مجله‌ی پژوهش‌های آماری ایران
پژوهشکده‌ی آمار

J. Statist. Res. Iran 4 (2007): 15-28

دوره‌ی ۴، شماره‌ی ۱، بهار و تابستان ۱۳۸۶، صص ۱۵-۲۸

کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی

محسن محمدزاده* و مریم شرفی

دانشگاه تربیت مدرس

چکیده. در آمار فضایی، پیشگویی مقدار نامعلوم یک میدان تصادفی در موقعیت و زمانی مشخص بر اساس مشاهدات، توسط پیشگوی کریگیدنی به‌عنوان بهترین پیشگوی خطی نااریب صورت می‌پذیرد. گاهی در بعضی مسائل کاربردی در هر موقعیت فضایی-زمانی، علاوه بر متغیر مورد بررسی، متغیرهای کمکی دیگری نیز در اختیارند که به‌کارگیری آن‌ها می‌تواند دقت پیشگو را بهبود بخشد. در این مقاله برای استفاده از این‌گونه اطلاعات در تحلیل داده‌های فضایی-زمانی، با استفاده از ایده‌ی کریگیدن فضایی-زمانی عام، روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی معرفی شده است. سپس ضمن نمایش نحوه‌ی به‌کارگیری آن در یک مثال کاربردی، تأثیر آن در افزایش دقت پیشگویی فضایی-زمانی مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی. داده‌های فضایی-زمانی؛ کریگیدن عام؛ کریگیدن با روند برونی؛ دمای هوا.

۱ مقدمه

در مطالعات محیطی گاهی با مشاهداتی سر و کار داریم که بر حسب موقعیت قرارگیری در فضای مورد مطالعه و زمان مشاهده شدن وابسته‌اند. به‌دلیل وجود همبستگی فضایی-زمانی، روش‌های معمول آمار برای تحلیل این‌گونه مشاهدات که داده‌های فضایی-زمانی نامیده می‌شوند، قابل استفاده نمی‌باشد. دو ویژگی عمده‌ی این‌گونه داده‌ها همراه بودن با موقعیت‌های فضایی و زمانی و وجود همبستگی فضایی-زمانی بین مشاهدات است، که داده‌های گردآوری‌شده در موقعیت‌ها و لحظه‌های زمانی مجاور، همبستگی بیش‌تری

* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات

دارند و با افزایش فاصله‌ی بین موقعیت داده‌ها و لحظه‌های زمانی، همبستگی آن‌ها کاهش می‌یابد. مدل‌های فضایی-زمانی یک چارچوب احتمالاتی برای تحلیل و پیشگویی داده‌ها فراهم می‌کنند، که بر وابستگی توأم فضایی و زمانی مشاهدات بنا می‌شود. شایان ذکر است که بین ابعاد فضا و زمان، تفاوت‌های زیادی وجود دارد (ویل، ۱۹۵۲). از آن جمله می‌توان به اختلاف مقیاس این دو بعد و وجود ترتیب برای داده‌های زمانی در گذشته، حال و آینده اشاره نمود؛ در حالی که این ترتیب برای مشاهدات فضایی قابل تعریف نمی‌باشد. به‌علاوه وقتی اندازه‌ها در بعد زمان روی یک طرف محور زمان قرار دارند، همسان‌گردی (isotropy) در مکان قابل تعریف است، در حالی که این مفهوم در بعد فضایی-زمانی به‌واسطه‌ی ترتیب ذاتی و برگشت‌ناپذیری زمان، معنایی ندارد. حتی اگر مسئله‌ی ناهمسان‌گردی رفع گردد، تناوبی بودن اغلب پدیده‌ها در طول زمان، مشکلی است که در بعد فضا با آن مواجه نمی‌باشیم. به همین دلیل، بعد زمان را نمی‌توان به‌عنوان یک بعد فضایی در نظر گرفت و همان ساختار فضایی را برای آن به کار برد. بنا بر این به‌کارگیری روش‌های ویژه‌ی آماری برای تحلیل داده‌های فضایی-زمانی اجتناب‌ناپذیر است.

نخستین بار اینون و سوئیتزر (۱۹۸۳) برای ارائه‌ی راهکار کاهش آلودگی جوّی از داده‌های فضایی-زمانی استفاده کردند. هاس (۱۹۹۸) برای بررسی تغییرپذیری فضایی-زمانی و درون‌یابی ذرات آب خاک از این نوع داده‌ها بهره گرفت. همچنین افرادی چون بیلونیک (۱۹۸۵)، روحانی و مایرز (۱۹۹۰) در توسعه و مدل‌بندی توزیع‌های فضایی-زمانی نقش بسزایی داشتند. مدل‌سازی آماری پدیده‌هایی که روی فضا و زمان در حال تغییر و تحول هستند در عرصه‌های مختلفی کاربرد دارد. در علوم محیطی، افرادی چون باکستون و پیت (۱۹۹۶)، کیریاکیدیس و جورنل (۲۰۰۱)، در علوم کشاورزی استین و دیگران (۱۹۹۴)، در زمینه‌ی هیدرولوژی کریستاکوس و بوگرت (۱۹۹۶) و بوگرت (۱۹۹۶) و در علوم خاک کومنگا و ویتاله (۱۹۹۳) به تحقیق پرداخته‌اند. به‌علاوه ریواز و دیگران (۱۳۸۶) بر اساس مدل تغییرنگار فضایی-زمانی تفکیک‌پذیر، رهیافت بیز تجربی را برای پیشگویی آلودگی هوا مورد مطالعه قرار دادند. در آمار فضایی برای پیشگویی داده‌هایی که دارای روند هستند، معمولاً از روش کریگیدن عام استفاده می‌شود. وقتی متغیرهای کمکی دیگری غیر از متغیر اصلی و موقعیت مشاهدات در اختیار باشند، به نظر می‌رسد استفاده از آن‌ها در فرایند پیشگویی، افزایش دقت پیشگوها را به دنبال داشته باشد. کره‌سی (۱۹۹۱) مدل‌های رگرسیونی با خطاهای همبسته‌ی فضایی را برای مدل‌بندی ارتباط متغیر پاسخ و متغیرهای کمکی مطرح نمود. راینزل و چنگ (۲۰۰۳) نیز برآورد ماکسیمم درست‌نمایی مقیّد را برای مدل‌های رگرسیونی با خطاهای خودهمبسته‌ی فضایی مرتبه‌ی اوّل ارائه کردند و کریمی و محمدزاده (۱۳۸۶) نیز برآورد بیزی پارامترهای این‌گونه مدل‌ها را به دست آوردند. اما در این مقاله اطلاعات کمکی همراه با مختصات فضایی-زمانی داده‌ها در قالب روند، مدل‌بندی می‌شود و با جایگزینی آن به‌جای مدل روند در کریگیدن عام، روش کریگیدن (kriging) با روند برونی معرفی و تأثیر آن بر افزایش دقت پیشگو مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، ساختار

