

بررسی تأثیر نوع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ

مجتبی ربيعي‌وزيري^{*}، سعید کريمي نسب^{*}، حميد رضا محمدی؛
دانشگاه شهيد باهنر كرمان، دانشکده فني و مهندسي

تاریخ: دریافت ۹۲/۷/۱۶ پذیرش ۹۳/۱۱/۲۷

چکیده

هوک و براون (۱۹۹۷) روشی را برای تخمین پارامترهای مقاومتی و تغییر شکل‌پذیری توده‌سنگ‌ها پیشنهاد کردند. زمانی که این روش پیشنهاد گردید، در طراحی‌های مهندسی سنگ به‌طور گسترده استفاده شد. در طراحی‌ها غالب از میانگین مقادیر پارامترهای هوک و براون استفاده می‌شود، با توجه به تغییرپذیری خواص توده‌سنگ در دامنه وسیعی از اعداد این عمل نمی‌تواند مناسب باشد. در چنین مواردی تحلیل احتمالاتی خواص توده‌سنگ اهمیت پیدا می‌کند. شاخص مقاومت زمین‌شناسی از مهم‌ترین پارامترهای موجود در روابط هوک و براون است که عدم قطعیت‌های موجود در تعیین آن بیشتر از سایر پارامترها است. در این مقاله بر اساس نتایج آزمایش‌های مکانیک‌سنگ روی نمونه‌های سنگی معدن گل‌گهر سیرجان و همچنین برداشت‌های صحرایی مورد نیاز، به بررسی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ پرداخته شد. سپس میزان حساسیت این پارامترها نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی، در زمان استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو بررسی شد. نتایج نشان داد که میزان حساسیت روابط هوک و براون برای تعیین پارامترهای مختلف ژئومکانیکی توده‌سنگ نسبت به تغییر نوع تابع توزیع

^{*}نویسنده مسئول kariminasab@uk.ac.ir

شاخص مقاومت زمین‌شناسی یکسان نیست. میزان حساسیت پارامترهای مختلف نسبت به تغییر نوع تابع توزیع شاخص مقاومت زمین‌شناسی برای زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی و مقاومت کلی کمتر از ۵٪، مدول کمتر از ۱۰٪، و برای مقاومت فشاری تکمحوره و مقاومت کششی کمتر از ۲۵٪ به دست آمد

واژه‌های کلیدی: خصوصیات توده‌سنگ، شاخص مقاومت زمین‌شناسی، شبیه‌سازی مونت کارلو، معدن آهن شماره یک گل‌گهر، معیار شکست هوک و براون.

مقدمه

اندازه‌گیری تغییرپذیری خواص مکانیکی توده‌های سنگی دشوار است. روش‌های مورد استفاده در مهندسی سنگ که برای محاسبه خصوصیات توده سنگ استفاده می‌شوند تنها بر جمع‌آوری تعداد محدودی داده مکانی استوار هستند.

مثالاً روش‌های عددی تنها نیازمند یک مقدار عددی خاص برای هر کدام از پارامترهای ورودی است، که حاصل عملیات روی آن‌ها مقداری برای پارامتر خروجی است. این‌گونه روش‌ها توزیع احتمالی پارامترهای ورودی را در محاسبه پارامترهای مربوط به توده سنگ در نظر نمی‌گیرند، بنابراین، این روش‌های تجربی ذاتاً در مقادیر خروجی که نتیجه می‌دهند دچار نامعینی و شک و تردید هستند [۱].

بررسی‌های مربوط به قابلیت اعتماد در تعیین خواص مقاومتی و تغییر شکل‌پذیری توده سنگ از جمله موارد بسیار مهم در تعیین خواص توده سنگ با اطمینان زیاد هستند. مواد طبیعی نظیر خاک و سنگ به طور ذاتی ناهمگن هستند و تغییرپذیری زیادی در خواص آن‌ها وجود دارد، این تغییرپذیری به علت ماهیت ناهمگن در مورد سنگ‌ها بیشتر از خاک است. از این‌رو، ضروری است که قبل از طراحی به توصیف خصوصیات طبیعی و تصادفی توده سنگ پرداخته شود. طبیعت این خواص با عدم قطعیت همراه است و بسیار منطقی‌تر است که در محاسبات مربوط به طراحی به جای استفاده از یک مقدار قطعی که معمولاً میانگین مقادیر است، از بررسی‌های مربوط به عدم قطعیت در به دست آوردن این مقادیر استفاده شود. به هر

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۲۷

حال تخمین‌های آماری و احتمالاتی می‌توانند در ملاحظه کردن دامنه وسیعی از مقادیر به پارامترهای تصادفی موجود در مسئله مفید باشند. این موضوع می‌تواند با بهدست آوردن فراوانی نسبی و توزیع احتمال مربوط به مقادیر به سهولت حاصل شود [۱].

هرکدام از روش‌های تجزیه و تحلیل عدم قطعیت، برای بررسی و تحلیل عدم قطعیت موجود در داده‌ها دارای روند محاسباتی خاصی هستند، برخی از آن‌ها شکل تابع توزیع آماری داده‌های ورودی را در نظر می‌گیرند اما برخی دیگر، این پارامتر را مورد توجه قرار نمی‌دهند. از آن‌جایه بسیاری از پدیده‌های طبیعی از توزیع و شکل حدی نرمال پیروی می‌کنند، در بررسی‌های احتمالاتی در بسیاری از موارد مانند مسائل ژئومکانیکی، توزیع اطلاعات ورودی به تحلیل را نرمال فرض می‌کنند. با این وجود در بعضی از موارد داده‌های موجود از توزیع نرمال تعیت نمی‌کنند و یا در شرایطی حتی نمی‌توان توزیع خاصی را بر آن‌ها برازش داد، در چنین مواردی این نکته مطرح است که شکل تابع توزیع آماری داده‌های ورودی به تحلیل چه میزان تغییر در خروجی‌های روش احتمالاتی مورد کاربرد ایجاد می‌کند.

از روش‌های پرکاربرد در تعیین خواص ژئومکانیکی توده‌سنگ استفاده از روابط هوک و براون است. از جمله پارامترهای ورودی به این روابط شاخص مقاومت زمین‌شناسی^۱ است. این شاخص از بررسی‌های صحرایی بهدست می‌آید، از آن‌جایه در برداشت‌های صحرایی محاسبه این شاخص با محدودیت‌های متعددی ناشی از عدم دسترسی کامل به توده سنگ مواجه می‌شود، عدم قطعیت موجود در تعیین این پارامتر نسبت به سایر پارامترهای روابط هوک و براون بیشتر است. در حقیقت همه پارامترهای معیار هوک و براون اغلب دارای توزیعی آماری هستند. این توزیع‌های آماری می‌توانند محاسبات مربوط به طراحی را بهشدت معنی‌دار کنند. این توزیع‌ها اغلب در بررسی قابلیت اعتماد در پایداری شیب‌ها و طراحی نگهداری تونل‌ها اهمیت دارند [۲].

