

# بررسی تأثیر آرایش مدل لایه‌ای بر تغییرات رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج

هادی صبری<sup>۱\*</sup>، فرشاد صادقی<sup>۱</sup>، رضا ملک زاده<sup>۲</sup>، غزاله عطازاده<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

<sup>۲</sup>کمیته تحقیقات دانشجویی دانشگاه علوم پزشکی تبریز، تبریز، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۰۵ ویرایش نهائی: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۱۵

## چکیده

در این مقاله، رفتار آماری ۱۰۱ هسته زوج-زوج در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازهای مطالعه شده است. دنباله‌های مورد بررسی با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی قابل دسترس برای ترازهای ۲<sup>+</sup> هسته‌های زوج-زوج واقع در محدوده جرمی  $A \leq 198$  تهیه شده‌اند. با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس مقدار پارامتر تابع توزیع بری-روبینیک برازش گردیده و تغییرات این کمیت به‌عنوان معیار نظم (یا بی‌نظمی) سیستم‌های انتخابی تعیین می‌گردد. تغییرات رفتار آماری بر اساس محدوده‌های جرمی مختلف، میزان تغییر شکل‌های چهار قطبی، نسبت انرژی ترازهای مختلف و همچنین آرایش آخرین تراز پروتونی و نوترونی این سیستم‌ها مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج حاصل غالب بودن رفتار منظم در هسته‌های زوج-زوج را پیشنهاد می‌دهد. همچنین افزایش نظم در مجموعه هسته‌های دارای عدد جرمی بزرگتر نسبت به هسته‌های سبکتر و هسته‌های دارای تغییر شکل بیشتر نسبت به هسته‌های کروی مشاهده می‌شود. از طرف دیگر، با کاهش مقدار اسپین ترازهای پروتونی و یا افزایش اسپین ترازهای نوترونی، رفتار منظم سیستم‌های انتخابی افزایش می‌یابد.

**کلیدواژگان:** رفتار آماری، تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای، تابع توزیع بری-روبینیک، روش تخمین حداکثر شانس، آرایش مدل لایه‌ای، اسپین ترازهای پروتونی (نوترونی)

سیستم‌های فیزیکی با رفتار آماری منظم به‌خوبی پاسخگو می‌باشد. لزوم وجود تعداد قابل توجهی از نمونه‌های اطلاعاتی برای تولید دنباله‌های<sup>۳</sup> کامل از یک طرف و عدم وجود چنین شرایطی برای هر هسته منفرد، لزوم ترکیب اطلاعات هسته‌های مختلف با استفاده از فرآیند واپیچش<sup>۴</sup> را در مطالعات سالیان اخیر ایجاب نموده است. بررسی‌ها و تحلیل‌های صورت گرفته در منابع مختلف [۳-۷] وجود رابطه مشخص بین

## مقدمه

نظریه ماتریس تصادفی<sup>۱</sup> به‌عنوان روش آماری برای مطالعه رفتار سیستم‌های پیچیده با درجات آزادی متعدد شناخته می‌شود [۱-۳]. سیستم‌های فیزیکی با رفتار آماری نامنظم که تقارن ناوردائی زمانی دارند با استفاده از آنسامبل گاوسی متعامد<sup>۲</sup> توصیف می‌شوند. در نقطه مقابل، توزیع پواسونی برای بررسی رفتار آن دسته از

\* نویسنده مسئول: h-sabri@tabrizu.ac.ir

<sup>۱</sup> random matrix theory (RMT)

<sup>۲</sup> Gaussian orthogonal ensemble (GOE)

<sup>۳</sup> sequence

<sup>۴</sup> unfolding

شانس<sup>۱</sup> مقدار پارامتر تابع توزیع بری-روبنیک<sup>۲</sup> برای هر دنباله تعیین می‌شود.

### مطالعه رفتار آماری سیستم‌های هسته‌ای

مطالعه رفتار آماری سیستم‌های مختلف فیزیکی از ابتدای دهه ۱۹۸۰ میلادی به‌عنوان یکی از مفاهیم مهم و اساسی برای طبقه‌بندی این سیستم‌ها و البته بررسی تأثیر عوامل مختلف روی تقارن‌های پنهان هر سیستم مورد توجه قرار گرفته است [۱۰-۱]. این مطالعات از نظریه ماتریس تصادفی برای توصیف رفتار عمومی ویژه‌مقادیر هامیلتونین سیستم‌های هسته‌ای، بسته به تقارن‌های سیستم، شروع گردید اما در حال حاضر در شاخه‌های دیگر علم فیزیک همانند حالت جامد و فیزیک نظری، و همچنین زمینه‌های متعدد در علم شیمی، فناوری اطلاعات و اقتصاد بسیار توسعه یافته است [۳-۲].

نظریه ماتریس تصادفی و آمارهای مختلف آن از جمله تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای<sup>۳</sup> آمار  $\Delta_3(L)$  دایسون-مهتا<sup>۴</sup> و ...، بر پایه مقایسه افت و خیزهای آماری دنباله‌های مورد مطالعه با پیش‌بینی‌های این نظریه، سیستم‌های مختلف را در قالب منظم یا نامنظم طبقه‌بندی می‌نماید. از طرفی، با توجه به کم بودن نسبی تعداد ترازهای با تقارن‌های مشابه یعنی اسپین و پاریته یکسان در هسته‌های منفرد، گروه‌های مختلف مجبور به در نظر گرفتن مجموعه‌ای از هسته‌ها با ویژگی‌های مشترک از جمله محدوده‌های جرمی خاص، تقارن‌های دینامیکی و ... شده‌اند [۲۵-۲۰].

آمار توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای یا توابع  $P(s)$ ، به‌عنوان پرکاربردترین آمار برای مطالعه سیستم‌های

ویژگی‌های سیستم‌های هسته‌ای انتخابی از جمله جرم، شکل هندسی و ... و میزان نظم (یا بی‌نظمی) این سیستم‌ها را نشان داده است [۲۲-۸].

استفاده از آرایش مدل لایه‌ای برای توصیف سیستم‌های هسته‌ای و بررسی تأثیر این برچسب زنی روی رفتار آماری سیستم‌های هسته‌ای در برخی از منابع و برای تعداد محدودی از هسته‌ها در لایه خاص صورت پذیرفته است [۱۲-۸]. نتایج حاصل از این مطالعات که بر پایه استفاده از دست آوردهای نظری برای طیف انرژی هسته‌های انتخابی انجام شده است، رابطه مشخص بین افزایش سهم جمله اندرکنش اسپین-مدار در هامیلتونین سیستم و افزایش بی‌نظمی سیستم را نشان می‌دهد. از طرفی به دلیل عدم امکان ایجاد تمایز بین پروتون و نوترون در برچسب زنی مدل لایه‌ای و لذا جداسازی اندرکنش کولنی (تنها برای پروتون‌ها) نسبت به اندرکنش جفت‌شدگی (قابل تعریف برای پروتون‌ها و نوترون‌ها) در این فرمالیسم، افزایش نظم یا بی‌نظمی سیستم قابل تحلیل بر پایه سهم اندرکنش‌های مختلف نمی‌باشد.