همبستگی فضایی-زمانی داده‌ها در بخش ۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند در بخش ۳ معرفی شده و نحوه‌ی به‌کارگیری آن در پهنه‌بندی پیشگویی فضایی-زمانی مینیمم ماهانه‌ی دمای هوا در ۶ استان شمال غربی کشور در بخش ۴ نمایش داده شده است و نهایتاً تأثیر روش ارائه‌شده بر افزایش دقت پیشگویی مورد بررسی قرارگرفته است.

۲ همبستگی فضایی-زمانی

برای مدل‌بندی داده‌های فضایی-زمانی معمولاً از میدان تصادفی $\{Z(s,t);(s,t)\in D\times T\}$ استفاده می‌شود، که در آن D زیرمجموعه‌ای از فضای اقلیدسی $d(\geqslant ۱)$-بعدی R^d و $T\subseteq R$ است. تغییرنگار فضایی-زمانی این میدان به‌صورت

$$۲\gamma(s,s',t,t')=\operatorname{var}(Z(s,t)-Z(s',t')),\qquad (s,t),(s',t')\in D\times T$$

و هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی آن به‌صورت

$$C(s,s',t,t')=\operatorname{cov}(Z(s,t),Z(s',t')),\qquad (s,t),(s',t')\in D\times T$$

تعریف می‌شود، که بیانگر ساختار همبستگی فضایی-زمانی میدان تصادفی هستند.

تحلیل داده‌های فضایی-زمانی از روی اطلاعات نمونه بسیار دشوار است، اما اگر فرض‌هایی مانند مانایی برقرار باشد، تحلیل آن‌ها را ساده‌تر خواهد ساخت.

یک میدان تصادفی، مانای ذاتی است هرگاه میانگین میدان، مستقل از (s,t) و تغییرنگار آن فقط تابعی از فاصله‌ی فضایی-زمانی باشد. همچنین میدان تصادفی، مانای مرتبه‌ی دوم است هرگاه دارای میانگین ثابت و هم‌تغییرنگاری باشد که تابعی از فاصله‌ی فضایی-زمانی است. برای تحلیل فضایی-زمانی داده‌ها لازم است یک مدل همبستگی نظری معتبر انتخاب و به تغییرنگار یا هم‌تغییرنگار داده‌ها برازش داده شود. به‌دلیل آن‌که بسط یک مدل فضایی به مدل‌های فضایی-زمانی به‌سادگی مقدور نمی‌باشد، تا کنون کم‌تر مدل‌های معتبری برای تغییرنگار و هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی معرفی شده‌اند. گاهی ساختار همبستگی فضایی-زمانی به‌صورت ترکیبی مناسب از ساختارهای فضایی و زمانی در نظرگرفته می‌شود (پوسا، ۱۹۹۳). اگر برای $h_s=s-s'$ و $h_t=t-t'$ بتوان تابع هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی را به‌صورت $C(h_s,h_t)=C_s(h_s)+C_t(h_t)$ بیان نمود، که در آن $C_s(h_s)$ و $C_t(h_t)$ به‌ترتیب، هم‌تغییرنگارهای معتبر فضایی و زمانی باشند، مدل هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی جمعی نامیده می‌شود. اگر بتوان آن را

به‌صورت $C_{s,t}(h_s, h_t) = C_s(h_s) \cdot C_t(h_t)$ بیان نمود، مدل ضربی نام دارد. دِیاکو و دیگران (۲۰۰۱) نشان دادند که می‌توان یک مدل جمعی-ضربی معتبر نیز برای نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی به‌صورت

$$\gamma_{s,t}(h_s, h_t) = C_t(0)\, \gamma_s(h_s) + C_s(0)\, \gamma_t(h_t) - \gamma_s(h_s)\gamma_t(h_t) \qquad (1)$$

نوشت، که در آن $\gamma_s(h_s)$ و $\gamma_t(h_t)$ به‌ترتیب، نیم‌تغییرنگارهای معتبر فضایی و زمانی هستند.