پژوهش‌های معمودی در زمینه برآورد احتمالاتی خواص توده سنگ با استفاده از روابط هوک و براون وجود دارد. هوک در سال ۱۹۹۸ روش تخمین نقطه‌ای^۲ را برای تخمین پارامترهای موجود در رابطه هوک و براون به کار برد و فرض کرد که سه پارامتر GSI , σ_i و m_i

1. Geological Strength Index

2. Point estimation method

دارای توزیع نرمال^۱ هستند [۲]. ساری^۲ در سال ۲۰۰۹ همانند روش هوك بررسی‌هایی را با تعداد محدودی داده آماری انجام داد [۳]. ساری در سال ۲۰۱۰ و در ادامه بررسی‌های قبلی و با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو^۳ اقدام به شبیه‌سازی خواص توده‌سنگ کرد. وی تأثیر توزیع آماری عوامل تأثیرگذار بر تمامی پارامترهای ورودی معیار هوك و براون را هم در محاسبات خود اعمال کرد. همچنین تأثیر توزیع‌های مربوط به پارامترهای سنگ بکر و نیز ناپیوستگی‌ها را که همان ورودی‌های سیستم طبقه‌بندی RMR بودند را در شبیه‌سازی اعمال کرد [۱]. آیدریس^۴ و همکاران در سال ۲۰۱۱ و در بررسی‌های خود در زمینه تحلیل عددی تغییرپذیری خواص توده‌سنگ توزیع پارامترهای ورودی رابطه هوك و براون را نرمال در نظر گرفتند [۴]. به هر حال در نظر گرفتن توزیع قرار دادی نرمال برای پارامترهای رابطه هوك و براون ممکن است صحیح نباشد و منطقی‌تر است که توزیع را همان توزیع مشاهده شده در هیستوگرام فراوانی داده‌ها در نظر گرفت [۱].

با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان به این نکته اشاره کرد که تاکنون در هیچ‌کدام از پژوهش‌های انجام شده به حساسیت پارامترهای ژئومکانیکی توده سنگ نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری پارامترهای ورودی به تحلیل احتمالاتی توجه نشده است، بر این اساس در این مقاله به بررسی اثر نوع تابع توزیع آماری پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی در برآورده احتمالاتی خواص توده سنگ با استفاده از رابطه هوك و براون و با روش شبیه‌سازی مونت کارلو پرداخته شده است. علاوه بر آن، به مقدار تغییرات در پارامترهای ژئومکانیکی توده سنگ با تغییر نوع تابع توزیع آماری حاکم بر پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی نیز توجه شده است.

روش شبیه‌سازی مونت کارلو

اغلب پارامترهایی که در بررسی‌های ژئومکانیکی و ژئوتکنیکی وجود دارند، دارای عدم قطعیت‌هایی هستند که طراح قادر به پیش‌بینی آن‌ها نیست. به عبارت دیگر پارامترهای مختلف در مکان و یا زمان‌های گوناگون دارای فراوانی‌های متفاوتی است و بنابراین خروجی‌های چندگانه و بدون هیچ الگوی مشخصی با عباراتی مانند شانس و یا احتمال بیان می‌شوند.

1. Normal 2. Sari 3. Monte Carlo Simulation method 4. Idris

بنابراین روش‌هایی که عدم قطعیت‌ها و برآیند آن‌ها را در نظر بگیرند، می‌توانند بسیار با ارزش باشند. این روش‌ها به نام روش‌های تعیین قابلیت اعتماد^۱ مشهورند. روش‌های بررسی قابلیت اعتماد به سه دسته تقسیم می‌شوند. (الف) روش‌های تحلیلی مانند روش ترکیب توزیع متغیرها^۲ [۵]، (ب) روش‌های تقریبی مانند تخمین نقطه‌ای، و مرتبه اول ممان دوم^۳ و (ت) روش‌های شبیه‌سازی مانند روش مونت کارلو [۶]. که در این میان روش مونت کارلو با توجه به سهولت در کاربری و دقت در جواب‌های به دست آمده بیش از سایر روش‌ها استفاده شده است [۷]. روش شبیه‌سازی مونت کارلو روشی است که با استفاده از یک سری اعداد تصادفی از توزیع احتمالی متغیرها،تابع نهایی را شبیه‌سازی می‌کند. امروزه روش مونت کارلو در مسائل بسیار پیچیده که دارای ماهیتی غیرقطعی هستند، کاربرد بسیاری دارد. شیوه نمونه‌گیری در روش مونت کارلو کاملاً تصادفی است به این معنی که هر نمونه به شکل کاملاً تصادفی از بازه توزیع داده‌های ورودی انتخاب می‌شود [۸].

مراحل مختلف این روش بدین شرح هستند:

(الف) اخذ نمونه‌های محدودی از پارامترهای ورودی مورد نظر و تجزیه و تحلیل اطلاعات خام به دست آمده.

(ب) تعیین نوع توزیع آماری حاکم بر نمونه‌ها (پارامترهای ورودی) و به دست آوردن خصوصیات آماری آن.

(ج) تولید مقادیر تصادفی بر حسب نوع توزیع تعیین شده و محاسبه خصوصیات جدید آماری توزیع مربوط

(د) تخمین پارامترهای ژئومکانیکی توده سنگ با استفاده از مقادیر تصادفی تولید شده در مرحله قبل

تولید مقادیر تصادفی بر اساس نوع توزیع، که در مرحله ج، ذکر شده است طبق این وسیله صورت می‌گیرد:

1. Reliability 2. Jointed distribution method 3. First Order Second Moment

۱. پارامتر اولیه ورودی مورد نظر را به عنوان تابع توزیع تجمعی احتمال^۱ رسم یا جدول‌بندی کرده و به نحوی که مقادیر متغیر روی بعد افقی یا محور X ها و احتمال‌های مربوط از تا ۱ روی بعد عمودی یا محور z ها باشند.
۲. به وسیله یک مولد اعداد تصادفی، یک عدد اعشاری تصادفی بین ۰ تا ۱ (تا هر رقم اعشار) انتخاب می‌شود.
۳. از نقطه‌ای روی محور z ها که متناظر با این عدد اعشاری تصادفی است، خطی به موازات محور X ها رسم کرده تا منحنی توزیع تجمعی را قطع کند.
۴. از نقطه برخورد فوق خطی عمود بر محور X ها رسم می‌شود.
۵. مقدار متغیر X متناظر با این نقطه تقاطع یادداشت شده و این مقدار X به عنوان یک مقدار نمونه اختیار می‌شود.
۶. مراحل ۲ الی ۵ را تکرار کرده تا این‌که آن تعداد از متغیرهای تصادفی که مورد نیاز است، شبیه‌سازی گرددن.

تابع توزیع متغیرهای تصادفی

پدیده‌هایی که از موردنی به موردنی دیگر به صورت تصادفی تغییر کنند را متغیر تصادفی می‌نامند. متغیرهای تصادفی را می‌توان به دو دسته متغیرهای تصادفی گسسته^۲ و متغیرهای تصادفی پیوسته^۳ تقسیم‌بندی کرد [۹]. پارامترهای بررسی شده در این پژوهش در دسته متغیرهای تصادفی پیوسته قرار می‌گیرند.

در این مقاله آزمون اندرسون دارلینگ^۴ و کمترین مقدار خطای نوع اول که منجر به رد شدن فرض صفر می‌شود^۵ توزیع خاصی را برای برآذش بر داده‌های شاخص مقاومت زمین‌شناسی مناسب ارزیابی نکردند. با توجه به این نکته و کاربرد گسترده‌ای که توزیع‌های نرمال، لاغ نرمال^۶، گاما^۷ و وایبل^۸ نسبت به سایر توزیع‌ها دارند و همچنین شباهت هیستوگرام فراوانی داده‌ها در این بررسی به این توزیع‌ها، از این توزیع‌ها برای برآذش بر داده‌های شاخص مقاومت زمین‌شناسی استفاده شد.