در این مطالعه، ما با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی قابل دسترس [۲۴-۲۳] برای ترازهای  $2^+$ ، رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج در محدوده جرمی  $40 \leq A \leq 198$  را مطالعه نموده‌ایم. جهت بررسی تأثیر پارامترهای مختلف از جمله جرم، میزان تغییر شکل چهار قطبی و همچنین مقدار اسپین ترازهای پروتونی (و نوترونی) طبق آرایش مدل لایه‌ای بر روی میزان نظم (یا بی‌نظمی) سیستم انتخابی، دنباله‌های مورد نظر با ترکیب ترازهای انرژی هسته‌های مختلف و فرآیند واپیچش تهیه شده و سپس با استفاده از روش تخمین حداکثر

<sup>۴</sup> Dyson – Mehta  $\Delta_3(L)$  statistics

<sup>۱</sup> maximum likelihood estimation (MLE) method

<sup>۲</sup> Berry-Robnik distribution

<sup>۳</sup> nearest neighbor spacing distribution (NNSD)

این تعاریف بهترین برازش برای  $N(E)$  که همان تابع  $F(E)$  است را حاصل می‌نماید. مجموعه انرژی‌های تصحیح شده  $E'_i$  با تعریف زیر نتیجه می‌شود.

۳

$$E'_i = E_{min} + \frac{F(E_i) - F(E_{min})}{F(E_{max}) - F(E_{min})} \times (E_{max} - E_{min})$$

فاصله بین ترازهای در قالب انرژی‌های جدید به صورت  $S_i = E'_{i+1} - E'_i$  حاصل شده و کمیت بدون بعد که دنباله‌ها را بر پایه آن بررسی می‌نمائیم با تعریف  $s_i = \frac{S_i}{D}$  نتیجه می‌شود ( $D$  متوسط فواصل بین ترازها). تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای هر سیستم فیزیکی نامنظم<sup>۱</sup> با ناوردایی زمانی، از مدل  $GOE$  [۳-۱] تبعیت می‌نماید که معرف رفتار تصادفی (آشوبناک) سیستم می‌باشد.

$$P(s) = \frac{\pi s}{2} \exp\left(-\frac{\pi s^2}{4}\right)$$

۴

در مقابل، رفتار آماری سیستم‌های منظم با استفاده از تابع توزیع پواسونی توصیف می‌شود

$$P(s) = \exp(-s)$$

۵

مطالعات متعدد روی رفتار آماری سیستم‌های فیزیکی، رفتار بینابین این دو حد را پیشنهاد می‌دهد. برای توصیف این وضعیت و تعیین غالب بودن رفتار خاص، توابع توزیع مختلفی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربردترین توابع، تابع توزیع بری-روبینیک می‌باشد [۱۷]

$$P(s) = \left(q + \frac{1}{2}\pi(1-q)s\right) \times \exp\left(-q - \frac{1}{4}\pi(1-q)s^2\right)$$

۶

که به ازای  $q=0$  و  $q=1$  به ترتیب رفتار منظم و تصادفی را توصیف می‌نماید. برای تعیین این کمیت  $q$ ، که معیار رفتار آماری سیستم مورد مطالعه می‌باشد، روش‌های تخمین مختلف مورد استفاده قرار گرفته

فیزیکی شناخته می‌شود. شرط لازم و کافی برای استفاده از این مدل آماری وجود دنباله‌هایی با میانگین واحد می‌باشد. با توجه به کم بودن تعداد هسته‌های حاوی حداقل ۲۵ تراز مشابه، یعنی حداقل تعداد متداول در محاسبات رفتار آماری برای داده‌های هر دنباله، گروه‌های مختلف مطالعاتی هسته‌های مختلف را برای تهیه دنباله‌ها با هم ترکیب نموده‌اند. تهیه دنباله‌ای بهنجار شده به یک، با استفاده از مجموعه اطلاعات چندین هسته با برازش یک عبارت تئوریک برای تعداد ترازهای انرژی با انرژی کمتر از  $E$ ،  $N(E)$  انجام می‌پذیرد که تحت عنوان واپیچش نامیده می‌شود. این عبارت بر فرمول ثابت گرمایی منطبق بوده و به صورت زیر بیان می‌شود [۹]:

$$N(E) = N_0 + \exp\left(\frac{E - E_0}{T}\right)$$

۱

که ثابت‌های  $T, E_0, N_0$  برای هر هسته به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌نماید. با استفاده از یک چند جمله‌ای درجه ۲ برای هر یک از این ۳ پارامتر و برازش آنها با استفاده از اطلاعات تجربی موجود برای ترازهای انرژی هسته‌های انتخابی [۲۳-۲۴]، روابط زیر برحسب عدد جرمی هسته‌ها،  $A$  حاصل می‌شود،

$$T = \left(1.05 \pm 0.06\right) - \left(0.58 \pm 0.07\right) A + \left(0.28 \pm 0.14\right) \times 10^{-3} A^2$$

(الف)

$$E_0 = \left(0.85 \pm 0.04\right) - \left(0.07 \pm 0.02\right) A + \left(2.11 \pm 0.05\right) \times 10^{-3} A^2$$

(ب)

$$N_0 = \left(0.41 \pm 0.08\right) - \left(0.2 \pm 0.06\right) A + \left(4.12 \pm 0.05\right) \times 10^{-3} A^2$$

(ج)

<sup>۱</sup> chaotic

با استفاده از این تخمین‌گر در قالب روش تکرار نیوتون-رافسون<sup>۴</sup>، معادله نهائی برای تعیین کمیت  $q$  با حداقل مقدار عدم قطعیت در روش حداکثر شانس حاصل می‌شود:

$$q_{new} = q_{old} -$$

$$\frac{\sum \frac{1-\frac{1}{2}\pi s_i}{q_{old} + \frac{1}{2}\pi(1-q_{old})s_i} - \sum s_i - \frac{1}{4}\pi s_i^2}{\frac{(1-\frac{1}{2}\pi s_i)^2}{(q_{old} + \frac{1}{2}\pi(1-q_{old})s_i)^2}}$$

۹

ما برای تعیین مقدار کمیت  $q$  در هر دنباله، مشابه با فرآیند اشاره شده در منابع [۲۰-۲۱]، ابتدا با برازش رابطه ۶ یعنی تابع توزیع بری-روبنیک به اطلاعات دنباله در قالب روش تخمین حداقل مربعات، مقدار اولیه  $q_{old}$  را از روش حداقل مربعات حاصل نموده و سپس محاسبات را تا مرحله کاهش قابل توجه میزان عدم قطعیت نتیجه حاصل با استفاده از رابطه ۹ تکرار می‌نمائیم.