۳ پیشگویی فضایی-زمانی

یکی از اهداف در تحلیل داده‌های فضایی-زمانی، پیشگویی مقدار میدان تصادفی در موقعیت فضایی s_0 و لحظه‌ی زمانی t_0 بر اساس مشاهدات $Z(s_1, t_1), \ldots, Z(s_n, t_m)$ است. بهترین پیشگوی خطی نااریب، پیشگوی کریگیدنی نام دارد، که برای پیشگویی در یک موقعیت مشخص، به مشاهدات نزدیک‌تر وزن بیش‌تر و به مشاهدات دورتر وزن کم‌تری اختصاص می‌دهد به‌گونه‌ای که واریانس پیشگو کمینه شود. میدان تصادفی فضایی-زمانی را می‌توان به‌صورت

$$Z(s,t) = \mu(s,t) + \delta(s,t), \qquad s \in D,\ t \in T$$

تجزیه کرد، که در آن $\mu(s,t) = E(Z(s,t))$ تغییرات بزرگ مقیاس یا روند (میانگین) فضایی-زمانی، و $\delta(s,t)$ مانده یا تغییرات کوچک مقیاس میدان تصادفی می‌باشد. وقتی میانگین میدان تصادفی تابعی از (s,t) باشد میدان تصادفی دارای روند است و باید به تغییرات آن توجه شود. برای این منظور، معمولاً برای میانگین فضایی-زمانی، مدلی به‌صورت

$$\mu(s,t) = \sum_{j=1}^{p+1} f_{j-1}(s,t)\beta_{j-1}$$

در نظر گرفته می‌شود، که در آن، شکل هر یک از توابع $f_j(s,t)$ برای $j = 0, \ldots, p$، با توجه به ماهیت روند و موقعیت فضایی-زمانی داده‌ها تعیین می‌شود و $\beta = (\beta_0, \ldots, \beta_p)' \in R^{p+1}$ یک بردار از پارامترهای نامعلوم است. در این صورت با قرار دادن $N = nm$ و

$$u_k = (s_i, t_j), \qquad k = (i-1)m + j, \quad i = 1, \ldots, n, \quad j = 1, \ldots, m$$

بردار مشاهدات $Z = ((Z(s_1, t_1), \ldots, Z(s_n, t_m)) = (Z(u_1) \ldots, Z(u_N))$ را می‌توان به‌صورت ماتریسی $Z = X\beta + \delta$ نوشت، که در آن X یک ماتریس $N \times (p+1)$ با (i,j)امین درایه‌ی $f_{j-1}(u_i)$

است. پیشگوی کریگیدنی عام در موقعیت $u_\circ = (s_\circ, t_\circ)$، یک ترکیب خطی نااریب از مشاهدات به‌صورت $\hat{Z}(u_\circ) = \lambda' Z$ با بردار ضرایب $\lambda' = \{\gamma + X(X'\Gamma^{-1}X)^{-1}(x - X'\Gamma^{-1}\gamma)\}'\Gamma^{-1}$ است، که در آن $\gamma = (\gamma(u_\circ - u_1), \ldots, \gamma(u_\circ - u_N))'$ می‌باشد و Γ یک ماتریس $N \times N$ با (i,j)امین درایه‌ی $\gamma(u_i - u_j)$ و $x = (f_\circ(u_\circ), \ldots, f_p(u_\circ))'$ است. واریانس پیشگوی کریگیدنی عام نیز به‌صورت $\sigma^2(u_\circ) = 2\lambda'\gamma - \lambda'\Gamma\lambda$ قابل محاسبه می‌باشد (کره‌سی، ۱۹۹۳).

حال فرض کنید میدان تصادفی به‌صورت

$$Z(u) = \sum_{k=\circ}^{K} \sum_{\ell=\circ}^{L} f_{k\ell}(u)\beta_{k\ell} + \delta(u), \qquad u = (s,t) \in D \times T \tag{۲}$$

تجزیه شود، که در آن K و L دو مقدار صحیح، $f_{k\ell}(u)$ توابعی معلوم که شکل آن‌ها با توجه به ماهیت روند داده‌ها و متغیرهای کمکی (covariates) تعیین می‌شود، $\beta = (\beta_{\circ\circ}, \ldots, \beta_{KL})' \in \mathbb{R}^{(K+1)(L+1)}$ بردار پارامترها، و $\delta(\cdot,\cdot)$ میدان تصادفی مانای ذاتی با میانگین صفر است. در این حالت، بهترین پیشگوی خطی نااریب را پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی با روند برونی می‌نامیم، زیرا متغیرهای کمکی نیز از بیرون به داده‌ها تحمیل می‌شوند. در این صورت، مدل (۲) را می‌توان به‌صورت ماتریسی $Z = W\beta + \delta$ نوشت، که در آن W یک ماتریس $N \times (K+1)(L+1)$ با درایه‌های

$$w_{p,q} = f_{k\ell}(s_i, t_j), \quad p = ij, \;\; q = k\ell, \;\; i = 1, \ldots, n, \;\; j = 1, \ldots, m,$$
$$k = \circ, \ldots, K, \;\; \ell = \circ, \ldots, L$$

است. بردار β با مینیمم کردن میانگین توان دوم خطاها به‌صورت $\hat{\beta} = (W'\Sigma^{-1}W)^{-1}W'\Sigma^{-1}Z$ برآورد می‌شود، که در آن Σ ماتریس کوواریانس داده‌های فضایی-زمانی با درایه‌های زیر است:

$$\Sigma_{kk'} = C(u_k - u_{k'}), \qquad k, k' = 1, \ldots, N$$

تابع هم‌تغییرنگار $C(\cdot)$ از آن‌جا که معمولاً نامعلوم است، باید برآورد شود. از طرفی وجود روند در داده‌ها منجر به اریبی برآورد هم‌تغییرنگار می‌شود و نمی‌توان آن را مستقیماً از مشاهدات برآورد کرد. در این حالت با یکی از روش‌های معمول مدل‌سازی، مدلی مناسب به روند $\mu(u) = E(Z(u))$ برازش داده می‌شود. سپس با کم کردن مقدار برآورد روند در هر موقعیت، از مقدار اندازه‌گیری‌شده، مقدار مانده‌ها به‌صورت