-
- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1. Cumulative Distribution Function | 2. Discrete random variable |
| 3. Continuous random variable | 4. Anderson Darling |
| 6. Lognormal | 7. Gamma |
| | 8. Weibull |

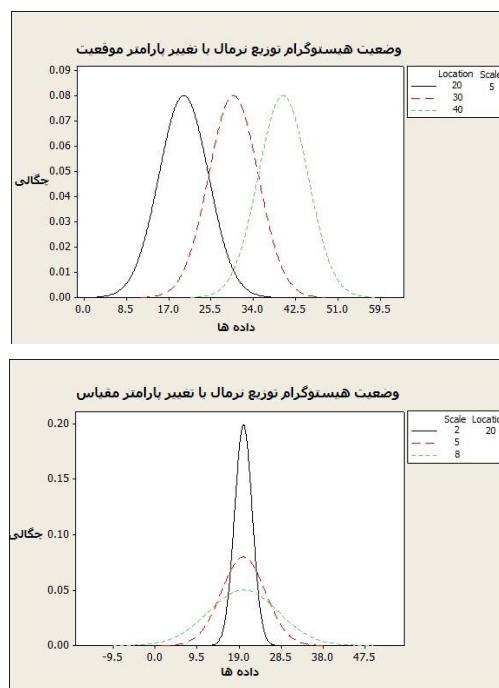
در این بخش به طور مختصر به معرفی این توزیع‌ها پرداخته می‌شود:

توزیع نرمال: مهم‌ترین توزیع پیوسته توزیع نرمال است. این توزیع به طور گسترده در علم آمار استفاده می‌شود، به این علت که از یک سو بسیاری از پدیده‌های طبیعی از این توزیع پیروی می‌کنند و از سوی دیگر شکل حدی بسیاری از توزیع‌های دیگر نیز نرمال است. تابع چگالی احتمال توزیع نرمال به شکل زیر است [۱۰، ۱۱]:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad -\infty < x < +\infty \quad (1)$$

در رابطه (۱) X متغیر تصادفی پیوسته، μ پارامتر موقعیت^۱ و σ پارامتر مقیاس^۲ هستند. لازم به ذکر است که در توزیع نرمال μ و σ به ترتیب همان میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی مورد نظر محاسبه می‌شوند.

در شکل ۱، تغییر وضعیت توزیع نرمال با تغییر در پارامترهای توزیع نشان داده شده است.



شکل ۱. تغییر وضعیت توزیع نرمال با تغییر پارامترهای توزیع

1. Location parameter

2. Scale parameter

توزیع لاغ نرمال: در بعضی از موارد متغیر تصادفی پیوسته X از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند اما لگاریتم $(\theta - X)$ دارای توزیع نرمال است، در این شرایط متغیر تصادفی پیوسته X دارای توزیع لاغ نرمال است.تابع چگالی احتمال توزیع لاغ نرمال بدین صورت است [۱۱]:

$$f_x(x) = \frac{\exp\left\{-[\log(x-\theta)-\xi]^2/(2\omega^2)\right\}}{\omega(x-\theta)\sqrt{2\pi}} \quad x > \theta, \omega > 0 \quad (2)$$

در رابطه (۲)، X متغیر تصادفی پیوسته، ω پارامتر مقیاس و θ پارامتر آستانه^۱ هستند. شکل ۲، نشان‌دهنده نحوه تغییر وضعیت توزیع لاغ نرمال با تغییر پارامترهای توزیع است.

توزیع گاما: ریاضی‌دان معروف به نام اولر^۲ تابع گاما را وارد آنالیز ریاضی کرد و انتگرال نوع دوم اولر نیز نامیده می‌شد. اگر تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته X دارای وضعیت زیر باشد توزیع گاما نامیده می‌شد [۱۱]:

$$f_x(x) = \frac{(x-c)^{a-1} (e^{-(x-c)/b})}{\Gamma(a)b^a} \quad x > c, a > 0, b > 0 \quad (3)$$

در رابطه (۳)، X متغیر تصادفی پیوسته، a پارامتر شکل، b پارامتر مقیاس، c پارامتر آستانه و Γ تابع گاما هستند. شکل ۳، تغییر وضعیت توزیع گاما را با تغییر در پارامترهای توزیع نشان می‌دهد.

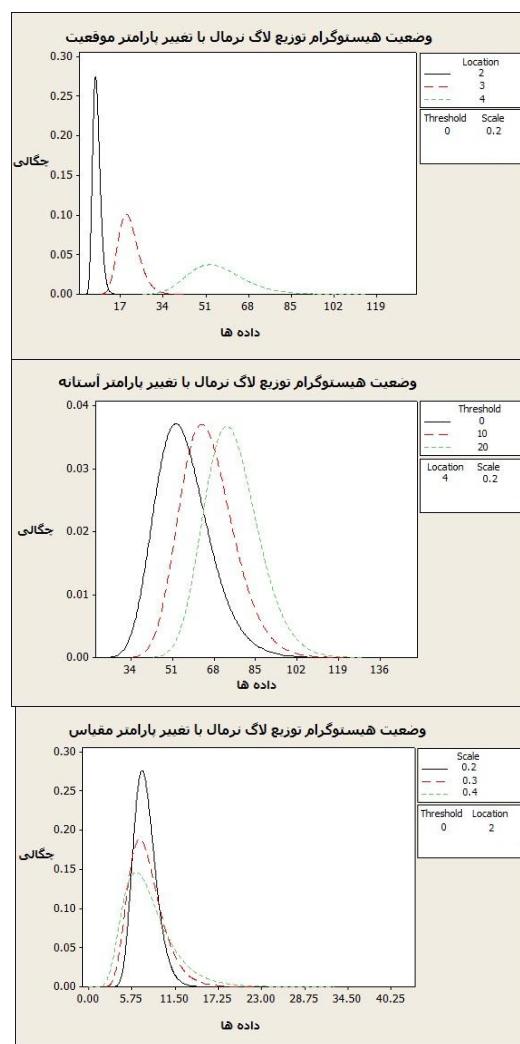
توزیع وایبل: اگر متغیر تصادفی پیوسته X با پارامترهای آلفا و بتای مثبت دارای تابع چگالی احتمالی به صورت (۴) باشد آن‌گاه متغیر پیوسته X دارای توزیع وایبل یا وایبول است و دارایم:

$$f_x(x) = \frac{\beta(x-\lambda)^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \exp\left[-((x-\lambda)/\alpha)^\beta\right] \quad \alpha > 0, \beta > 0 \quad (4)$$

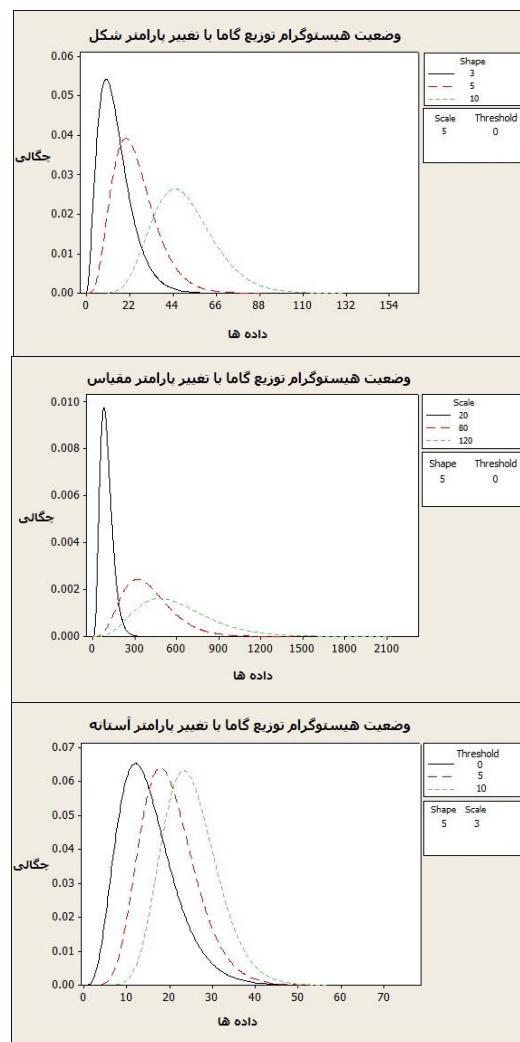
در رابطه (۴)، X متغیر تصادفی پیوسته، α پارامتر مقیاس، β پارامتر شکل و λ پارامتر آستانه هستند. در شکل ۴، تغییر وضعیت توزیع وایبل با تغییر در پارامترهای توزیع نشان داده شده است.