### دنباله‌های مورد ارزیابی از هسته‌های مطالعه

شده

در این مطالعه تمام هسته‌های زوج-زوج شناخته شده که دارای حداقل ۵ تراز با اسپین و پارته مشابه  $2^+$  می‌باشند مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی موجود برای هسته‌های شناخته شده، ترازهای انرژی مورد مطالعه انتخاب شده است. در استفاده از اطلاعات تجربی موجود، زمانی که تراز فاقد اسپین یا پارته می‌باشد شمارش تعداد ترازها متوقف شده و ترازهای بعد از آن در محاسبات محسوب نمی‌گردد. همچنین ما در این

است. ما در مقالات اخیر خود [۲۱-۲۰، ۱۳]، مشکلات روش تخمین برازش حداقل مربعات<sup>۱</sup> را در دنباله‌های با تعداد نمونه کم از منظر افزایش خطای نتایج و همچنین توصیف غالب‌تر رفتار آماری نامنظم گونه نشان داده و برای حل این مشکل، روش تخمین حداکثر شانس که مقدار پارامتر " $q$ " را با حداقل خطای کرامر-راو<sup>۲</sup> تعیین می‌نماید، پیشنهاد داده‌ایم. جزئیات کامل این روش به‌طور کامل در منبع [۱۳] ذکر گردیده است و ما در اینجا صرفاً به بررسی نتایج این روش برای تابع توزیع بری-روبنیک می‌پردازیم.

روش تخمین حداکثر شانس امکان تعیین دقیق پارامتر توابع توزیع مختلف را با حداقل مقدار عدم قطعیت برای نتایج حاصل فراهم می‌نماید. در گام نخست برای تخمین پارامتر تابع توزیع بری-روبنیک،  $q$  تخمین‌گر<sup>۳</sup> مربوطه، به‌صورت حاصلضرب توابع بری-روبنیک تعریف شده برای تمام مؤلفه‌های دنباله مورد مطالعه انتخاب می‌شود،

$$L(q) = \prod_{i=1}^n P(s_i) = \prod_{i=1}^n \left( q + \frac{1}{2}\pi(1-q)s_i \right) \times$$

$$\times e^{-q s_i - \frac{1}{4}\pi(1-q)s_i^2} \quad \forall$$

حال می‌توان تخمین‌گر مناسب برای محاسبه کمیت  $q$  را با صفر کردن مشتق رابطه ۷ نسبت به متغیر  $q$  به‌صورت زیر حاصل کرد.

$$\text{تخمین‌گر} = \sum_{i=1}^n \frac{1 - \frac{1}{2}\pi s_i}{q + \frac{1}{2}\pi(1-q)s_i} - \sum_{i=1}^n \left( s_i - \frac{1}{4}\pi s_i^2 \right) \quad \forall$$

<sup>۳</sup> estimator<sup>۴</sup> Newton-Raphson<sup>۱</sup> least square fit (LSF)<sup>۲</sup> Cramer – Rao Lower Bound (CRLB)

Isotope	$R_{4/2}$	$\beta_r$	$N$	$E_{min}$ (keV)	$E_{max}$ (keV)	ساختار لایه‌ای
$^{79}_{32}Ge$	2.07	0.227	5	1039	2945	$(2p_{3/2})_4^n (1f_{5/2})_4^n$
$^{78}_{32}Ge$	2.53	0.239	5	619	2320	$(2p_{3/2})_2^n (1g_{9/2})_6^n$
$^{74}_{34}Se$	1.90	0.227	6	862	2294	$(2p_{1/2})_2^n (1f_{5/2})_4^n$
$^{80}_{34}Se$	2.55	0.232	7	666	2774	$(2p_{1/2})_2^n (1g_{9/2})_{10}^n$
$^{82}_{34}Se$	2.65	0.192	10	655	4566	$(2p_{1/2})_5^n (1g_{9/2})_8^n$
$^{84}_{34}Se$	1.46	0.053	5	1455	3024	$(2p_{1/2})_2^n (1g_{9/2})_{10}^n$
$^{76}_{36}Kr$	2.44	0.290	6	424	2571	$(1f_{5/2})_2^n (1f_{5/2})_6^n$
$^{84}_{36}Kr$	2.38	0.153	9	882	3183	$(1f_{5/2})_2^n (1g_{9/2})_8^n$
$^{86}_{36}Kr$	1.44	0.134	7	1565	4194	$(1f_{5/2})_2^n (1g_{9/2})_{10}^n$
$^{82}_{38}Sr$	2.32	0.290	5	574	2885	$(1f_{5/2})_4^n (1g_{9/2})_4^n$
$^{94}_{38}Sr$	2.56	0.117	5	837	2711	$(1f_{5/2})_4^n (2d_{5/2})_6^n$
$^{96}_{38}Sr$	2.20	0.150	5	815	2084	$(1f_{5/2})_4^n (1g_{7/2})_2^n$
$^{98}_{38}Sr$	3	0.409	6	144	1681	$(1f_{5/2})_4^n (1g_{7/2})_4^n$
$^{92}_{40}Zr$	1.60	0.101	5	935	3830	$(1f_{5/2})_6^n (2d_{3/2})_2^n$
$^{98}_{42}Mo$	1.92	0.168	21	787	3152	$(1g_{9/2})_2^n (2d_{3/2})_6^n$
$^{100}_{42}Mo$	2.12	0.162	6	536	2043	$(1g_{9/2})_2^n (1g_{7/2})_2^n$
$^{102}_{42}Mo$	2.51	0.311	5	270	1608	$(1g_{9/2})_2^n (1g_{7/2})_4^n$
$^{94}_{44}Ru$	1.82	0.154	12	833	3261	$(1g_{9/2})_4^n (2d_{5/2})_2^n$
$^{98}_{44}Ru$	2.14	0.205	5	652	2277	$(1g_{9/2})_4^n (2d_{5/2})_4^n$
$^{110}_{44}Ru$	2.75	0.293	18	241	2367	$(1g_{9/2})_4^n (3s_{1/2})_2^n$
هسته	$R_{4/2}$	$\beta_r$	$N$	$E_{min}$ (keV)	$E_{max}$ (keV)	ساختار لایه‌ای
$^{100}_{46}Pd$	2.13	0.088	7	665	3236	$(1g_{9/2})_6^n (2d_{5/2})_4^n$
$^{112}_{46}Pd$	2.53	0.218	24	349	3014	$(1g_{9/2})_6^n (3s_{1/2})_2^n$
$^{106}_{48}Cd$	2.36	0.168	25	633	3427	$(1g_{9/2})_8^n (1g_{7/2})_2^n$
$^{108}_{48}Cd$	2.38	0.170	5	633	2486	$(1g_{9/2})_8^n (1g_{7/2})_4^n$
$^{62}_{30}Zn$	2.29	0.216	11	954	4330	$(2p_{3/2})_2^n (2p_{3/2})_4^n$
$^{64}_{30}Zn$	2.33	0.236	11	992	3539	$(2p_{3/2})_2^n (2p_{3/2})_4^n$
$^{66}_{30}Zn$	2.36	0.221	6	1039	3213	$(2p_{3/2})_2^n (1f_{5/2})_2^n$
$^{68}_{32}Ge$	2.23	0.193	8	1016	3400	$(2p_{3/2})_4^n (1f_{5/2})_2^n$

مطالعه و زمانی که به یک تراز اسپینی بیش از اسپین  $2^+$  نسبت داده شده است، این تراز را به‌عنوان نمونه قابل قبول در مطالعه خود انتخاب کرده‌ایم. هسته‌های مطالعه شده و همچنین تعداد ترازهای هر هسته در محدوده اشاره شده از نظر انرژی در جدول ۱ فهرست شده‌اند. همچنین برای بررسی‌های بیشتر حول اثر پارامترهای مختلف از جمله میزان تغییر شکل چهار قطبی،  $\beta_r$ ، نسبت انرژی تراز  $4_1^+$  به  $2_1^+$ ،  $R_{4/2}$ ، و نهایتاً آرایش مدل لایه‌ای بر روی رفتار آماری سیستم‌های انتخابی، این اطلاعات نیز برای هسته‌ها اشاره شده است.

