی در گستره مورد مطالعه جبران کرد. برای تخمین غلظت عناصر ژئوشیمیایی از شبکه عصبی چند لایه استفاده شده است. برای طراحی تخمینگر دو حالت در نظر گرفته شده است (۱) استفاده از کل داده‌ها برای طراحی تخمینگر شبکه عصبی، (۲) استفاده از داده‌های خوشه‌بندی شده برای طراحی تخمینگر شبکه عصبی. نتایج به دست آمده از حالت اول نشان می‌دهد که میانگین دقت تخمینگرها به ۷۵ درصد رسیده است که مقدار قابل قبولی است. بعضی از عناصر مانند Mo، Pb، As، Zn که از عناصر مهم ژئوشیمیایی در مس پورفیری می‌باشند به ترتیب دارای دقت‌های تخمین ۰/۵۱، ۰/۶۲، ۰/۶۴ و ۰/۶۵ هستند که برای مطالعات ژئوشیمیایی مقادیر قابل قبولی محسوب نمی‌شوند.

برای افزایش دقت تخمینگر شبکه عصبی، پس از شناسایی تعداد خوشه بهینه موجود در داده‌ها، از روش خوشه‌بندی FCM برای خوشه‌بندی داده‌ها استفاده شد. با انجام خوشه‌بندی، داده‌های دارای ویژگی‌های مشابه، درون خوشه‌های یکسانی قرار گرفتند و هماهنگی بین داده‌های درون خوشه‌های افزایش پیدا کرد و بهترین مجموعه داده‌ها برای طراحی تخمینگرهای عناصر ژئوشیمیایی انتخاب شد. این هماهنگی باعث شد تا شبکه عصبی در شناسایی الگوی پراکندگی غلظت عناصر ژئوشیمیایی بهتر عمل کند و دقت تخمین افزایش پیدا کند. با افزایش ۱۳ درصدی میانگین دقت تخمین ۲۲ عنصر مورد مطالعه، دقت کلی از ۷۵ درصد به ۸۸ درصد افزایش پیدا کرد و دقت عناصر مهم Mo، Zn، As، Pb و نیز به ترتیب به مقادیر ۰/۷۸، ۰/۸۷، ۰/۸۲ و ۰/۷۲ افزایش یافت که نشان از تاثیر مثبت اعمال روش خوشه‌بندی FCM بر روی داده‌های ژئوشیمیایی مورد مطالعه است.

علاوه بر این، در تحلیل‌های انجام گرفته روشی مد نظر هست که بتوان میزان خطای تخمین را نیز علاوه بر افزایش دقت تخمین، کاهش داد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که خطای تخمین در حالت استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی FCM نسبت به حالت استفاده از کل داده‌ها کمتر شده و از مقدار ۰/۷۹ به ۰/۲۵ کاهش پیدا کرده است.