$$\delta(u) = Z(u) - \hat{\mu}(u), \qquad u \in D \times T$$

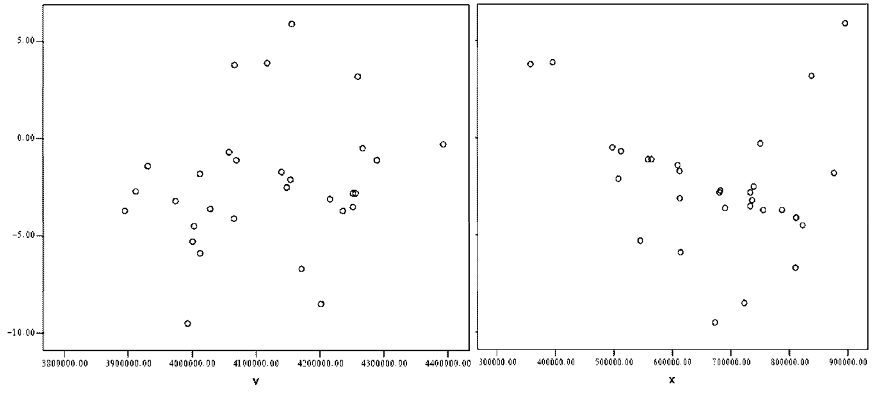
برآورد می‌شود، که در آن $Z(u)$ مقدار مشاهده‌شده و $\hat{\mu}(u)$ مقدار تقریبی روند در u می‌باشد. حال بر اساس مانده‌ها، یا به عبارت دیگر داده‌های بی‌روند شده، هم‌تغییرنگار را برآورد نموده، با استفاده از برآورد

هم‌تغییرنگار و کریگیدن معمولی، مقدار $\delta(u_\circ)$ برآورد می‌شود. سپس با توجه به رابطه‌ی (۲) کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی برای میدان تصادفی در موقعیت $u_\circ$ به‌صورت $\hat{Z}(u_\circ) = w_\circ{}'\hat{\beta} + \hat{\delta}(u_\circ)$ حاصل می‌شود، که در آن $w_\circ = [f_{\circ\circ}(u_\circ), \ldots, f_{KL}(u_\circ)]'$ است.

۴ مثال کاربردی

در این بخش، نحوه‌ی استفاده از روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی در یک مثال کاربردی نشان داده می‌شود و میزان دقت پیشگویی حاصل از آن با روش کریگیدن فضایی-زمانی عام، مورد مقایسه قرار می‌گیرد. داده‌های مینیمم ماهانه‌ی دمای هوای ۳۰ ایستگاه هواشناسی استان‌های آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، اردبیل، زنجان، کردستان و گیلان که طی ۱۲ ماه از دی ۱۳۸۴ تا آذر ۱۳۸۵ اندازه‌گیری شده‌اند، از مرکز تحقیقات آب و خاک دریافت شده است. ابزار اندازه‌گیری، دماسنج الکتریکی و واحد آن سانتی‌گراد بوده است. واحد اندازه‌گیری طول و عرض جغرافیایی نیز درجه و دقیقه بوده است، که با نرم‌افزار TatukGIS به سیستم جهانی UTM بر حسب متر تبدیل شده‌اند.

برای تحلیل فضایی-زمانی داده‌ها، در ابتدا ماهیت اوّلیه‌ی مشاهدات از نظر مانایی در میانگین، تغییرنگار و واریانس آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار مقادیر $Z(s)$ مشاهده‌شده در تمام موقعیت‌های $s = (x, y)$ در جهت‌های مختلف شرقی-غربی و شمالی-جنوبی در ماه‌های مختلف رسم شده‌اند. همان‌طورکه در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، در دی‌ماه با افزایش x، مقدار مینیمم دما در ابتدا سیر نزولی و



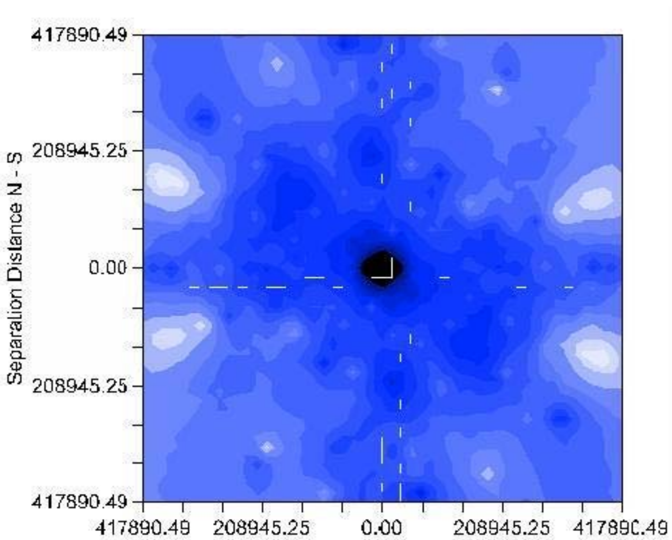
شکل ۱. نمودار $Z(x, y)$ در مقابل x و y در دی‌ماه

سپس افزایش دارد و در جهت تغ رات y ن ز از خود روند افزایش نشان م دهد به ور مشابه نمودار مقاد ر $Z(s)$ها در سا ر ماه‌های سال ن ز ب انگر وجود روند در داده‌ها است بنا بر ا ن برای ا ن‌که از اثر روند بر برورد تغ رنگار و نها تا پ ش‌گو کاسته شود لازم است به‌نحوی روند مشاهدات تع ن شود و بر اساس داده‌های ب روند شده اقدام به برورد تغ رنگار شود برای ا ن من ور در ابتدا ک مدل چندجمله‌ای به‌روش گام‌به‌گام به داده‌ها برازانده شده و تاب م انگ ن با ر تع ن به‌صورت

$$\mu(u) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 xy + \beta_4 x^2 + \beta_5 y^2 + \beta_6 xt$$
$$+ \beta_7 xyt + \beta_8 y^2 + \beta_9 xt^2 + \beta_{10} xyt^2 + \beta_{11} y^2 t^2 \qquad (\ )$$

