

تحول درهم‌تیدگی و واهمدوسی حالت‌های بست-هوند در یک سیستم سه-مدی باز نامتقارن

سمیه مهربان‌کار، فرخنده عباس‌نژاد، داود افشار*، مجتبی جعفرپور

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۰۵/۰۶ ویرایش نهائی: ۱۳۹۵/۱۱/۱۷ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۲۳

چکیده

یک سیستم کوآنتومی باز شامل یک نوسانگر هماهنگ نامتقارن سه-مدی را در نظر گرفته، خصوصیات درهم‌تیدگی و واهمدوسی آن را بررسی می‌کنیم. حالت بست-هوند را به‌عنوان حالت اولیه در نظر گرفته و فرض می‌کنیم تقریب مارکوفی برقرار باشد. با استفاده از معیار ترانزاده مثبت جزئی و خلوص، تأثیر پارامترهای سیستم، حالت اولیه و محیط را بر تحول درهم‌تیدگی و واهمدوسی بررسی می‌کنیم. مشاهده می‌شود که درهم‌تیدگی و خلوص به پارامترهای محیط (دما و ضریب اتلاف)، پارامتر حالت اولیه (پارامتر فشردگی) و پارامتر سیستم (پارامتر نامتقارنی) وابسته هستند. همچنین مشاهده می‌شود که خلوص و درهم‌تیدگی، هر دو تابعی کاهشی از دما، ضریب اتلاف و پارامتر نامتقارنی هستند. از سوی دیگر خلوص تابعی کاهشی از پارامتر فشردگی است، در حالی که درهم‌تیدگی تابعی افزایشی از پارامتر فشردگی است.

کلیدواژگان: درهم‌تیدگی، واهمدوسی، حالت‌های بست-هوند، سیستم کوآنتومی باز

چگالی (که مشخصه وجود تداخل‌های کوآنتومی هستند) به سمت صفر میل می‌کنند و حالت خالص اولیه به یک حالت مخلوط تبدیل می‌شود [۲]. در حقیقت واهمدوسی و اتلاف درهم‌تیدگی اثراتی هستند که نه تنها حالت‌های کوآنتومی را دچار تحول می‌کنند، بلکه در عملکرد پروتکل‌های کوآنتومی نیز اختلال ایجاد می‌کنند [۳].

موفقیت و اهمیت علم اطلاعات کوآنتومی متکی به قابل کنترل بودن سیستمی است که در معرض یک محیط اتلافی واقعی قرار دارد. از این رو درک مکانیزم این گونه تحول‌ها به منظور کاهش و حتی حذف اثرات مختل کننده سیستم کوآنتومی مهم است [۴]. در سال‌های اخیر به شکل گسترده‌ای اثرات محیط بر درهم‌تیدگی سیستم، مورد بررسی قرار گرفته است [۵-۸]. نتایج نشان

مقدمه

درهم‌تیدگی کوآنتومی یکی از خصوصیات منحصر به فرد مکانیک کوآنتومی است که در فیزیک کلاسیک مشابهی ندارد. حالت‌های درهم‌تیده نقشی اساسی در نظریه اطلاعات کوآنتومی دارند و در بسیاری از فرآیندهای اطلاعات کوآنتومی مانند کدگذاری کوآنتومی، محاسبات کوآنتومی و پردازش اطلاعات کوآنتومی به کار می‌روند [۱]. سیستم‌های کوآنتومی نسبت به محیط اطراف خود حساس هستند و به طور اجتناب ناپذیری با آن برهم‌کنش می‌کنند. در برخی موارد برهم‌کنش با محیط موجب تضعیف و از بین رفتن واهمدوسی می‌شود، این پدیده واهمدوسی نام دارد [۲]. در اثر واهمدوسی، عناصر غیرقطری ماتریس

*نویسنده مسئول: da_afshar@yahoo.com

هم‌ارز آن، تابع توزیع ویگنر آن‌ها گاوسی است [۱۰]. این حالت‌ها توسط ممان اول (برداری که از مقادیر چشم‌داشتی مکان و اندازه حرکت تشکیل شده است) و ممان دوم (ماتریس هموردا) که عناصر آن‌ها را در زیر به ترتیب می‌آوریم، به‌طور کامل تعریف می‌شوند [۱۰]:

$$d_i = \langle R_i \rangle \quad 1$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \langle \{R_i, R_j\} \rangle - \langle R_i \rangle \langle R_j \rangle \quad 2$$

که در آن $R = (x_1, p_1, x_2, p_2)^T$ بردار هم‌وردا است، x_1, p_1, x_2, p_2 مختصه‌های مکان و اندازه حرکت زیرسیستم‌های ۱ و ۲ هستند. همیشه می‌توان با استفاده از تبدیلات هم‌تافته و انتخاب مناسب مبدأ، ممان اول را برابر صفر قرار داد. بنابراین تمام اطلاعات مربوط به یک حالت گاوسی را می‌توان از ماتریس هموردای توصیف‌کننده آن استخراج کرد. این ماتریس، حقیقی، متقارن و بلوکی است.

شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس هموردای σ معادل با یک حالت فیزیکی باشد، این است که در اصل عدم قطعیت که برحسب ماتریس هموردا به شکل زیر است، صدق کند [۱۲، ۱۳]:

$$\sigma + i\Omega \geq 0 \quad 3$$

که در آن

$$\Omega = \bigoplus_{k=1}^N j, \quad j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad 4$$

که در آن $\bigoplus_{k=1}^N$ جمع مستقیم به‌ازای زیرسیستم‌های ۱ تا N است. شرط رابطه ۳ به معنای غیر منفی بودن همه ویژه‌مقادیر $\sigma + i\Omega$ است.

ماتریس هموردای مربوط به یک حالت گاوسی سه-مدی با یک ماتریس بلوکی 6×6 ، که بلوک‌های قطری آن ماتریس هموردای مربوط به هریک از مدها و بلوک‌های غیرقطری آن هم‌بستگی بین مدها را نشان

می‌دهد که حتی در شرایط خاص، محیط می‌تواند در ایجاد درهم‌تیدگی نقش داشته باشد [۹]. هدف این مقاله بررسی تأثیر پارامترهای مربوط به محیط، سیستم و حالت اولیه بر تحول درهم‌تیدگی و واهمدوسی سیستم، به‌منظور کاهش اثرات اتلافی می‌باشد. سیستم مورد مطالعه شامل سه نوسانگر هماهنگ مستقل و نامتقارن است. هم‌چنین حالت اولیه، حالت سه-مدی بست-هوند است. اندرکنش سیستم نوسانگرهای هماهنگ با یک محیط گرمایی، می‌تواند در توصیف فرآیندهای اطلاعات کوآنتومی که شامل عبور حالت‌های گاوسی از کانال‌های گاوسی بوزونی هستند، مورد استفاده قرار گیرد [۷، ۸، ۹].

در این مقاله ابتدا شرح مختصری از حالت‌های گاوسی چند مدی و حالت بست-هوند را ارائه می‌دهیم. سپس یک سیستم سه-مدی نامتقارن که تحت تأثیر یک محیط گرمایی است را در نظر گرفته، با استفاده از معیار منفیت به بررسی تحول درهم‌تیدگی و با استفاده از خلوص به بررسی واهمدوسی آن می‌پردازیم. در ادامه اثر پارامترهای مربوط به سیستم (پارامتر نامتقارنی)، حالت اولیه (پارامتر فشردگی) و محیط (ضریب اتلاف و دمای محیط) بر تحول درهم‌تیدگی و واهمدوسی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در پایان نیز نتیجه‌گیری را بیان می‌کنیم.

حالت‌های گاوسی چند-مدی

در سال‌های اخیر حالت‌های گاوسی در میان حالت‌های مورد مطالعه در سیستم‌های متغیری پیوسته جایگاه ویژه‌ای یافته‌اند [۱۰]. حالت‌های گاوسی چند-مدی نماینده‌ای از حالت‌های نورشناخت کوآنتومی می‌باشند که به‌طور بالقوه برای هدف‌های محاسباتی و اطلاعات کوآنتومی مفید بوده و در آزمایشگاه نیز قابل تولید می‌باشند [۱۱]. به‌طورکلی حالت‌های گاوسی حالت‌هایی هستند که توابع مشخصه گاوسی دارند و یا

خلوص، درجه مخلوط بودن حالت‌های کوآنتومی را تعیین می‌کند و برای حالت‌های یک فضای هیلبرت N بعدی در محدوده $\frac{1}{N} \leq \mu \leq 1$ قرار می‌گیرد، کران بالای آن برای حالت‌های خالص و کران پایین آن برای حالت‌های کاملاً مخلوط است. در مورد سیستم‌های پیوسته داریم $N \rightarrow \infty$ ، بنابراین کمینه خلوص به سمت صفر میل می‌کند.

حالت‌های گاوسی سه-مدی بَسِت-هوند

حالت‌های سه-مدی را می‌توان به سه دسته نامتقارن، کاملاً متقارن (GHZ) و دارای تقارن دویبخشی (بَسِت هوند) تقسیم کرد. حالت‌های (GHZ) نسبت به جابه‌جایی بین هر دو مد ناوردا هستند و در ماتریس هموردای آن‌ها داریم:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \quad 9$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23}$$

حالت‌های بَسِت-هوند^۳ تنها تحت تعویض دو مد از سه مد ناوردا هستند و به دو شکل خالص و مخلوط وجود دارند که ما در این بررسی حالت‌های خالص بَسِت-هوند را در نظر می‌گیریم. بلوک‌های ماتریس هموردای توصیف کننده این حالت‌ها به صورت زیر هستند [۱۷]:

$$\sigma_1 = a1_2, \sigma_2 = \sigma_3 = \left(\frac{a+1}{2}\right)1_2 \quad 10$$

$$\varepsilon_{23} = \left(\frac{a-1}{2}\right)1_2, \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \text{diag}\left\{\frac{\sqrt{a^2-1}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{a^2-1}}{\sqrt{2}}\right\}$$