- M.M., Khalokakaie, R. and Hazareh, M.R., 2010. U-spatial statistic data modeled on a probability diagram for investigation of mineralization phases and exploration of shear zone gold deposits. *Journal of Geochemical Exploration*, 104,1-2, 27-33.
- Goovaerts, P., 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press on Demand.
  - Guo, W.W., 2010. A novel application of neural networks for instant iron-ore grade estimation. *Expert Systems with Applications*, 37,12, 8729-8735.
  - Halkidi, M., Batistakis, Y. and Vazirgiannis, M., 2001. On clustering validation techniques. *Journal of intelligent information systems*, 17,2-3, 107-145.
  - Hezarkhani, A., 2003. Exploration of Sonajil copper deposit. Iranian company of copper, northwestern report exploration.
  - Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H., 1989. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural networks*, 2,5, 359-366.
  - Jafrasteh, B. and Fathianpour, N., 2017. A hybrid simultaneous perturbation artificial bee colony and back-propagation algorithm for training a local linear radial basis neural network on ore grade estimation. *Neurocomputing*, 235, 217-227.
  - Jalloh, A.B., Kyuro, S., Jalloh, Y. and Barrie, A.K., 2016. Integrating artificial neural networks and geostatistics for optimum 3D geological block modeling in mineral reserve estimation: A case study. *International Journal of Mining Science and Technology*, 26,4, 581-585.
  - Journel, A.G. and Huijbregts, C.J., 1978. *Mining Geostatistics*. London: Academic press, 600.
  - Jozanikohan, G., Norouzi, G.H., Sahabi, F., Memarian, H. and Moshiri, B., 2015. The application of multilayer perceptron neural network in volume of clay estimation: Case study of Shurijeh gas reservoir, Northeastern Iran. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 22, 119-131.
  - Koike, K. and Matsuda, S., 2003. Characterizing content distributions of impurities in a limestone mine using a feedforward neural network. *Natural resources research*, 12,3, 209-222.
  - Mahmoudabadi, H., Izadi, M. and Menhaj, M.B., 2009. A hybrid method for grade estimation using genetic algorithm and neural networks. *Computational Geosciences*, 13,1, 91-101.
  - Moghadassi, A., Parvizian, F. and Hosseini, S., 2009. A new approach based on artificial neural networks for prediction of high pressure vapor-liquid equilibrium. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 3,3, 1851-1862.
  - Nakhaei, F. and Irannajad, M., 2013. Comparison between neural networks and multiple regression methods in metallurgical performance modeling of flotation column. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 49.
  - Pal, A., Singh, J.P. and Dutta, P., 2015. Path length prediction in MANET under AODV routing: Comparative analysis of ARIMA and MLP model. *Egyptian Informatics Journal*, 16,1, 103-111.
  - Qiuming, C., 2008. Special Issue of Mathematical Geosciences for the 33rd IGC. *Journal of China University of Geosciences*, 19,4, 307-308.
  - Rendu, J.M., 1979. October. Kriging, logarithmic Kriging, and conditional expectation: comparison of theory with actual results. In *Proc. 16th APCOM Symposium*. Tucson, Arizona, 199-212.

- Rooki, R., Ardejani, F.D., Aryafar, A. and Asadi, A.B., 2011. Prediction of heavy metals in acid mine drainage using artificial neural network from the Shur River of the Sarcheshmeh porphyry copper mine, Southeast Iran. *Environmental earth sciences*, 64,5, 1303-1316.
- Samanta, B., Bandopadhyay, S. and Ganguli, R., 2002. Data segmentation and genetic algorithms for sparse data division in Nome placer gold grade estimation using neural network and geostatistics. *Exploration and Mining Geology*, 11,1-4, 69-76.
- Samanta, B., Bandopadhyay, S., Ganguli, R. and Dutta, S., 2005. A comparative study of the performance of single neural network vs. Adaboost algorithm based combination of multiple neural networks for mineral resource estimation. *Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy*, 105,4, 237-246.
- Strebelle, S., 2002. Conditional simulation of complex geological structures using multiple-point statistics. *Mathematical Geology*, 34,1, 1-21.
- Tahmasebi, P. and Hezarkhani, A., 2010a. Application of adaptive neuro-fuzzy inference system for grade estimation; case study, sarcheshmeh porphyry copper deposit, Kerman, Iran. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 4,3, 408-420.
- Tahmasebi, P. and Hezarkhani, A., 2010b. Comparison of optimized neural network with fuzzy logic for ore grade estimation. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 4,5, 764-772.
- Tahmasebi, P. and Hezarkhani, A., 2012. A hybrid neural networks-fuzzy logic-genetic algorithm for grade estimation. *Computers and Geo-Sciences*, 42, 18-27.
- Tahmasebi, P., Hezarkhani, A. and Sahimi, M., 2012. Multiple-point geostatistical modeling based on the cross-correlation functions. *Computational Geosciences*, 16,3, 779-797.
- Webb, A.R., 2003. *Statistical Pattern Recognition*. John Wiley and Sons, 514.
- Xiao-li, L., Yu-ling, X., Li-hong, L. and Qin-jin, G., 2009. October. A nonlinear grade estimation method based on Wavelet Neural Network. In *Bio-Inspired Computing. BIC-TA'09. Fourth International Conference on*, 1-5, IEEE.
- Xie, X.L. and Beni, G., 1991. A validity measure for fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8, 841-847.
- Zhijing, W., Qiuming, C., Deyi, X. and Yaosong, D., 2008. Fractal modeling of sphalerite banding in Jinding Pb-Zn deposit, Yunnan, southwestern China. *Journal of China University of Geosciences*, 19,1,77-84.