به‌ترت با را $\times^{-4}$ $- \times^{-4}$ $- \times^{-11}$ $\times^{-11}$
$^{-11}\times$ $^{-5}\times$ $^{-12}\times$ $-$ $^{-13}\times$ $^{-6}\times$ $-$
$^{-13}\times$ و $^{-14}\times$ $-$ حاصل شده است که در ن $u=(s,t)=(x,y,t)$ است و x و y ول و عرض جغراف ا هر ا ستگاه و t زمان م باشند به ور مشابه با در ن رگرفتن h به‌عنوان ارتفا ا ستگاه از س ح در ا مدل چندجمله‌ای

$$\mu(u,h) = \beta_0 + \beta_1 y^2 + \beta_2 xt + \beta_3 xyt + \beta_4 y^2 t + \beta_5 xt^2$$
$$+ \beta_6 xyt^2 + \beta_7 y^2 t^2 + \beta_8 h \qquad (\ )$$



شکل ۲. رو ه‌ی تغ رنگ ر در دی‌م ه

به‌ترت با را $\times$ ${}^{-۱۲}$ $\times$ ${}^{-۵}$ — $\times$ ${}^{-۱۲}$ $\times$ — ${}^{-۱۳}$ $\times$
${}^{-۶}$ $\times$ — ${}^{-۱۳}$ $\times$ ${}^{-۱۴}$ $\times$ — و ${}^{-۳}$ $\times$ — و همچن ن ر تع ن
به داده‌ها برازانده شده است سپس بر اساس هر ک از دو مدل و روند موجود در داده‌ها برورد شده و با کم کردن ن‌ها از مقاد ر مشاهده‌شده‌ی داده‌ها ب روند شده‌اند

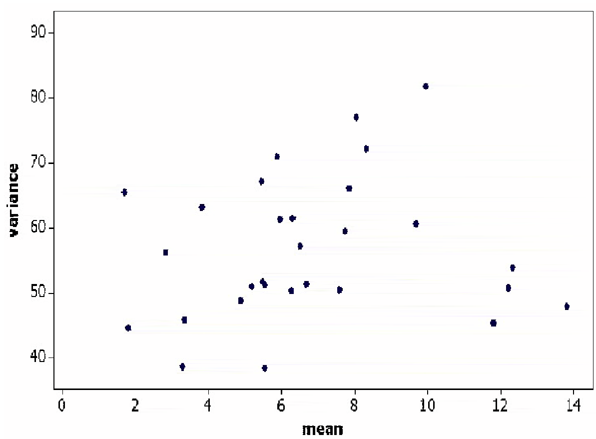
برای شناسا مانا در تغ رنگار رو ه‌ی تغ رنگار داده‌های ب روند برای ماه را رسم نموده مشابه شکل که رو ه‌ی تغ رنگار دی‌ماه را به‌عنوان نمونه نشان م دهد ملاح ه شد که رو ه‌ی تمام تغ رنگارها متقارن است لذا تغ رنگار در ماه‌های مختلف مانا است برای بررس فرض مانا وار انس نمودار وار انس داده‌های م ن مم دمای ا ستگاه در برابر م انگ ن ن‌ها در شکل رسم شده است همان ور که ملاح ه م شود داده‌ها به ور تصادف پراکنده شده‌اند که ب انگر همگن وار انس است

بهتر ن مدل تغ رنگار فضا که بر اساس روش کم‌تر ن توان‌های دوم وزن به تغ رنگار فضا برازش داده شده است به‌صورت نما

$$\hat{\gamma}(h_s) = \quad + \quad \left(\; - \exp\left\{ \frac{||h_s||}{\quad} \right\} \right)$$

م باشد که نمودار ن در شکل نما ش داده شده است همچن ن بهتر ن مدل تغ رنگار زمان به‌صورت

$$\hat{\gamma}(h_t) = \quad + \quad \left(\; - \exp\left\{ \frac{|h_t|}{\quad} \right\} \right)$$



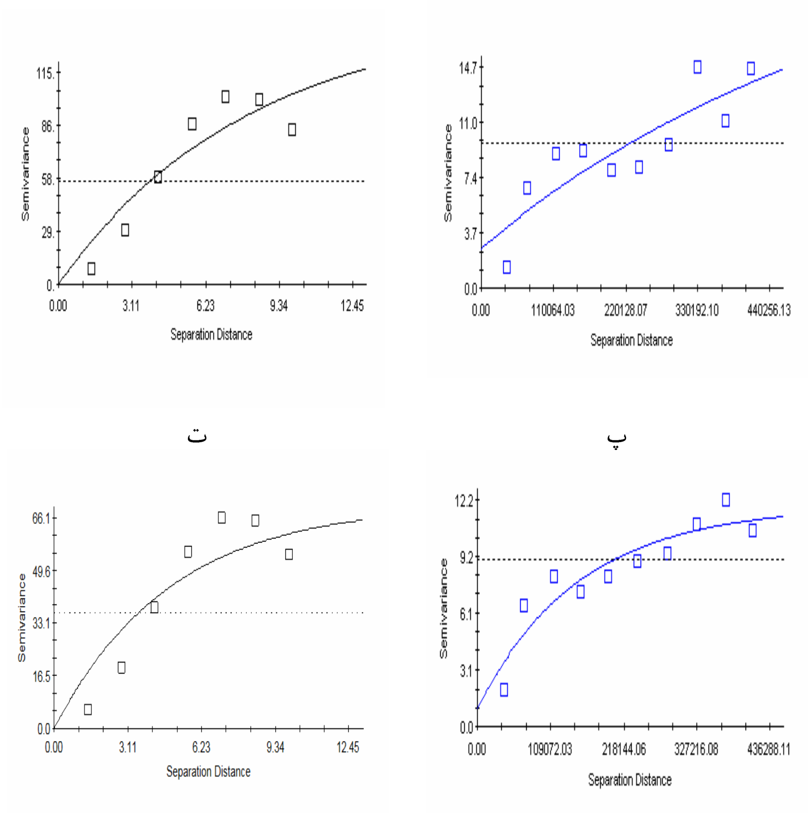
شکل ۳. نمودار وار نس دم ی هوا در برابر م نگ ن