1. Threshold parameter 2. Euler 3. Shape parameter

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۳۳



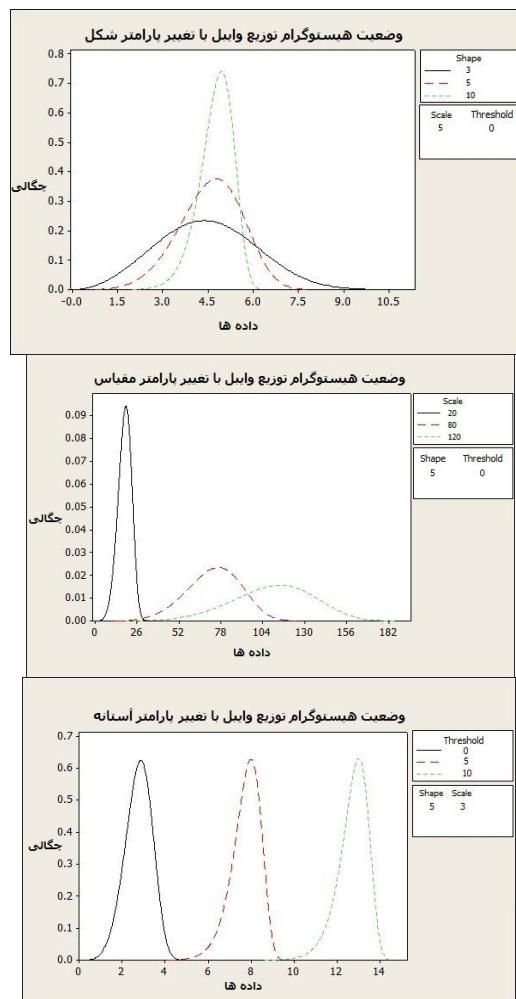
شکل ۲. تغییر وضعیت توزیع لاغ نرمال با تغییر پارامترهای توزیع



شکل ۳. تغییر وضعیت توزیع گاما با تغییر پارامترهای توزیع

متغیرهایی که در توزیع‌های مذکور تحت عنوان پارامترهای توزیع معرفی شده‌اند، صرفاً کنترل‌کننده وضعیت توزیع هستند. که به وسیله آن‌ها نرم‌افزار می‌تواند وضعیت و شکل توزیع تعیین شده را تشخیص داده و نمونه‌گیری تصادفی را انجام دهد. برای این کار نرم‌افزار بعد تشخیص این‌که داده‌های ورودی چه نوع توزیعی دارند یک سری پارامتر را که نشان‌دهنده وضعیت قرارگیری توزیع مورد نظر روی نمودار هستند را ارائه می‌دهد، که به وسیله این

پارامترها می‌توان در مرحله نمونه‌گیری تصادفی ویژگی‌های توزیع را به نرم‌افزار داد تا نمونه‌گیری را انجام دهد. لازم به ذکر است که شرکت ارائه دهنده نرم‌افزار، پارامترهای نشان‌دهنده وضعیت توزیع را تعیین کرده‌اند و برای هر نوع توزیع آماری ویژگی منحصر به فردی را دارند. نحوه اثرگذاری پارامترهای هر توزیع بر وضعیت توزیع مورد نظر در شکل‌های ۱ تا ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴. تغییر وضعیت توزیع واپل با تغییر پارامترهای توزیع

معیار شکست هوک و براون

برای تخمین خواص ژئومکانیکی تودهسنگ در این مقاله از معیار شکست هوک و براون استفاده شد. صورت کلی این معیار بدین صورت است:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + S \right)^a \quad (5)$$

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (6)$$

$$S = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (7)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{\frac{-GSI}{15}} - e^{\frac{-20}{3}} \right) \quad (8)$$

در روابط مذکور σ'_1 تنש مؤثر اصلی حداکثر، σ'_3 تنش مؤثر اصلی حداقل، σ_{ci} مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر، GSI شاخص مقاومت زمین‌شناسی، D فاکتور اغتشاش و m_i ثابت سنگ بکر هستند. مقدار m_i را می‌توان با توجه به جنس سنگ و وضعیت کانی‌شناسی و بافت‌شناسی از جدولی که به این منظور طراحی شده است به دست آورد. m_b ثابت کاهش یافته ثابت ماده‌سنگ (m_i) است، همچنین δ و a پارامترهایی هستند که مطابق روابط مذکور محاسبه می‌شوند [۱۲].

شاخص مقاومت زمین‌شناسی

معمولأً زمین‌شناسان و مهندسان با تجربه به طبقه‌بندی‌های ساده، سریع و قابل اطمینان علاقه‌مند هستند که بر مبنای بررسی وضعیت زمین‌شناسی از طریق مشاهده استوار باشند. از طرفی استفاده روز افزون از مدل‌سازی‌های کامپیوتری باعث نیاز مبرم به سیستم طبقه‌بندی شده است که با شبیه‌سازی سازه‌های سنگی به کمک کامپیوتر سازگار باشد. به همین دلیل هوک و براون ضمن معرفی پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی جدول‌های ساده‌ای برای تخمین مقدار این پارامتر تهیه کردند [۱۳].

از آنجاکه به علت کمبود پارامترهای قابل اندازه‌گیری برای ساختار تودهسنگ و شرایط ناپیوستگی‌ها، برای افراد مختلف (خصوصاً افراد کم تجربه) تخمین مقادیر متفاوت GSI از نمودار برای یک تودهسنگ واحد، امکان‌پذیر است، محققان برای ایجاد مقیاس‌های کمی برای

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۳۷

ساخтар توده‌سنگ و شرایط سطح درزه‌ها، تلاش کردند، تا این تفاوت در مقادیر قرائت شده به حداقل برسد [۱۴].