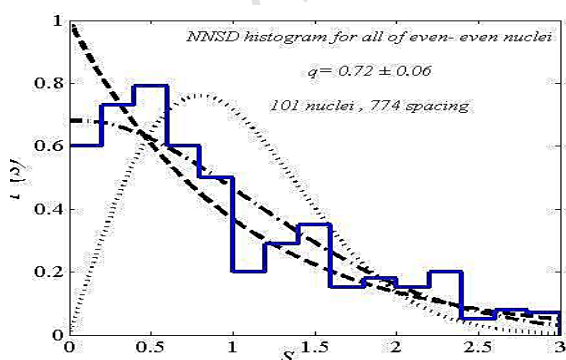
جدول ۱. هسته‌های مطالعه شده.  $N$  معرف تعداد ترازهای  $2^+$  در محدوده انرژی انتخابی،  $\beta_r$  میزان تغییر شکل چهار قطبی و  $R_{4/2}$  نسبت انرژی اولین تراز  $4^+$  به  $2^+$  می‌باشد. اطلاعات تجربی برای ترازهای انرژی این هسته‌ها از منابع [۲۳-۲۴] استخراج شده است.

Isotope	$R_{4/2}$	$\beta_r$	$N$	$E_{min}$ (keV)	$E_{max}$ (keV)	ساختار لایه‌ای
$^{40}_{18}Ar$	1.98	0.269	5	1461	3919	$(1d_{3/2})_2^n (1f_{7/2})_2^n$
$^{44}_{20}Ca$	1.97	0.262	6	1157	3776	$(1d_{3/2})_4^n (1f_{7/2})_4^n$
$^{50}_{20}Ca$	4.40	0.065	5	1027	4870	$(1d_{3/2})_4^n (2p_{3/2})_2^n$
$^{44}_{22}Ti$	2.27	0.26	5	1083	4116	$(1f_{7/2})_2^n (1f_{7/2})_2^n$
$^{48}_{24}Cr$	2.47	0.368	5	752	4640	$(1f_{7/2})_4^n (1f_{7/2})_4^n$
$^{50}_{24}Cr$	2.40	0.290	9	783	4193	$(1f_{7/2})_4^n (1f_{7/2})_8^n$
$^{52}_{24}Cr$	1.65	0.211	12	1434	5097	$(1f_{7/2})_4^n (1f_{7/2})_8^n$
$^{56}_{26}Fe$	2.46	0.250	7	847	3744	$(1f_{7/2})_6^n (2p_{3/2})_2^n$
$^{58}_{26}Fe$	2.56	0.262	14	811	4348	$(1f_{7/2})_6^n (2p_{3/2})_4^n$
$^{64}_{26}Fe$	2.36	0.027	8	746	4227	$(1f_{7/2})_6^n (1f_{5/2})_4^n$
$^{58}_{28}Ni$	1.69	0.179	6	1454	3274	$(1f_{7/2})_8^n (2p_{3/2})_2^n$
$^{62}_{28}Ni$	1.99	0.197	6	1173	3270	$(1f_{7/2})_8^n (2p_{3/2})_2^n$