است که نمودار ن ز در شکل   نشان داده شده است با افزودن ارتفا به‌عنوان متغ ر کمک بهتر ن مدل‌ها برای تغ رنگارهای فضا   و زمان با روند بروز بر اساس روش کم‌تر ن توان‌های دوم وزن به‌صورت

$$\hat{\gamma}(h_s) = \quad + \quad \left(\quad - \exp\left\{ \frac{||h_s||}{} \right\} \right)$$

$$\hat{\gamma}(h_t) = \quad + \quad \left(\quad - \exp\left\{ \frac{|h_t|}{} \right\} \right)$$

حاصل شده‌اند که نمودار ن‌ها به‌ترت   در شکل‌های   پ و   ت ارا ه شده است



شکل ۴. ن‌م‌تغ رنگ‌رها ی   ف   زم ز   پ ف   ؛ روند بروز   و ت زم ز ؛ روند بروز

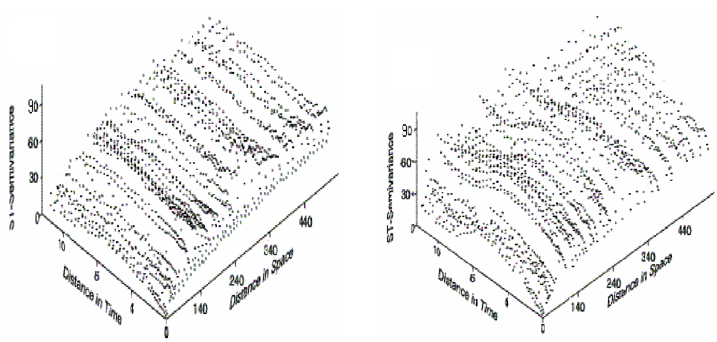
با قرار دادن $h=(h_s,h_t)$ برورد تجرب ن م‌تغ رنگار فضا زمان تجرب به‌صورت

$$\hat{\gamma}(h)=\frac{\ }{N_h}\sum_{N(h)}[\delta(u_i)-\delta(u_j)]^{۲}$$

است که در ن N_h تعداد اعضای مجموعه‌ی $N(h)=\{(u_i,u_j):u_i-u_j=h\}$ و $\delta(u)=Z(u)-\mu(u)$ داده‌های ب روند م باشد شکل نمودار برورد ن م‌تغ رنگار تجرب فضا زمان را برای داده‌های ب روند نشان م دهد که در ن $\mu(u)$ بر اساس مدل برورد شده است شکل ن ز نمودار برورد ن م‌تغ رنگار تجرب فضا زمان با روند برون را نشان م دهد که در ن $\mu(u)$ بر اساس مدل برورد شده است همان ور که ملاحظه م شود ن م‌تغ رنگار فضا زمان با روند برون در مقا سه با ن م‌تغ رنگار فضا زمان کاهش مشهودی دارد عن با افزودن ارتفا به مدل ن م‌تغ رنگار در فاصله‌ی مکان و زمان کاهش افته هم‌بستگ فضا زمان داده‌ها را ب ش‌تر ب ان م کند

با توجه به ا ن‌که مدل نما به هر ک از دو تغ رنگار فضا و زمان به ور جداگانه قابل برازش است بر اساس مدل تفک ک‌پذ ر رب م توان ک ن م‌تغ رنگار فضا زمان معت ر به‌صورت

$$\begin{aligned}\gamma(h_s,h_t;\theta)=&\ C_t(\ )\left(c_{\circ s}+c_s\left(\ -\exp\left\{\frac{||h_s||}{a_s}\right\}\right)\right)\\&+C_s(\ )\left(c_{\circ t}+c_t\left(\ -\exp\left\{\frac{|h_t|}{a_t}\right\}\right)\right)\\&-\left(c_{\circ s}+c_s\left(\ -\exp\left\{\frac{||h_s||}{a_s}\right\}\right)\right)\left(c_{\circ t}+c_t\left(\ -\exp\left\{\frac{|h_t|}{a_t}\right\}\right)\right)\qquad(\ )\end{aligned}$$



شکل ۵. ن م‌تغ رنگار ف زم ن ن م‌تغ رنگار ف زم ن ب روند برون

جدول ۱. انحراف معیارهای دو روش کریگیدن فضایی-زمانی برای ۱۲ ماه در استان‌های شمال غربی ایران

شهر	روش کریگیدن	دی	بهمن	اسفند	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	امرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر
اردبیل	عام	۳٫۳۵	۲٫۵۴	۲٫۰۱	۱٫۸	۲	۱٫ ۷	۳٫۲	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۱۳	۳٫۴۴
	با روند برونی	۰٫۸۶	۰٫۸	۰٫۹۳	۰٫۷	۰٫۹	۱٫۰	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۴
آذربایجان شرقی	عام	۳٫۳۱	۲٫۵۴	۲٫۱۵	۱٫۵	۱٫۷	۲٫۴	۳٫۳	۴٫۸	۳٫۶	۵٫۳۷	۴٫۰۵	۳٫۴
	با روند برونی	۰٫۵۳	۰٫۴۳	۰٫۸۹	۱٫۰	۰٫۹	۱٫۱	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۴
آذربایجان غربی	عام	۳٫۴	۲٫۴۵	۲٫۰۱	۱٫۷	۱٫۸	۱٫۴	۳٫۳	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۰۸	۳٫۳۹
	روند برونی	۰٫۵۶	۰٫۶۸	۰٫۷۹	۰٫۱۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫ ۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۳۷
گیلان	عام	۳٫۰۷	۳٫۶	۲٫۹	۴۱٫۷	۲٫۱	۳٫۱	۳٫۵	۴٫۸	۳٫۹	۵٫۳۷	۴٫۱	۳٫۵۴
	با روند برونی	۰٫۶۹	۱٫۳۳	۰٫۷۵	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۳۸
کردستان	عام	۳٫۳۰	۲٫۵۲	۱٫۹۶	۱٫۶۵	۲٫۲	۲٫۴۵	۳٫۳۰	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۰۵	۳٫۳۳
	با روند برونی	۰٫۶	۰٫۶۷	۰٫۸۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۶	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۴۲
زنجان	عام	۳٫۳۳	۲٫۴	۲٫۰	۱٫۸	۲٫۲	۱٫۸	۳٫۲	۴٫۸	۳٫۶	۵٫۳۷	۴٫۰۴	۳٫۳۳
	با روند برونی	۰٫۵۷	۰٫۴۹	۰٫۸۱	۰٫۷۱	۰٫۹	۰٫۸	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۶	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۴