سونمز^۱ و اولوسی^۲ (۱۹۹۹) روشی کمی برای تعیین GSI را ارائه کرد، تا اختلاف در تعیین مقادیر تعیین شده برای GSI به وسیله افراد مختلف به خصوص افراد کم تجربه کاهش یابد [۱۵]. این چارت سپس به وسیله موارد تحقیقاتی بیشتر سونمز و اولوسی (در سال ۲۰۰۲) اصلاح شد [۱۶]. در این پژوهش از این چارت اصلاح شده برای محاسبه پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی استفاده شد. همچنین در این بررسی GSI از روی مغزه‌های حاصل از حفاری‌های ژئوتکنیکی در دیواره‌های معدن برداشت شد، به این ترتیب که دو پارامتر امتیاز ساختاری توده‌سنگ و امتیاز شرایط سطح درزه با روابط (۹) و (۱۰) تعیین شد، و با استفاده از این دو پارامتر، GSI مربوطه از روی چارت کمی اصلاح شده قرائت گردید.

$$SR = -17.5 \ln(J_V) + 79.8 \quad (9)$$

$$SCR = R_w + R_r + R_f \quad (10)$$

در روابط مذکور SR، امتیاز ساختاری توده‌سنگ، SCR، امتیاز شرایط سطح درزه، R_r، امتیاز زبری، R_w، امتیاز هوازدگی، R_f، امتیاز پرکننده و J_V، تعداد درزه در واحد حجم هستند. با توجه به اینکه در این مطالعه GSI از روی مغزه‌های حاصل از حفاری‌های ژئوتکنیکی در دیواره‌های معدن برداشت گردید، برای تعیین J_V از رابطه ۱۱، که به تعیین J_V از روی مغزه‌ها اختصاص دارد استفاده شد.

$$J_V = 35 - \left(\frac{RQD}{3.3} \right) \quad (11)$$

در رابطه (۱۱) J_V تعداد درزه در واحد حجم و RQD، شاخص کیفیت سنگ هستند.

تعیین پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ توسط معیار هوک و براون

یکی از روش‌های متداول برای تعیین پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ، استفاده از معیار شکست هوک و براون است. مقاومت فشاری تکمحوره توده‌سنگ در معیار هوک و براون از رابطه (۱۲) به دست می‌آید [۱۲]:

1. Sonmes 2. Ulusay

$$\sigma_c = \sigma_{ci} \cdot s^a \quad (12)$$

و مقاومت کششی برابر است با:

$$\sigma_t = -\frac{s \sigma_{ci}}{m_b} \quad (13)$$

طبق پیشنهاد هوك و براؤن مدول تغییر شکل‌پذیری توده‌سنگ از روابط (۱۴) الف و ب) به دست می‌آید:

$$E_m (GPa) = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{((GSI-10)/40)} \quad (14 \text{ الف})$$

$$E_m (GPa) = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \cdot 10^{((GSI-10)/40)} \quad (14 \text{ ب})$$

رابطه (۱۴) الف) برای سنگ‌ها با مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر کوچک‌تر یا مساوی ۱۰۰ مگا پاسکال و رابطه (۱۴) ب) برای سنگ‌ها با مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر بزرگ‌تر از ۱۰۰ مگا پاسکال است [۱۲]. همچنین روابط زیر برای محاسبه زاویه اصطکاک 'ϕ

و مقاومت چسبندگی 'c ارائه شده است:

$$\phi' = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (15)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-a)m_b \sigma'_{3n}] (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + (6am_b(s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}) / ((1+a)(2+a))}} \quad (16)$$

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3\max}}{\sigma_{ci}} \quad (17)$$

که مقدار $\sigma'_{3\max}$ حد بالای تنفس محصور کننده است، برای شبکهای، $\sigma'_{3\max}$ از رابطه (۱۸)

محاسبه می‌شود:

$$\frac{\sigma'_{3\max}}{\sigma'_{cm}} = 0.72 \left(\frac{\sigma'_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.91} \quad (18)$$

بررسی تأثیر نوع تابع نوزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۳۹

که σ'_{cm} مقاومت کلی توده‌سنگ، γ وزن مخصوص توده‌سنگ و H عمق از سطح زمین است. در مواردی که تنفس افقی از تنفس قائم بیشتر است، مقدار تنفس افقی باید به جای H استفاده شود [۱۲].

مقاومت کلی توده‌سنگ نیز از رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$\sigma'_{cm} = \sigma_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b - 8s))(m_b / 4 + s)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)} \quad (19)$$

تخمین پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو

این مورد بررسی شده بر توده‌سنگ‌های کوارتزیست، گنایس و مگنتیت موجود در محدوده معدن سنگ آهن شماره یک گل‌گهر انجام شد.

پارامترهای ورودی برای تخمین خواص توده‌سنگ با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو همان پارامترهای ورودی روابط هوک و براون هستند.

از جمله این پارامترها شاخص مقاومت زمین‌شناسی است. این پارامتر ورودی بر اساس چارت کمی اصلاح شده GSI و با تعیین دو امتیاز شرایط ساختاری توده‌سنگ و شرایط سطح درزه‌ها تعیین شد [۱۶].

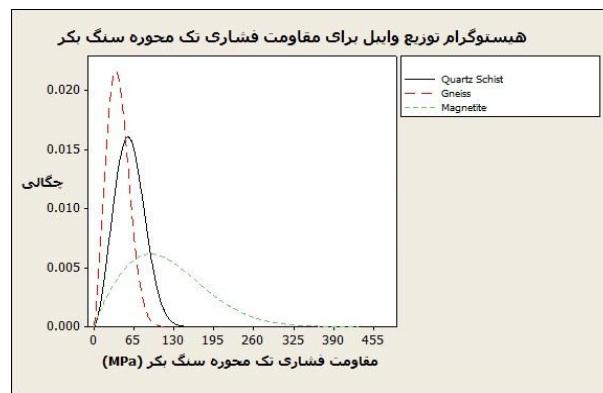
مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر از ورودی‌های دیگر رابطه هوک و براون محسوب می‌شود. این پارامتر بر اساس نتایج آزمون تکمحوره ماده‌سنگ تعیین شد (شکل ۵).

یکی دیگر از این پارامترهای ورودی، ثابت وابسته به کانی‌شناسی و بافت سنگ است.

مقدار این پارامتر از جدول ارائه شده هوک و براون استخراج شد.

هوک و براون در سال ۲۰۰۲ فاکتور اغتشاش را نیز در محاسبات خود لحاظ کردند. در این تحقیق به دلیل انجام انفجارهای استخراجی در معدن آهن شماره یک گل‌گهر فاکتور اغتشاش برابر یک ($D=1$) در نظر گرفته شد.

پارامتر $H\gamma$ از دیگر ورودی‌های مورد نیاز به روابط است، این پارامتر با توجه به انواع سنگ‌های موجود در شب مورد نظر و وزن مخصوص طبیعی و ارتفاع هر کدام از آن‌ها محاسبه می‌شود. برای محاسبه این پارامتر برای هر سازه سنگی چه سطحی و چه زیرسطحی ابتدا باید لایه‌های مختلف سنگی که در بالای توهدسنگ مورد نظر قرار دارند شناسایی شود، با مشخص شدن ارتفاع هر کدام از لایه‌های سنگی و وزن مخصوص آن‌ها، برای هر لایه پارامتر γH محاسبه می‌شود. در نهایت مجموع $H\gamma$ ‌های مربوط به لایه‌های مختلف $H\gamma$ نهایی را نتیجه می‌دهد (جدول ۱).



شکل ۵. توزیع واپل شناسایی شده برای مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر
جدول ۱. پارامترهای ورودی ثابت موجود در محاسبات

$\gamma H(\text{MPa})$	m_i	مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر(توزیع واپل)		توهدسنگ
		پارامتر مقیاس	پارامتر شکل	
۶/۲۸	۱۵	۶۶/۲۷	۲/۶۶۶	کوارتزشیست
۴/۶۹	۲۳	۴۵/۰۶	۲/۳۸۳	گنایس
۵/۶۳	۱۷	۱۳۵/۹۰	۱/۹۱۸	مگنتیت

چنان‌که از شکل ۵ و جدول ۱، مشاهده می‌شود برای پارامتر مقاومت فشاری تکمحوره سنگ بکر توزیع واپل با پارامتر آستانه صفر شناسایی شد. لازم به ذکر است که پارامترهای شکل، مقیاس و آستانه در توزیع واپل، کنترل کننده وضعیت و نحوه قرارگیری توزیع آماری روی نمودار چگالی احتمال داده‌ها هستند، که پیش از این نحوه اثربازی آن‌ها بر وضعیت توزیع واپل در شکل ۴، نشان داده شد.