$^{140}_{60}\text{Nd}$	2.33	0	6	774	2468	$(1g_{7/2})_4^p (1h_{11/2})_8^n$	$^{118}_{48}\text{Cd}$	2.34	0.172	7	658	2365	$(1g_{9/2})_8^p (1g_{7/2})_6^n$
$^{140}_{62}\text{Sm}$	2.35	0.148	6	531	2482	$(1g_{7/2})_6^p (1h_{11/2})_8^n$	$^{112}_{48}\text{Cd}$	2.29	0.182	53	618	3429	$(1g_{9/2})_8^p (1g_{7/2})_8^n$
$^{152}_{62}\text{Sm}$	3.01	0.308	14	122	1958	$(1g_{7/2})_6^p (2f_{7/2})_8^n$	$^{114}_{48}\text{Cd}$	2.30	0.130	8	558	2317	$(1g_{9/2})_8^p (3s_{1/2})_2^n$
$^{148}_{64}\text{Gd}$	1.80	0.077	7	784	2700	$(1g_{7/2})_8^p (2f_{7/2})_2^n$	$^{116}_{48}\text{Cd}$	2.37	0.135	6	513	2118	$(1g_{9/2})_8^p (2d_{3/2})_2^n$
$^{152}_{64}\text{Gd}$	2.19	0.212	7	344	1471	$(1g_{7/2})_8^p (2f_{7/2})_6^n$	$^{110}_{50}\text{Sn}$	1.81	0.120	16	1212	3447	$(1g_{9/2})_{10}^p (1g_{7/2})_4^n$
$^{154}_{64}\text{Gd}$	3.01	0.310	7	123	1775	$(1g_{7/2})_8^p (2f_{7/2})_8^n$	$^{112}_{50}\text{Sn}$	1.79	0.123	5	1257	2721	$(1g_{9/2})_{10}^p (1g_{7/2})_6^n$
$^{150}_{66}\text{Dy}$	1.81	0	13	804	2461	$(3s_{1/2})_2^p (2f_{7/2})_2^n$	$^{116}_{50}\text{Sn}$	1.85	0.112	20	1294	3851	$(1g_{9/2})_{10}^p (3s_{1/2})_2^n$
$^{154}_{66}\text{Dy}$	2.23	0.235	5	334	1507	$(3s_{1/2})_2^p (2f_{7/2})_6^n$	$^{118}_{50}\text{Sn}$	1.85	0.110	5	1230	2403	$(1g_{9/2})_{10}^p (2d_{3/2})_2^n$
$^{156}_{66}\text{Dy}$	2.93	0.294	6	138	1515	$(3s_{1/2})_2^p (2f_{7/2})_8^n$	$^{122}_{52}\text{Te}$	2.09	0.131	9	564	2509	$(2d_{3/2})_2^p (2d_{3/2})_4^n$
$^{160}_{66}\text{Dy}$	3.27	0.334	5	87	1557	$(3s_{1/2})_2^p (1h_{7/2})_4^n$	$^{124}_{52}\text{Te}$	2.07	0.170	5	603	2182	$(2d_{3/2})_2^p (1h_{11/2})_2^n$
$^{162}_{66}\text{Dy}$	3.29	0.341	6	81	1895	$(3s_{1/2})_2^p (1h_{7/2})_6^n$	$^{130}_{52}\text{Te}$	1.94	0.118	6	839	2300	$(2d_{3/2})_2^p (1h_{11/2})_8^n$
$^{158}_{68}\text{Er}$	2.74	0.264	13	192	1698	$(2d_{3/2})_2^p (2f_{7/2})_8^n$	$^{136}_{52}\text{Te}$	1.70	0	13	607	3714	$(2d_{3/2})_2^p (2f_{7/2})_2^n$
$^{162}_{68}\text{Er}$	3.23	0.332	6	102	1501	$(2d_{3/2})_2^p (1h_{9/2})_4^n$	$^{118}_{54}\text{Xe}$	2.40	0.190	5	337	1838	$(2d_{3/2})_4^p (1g_{7/2})_8^n$
$^{170}_{68}\text{Er}$	3.31	0.336	6	79	1416	$(2d_{3/2})_2^p (3p_{3/2})_2^n$	$^{120}_{54}\text{Xe}$	2.47	0.208	10	323	2051	$(2d_{3/2})_4^p (3s_{1/2})_2^n$
$^{162}_{70}\text{Yb}$	2.92	0.263	6	167	1337	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{9/2})_2^n$	$^{128}_{54}\text{Xe}$	2.33	0.186	7	443	2362	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{11/2})_4^n$
$^{164}_{70}\text{Yb}$	3.13	0.296	7	123	1513	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{9/2})_4^n$	$^{132}_{54}\text{Xe}$	2.16	0.141	9	668	2714	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{11/2})_8^n$
$^{170}_{70}\text{Yb}$	3.29	0.321	5	84	1535	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{9/2})_{10}^n$	$^{136}_{54}\text{Xe}$	1.29	0.091	7	1313	2979	$(2d_{3/2})_4^p (1h_{11/2})_{12}^n$
$^{174}_{72}\text{Hf}$	3.27	0.272	14	91	2530	$(1h_{11/2})_2^p (3p_{3/2})_2^n$	$^{138}_{54}\text{Xe}$	1.82	0	5	589	2115	$(2d_{3/2})_4^p (2f_{7/2})_2^n$
$^{178}_{72}\text{Hf}$	3.29	0.279	5	93	1514	$(1h_{11/2})_2^p (3p_{1/2})_2^n$	$^{126}_{56}\text{Ba}$	2.78	0.273	6	256	1810	$(2d_{3/2})_6^p (2d_{3/2})_4^n$
هسته	$R_{4/2}$	$\beta_r$	$N$	$E_{\min}$ (kev)	$E_{\max}$ (kev)	ساختار لایه‌ای	هسته	$R_{4/2}$	$\beta_r$	$N$	$E_{\min}$ (kev)	$E_{\max}$ (kev)	ساختار لایه‌ای
$^{184}_{74}\text{W}$	3.27	0.234	7	111	1615	$(1h_{11/2})_4^p (2f_{5/2})_4^n$	$^{138}_{56}\text{Ba}$	1.32	0.093	6	1436	2794	$(2d_{3/2})_6^p (1h_{11/2})_{12}^n$
$^{186}_{74}\text{W}$	3.23	0.226	7	123	1322	$(1h_{11/2})_4^p (2f_{5/2})_6^n$	$^{140}_{56}\text{Ba}$	1.88	0.116	8	602	2522	$(2d_{3/2})_6^p (2f_{7/2})_2^n$
$^{182}_{76}\text{Os}$	3.15	0.236	8	127	1769	$(1h_{11/2})_6^p (3p_{1/2})_2^n$	$^{146}_{56}\text{Ba}$	2.84	0.218	6	181	1968	$(2d_{3/2})_6^p (2f_{7/2})_8^n$
							$^{136}_{58}\text{Ce}$	2.38	0.170	8	552	2942	$(1g_{7/2})_2^p (1h_{11/2})_8^n$
							$^{144}_{58}\text{Ce}$	2.36	0.162	9	397	2405	$(1g_{7/2})_2^p (2f_{7/2})_4^n$

دنباله معیار نظم ( $q \rightarrow 1$ ) یا رفتار آشوبناک ( $q \rightarrow 0$ ) مجموعه مورد نظر می‌باشد و با مقایسه این کمیت برای دنباله‌های مختلف، امکان ارزیابی سیستم‌های مختلف فراهم می‌گردد. همچنین، با توجه به تولید این دنباله‌ها با استفاده از داده‌های تجربی، خطای اندازه‌گیری انرژی هسته‌های مختلف در این محاسبات وارد نشده است. مطابق با فرآیند اشاره شده در بخش قبلی، مقدار اولیه در فرآیند برازش حداکثر شانس با استفاده از تخمین حداقل مربعات حاصل خواهد شد که البته به دلیل عدم قطعیت قابل توجه مقادیر حاصل از این روش، این دسته از نتایج در محاسبات ذکر نگردیده است.

در ابتدا تمام هسته‌های مورد بررسی در این مطالعه برای ارزیابی عمومی رفتار هسته‌های زوج-زوج در قالب یک دنباله با استفاده از روش اشاره شده مورد تحلیل قرار گرفتند که نتیجه حاصل برای هیستوگرام این دنباله در شکل ۱ نمایش داده شده است. نتیجه حاصل برای مقدار کمیت تابع بری-روبنیک به صورت  $0.72 \pm 0.06$  حاصل می‌گردد که رفتار عمومی منظم برای هسته‌های زوج-زوج را پیشنهاد می‌دهد. این نتیجه را می‌توان بر اساس پیش‌بینی منبع [۲۵]، به افزایش نظم ناشی از نیروی جفت‌شدگی در ساختار این سیستم‌ها نسبت داد.



شکل ۱. هیستوگرام برای دنباله تهیه شده از مجموعه اطلاعات جدول ۱. خطوط قطعی، نقطه‌چین و خط و نقطه به ترتیب برای