که در آن پارامتر a با رابطه زیر به پارامتر فشردگی حالت اولیه (r)، مرتبط می‌شود:

$$a = \cosh[2r] \quad 11$$

می‌دهند، توصیف می‌شود. این ماتریس را می‌توان به صورت زیر نشان داد [۱۴]:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12}^T & \sigma_2 & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13}^T & \varepsilon_{23}^T & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad 5$$

که در آن σ_i ها و ε_{ij} ها ($i, j=1,2,3$) ماتریس‌های 2×2 هستند و عناصر آن‌ها با رابطه ۲ داده می‌شوند. همچنین هر ماتریس هموردا را می‌توان با استفاده از یک تبدیل هم‌تافته^۱ مناسب به شکل قطری تبدیل کرد که به آن شکل نرمال ویلیامسون^۲ گفته می‌شود و به صورت زیر است [۱۵]:

$$\sigma = \bigoplus_k^N \begin{pmatrix} v_k & 0 \\ 0 & v_k \end{pmatrix} \quad 6$$

که در آن v_k ها طیف ویژه مقادیر هم‌تافته ماتریس هموردا هستند. ویژه مقادیر هم‌تافته در واقع ویژه مقادیر ماتریس $|i\Omega\sigma|$ می‌باشند [۱۶]. از آنجا که تمام اطلاعات مربوط به یک حالت گاوسی را می‌توان با استفاده از ویژه مقادیر هم‌تافته ماتریس هموردای آن استخراج کرد، این ویژه مقادیر از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. به عنوان مثال شرط عدم قطعیت رابطه ۳ را می‌توان به صورت زیر برحسب کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته نوشت [۱۴]:

$$v_- \geq 1 \quad 7$$

دترمینان ماتریس هموردا و همچنین خلوص را می‌توان برحسب ویژه مقادیر هم‌تافته به صورت زیر بیان کرد [۱۰]:

$$\text{Det}[\sigma] = \prod_{k=1}^N v_k^2, \quad 8$$

$$\mu = \text{Tr}(\rho^2) = \frac{1}{\sqrt{\text{Det}[\sigma]}} = \prod_{k=1}^N \frac{1}{v_k}$$

³Basset hound states

¹Symplectic transformation

²Williamson normal form

دینامیک لیندبلاد

معادله لیندبلاد برای تحول زمانی ماتریس چگالی سیستم باز به صورت زیر است [۱۸، ۱۹]:

۱۲

$$\frac{d}{dt} \rho_s(t) = -i[H, \rho(t)] + \frac{1}{2} \sum_l ([V_l \rho(t), V_l^\dagger] + [V_l, \rho(t) V_l^\dagger])$$

که در آن V_l ها برهم‌کنش سیستم و محیط را نشان داده و عملگرهای لیندبلاد نامیده می‌شوند. این عملگرها به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۰]:

$$V_l^\dagger = \sum_j^N (\alpha_j^* x_j + \beta_j^* p_j) \quad l=1, 2, \dots, 2N \quad 13$$

$$V_l = \sum_j^N (\alpha_j' x_j + \beta_j' p_j), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

که در آن x_j و p_j به ترتیب عملگرهای مکان و اندازه حرکت هستند.

سیستمی شامل سه نوسانگر هماهنگ مستقل در نظر می‌گیریم که به طور کلی نامتقارن است و هامیلتونی آن به صورت زیر است:

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2m} + \frac{1}{2} m (\omega_1^2 x_1^2 + \omega_2^2 x_2^2 + \omega_3^2 x_3^2) \quad 14$$

که در آن ω_1 ، ω_2 و ω_3 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\omega_1 = \omega \sqrt{1 - \varepsilon}; \quad \omega_2 = \omega \sqrt{1 + \varepsilon}; \quad \omega_3 = \omega \quad 15$$

ε پارامتر نامتقارنی است که در محدوده $0 \leq \varepsilon < 1$ تعریف می‌شود؛ $\varepsilon = 0$ متناظر با سیستم متقارن است. معادله مستر رابطه ۱۱ برای ماتریس هموردا به شکل زیر نوشته می‌شود [۵-۸]:

$$\frac{d\sigma(t)}{dt} = Y\sigma(t) + \sigma(t)Y^T + 2D \quad 16$$

که در آن Y و D برای سیستم مورد بررسی ما، با استفاده از روش مرجع [۲۰]، به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند:

این نوع حالت‌ها برای $(a=1)$ کاملاً جداپذیر و برای $(a>1)$ کاملاً جداناپذیرند. به ازای یک پارامتر فشرده‌گی مشخص، درهم‌تیدگی سه-بخشی این حالت‌ها همواره کوچکتر از درهم‌تیدگی سه-بخشی حالت‌های GHZ است. از طرفی درهم‌تیدگی دو-بخشی این حالت‌ها، به عنوان مثال بین مد یک و هر کدام از مدهای دو و سه، بزرگتر از درهم‌تیدگی دو-بخشی بین هر دو مد دلخواه از حالت‌های GHZ است. در حقیقت همین ویژگی دلیل خوبی برای استفاده از این نوع حالت‌ها در ترابرد کوانتومی^۱ است [۱۷]. یکی از روش‌های تولید این حالت‌ها، ترکیب یک حالت فشرده دو مدی و یک حالت خلاء تک مدی با استفاده از مجموعه‌ای از شکافنده‌های پرتو است [۱۴].