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۴۱

اولین گام در تخمین خواص ژئومکانیکی توده‌سنگ با استفاده از روش مونت کارلو، تعیین بهترین تابع توزیع آماری منطبق شده بر پارامترهای متغیر ورودی است. در این پژوهش برای بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در برآورد پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ، همه پارامترهای ورودی به جز شاخص مقاومت زمین‌شناسی ثابت در نظر گرفته شد. و با تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی اثر این تغییر در برآورد پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ بررسی شد. در این مرحله چهار تابع توزیع نرمال، لاغ نرمال، گاما و وایبل برای برآذش بر داده‌های شاخص مقاومت زمین‌شناسی انتخاب شد. اطلاعات مربوط به این توابع در جدول ۲، آورده شده است. لازم به ذکر است که در تمامی توزیع‌های شناسایی شده پارامتر آستانه صفر تشخیص داده شد.

جدول ۲. خصوصیات توزیع‌های آماری اولیه برای شاخص مقاومت زمین‌شناسی

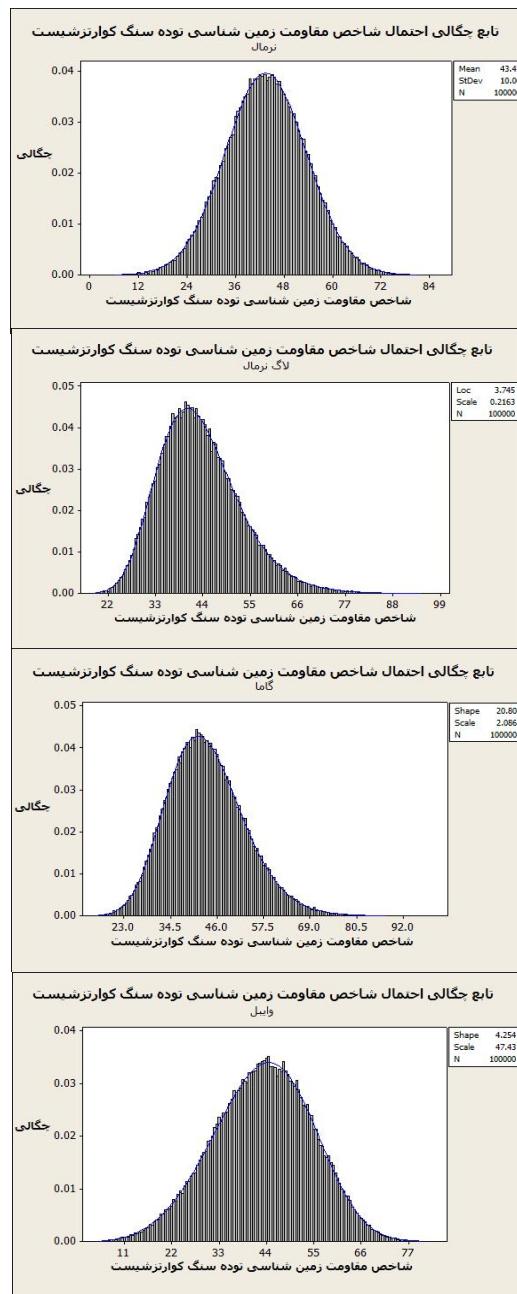
توده‌سنگ	توزیع نرمال	توزیع لاغ نرمال	توزیع گاما	توزیع وایبل
	پارامتر	پارامتر	پارامتر	پارامتر
	مقیاس	مقیاس	مقیاس	شکل
کوارترشیست	۴۳/۴۰	۱۰/۰۴	۳/۷۴۶	۰/۲۱۷۰
گنایس	۴۰/۴۴	۵/۸۶۳	۳/۶۸۹	۰/۹۱۵۲
مگنتیت	۵۲/۸۵	۸/۶۰۰	۳/۹۵۲	۱/۱۵۸۴
	۴۷/۴۴	۴/۲۵۸	۲/۰۹۵	۲۰/۷۲
	۴۲/۸۸	۸/۵۹۴	۰/۹۱۵۲	۴۴/۱۹
	۵۶/۳۵	۷/۳۹۱	۱/۱۵۸۴	۳۳/۳۷

در گام بعدی اقدام به تولید 10 داده تصادفی از تابع توزیع‌های در نظر گرفته شده گردید (شکل‌های ۶، ۷ و ۸). تعداد نمونه‌گیری از تابع توزیع (N) باید به تعدادی باشد که ضمن حفظ دقت محاسبات، زمان پردازش اطلاعات نیز افزایش پیدا نکند، در نتیجه بعد از بررسی‌های صورت گرفته تعداد نمونه‌گیری تصادفی 10 داده مناسب ارزیابی شد.

بعد از تولید اعداد تصادفی از روی تابع توزیع شناسایی شده، با توجه به روابط ارائه شده هوک و براون، اقدام به تخمین پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو گردیده. بدین‌منظور داده‌های شبیه‌سازی شده در مرحله قبل، به عنوان ورودی‌های روابط ارائه شده هوک و براون استفاده شد و سپس خروجی‌های این روابط محاسبه شد.

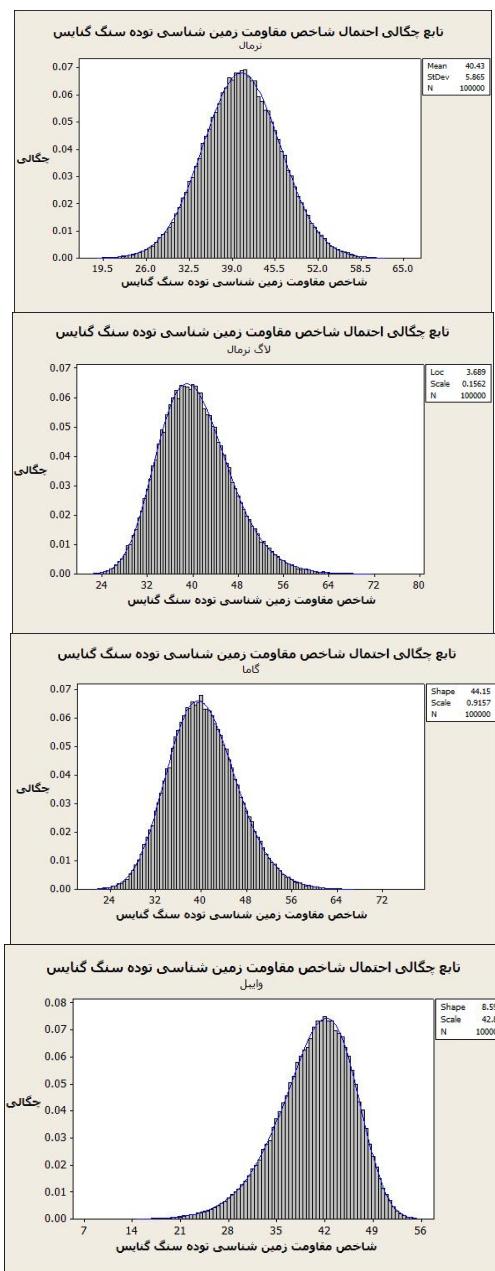
نتایج شبیه‌سازی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ بر اساس سطح اطمینان ۹۵٪ در جداول آورده شده است.