$^{190}_{76}Os$	2.93	0.177	11	187	1708	$(1h_{11/2})^p_{6}(1i_{13/2})^n_{2}$
$^{192}_{76}Os$	2.82	0.164	20	206	1952	$(1h_{11/2})^p_{6}(1i_{13/2})^n_{4}$
$^{180}_{78}Pt$	2.68	0.250	5	153	1351	$(1h_{11/2})^p_{8}(3p_{3/2})^n_{2}$
$^{182}_{78}Pt$	2.71	0.255	5	155	1312	$(1h_{11/2})^p_{8}(3p_{3/2})^n_{4}$
$^{184}_{78}Pt$	2.67	0.229	5	163	1611	$(1h_{11/2})^p_{8}(3p_{1/2})^n_{2}$
$^{190}_{78}Pt$	2.49	0.152	10	296	1628	$(1h_{11/2})^p_{8}(2f_{5/2})^n_{6}$
$^{192}_{78}Pt$	2.48	0.154	7	317	1793	$(1h_{11/2})^p_{8}(1i_{13/2})^n_{2}$
$^{196}_{78}Pt$	2.46	0.129	21	356	2093	$(1h_{11/2})^p_{8}(1i_{13/2})^n_{6}$
$^{190}_{80}Hg$	2.50	0.130	5	416	1851	$(1h_{11/2})^p_{10}(2f_{5/2})^n_{4}$
$^{192}_{80}Hg$	2.50	0.130	7	423	2277	$(1h_{11/2})^p_{10}(2f_{5/2})^n_{6}$
$^{196}_{80}Hg$	2.49	0.114	13	426	2013	$(1h_{11/2})^p_{10}(1i_{13/2})^n_{6}$
$^{198}_{80}Hg$	2.55	0.106	9	412	1903	$(1h_{11/2})^p_{10}(1i_{13/2})^n_{6}$
$^{196}_{82}Pb$	1.66	0	5	1049	2124	$(1h_{11/2})^p_{12}(1i_{13/2})^n_{2}$

## نتایج

در این مطالعه تأثیر ویژگی‌های ساختاری سیستم‌های هسته‌ای را بر روی رفتار آماری آن دسته از هسته‌های زوج-زوج شناخته شده که دارای حداقل ۵ تراز  $2^+$  مشخص می‌باشند، را مورد بررسی قرار داده‌ایم. بدین منظور هسته‌های معرفی شده در جدول ۱، در مجموعه‌های مختلف طبقه‌بندی گردیده و سپس با استفاده از فرآیند واپیچش، دنباله بهنجار شده حاصل در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازها با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس و تابع توزیع بری-روبنیک تحلیل شده است. مقدار کمیت  $q$  برای هر

نمایش تابع پواسونی، گاوسی متعامد و نتیجه حاصل از این مطالعه برای تابع توزیع بری-روبنیک می‌باشد.

آزادی حرکت و در نتیجه افزایش بی‌نظمی سیستم‌ها نسبت داد.

### بررسی رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج در محدوده‌های جرمی مختلف

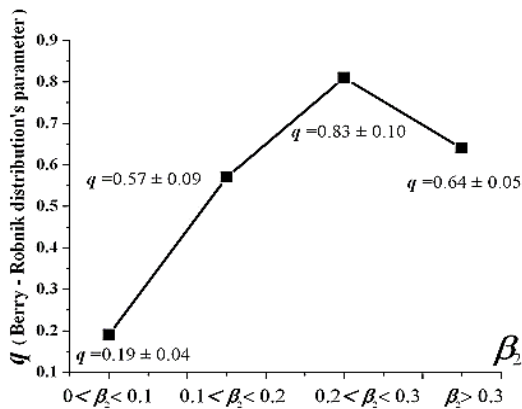
هسته‌های زوج-زوج انتخابی در محدوده‌های جرمی مختلف دسته بندی شده و دنباله‌های حاصل از تجمیع تمام ترازهای این هسته‌ها، با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس در قالب تابع توزیع بری-روبنیک تحلیل شده است. نتایج حاصل از این ارزیابی در جدول ۲ بیان گردیده است.

جدول ۲. رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج در محدوده‌های جرمی مختلف.

محدوده جرمی	تعداد هسته‌ها	تعداد فواصل $q$
$A \leq 50$	6	$0.29 \pm 0.07$
$50 < A \leq 100$	28	$0.61 \pm 0.05$
$100 < A \leq 150$	37	$0.68 \pm 0.04$
$150 < A \leq 180$	15	$0.80 \pm 0.10$
$A > 180$	15	$0.75 \pm 0.09$

### طبقه‌بندی رفتار آماری بر اساس میزان تغییر شکل چهار قطبی

مطابق با پیش‌بینی نظریه ماتریس تصادفی، سیستم‌های فیزیکی دارای تقارن دورانی، همچون هسته‌های کروی یا هسته‌های دارای لایه‌های بسته پروتونی یا نوترونی، رفتار آشوبناک از خود به نمایش می‌گذارند. در مقابل مطابق با پیش‌بینی منبع [۲۶]، اندرکنش ذره منفرد با رفتار آماری آشوبناک و درجات تجمعی حرکت سیستم‌های هسته‌ای، که رفتار غالب آماری منظم از خود نشان می‌دهند، در هسته‌های تغییر شکل یافته ضعیف‌تر بوده و این مسئله سبب افزایش نظم این سیستم‌ها می‌گردد.

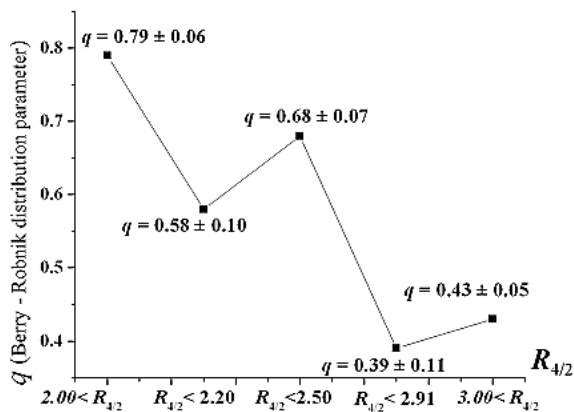


شکل ۲. تغییرات رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج برحسب میزان تغییر شکل چهار قطبی.

نتایج حاصل از این مطالعه در خصوص تحقیق وابستگی رفتار آماری و تغییر شکل هسته‌های زوج-زوج انتخابی در شکل ۲ نمایش داده شده است. این نتایج نیز افزایش نظم در ساختار سیستم‌های هسته‌ای را با افزایش مقدار تغییر شکل چهار قطبی هسته‌ها از حالت کروی تا محدوده  $0.3 \leq \beta_2$  نمایش می‌دهد. برای هسته‌های بیشتر تغییر شکل یافته افزایش بی‌نظمی را

هسته‌های موجود در ناحیه جرمی  $180 < A < 150$  منظم‌ترین رفتار آماری را از خود نمایش می‌دهند در حالی‌که هسته‌های سبک موجود در ناحیه جرمی  $A < 50$ ، بیشترین انحراف از حد پواسونی و لذا رفتار آشوبناک را نمایش می‌دهند. این رفتار در هسته‌های سبک در مقایسه با هسته‌های سنگین که مشابه با نتایج منابع [۱۳، ۱۹] می‌باشد را می‌توان به افزایش درجات





شکل ۳. طبقه‌بندی آماری هسته‌های زوج-زوج بر اساس نسبت ترازهای انرژی.