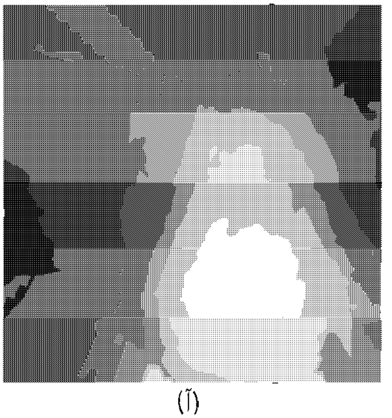
در نظر گرفت. در این صورت، برآورد کم‌ترین توان‌های دوم پارامترهای $\theta = (c_{\circ s}, c_s, a_s, c_{\circ t}, c_t, a_t)$ در مدل (۵)، با کمینه کردن $\sum_{i=1}^{N} w_i(\hat{\gamma}(h_{s_i}, h_{t_i}) - \gamma(h_{s_i}, h_{t_i}; \theta))^2$، که در آن $w_i = \frac{N(h_{s_i}, h_{t_i})}{\sqrt{\hat{\gamma}(h_{s_i}, h_{t_i})}}$ و $N = \min(N_{h_s}, N_{h_t})$ است، با روش نیوتون-رافسون و استفاده از نرم‌افزار S-PLUS به‌صورت $\hat{\theta} = (۰٫۷۵, ۱۵, ۴۵۲٫۳, ۰٫۰۵, ۶۳, ۵٫۳۲)$ حاصل شده است. انحراف معیار پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی عام و پیشگوی کریگیدنی با روند برونی در استان‌های اردبیل، آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، گیلان، کردستان و زنجان در ۱۲ ماه محاسبه و در جدول ۱ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، انحراف معیار پیشگویی‌های انجام‌شده توسط پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی با روند برونی در تمام شهرها و ایام سال از انحراف معیار پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی کوچک‌تر است؛ یعنی لحاظ کردن ارتفاع، که یکی از عوامل مؤثر بر دمای هوا به شمار می‌رود، تأثیر بسزایی بر افزایش دقت پیشگوی کریگیدنی با روند برونی در مقایسه با کریگیدن عام دارد. نظر به این‌که اختلاف انحراف معیار دو روش کریگیدن در بعضی ماه‌ها کم می‌باشد، لازم است به شرایط اقلیمی دیگری، چون رطوبت، فعالیت‌های انسانی و جریان‌های دریایی مؤثر بر دمای هوا نیز توجه شود. چنان‌چه این‌گونه متغیرها نیز در محاسبه‌ی پیشگوی کریگیدنی با روند لحاظ شوند، دقت پیشگوها افزایش بیش‌تری خواهد یافت. به‌عنوان مثال در استان گیلان ممکن است بتوان کاهش اختلاف دقت دو نوع پیشگوی کریگیدنی را با در نظر گرفتن عامل رطوبت کنترل نمود. برای این منظور لازم است علاوه بر ارتفاع، رطوبت نیز به‌عنوان متغیر کمکی در

روند برونی لحاظ گردد. همچنین مقدار کم این اختلاف در استان‌های زنجان، آذربایجان غربی، اردبیل و کردستان نیز می‌تواند به‌دلیل عوامل اقلیمی باشد، که مهم‌ترین عامل در این نواحی باد است. در شهر تبریز نیز فشار هوا و وجود گازهای گلخانه‌ای به‌دلیل صنعتی بودن این شهر، اثر ارتفاع را در برخی از ماه‌ها کم‌رنگ کرده است. البته شایان ذکر است تغییرات دمای روزانه در نواحی صخره‌ای بدون پوشش گیاهی، بیش‌تر است. در شکل ۶-(آ) نقشه‌ی پیشگویی مینیمم دمای هوای دی‌ماه ۱۳۸۴ در استان‌های مورد مطالعه بر اساس طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح دریا ارائه شده است. هر قدر سایه‌ها پررنگ‌تر می‌شوند، مینیمم دما در ماه مورد نظر، مقادیر بزرگ‌تری را اختیار می‌کند، یا به‌عبارتی نشان‌دهنده‌ی سردی هوا است. به‌عنوان مثال، در قسمت شمال شرقی، سایه‌های پررنگ، مناطق خلخال، زرینه‌باتو و سراب را نشان می‌دهد، که نسبت به جنوب شرقی که مربوط به مناطق رشت و آستارا است، از دمای کم‌تری برخوردار هستند.