۳

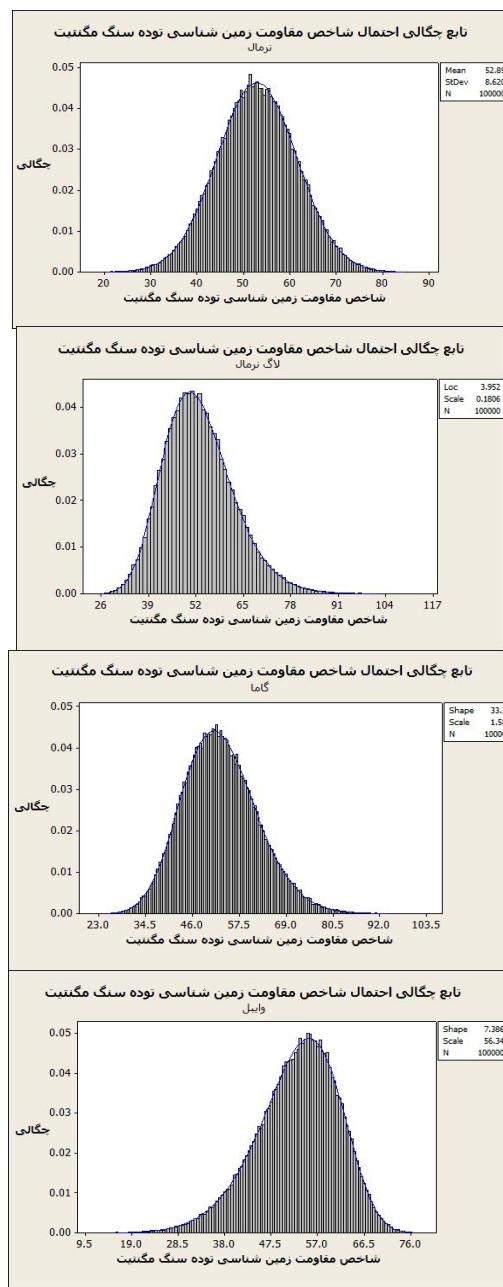


شکل ۶. تابع چگالی احتمال حاصل از شبیه‌سازی پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی توده سنگ کوارتزیست

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۴۳



شکل ۷. تابع چگالی احتمال حاصل از شبیه‌سازی پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی توده‌سنگ گنایس



شکل ۸ تابع چگالی احتمال حاصل از شبیه‌سازی پارامتر شاخص مقاومت زمین‌شناسی توده‌سنگ مگنتیت

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ ۳۳۴۵

جدول ۳. فاصله اطمینان پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ کوارترزیست با سطح اطمینان ۹۵٪

پارامتر	مشخصات	توزیع نرمال	توزیع لاغ نرمال	توزیع گاما	توزیع واپل
ژئومکانیکی توده-	محدوده: ۲۵-۷۵				
سنگ	میانگین، انحراف معیار ۱۰				
کوارترزیست					
(MPa)					
(GPa)					
(MPa)					
(Deg)					

جدول ۴. فاصله اطمینان پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ گنایس با سطح اطمینان ۹۵٪

پارامتر	مشخصات	توزیع نرمال	توزیع لاغ نرمال	توزیع گاما	توزیع واپل
ژئومکانیکی توده-	محدوده: ۲۵-۵۰				
سنگ گنایس	میانگین، انحراف معیار ۶				
(MPa)					
(GPa)					
(MPa)					
(Deg)					

حدود فاصله‌های اطمینان تعیین شده برای زاویه اصطکاک داخلی توده‌سنگ تا یک رقم اعشار گرد شده‌اند. چنان‌که از جدول‌های ۱ تا ۵ مشاهده می‌شود با تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی، مقادیر تعیین شده برای پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ نیز تغییر می‌کنند. این تغییر برای پارامترهای مختلف یکسان نیست. با در نظر گرفتن میانه فاصله اطمینان برای هر یک از چهار فاصله اطمینان محاسبه شده برای هر کدام از پارامترهای ژئومکانیکی و با مشخص کردن اختلاف بین دو میانه که از بین چهار میانه محاسبه

شده بیشترین اختلاف را با یکدیگر دارند، می‌توان بیشترین اختلاف در مقادیر پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ با تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی را تعیین کرد. لازم به ذکر است که در فاصله‌های اطمینان مذکور، میانه فاصله اطمینان همان میانگین داده‌ها است.

جدول ۵. فاصله اطمینان پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ مگنتیت با سطح اطمینان ۹۵٪

پارامتر	مشخصات	توزیع نرمال	توزیع لاغ نرمال	توزیع گاما	توزیع وایبل
چسبندگی (MPa)		۱/۲۰۳-۱/۲۱۰	۱/۲۴۵-۱/۲۵۶	۱/۲۲۴-۱/۲۳۳	۱/۱۹۰-۱/۱۹۶
مدول (GPa)		۵/۹۸۹-۷/۰۳۱	۷/۲۷۰-۶/۳۳۱	۷/۱۴۵-۶/۱۹۷	۵/۸۹۹-۵/۹۳۵
مقاومت فشاری تکمحوره (MPa)		۲/۹۶۷-۳/۰۰۸	۳/۳۴۵-۳/۴۲۲	۳/۱۵۷-۳/۲۱۵	۲/۸۴۸-۲/۸۸۲
مقاومت کلی (MPa)		-۱۲/۸۴۹	-۱۳/۱۶۲	-۱۳/۰۰۳	-۱۲/۷۴۷
مقاومت کششی (MPa)		-۰/۱۱۲۴۸	-۰/۱۳۴۷۰	-۰/۱۲۳۴۰	-۰/۱۰۶۱۳
زاویه اصطکاک داخلی (Deg)		۰/۱۱۰۷۴	۰/۱۲۰۶۰	۰/۱۰۴۸۰	۱۲/۶۴۵
		۳۶/۲-۳۶/۳	۳۶/۲-۳۶/۳	۳۶/۲-۳۶/۳	۳۶/۲-۳۶/۳

بیشترین اختلاف در مقادیر پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ با تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در جدول ۶، آورده شده است.

جدول ۶. بیشترین اختلاف در مقادیر پارامترهای ژئومکانیکی با تغییر نوع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی (%)

پارامتر ژئومکانیکی توده‌سنگ	کوارتزیست	گنایس	مگنتیت
مشخصات	GSI	مشخصات	مشخصات
محدوده: ۲۵-۷۰ میانگین ۵۳، انحراف معیار ۹	محدوده: ۲۵-۵۰ میانگین ۴۳، انحراف معیار ۱۰	محدوده: ۲۵-۷۵ میانگین ۴۳، انحراف معیار ۱۰	محدوده: ۲۵-۵۰ میانگین ۴۳، انحراف معیار ۹
۴/۶٪	۰/۴٪	۰/۳٪	۰/۴٪
۶/۱٪	۲٪	۳/۱٪	۲٪
۱۵/۳٪	۵/۴٪	۵/۹٪	۵/۴٪
۳٪	۰/۶٪	۱/۱٪	۰/۶٪
۲۰/۵٪	۶/۷٪	۷/۶٪	۶/۷٪
۰/۱٪	۰/۲٪	۰/۶٪	۰/۲٪

وجود روابط غیرخطی در محاسبه پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ سبب می‌شود که خروجی این روابط تحت تأثیر مقدار و همچنین مشخصات آماری پارامترهای ورودی به روابط قرار گیرد. در این زمین] تحقیقاتی بررسی‌ها بر روی سه توده‌سنگ کوارتزیست، گنایس و مگنتیت انجام شد، با وجود این‌که برای بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ تمامی پارامترهای ورودی به تحلیل ثابت در نظر گرفته شد اما نتایج تا حدودی تحت اثر مقادیر متفاوت شاخص مقاومت زمین‌شناسی تعیین شده برای هر یک از توده‌سنگ‌های بررسی شد، به طوری‌که بیشترین اختلاف در مقادیر پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ با تغییر نوع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی علاوه بر نوع توزیع آماری تحت اثر مقدار و خصوصیات آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی توده‌سنگ مورد نظر هم قرار گرفت (جدول ۶).

نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ پرداخته شد. به عبارت دیگر حساسیت هر یک از پارامترهای ژئومکانیکی توده‌سنگ نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی بررسی شد.

نتایج این بررسی نشان داد که مقدار حساسیت پارامترهای مختلف ژئومکانیکی توده‌سنگ نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی یکسان نیست و با تغییر نوع توزیع آماری و مقدار شاخص مقاومت زمین‌شناسی تغییر می‌کند.

در این پژوهش بیشترین حساسیت نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی برای توده‌سنگ کوارتزیست با میانگین شاخص مقاومت زمین‌شناسی ۴۳ و انحراف معیار ۱۰ به ترتیب مربوط به پارامترهای ژئومکانیکی مقاومت کششی، مقاومت فشاری تکمحوره، مدول، مقاومت کلی، زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی توده‌سنگ است.

بیشترین حساسیت نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی برای توده‌سنگ گنایس با میانگین شاخص مقاومت زمین‌شناسی ۴۰ و انحراف معیار ۶ به ترتیب

مربوط به پارامترهای ژئومکانیکی مقاومت کششی، مقاومت فشاری تکمحوره، مدول، مقاومت کلی، چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی تودهسنگ است.

همچنین بیشترین حساسیت نسبت به تغییر نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی برای تودهسنگ مگنتیت با میانگین شاخص مقاومت زمین‌شناسی ۵۳ و انحراف معیار ۹ به ترتیب مربوط به پارامترهای ژئومکانیکی مقاومت کششی، مقاومت فشاری تکمحوره، مدول، چسبندگی، مقاومت کلی و زاویه اصطکاک داخلی تودهسنگ است.

چنان‌که از جدول ۶ مشاهده می‌شود، به‌طورکلی میزان تغییر در پارامترهای زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی، مقاومت کلی و مدول تودهسنگ با تغییر نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی کمترین مقدار است. به‌طورکه پارامترهای زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی و مقاومت کلی تودهسنگ بیش از ۹۵٪ همچنین پارامتر مدول تودهسنگ بیش از ۹۰٪ مطابقت در مقادیر تعیین شده را با تغییر نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی از خود نشان می‌دهند. اما میزان تغییر در پارامترهای مقاومت فشاری تکمحوره و مقاومت کششی تودهسنگ با تغییر نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی بیشترین مقدار است. به‌طورکه این دو پارامتر مطابقت بیش از ۷۵٪ را با تغییر در نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی از خود نشان می‌دهند.

بررسی‌های صورت گرفته نشان داد که پارامترهای مقاومت کششی، مقاومت فشاری تکمحوره و مدول تودهسنگ، به ترتیب بیشترین حساسیت را نسبت به تغییر نوعتابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی از خود نشان می‌دهند و در صورتی که در تعیین تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در محاسبات مربوط به این پارامترها دقت مناسب صورت نگیرد، یا تابع توزیع آماری به صورت فرضی در محاسبات لحاظ شود، خطای ظاهر شده در مقادیر حاصل از تحلیل احتمالاتی این پارامترها، نسب به پارامترهای زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی و مقاومت کلی تودهسنگ قابل توجه است.

در نهایت توصیه می‌شود که در هر زمینه تحقیقاتی که طراح در تعیین نوعتابع توزیع آماری ورودی‌های تحلیل با تردید رو به رو است، در هنگام استفاده از روش‌های آماری و احتمالاتی در تحلیل و تخمین پارامترهای ژئومکانیکی تودهسنگ، حساسیت این پارامترها

بررسی تأثیر نوع تابع توزیع آماری شاخص مقاومت زمین‌شناسی در تحلیل احتمالاتی پارامترهای ژئومکانیکی توپوگرافی ۳۳۴۹

نسبت به تغییر نوع تابع توزیع آماری پارامترهای ورودی به تحلیل بررسی شود تا از خطای ایجاد شده در خروجی تحلیل جلوگیری شود.

منابع

1. Sari M., Karpuz C., Ayday C., "Estimating rock mass properties using Monte Carlo simulation: Ankara andesites", *Computers & Geosciences*, Vol. 36 (2010) 959-969.
2. Hoek E., "Reliability of the Hoek-Brown estimates of rock mass properties and their impact on design", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 35 (1998) 63-68.
3. Sari M., "The stochastic assessment of strength and deformability characteristics for a pyroclastic rock mass", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 46 (2009) 613-626.
4. Idris M.A., Saiang D., Nordlund E., "Numerical analyses of the effects of rock mass property variability on open stope stability", *American Rock Mechanics Association* (2011).
5. Hoel P.G., Port S.C., Stone C.J., "Introduction to probability theory", Houghton Mifflin Company (1971).
6. Baecher G.B., Christen J.T., "Reliability and statistic in geotechnical engineering", John Wiley (2003).
7. Tobutt D., "Monte Carlo simulation methods for slope stability", *Computers & Geosciences*, Vol. 8 (1982) 199-208.
8. Robert C., Casella, "Monte Carlo statistical methods", 2nd ed G. Springer-verlag, New York (2004).
9. زارعی ا., آمار کاربردی، انتشارات دانش پرور، تهران (۱۳۸۳).
10. فروند جان، آمار ریاضی، ترجمه: علی عمیدی، محمد قاسم وحیدی اصل. مرکز نشر دانشگاهی، چاپ هشتم، تهران (۱۳۸۴).

11. Minitab web site, "Tutorials of Minitab 16.2.2", Product licensed to: Hewlett-Packard corporation, Minitab web site (<http://www.minitab.com>) (2010).
12. Hoek E., Carranza-Torres C.T., Corkum B., "Hoek-Brown failure criterion-2002 edition", In: Proceedings of the fifth North American rock mechanics symposium, Toronto, Canada, Vol. 1 (www.Rockscience.com) (2002) 267-273..
13. Singh B., Goel R.K., "Rock mass classification, a practical approach in civil engineering", Elsevier Science Ltd (1999).
14. Zhang L., "Engineering properties of rocks, Elsevier Geo-Engineering Book Series Volume 4", Elsevier Science Ltd (2005).
15. Sonmez H., Ulusay R., "Modification to the Geological Strength Index (GSI) and their applicability to stability of slopes", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 36 (1999) 743-760.
16. Sonmez H., Ulusay R., "A discussion on the Hoek- Brown failure criterion and suggested modification to the criterion verified by slope stability case studies", Yerbilimleri (Earth sciences), Vol. 26 (2002) 77-99.
17. Hack R., Price D., Rengers N., "A new approach to rock slope stability-a probability classification (SSPC)", Bull Eng Geol Environ, Vol. 62 (2003) 167-184.