### تأثیر آرایش مدل لایه‌ای بر رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج

ما در مطالعه اخیر خود حول اثر پیکر بندی لایه‌ای بر رفتار آماری هسته‌های خانواده خاک‌های نادر [۲۷]، ارتباط روشنی بین مقدار اسپین آخرین تراز پروتونی یا نوترونی و رفتار آماری مشاهده نمودیم. مشابه با آن فرایند، با استفاده از پیکر بندی مدل لایه‌ای منفرد، نوکلئون‌های ظرفیت و آرایش نهائی هر هسته در جدول ۱ بیان شده است. هسته‌های دارای آخرین تراز مشابه پروتونی (یا نوترونی) با هم در نظر گرفته شده و دنباله‌های مورد نظر با استفاده از روش واپیچش تهیه شده است. سپس با استفاده از فرآیند تخمین حداکثر شانس مقدار پارامتر تابع توزیع بری-روبنیک به عنوان معیار رفتار آماری هر دنباله تعیین شده است که نتایج حاصل در جدول ۳ فهرست شده است.

نتایج حاصل افزایش اسپین لایه ظرفیت پروتونی را با افزایش رفتار آشوناک سیستم‌ها پیشنهاد می‌دهد. همچنین در نقطه مقابل، دنباله‌های برجسته خورده بر اساس اسپین نوترونی، افزایش نظم سیستم با افزایش اسپین لایه نوترونی را نشان می‌دهد.

می‌توان به تأثیر باندهای دورانی در ساختار این هسته‌ها نسبت داد.

### طبقه‌بندی آماری هسته‌های زوج-زوج بر حسب نسبت ترازهای انرژی

کمیت  $R_{4/2} = \frac{E(4_1^+)}{E(2_1^+)}$  معیار مناسبی برای طبقه‌بندی هسته‌های مختلف بر پایه تقارن‌های دینامیکی مختلف آنها بر اساس مدل بوزون برهم‌کنشی<sup>۱</sup> می‌باشد. این مدل جبری هسته‌های دارای شکل‌های متفاوت کروی، تغییر شکل یافته با تقارن محوری و تغییر شکل یافته را به ترتیب با حدود تقارنی  $U(5)$ ،  $SO(6)$  و  $SU(3)$  توصیف نموده و مقدار این کمیت را برای این حدود به صورت ۲،۰۰، ۲،۵۰ و ۳،۳۳ پیشنهاد می‌نماید. همچنین هسته‌های موجود در ناحیه گذار بین حدود  $U(5) \leftrightarrow SO(6)$  و  $U(5) \leftrightarrow SU(3)$  متناظر با تقارن‌های دینامیکی  $E(5)$  و  $X(5)$  می‌باشد که مقدار نسبت ترازهای انرژی برای آنها به ترتیب ۲،۲۰ و ۲،۹۱ پیشنهاد می‌گردد. هسته‌های مورد مطالعه بر اساس این مقادیر دسته‌بندی شده و دنباله‌های مربوط به هر محدوده، با استفاده از فرآیند واپیچش و روش تخمین اشاره شده مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل در شکل ۳ نمایش داده شده است.

وجود رفتار منظم‌تر برای آن دسته از هسته‌های متناظر با تقارن‌های دینامیکی سه گانه در مقایسه با هسته‌های موجود در ناحیه بینابینی و گذار در شکل ۳ مشاهده می‌شود. رابطه مستقیم تقارن‌های سیستم و رفتار آماری فرصت بسیار مناسبی را برای معرفی مشاهده‌پذیری حساس به ساختار سیستم‌ها ایجاد می‌نماید تا برای تعیین وجود پدیده گذار فازی شکلی هسته‌ای و نقطه بحرانی گذار فازی مورد استفاده قرار گیرد.

<sup>۱</sup> interacting Boson model (IBM)

تخمین حداکثر شانس در قالب تابع توزیع بری-روبنیک ارزیابی گردید. نتایج حاصل رفتار عمومی منظم را برای این هسته‌های زوج-زوج پیشنهاد می‌دهد. همچنین تأثیر پارامترهایی همچون جرم، نسبت ترازهای انرژی، تغییر شکل چهار قطبی و همچنین پیکر بندی لایه‌ای بر رفتار این سیستم‌ها بررسی شد. نتایج حاصل با عدم قطعیت ناچیز، افزایش نظم در ساختار هسته‌های مورد مطالعه را با افزایش سهم اسپین ترازهای نوترونی نمایش می‌دهد. برای بررسی بیشتر و نتیجه‌گیری کامل‌تر در خصوص سهم اندرکنش‌های جفت‌شدگی و کولنی مطالعه هسته‌های فرد پیشنهاد می‌شود که در مطالعات بعدی به آن خواهیم پرداخت.

#### مرجع‌ها

- [1]. H.A. Weidenmuller, G.E. Mitchell, Random matrices and chaos in nuclear physics: Nuclear structure, *Review of Modern Physics* **81** (2009) 539-644.
- [2]. T.A. Brody *et al*, Random-matrix physics: spectrum and strength fluctuations, *Review of Modern Physics* **53** (1981) 385-462.
- [3]. A.Y. Abul-Magd, A.A. Sayed, Level statistics of deformed even-even nuclei, *Physical Review C* **74** (2006.) 37301-37304.
- [4]. M. Horoi, V. Zelevinsky, B.A. Brown, Chaos vs Thermalization in the Nuclear Shell Model, *Physical Review Letter* **74** (1995) 5194-5197.
- [5]. J.F. Shriner *et al*. Fluctuation properties of spacings of low-lying nuclear levels, *Zurich of Physics A* **338** (1991) 309-318.
- [6]. J.M.G. Gomez *et al*, Recent results in quantum chaos and its applications to atomic nuclei, *Journal of Physics: Conference Series* **267** (2011) 012061. 012608.
- [7]. J.F. Shriner *et al*, Fluctuation properties of states in  $^{26}\text{Al}$ , *Zurich of Physics A* **332** (1990) 393-400.

جدول ۳. رفتار آماری هسته‌های زوج-زوج با آرایش‌های متفاوت لایه پروتونی و نوترونی  $n$  تعداد هسته در هر مجموعه با آرایش اشاره شده برای پروتون ( $\pi$ ) یا نوترون بوده ( $\nu$ ) و  $N$  تعداد فواصل در هر دنباله را مشخص می‌نماید. بالانویس برای هر نمایش نیز تعداد ذرات قرار گرفته را مشخص می‌نماید.

دنباله	$n$	$N$	$q$
$(1f_{7/2}^{\pi})^{2-8}$	۹	۶۳	$0.52 \pm$
$(2p_{3/2}^{\pi})^{2-4}$	۶	۶	۴۰
$(1f_{5/2}^{\pi})^{2-6}$	$0.69 \pm 0.09$	۸	۴۰
$(2p_{1/2}^{\pi})^2$	$0.47 \pm 0.11$	۴	۲۴
$(1g_{9/2}^{\pi})^{2-10}$	$0.67 \pm 0.06$	۱۸	
$(2d_{5/2}^{\pi})^{2-6}$	$0.29 \pm 0.05$		۱۶
$(1g_{7/2}^{\pi})^{2-8}$	$0.63 \pm 0.04$		۷
$(2d_{3/2}^{\pi})^{2-4}$	$0.27 \pm 0.03$		۶
$(1h_{1/2}^{\pi})^{2-12}$	$0.61 \pm 0.02$		۱۸
$(3s_{1/2}^{\pi})^2$	$0.18 \pm 0.04$		۵
	$0.76 \pm 0.12$		۳۰

این افزایش نظم ناشی از افزایش اسپین ترازهای نوترونی براساس پیش‌بینی منابع [۲۷-۳۵]، قابل ارزیابی بر اساس افزایش سهم اندرکنش جفت‌شدگی نوترونی در مقایسه با اندرکنش چهار قطبی در سیستم‌های مورد مطالعه می‌باشد. همچنین با افزایش سهم اسپین ترازهای پروتونی در محاسبات دافعه کولنی که عامل رفتار آشوبناک سیستم‌های هسته‌ای می‌باشد افزایش یافته و سیستم از حد منظم منحرف می‌گردد.