تحول درهم‌تیدگی حالت بست-هوند در یک سیستم کوانتومی باز سه مدی

تحول سیستم‌های بسته توسط تبدیلات یکانی توصیف می‌شود، اما در سیستم‌های باز تبدیل یکانی برای توصیف تحول سیستم مناسب نیست. در این سیستم‌ها از معادله مستر^۲ برای مطالعه تحول سیستم استفاده می‌شود [۱۲]. روش‌های مختلفی برای بررسی تحول زمانی یک سیستم باز وجود دارد. یکی از کارآمدترین این روش‌ها استفاده از معادله لیندبلاد^۳ است [۱۸]. معادله لیندبلاد تعمیمی از معادلات وان نیومن-لیوویل^۴ است. در این قسمت، ابتدا شرح مختصری از دینامیک لیندبلاد را ارائه داده و سپس با استفاده از آن به بررسی تحول درهم‌تیدگی سیستم کوانتومی مورد نظر می‌پردازیم.

³ Lindblad⁴Liouville- von-Neumann equations¹ Telecloning² Master equation

کلی PPT شرط لازم و کافی برای جداپذیری حالت‌های گاوسی دوبخشی سیستم‌های $1 \times N$ مدی می‌باشد [۲۲]. معیار PPT بر اساس عمل ترانهاده جزئی ماتریس هموردا ($\tilde{\sigma}$)، بیان می‌شود. به عبارتی یک حالت گاوسی جداپذیری پذیر است اگر و تنها اگر ترانهاده جزئی ماتریس هموردا آن در شرط عدم قطعیت رابطه ۳، صدق کند. معیار PPT را می‌توان برحسب کوچکترین ویژه‌مقدار هم‌تافته ماتریس هموردا ترانهاده جزئی نیز بیان کرد [۲۳]. ویژه‌مقادیر هم‌تافته ماتریس ترانهاده جزئی، ویژه‌مقادیر ماتریس $|i\Omega\tilde{\sigma}|$ هستند [۱۱، ۲۳]. عمل ترانهاده جزئی نسبت به یکی از مدها (به‌عنوان مثال مد ۲) به صورت زیر انجام می‌شود:

۲۰

$$\tilde{\sigma}_{2|13} = \text{diag}\{1,1,1,-1,1,1\} \cdot \sigma \cdot \text{diag}\{1,1,1,-1,1,1\}$$

که در آن $\tilde{\sigma}_{2|13}$ ترانهاده ماتریس σ نسبت به مد ۲ است. بنابراین معیار PPT برحسب کوچکترین ویژه‌مقدار هم‌تافته (\tilde{V}_-) به صورت زیر بیان می‌شود [۲۲]:

$$\tilde{V}_- \geq 1 \quad ۲۱$$

در صورتی که رابطه فوق نقض شود، حالت درهم‌تنیده است. هم‌چنین هرچقدر (\tilde{V}_-) کوچکتر باشد درهم‌تنیدگی حالت گاوسی بیشتر است [۱۶].

واهمدوسی و مرگ درهم‌تنیدگی

سیستم‌های کوآنتومی واقعی هرگز به‌طور کامل از محیط اطرافشان منزوی نیستند. هنگامی که یک سیستم کوآنتومی با محیط اطراف خود برهم‌کنش می‌کند ممکن است با تعدادی از درجات آزادی محیط درهم‌تنیده شود. این درهم‌تنیدگی باعث از بین رفتن اثرهای تداخلی ناشی از برهم‌نهی‌های کوآنتومی می‌شود و در

$$Y = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3^2 & -\lambda \end{pmatrix} \quad ۱۷$$

۱۸

$$D = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2\omega_1} \coth\left(\frac{\omega_1}{2T}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda\omega_1}{2} \coth\left(\frac{\omega_1}{2T}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\omega_2} \coth\left(\frac{\omega_2}{2T}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda\omega_2}{2} \coth\left(\frac{\omega_2}{2T}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\omega_3} \coth\left(\frac{\omega_3}{2T}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda\omega_3}{2} \coth\left(\frac{\omega_3}{2T}\right) \end{pmatrix}$$

که در آن λ ضریب اتلاف محیط و T دمای محیط هستند. ماتریس D با این فرض که حالت محیط (حالت نهایی سیستم) حالت گیس باشد، به دست آمده است [۲۱]. تحول ماتریس هموردا، با استفاده از جواب معادله مادر رابطه ۱۵ به صورت زیر به دست می‌آید:

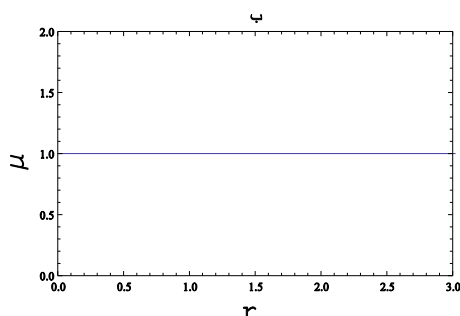
$$\sigma(t) = e^{Yt} [\sigma(0) - \sigma(\infty)] (e^{Yt})^T + \sigma(\infty) \quad ۱۹$$

که در آن $\sigma(\infty)$ ماتریس هموردا حالت نهایی سیستم است که با استفاده از روابط ۱۶، ۱۷ و ۱۸ به دست می‌آید و $\sigma(0)$ ماتریس هموردا حالت اولیه سیستم است. در این پژوهش، حالت سه-مدی بس‌ت-هوند را به‌عنوان حالت اولیه در نظر می‌گیریم.