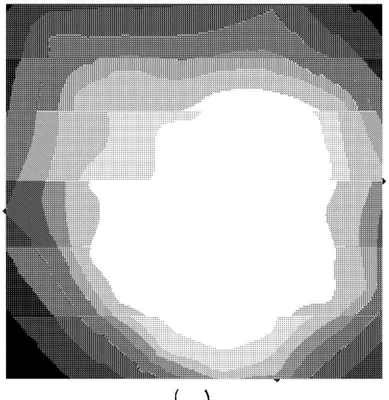
همچنین شکل ۶-(ب) رویه‌ی انحراف معیار پیشگوی کریگیدنی با روند برونی را برای منطقه‌ی مورد مطالعه نشان می‌دهد. در این شکل نیز هر قدر از کناره‌ها به سمت مرکز منطقه می‌رویم سایه‌ها کم‌رنگ‌تر شده که بیانگر افزایش دقت یا کاهش انحراف معیار پیشگو در موقعیت‌های مرکزی منطقه‌ی مورد مطالعه است.

۵ بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به بررسی مینیمم دمای ماهانه‌ی هوای شش استان، چنان‌چه ارتفاع به‌عنوان متغیر کمکی منظور شود پیشگوها از دقت بیش‌تری برخوردار می‌شوند و پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی با روند برونی، به‌دلیل



(آ)



(ب)

شکل ۶. (آ) پهنه‌بندی پیشگویی مینیمم دما، (ب) پهنه‌بندی انحراف معیار پیشگویی

برخورداری از انحراف معیارهای کوچک‌تر، دقیق‌تر از پیشگوی کریگیدنی عام عمل می‌کند. دمای هوا تحت تأثیر عوامل دیگری چون رطوبت، باد، بافت خاک، پوشش گیاهی و فعالیت‌های انسانی است. به‌علاوه، تفاوت دما در ارتفاعات، ناشی از جهت شیب آن‌ها است؛ به این صورت که، شیب‌های جنوبی ارتفاعات، گرم‌تر از شیب‌های شمالی هستند. بنا بر این آگاهی بیش‌تر از هر کدام از این عوامل و احتساب آن‌ها در مدل می‌تواند به دقت بیش‌تر پیشگوها منجر گردد. مطالعه‌ی انجام‌شده برای مینیمم دمای ماهانه‌ی هوا می‌تواند برای متوسط روزانه یا هفتگی دما یا فواصل زمانی دلخواه نیز صورت پذیرد.

سپاس‌گزاری

نویسندگان از اصلاحات پیشنهادی داوران محترم مجله که موجب بهبود این مقاله گردید و حمایت قطب علمی داده‌های ترتیبی و فضایی دانشگاه فردوسی مشهد، کمال تشکر و قدردانی را دارند.

مرجع‌ها

ریواز، فیروزه؛ محمدزاده، محسن؛ جعفری خالدی، مجید (۱۳۸۶). پیشگویی بیز تجربی داده‌های فضایی-زمانی تحت مدل تفکیک‌پذیر. مجله‌ی علوم آماری، جلد ۱، شماره‌ی ۱، ۳۷-۴۸.

کریمی، امید؛ محمدزاده، محسن (۱۳۸۶). برآورد بیز پارامترهای مدل رگرسیونی با خطاهای خودهمبسته‌ی فضایی. مجله‌ی علوم دانشگاه تهران، جلد ۳۳، شماره‌ی ۳، ۳۳-۳۸.

Buxton, B.E.; Pate, A.D. (1996). *Estimation of Joint Temporal-Spatial Semivariograms.* Geostatistics Wollongong, Kluwer Academic Publishing, Dordrecht, 150-161.

Bilonick, R.A. (1985). The space-time distribution of sulfat deposition in the northeastern United States. *Atmosph. Environment* **19**, 1829-1845.

Bogaert, P. (1996). Comparison of kriging techniques in a space-time context. *Math. Geol.* **28**, 73-89

Christakos, G.; Bogaert, P. (1996). Spatiotemporal analysis of spring water ion processes derived from measurements at the dyle basin in Belgium. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **34**, 626-642.

Comenga, V.; Vitale, C. (1993). Space-time analysis of water status in a volcanic vesuvian soil. *Geoderma* **60**, 135-158.

Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data.* Wiley, New York.

De Iaco, S.; Myers, D.E.; Posa, D. (2001). Space-time analysis using a general product-sum model. *Statist. Probab. Lett.* **52**, 21-28.

Eynon, B.P.; Switzer, P. (1983). The variability of rainfall acidity. *Canad. J. Statist.* **11**, 11-24.

Hass, T.C. (1998). Statistical assesment of spatio-temporal pollutant trends and meteorological transport models. *Atmosph. Environment* **32**, 1865-1879.

Kyriakidis, P.C.; Journel, A.G. (2001). Stochastics modeling of atmosgpheric pollution: a spatial time-series famwork: Part I, Metheodology. *Atmosph. Environment* **35**, 2331-2337.

Posa, D. (1993). A simple description of spatio-temporal processes. *Comput. Statist. Data Anal.* **15**, 425-437.

Reinsel, G.C.; Cheang, W.K. (2003). Approximate ML and REML estimation for regression models with spatial or time series AR(1) noise. *Statist. Probab. Lett.* **62**, 123-135.

Rouhani, S.; Myers, D.E. (1990). Problems in space-time kriging of geohydrological data. *Math. Geol.* **22**, 611-623.

Stin, A.; Kocks, C.G.; Zadocks, J.C.; Frinking, H.D.; Russen, N.A.; yers, D.E. (1994). A geostatistical analysis of the spatio-temporal devolopment of donwy mildew epidemics in Chabbage. *Ecology and Epidemiology* **84**, 1227-1239.

Weyl, H. (1952). *Space-Time Matter.* Dover, New York.

محسن محمدزاده
گروه آمار، دانشکده‌ی علوم پایه،
دانشگاه تربیت مدرس،
پل نصر، بزرگراه جلال آل احمد،
تهران، ایران.
پیام‌نگار: *mohsen_m@modares.ac.ir*

مریم شرفی
گروه آمار، دانشکده‌ی علوم پایه،
دانشگاه تربیت مدرس،
پل نصر، بزرگراه جلال آل احمد،
تهران، ایران.
پیام‌نگار: *mmaryamsharafi@gmail.com*