#### نتیجه‌گیری

در این مطالعه رفتار آماری تعداد ۱۰۱ هسته زوج-زوج در ناحیه گسترده جرمی مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی برای ترازهای  $2^+$  این هسته‌ها دنباله‌های مورد تحلیل با استفاده از روش

- Journal of Research on Many Body Systems* **2** (2013) 47-54.
- [21]. H. Sabri et al, Generalization of Brody distribution for statistical investigation, *Random Matrices: Theory and Applications* **3** (2014) 14500178-14500188.
- [22]. M. Rajasekaran et al, Nuclear level density parameter—its dependence on spin and temperature, *Physical Review C* **37** (1988) 307-315.
- [23]. National Nuclear Data Center (Brookhaven National laboratory), Available from: (<http://www.nndc.bnl.gov/chart>)
- [24]. P. Moller et al, Nuclear Ground-State Masses and Deformations, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **59** (1995) 185.
- [25]. H. Sabri et al, Nearest neighbor spacing distribution of  $U(5) \leftrightarrow SO(6)$  transitional region, *European Physical Journal Plus* **129** (2014) 52-63.
- [26]. H. Sabri, Spectral statistics of rare-earth nuclei: Investigation of shell model configuration effect, *Nuclear Physics A* **941** (2015) 364-371.
- [27]. J.M.G. Gomez et al, Many-body quantum chaos: Recent developments and applications to nuclei, *Physics Reports* **499** (2011) 103 -226.
- [28]. A. Bohr, B.R. Mottelson, Nuclear Structure, W. A. Benjamin, Inc. (1971).
- [29]. M. Spieker et al, Origin of Low-Lying Enhanced E1 Strength in Rare-Earth Nuclei, *Physical Review Letter* **114** (2015) 192504 - 192507.
- [30]. S.K. Kataria, V.S. Ramamurthy, Macroscopic level density parameters of nuclei, *Physical Review C* **22** (1988) 2263-2266.
- [31]. V.V. Flambaum et al, Statistical theory of finite Fermi systems based on the structure of chaotic eigenstates, *Physical Review E* **56** (1997) 5144-5150.
- [32]. Y. Vretenar et al. Chaos in nuclei with broken pairs, *Physical Review C* **46** (1992) 1334-1339.
- [8]. A. Hamoudi et al, Statistical fluctuations of electromagnetic transition intensities and electromagnetic moments in pf-shell nuclei, *Physical Review C* **65** (2002) 064311-064317.
- [9]. T. von Egidy et al, Nuclear level densities and level spacing distributions: Part II, *Nuclear Physics A* **481** (1988) 189-206.
- [10]. Y. Alhassid et al, Parity Dependence of Nuclear Level Densities, *Physical Review Letter* **84** (2000) 4313- 4316.
- [11]. A. Relano et al, Quantum Chaos and 1/f Noise, *Physical Review Letter* **89** (2002) 244102-244105.
- [12]. Y. Alhassid, The statistical theory of quantum dots, *Review of Modern Physics* **72** (2000) 895-944.
- [13]. M.A. Jafarizadeh et al, Investigation of spectral statistics of nuclear systems by maximum likelihood estimation method, *Nuclear Physics A* **890-891** (2012) 29-49.
- [14]. D. Mulhall, Maximum likelihood method to correct for missed levels based on the  $\Delta_3(L)$  statistic, *Physical Review C* **83** (2011) 54321-54328.
- [15]. T. von. Egidy et al, Nuclear level densities and level spacing distributions from  $^{20}\text{F}$  to  $^{244}\text{Am}$ , *Nuclear Physics A* **454** (1988) 109-127.
- [16]. T.A. Brody, A statistical measure for the repulsion of energy levels, *Lettere al Nuovo Cimento* **7** (1973) 482-484.
- [17]. M. Robnik, A note on the level spacings distribution of the Hamiltonians in the transition region between integrability and chaos, *Journal of Physics A* **20** (1987) L495-L502.
- [18]. R.A. Molina, Pairing and spectral statistics of low energy levels, *European Physical Journal A* **28** (2006) 125-128.
- [19]. A.Y. Abul-Magd et al, Statistical analysis of composite spectra, *Annals of Physics* **321** (2006) 560- 580.
- [20]. B.R. Maleki, H. Sabri, M.A. Jafarizadeh, Level statistics of stable and radioactive nuclei by using kernel density estimation method,

[33]. V. Paar *et al*, Quantum chaos for exact and broken  $K$  quantum number in the interacting-boson model, *Physical Review C* **41** (1990) 2397-2401.

[34]. J.M. G Gómez *et al*, Localization in  $2p1f$  nuclear shell-model wavefunctions, *Physics Letter B* **567** (2003) 251.

Archive of SID

## Investigating the effect of shell model configuration on statistical properties of even-even nuclei

Hadi Sabri <sup>1\*</sup>, Farshad Sadegi <sup>1</sup>, Reza Malekzadeh <sup>2</sup>, Ghazaleh Atazadeh <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz

<sup>2</sup> Research Committee for Students of Tabriz University of Medical Sciences, Tabriz

Received: 24.04.2016    Final revised: 31.12.2016    Accepted: 04.01.2017

### Abstract

In this paper, we have studied the spectral statistics of 101 even-even nuclei in the nearest neighbor spacing distribution framework. Sequences are prepared by using all the latest experimental data for 2+ levels of considered nuclei in the  $40 \leq A \leq 198$  mass region. The maximum likelihood estimation technique has been used to extract the Berry-Robnik distribution's parameter which explores the regular or chaotic behavior of considered sequences. Sequences are classified as their mass, quadrupole deformation parameter, the energy ratio and the shell model configuration for the last protons and neutrons of all nuclei. Our results suggest a regular dynamics for these even mass nuclei. Also, the regularity is increased for light nuclei vis-a-vis heavier ones and also the deformed nuclei vis-a-vis spherical ones. Our results show a deviation of chaotic dynamics when the spins of proton levels are decreased or the spins of neutron levels are increased.

**Keywords:** Statistical fluctuation, Maximum Likelihood Estimation (MLE) method, Berry-Robnik distribution function, Nearest Neighbor Spacing (NNS), Shell model configuration

---

\* Corresponding Author: h-sabri@tabrizu.ac.ir