درهم‌تنیدگی

درهم‌تنیدگی یک منبع کلیدی برای اطلاعات کوآنتومی و محاسبات کوآنتومی به‌شمار می‌رود. بنابراین تولید و حفظ حالت‌های درهم‌تنیده دارای اهمیت است. معیارهای زیادی برای تعیین درهم‌تنیدگی حالت‌های کوآنتومی با متغیرهای پیوسته وجود دارد که در میان آنها می‌توان به معیار PPT اشاره کرد. به‌طور

^۱Positive Partial Transposed



شکل الف. درهم‌تندگی حالت بَسِت-هوند نسبت به پارامتر فشردگی،
ب: خلوص حالت بَسِت-هوند نسبت به پارامتر فشردگی.

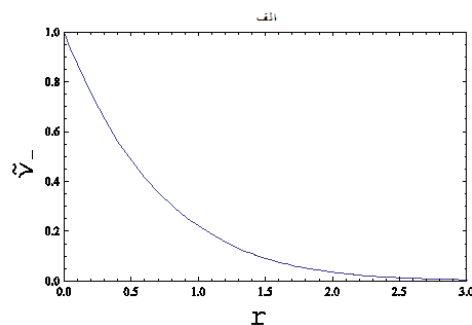
اینک تحول درهم‌تندگی و واهمدوسی حالت بَسِت-هوند را در سیستمی شامل سه نوسانگر مستقل نامتقارن که به یک محیط گرمایی جفت شده است، بررسی می‌کنیم. ماتریس هموردای وابسته به زمان را با استفاده از رابطه ۱۹ به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از رابطه ۲۰ ترانزاده جزئی ماتریس هموردای تحول یافته را نسبت به مد دوم محاسبه می‌کنیم. در نهایت کوچکترین ویژه‌مقدار هم‌تافته آن را به دست می‌آوریم. همچنین خلوص را با استفاده از رابطه ۸ برای ماتریس هموردای تحول یافته محاسبه می‌کنیم. سپس تأثیر پارامترهای دما، ضریب اتلاف، نامتقارنی و فشردگی را بر تحول درهم‌تندگی و واهمدوسی بررسی می‌کنیم.

در شکل ۲ کوچکترین ویژه‌مقدار هم‌تافته (\tilde{V}_-) نسبت به پارامترهای نامتقارنی، دما، ضریب اتلاف و پارامتر فشردگی رسم شده است. با توجه به معیار PPT در صورتی که سطح مربوط به (\tilde{V}_-) زیر صفحه افقی باشد، حالت سیستم درهم‌تندیده و در صورتی که بالای صفحه افقی باشد، حالت سیستم جدایی‌پذیر است. برخورد با صفحه افقی نیز نشان دهنده وقوع مرگ ناگهانی درهم‌تندگی است.

اثر آن، حالت‌های کوآنتومی خالص به حالت‌های مخلوط تبدیل می‌شوند. این پدیده که به دلیل انتقال اطلاعات سیستم به محیط رخ می‌دهد، واهمدوسی نام دارد [۲۹-۲۴]. واهمدوسی سیستم را می‌توان با بررسی درجه مخلوط بودن (خلوص) آن بررسی کرد. درهم‌تندگی سیستم کوآنتومی نیز تحت تأثیر برهم‌کنش با محیط، کاهش می‌یابد و بعد از مدت محدودی از بین می‌رود که به این پدیده نیز مرگ درهم‌تندگی گفته می‌شود. در بخش بعد تحول درهم‌تندگی و واهمدوسی را به ترتیب با استفاده از معیار PPT و خلوص بررسی می‌کنیم.

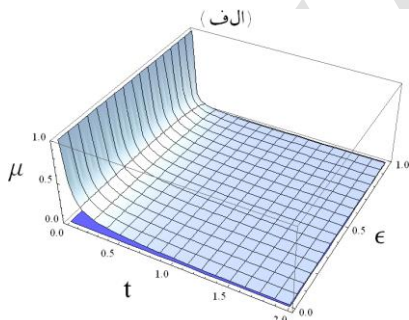
بحث و نتایج

در این بخش درهم‌تندگی و خلوص حالت اولیه (حالت بَسِت-هوند) را به ترتیب با استفاده از روابط ۸ و ۲۱ محاسبه می‌کنیم. در شکل‌های الف و اب درهم‌تندگی و خلوص حالت اولیه به صورت توابعی از پارامتر فشردگی رسم شده‌اند. مشاهده می‌کنیم که با افزایش پارامتر فشردگی، کوچکترین ویژه‌مقدار هم‌تافته ترانزاده جزئی ماتریس هموردای حالت بَسِت-هوند کاهش می‌یابد که به معنای افزایش درهم‌تندگی است. همچنین مشاهده می‌کنیم که خلوص حالت بَسِت-هوند به پارامتر فشردگی بستگی ندارد و برای تمام مقادیر فشردگی، مقدار آن برابر با یک است و در نتیجه حالت خالص می‌باشد.

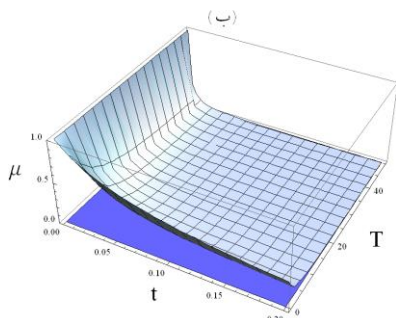


در شکل ۲ الف، ب و ۲ ت به ترتیب مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر نامتقارنی سیستم، دمای محیط و ضریب اتلاف، مرگ درهم‌تندگی زودتر رخ می‌دهد. همچنین در شکل ۲ پ می‌بینیم که با افزایش پارامتر فشردگی حالت اولیه، مرگ درهم‌تندگی به تأخیر می‌افتد. بنابراین با انتخاب مناسب پارامترهای مربوط به سیستم، حالت اولیه و محیط، می‌توان زمان مرگ درهم‌تندگی را کنترل کرد.

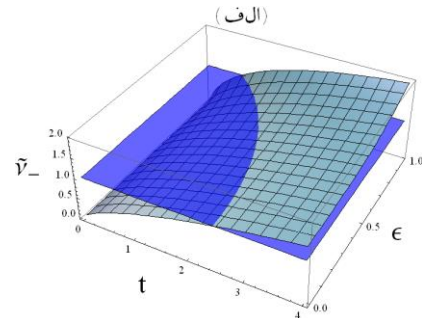
در شکل ۳ نرخ واهمدوسی نسبت به پارامترهای دما، میرایی، فشردگی و نامتقارنی بررسی شده است. در شکل ۳ الف مشاهده می‌کنیم که خلوص با افزایش پارامتر نامتقارنی، به طور جزئی کاهش می‌یابد. همچنین در شکل‌های ۳ ب و ۳ ت مشاهده می‌کنیم که به ترتیب با افزایش دما و ضریب اتلاف، خلوص مانند درهم‌تندگی کاهش می‌یابد. در شکل ۳ پ نیز مشاهده می‌کنیم که تأثیر پارامتر فشردگی روی خلوص، عکس درهم‌تندگی است و با افزایش پارامتر فشردگی، خلوص کاهش می‌یابد.



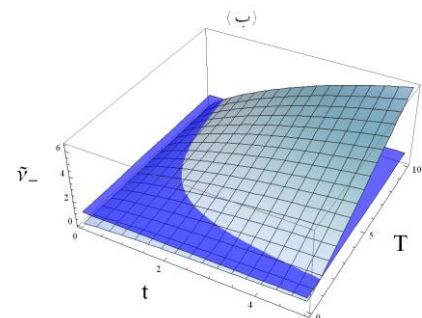
شکل ۳ الف. تحول خلوص برحسب پارامتر نامتقارنی برای مقادیر $\lambda=0.1$ ، $\omega=2$ ، $T=2$ و $r=2$.



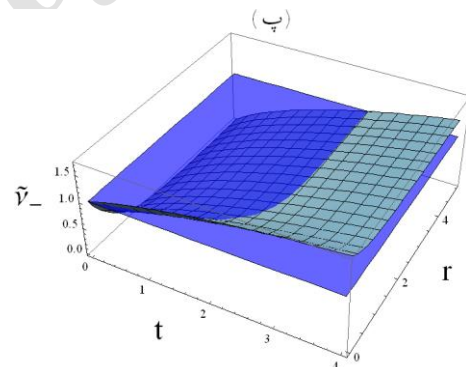
شکل ۳ ب. تحول خلوص برحسب دمای محیط برای مقادیر $\epsilon=$ ، $\omega=2$ ، $r=2$ ، $\lambda=0.1$.



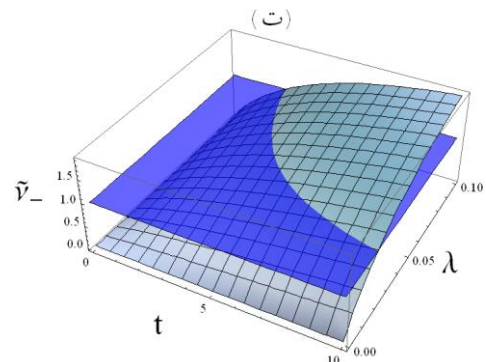
شکل ۲ الف. تحول کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته برحسب پارامتر نامتقارنی برای مقادیر $\lambda=0.1$ ، $\omega=2$ ، $T=2$ ، $r=2$.



شکل ۲ ب. تحول کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته برحسب دمای محیط برای مقادیر $\omega=2$ و $\lambda=0.1$ ، $r=2$ ، $\epsilon=0$.



شکل ۲ پ. تحول کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته برحسب پارامتر فشردگی برای مقادیر $\omega=2$ و $\lambda=0.1$ ، $T=2$ ، $\epsilon=0$.

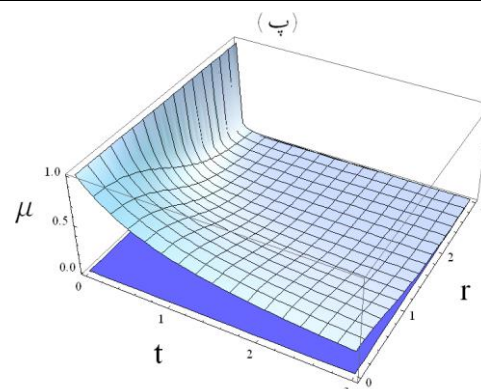


شکل ۲ ت. تحول کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته برحسب ضریب اتلاف برای مقادیر $\omega=2$ و $T=2$ ، $r=2$ ، $\epsilon=0$.

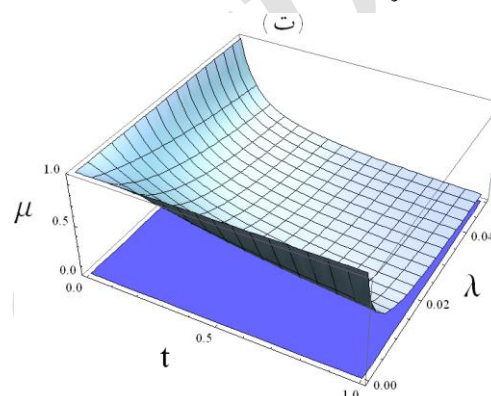
فشرده‌گی مشاهده کردیم که با افزایش پارامتر فشرده‌گی، درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد. هم‌چنین مشاهده می‌شود با گذشت زمان درهم‌تنیدگی به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و در زمان محدودی به‌طور کامل از بین می‌رود. از طرفی خلوص حالت اولیه مستقل از پارامتر فشرده‌گی است، اما تحول آن با زمان به پارامتر فشرده‌گی وابسته است. خلوص با گذشت زمان به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و حالت خالص اولیه به یک حالت مخلوط تبدیل می‌شود. در نهایت دریافتیم که با دست‌کاری پارامترهای مربوط به سیستم و حالت اولیه (به‌ترتیب پارامتر نامتقارنی و پارامتر فشرده‌گی) می‌توان زمان مرگ درهم‌تنیدگی را کنترل کرد. به‌طوری که با افزایش پارامتر فشرده‌گی و هم‌چنین کاهش پارامتر نامتقارنی می‌توان مرگ درهم‌تنیدگی را به تأخیر انداخت. هم‌چنین در صورتی که دما و ضریب اتلاف محیط کم باشند، درهم‌تنیدگی برای مدت زمان بیشتری در سیستم حفظ می‌شود.

مرجع‌ها

- [1] M.A. Nielsen, I.L. Chuang, *Quantum computation and quantum information*, Cambridge University Press, United Kingdom, (2000).
- [2] P.J. Dodd, J.J. Halliwell, Disentanglement and decoherence by open system dynamics, *Physical Review A* **69** (2004) 1–4.
- [3] F. Schwabl, *Quantum Mechanics*, Springer, New York, (2007).
- [4] S. Olmschenk, D.N. Matsukevich, P. Maunz, D. Hayes, L.M. Duan, C. Monroe, Quantum teleportation between distant matter qubits, *Science* **323** (2009) 486–489.



شکل ۳. تحول خلوص برحسب پارامتر فشرده‌گی برای مقادیر $\varepsilon=0$ ، $\omega=2$ و $\lambda=0.1$ ، $T=2$.



شکل ۴. تحول خلوص برحسب ضریب اتلاف برای مقادیر $\varepsilon=0$ ، $\omega=2$ و $r=2$ ، $T=2$.

نتیجه‌گیری

در این مقاله تحول درهم‌تنیدگی و واهمدوسی سیستم‌بازی، شامل سه نوسانگر مستقل و به‌طور کلی نامتقارن که به یک محیط گرمایی جفت شده است را بررسی کردیم. حالت سه مدی بَسِت-هوند را به‌عنوان حالت اولیه سیستم در نظر گرفتیم. با فرض این‌که جفت‌شدگی بین سیستم و محیط ضعیف و زمان همبستگی سیستم با محیط کوتاه باشد، به‌عبارت دیگر تقریب بورن-مارکو برقرار باشد، تحول سیستم را با استفاده از معادله لیندبلاد به‌دست آوردیم سپس با استفاده از معیار PPT تحول درهم‌تنیدگی و با استفاده از خلوص، واهمدوسی را نسبت به پارامترهای مربوط به حالت اولیه، سیستم و محیط بررسی کردیم. از بررسی درهم‌تنیدگی و خلوص حالت اولیه نسبت به پارامتر

- Gaussian states of continuous variable systems: quantification, sharing structure and decoherence, *Physical Review A* **73** (2006) 1-19.
- [15] J. Williamson, On the algebraic problem concerning the normal forms of linear dynamical systems, *American journal of mathematics* **58** (1963) 141-163.
- [16] P. van Loock, S.L. Braunstein, Telecloning of continuous quantum variables, *Physical Review Letters* **87** (2001) 1-4.
- [17] G. Adesso, A. Serafini, F. Illuminati, Optical state engineering, quantum communication and robustness of entanglement promiscuity in three-mode Gaussian states, *New Journal of Physics* **9** (2007) 1-36.
- [18] G. Lindblad, On the generators of quantum dynamical semigroups, *Communications in Mathematical Physics* **48** (1976) 119-130.
- [19] A.K. Rajagopal, Equations of motion in non-equilibrium statistical mechanics for non-extensive systems, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **253** (1998) 271-289.
- [20] Y. Hamdouni, On quantum mechanical transport coefficients in non-equilibrium nuclear processes with application to heavy-ion collisions, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **37** (2010) 1-23.
- [21] A. Isar, A. Sandulescu, H. Scutaru, E. Stefanescu, W. Scheid, Open quantum systems, *International Journal of Modern Physics E* **3** (1994) 635-714.
- [22] R. Simon, Peres-Horodecki separability criterion for continuous variable systems, [5] A. Isar, Entanglement generation and evolution in open quantum systems, *Open Systems and Information Dynamics* **16** (2009) 205-219.
- [6] A. Isar, Entanglement in open quantum dynamics, *Physica scripta* **T135** (2009) 1-5.
- [7] A. Isar, Dynamics of quantum entanglement in Gaussian open systems, *Physica Scripta* **82** (2010) 1-5.
- [8] D. Afshar, S. Mehrabankar, F. Abbasnezhad, Entanglement evolution in the open quantum systems consisting of asymmetric oscillators, *The European Physical Journal D* **70** (2016) 1-8.
- [9] M. Genkin, A. Eisfeld, Robustness of spatial Penning-trap modes against environment-assisted entanglement, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **44** (2011) 1-6.
- [10] G. Adesso, S. Ragy, A.R. Lee, Continuous variable quantum information: Gaussian states and beyond, *Open Systems and Information Dynamics* **21** (2014) 1-47.
- [11] S.L. Braunstein, P. van Loock, Quantum information with continuous variables, *Reviews of Modern Physics* **77** (2005) 513-577.
- [12] G.W. Ford, M. Kac, On the quantum Langevin equation, *Journal of Statistical Physics* **46** (1987) 803-810.
- [13] S. Gerke, J. Sperling, W. Vogel, Y. Cai, J. Roslund, N. Treps, C. Fabre, Full multipartite entanglement of frequency-comb Gaussian States, *Physical Review Letters* **114** (2015) 1-5.
- [14] G. Adesso, A. Serafini, F. Illuminati, Multipartite entanglement in three-mode

Physical Review Letters **84** (2000) 2726-2729.

[23] A. Serafini, F. Illuminati, S. De Siena, Symplectic invariants, entropic measures and correlations of Gaussian states, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **37** (2004) L21-L28.

[24] H.P. Breuer, F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*, Oxford University Press, New York, (2002).

[25] H.D. Zeh, On the interpretation of measurement in quantum theory, *Foundations of Physics* **1** (1970) 69-76.

[26] W.H. Zurek, Pointer basis of quantum apparatus: into what mixture does the wave packet collapse?, *Physical Review D* **24** (1981) 1516-1525.

[27] W.H. Zurek, Environment-induced superselection rules, *Physical Review D* **26** (1982) 1862-1880.

[28] W.H. Zurek, Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical, *Reviews of Modern Physics* **75** (2003) 715-775.

[29] M. Schlosshauer, Decoherence, the measurement problem, and interpretations of quantum mechanics, *Reviews of Modern Physics* **76** (2004) 1267-1305.

The evolution of entanglement and decoherence of basset-hound states in an asymmetric three-mode open system

Somayeh Mehrabankar, Farkhondeh Abbasnezhad, Davood Afshar*, Mojtaba Jafarpour

Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

Received: 27.07.2016 Final revised: 05.02.2017 Accepted: 13.03.2017

Abstract

In this study, we examined the entanglement and decoherence properties of an open quantum system consisting of a three-mode asymmetric harmonic oscillator. The basset-hound state was initially chosen and Markovian approximation was assumed. Using PPT criterion and purity, we investigated the effect of the parameters of the system, the initial state and the environment on the evolution of the entanglement and decoherence. It was observed that the latter properties are dependent on the environmental parameters (temperature and dissipation coefficient), the initial state parameter (squeezing parameter) and the system parameter (asymmetric parameter). We observed that entanglement and purity are both decreasing functions of temperature, dissipation coefficient and the asymmetric parameter. On the other hand, purity is a decreasing function of the squeezing parameter, while the entanglement is an increasing function of the latter.

Keywords: Entanglement, Decoherence, Basset-hound states, Open quantum systems

*Corresponding Author: da_afshar@yahoo.com