

## رقابت بین اثر اندازه و بی‌نظمی در ریزدانه‌های مکعبی ابررسانای مسین حفره‌دار با استفاده از مدل مبتنی بر افت و خیزهای اسپینی

رضا افزلی\*، عمید علی زاده

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۰۴ ویرایش نهائی: ۱۳۹۶/۰۱/۲۱ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۰۴

### چکیده

در این مقاله، سیستم مورد بررسی ریز دانه‌های مکعبی ابررسانای مسین حفره‌دار در حوالی مناطق قطری می‌باشد. از آنجایی که مدل‌های مهم در ابررسانایی دمای بالا، شامل تبادل افت و خیز اسپینی می‌باشند، در اینجا می‌خواهیم یکی از آنها را که به مدل اسپین-فرمیون مشهور است، به کار بریم. تحت چارچوب این مدل، قطبش کل (بدون در نظر گرفتن خود-انرژی) را با استفاده از معادلات استاندارد الیاشبرگ و تصحیح مرتبه اول قطبش را با استفاده از معادله اختلالی خطی‌سازی شده و توابع عادی و غیر عادی گرین مرتبه اول، برحسب اثر اندازه و هم اثر بی‌نظمی به صورت عددی به دست می‌آوریم. لازم به ذکر است، قطبش اختلالی مرتبه اول، از بسط توان‌های گاف وابسته به طول نوشته شده است و همین اختلال خود وابستگی به بی‌نظمی دارد. در نهایت رقابت بین این دو اثر بر روی قطبش مورد بررسی قرار می‌گیرد و مشاهده می‌شود که اثر اندازه بر اثر بی‌نظمی برتری دارد.

**کلیدواژگان:** مسین حفره‌دار، نظریه اسپین-فرمیون، اثر اندازه، اثر بی‌نظمی

### مقدمه

گاف ابررسانایی و یا مدل هابارد توصیف کننده آنها مشابه هستند اما تفاوت‌هایی نظیر تفاوت در دمای گذار بین این دو دسته وجود دارد. به طور کلی می‌توان گفت مسین‌های الکترون‌دار ابررساناهای ضعیف‌تری نسبت به نوع حفره‌دار آنها هستند [۶-۴]. به علت همزیستی فاز پادفرومغناطیس و ابررسانایی در این مواد نظریه‌هایی که افت و خیز اسپینی را جایگزین محیط فونونی می‌کنند از توفیق بیشتری برخوردار هستند [۱۰-۷]. یکی از این مدل‌ها که توانسته است تفسیر مناسبی از فاز ابررسانایی این مواد ارائه دهد، مدل اسپین-فرمیون است [۱۰]. این مدل با بهره‌گیری از نظریه الیاشبرگ<sup>۱</sup> و با فرمول‌بندی بس‌ذره‌ای، معادلات

ابررسانایی نامتعارف در طی چهار دهه نظر بسیاری از فیزیک دانان حالت جامد را به خود جلب کرده است. ترکیبات ارگانیک، ابررسانایی دمای بالا و سیستم‌های فرمیون سنگین مثال‌های معروفی از این نوع ابررسانایی می‌باشند. مسین‌ها دسته مهمی از ابررساناهای دمای بالا می‌باشند که مطالعات تجربی و نظری بسیاری را به خود اختصاص داده‌اند [۳-۱]. دو دسته اصلی این مواد مسین‌های الکترون دار نظیر  $CeNd_2CuO_4$  و مسین‌های حفره‌دار نظیر  $SrLa_2CuO_4$  می‌باشند. بسیاری از خواص ابررسانایی این دو دسته مانند تقارن

\* نویسنده مسئول: afzali@kntu.ac.ir

<sup>1</sup>Eliashberg

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.

خود سازگاری را برای قطبش، خود انرژی عادی و غیر عادی فرمیونی<sup>۱</sup> به دست آورده است. کمیت قطبش که به عنوان قسمت دینامیک پذیرفتاری اسپینی در معادلات ظاهر می‌شود، سنجه مناسبی برای تعیین وضعیت ابرسانایی این مواد است.

پذیرفتاری اسپینی، به عنوان پاسخ خطی سیستم به میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند معیاری برای تعیین وجود فاز ابرسانایی<sup>۲</sup> در سیستم باشد. چرا که وقتی سیستم در حالت نرمال<sup>۳</sup> باشد، قسمت دینامیک پذیرفتاری اسپینی که همان عملگر قطبش است، موهومی محض است که به میرایی لاندائو معروف است. اما در حالت ابرسانایی قطبش و در نتیجه پذیرفتاری اسپینی می‌تواند هم دارای مقدار موهومی و هم حقیقی باشد. که در این میان، مقدار حقیقی نشان دهنده قسمت منتشرشونده موج اسپینی و مقدار موهومی نشان دهنده میرایی این موج می‌باشد. دو قسمت حقیقی و موهومی پذیرفتاری اسپینی توسط روابط کرامرز-کرونیگ به هم مربوط می‌شوند، به این معنی که وجود قله تشدید در قسمت حقیقی آغاز قسمت موهومی را نشان می‌دهد. ما در کار قبلی خود به صورت تحلیلی قسمت حقیقی عملگر قطبش را برای ابرساناهای مسین حفره‌دار در دمای صفر و غیر صفر و نزدیک به مناطق قطری (مناطق که برای گاف‌های با تقارن  $d$  در نیم‌سازهای محوره‌های مختصات واقع می‌شود) به دست آوردیم [۱۱]. همچنین اثر اندرکنش تا مرتبه اول را برای این سیستم به حساب آوردیم.

با داشتن رابطه قطبش، می‌توان نتیجه اختلال‌های وارد به سیستم را با توجه به اثری که روی عملگر قطبش می‌گذارند، بررسی نمود. به عنوان مثال اگر بروز اختلال موجب کاهش قسمت حقیقی شود، می‌توان پی به تضعیف فاز ابرسانایی برد و یا با توجه به روابط کرامرز-کرونیگ تحلیل‌هایی در مورد قسمت موهومی ارائه داد. در مقاله حاضر، می‌خواهیم اثر اندازه در گاف ابرسانایی که در گذار به حد نانو مهم می‌شود را برای ابرسانای مسین حفره‌دار که دارای بی‌نظمی می‌باشد محاسبه کنیم.

بررسی اثرات نانو در مسین‌ها، بیشتر در ابرسانای  $YBCO$  لایه نازک و به صورت تجربی مطالعه شده است [۱۴-۱۲]. اثر اندازه به صورت نظری با استفاده از مدل مبتنی بر افت و خیز اسپینی و رویکرد الیاشبرگ بر کمیات فیزیکی و از جمله قطبش تاکنون بررسی نگردیده است. لازم به ذکر است اثر اندازه با استفاده از مدل‌های دیگر به عنوان مثال مدل  $BCS$ ، بر روی قطبش تاکنون انجام نشده است و فقط اثر آن بر گاف ابرسانایی، چگالی حالات، و دمای گذار بررسی گردیده است [۱۵، ۱۶]. همچنین اثر بی‌نظمی در ابرساناهای نامتعارف را می‌توان طبق رهیافت ارائه شده توسط ال. پی. گورکف<sup>۴</sup> با همان تکنیک‌های ابرسانایی متعارف بررسی نمود [۱۷]. بی‌نظمی در سیستم‌های نرمال غالباً اثر مخرب دارد ولی در سیستم‌های ابرسانا می‌تواند مخرب یا سازنده باشد [۱۷]. اثر بی‌نظمی به عنوان مثال افزودن ناخالصی نیز در

<sup>3</sup>normal state<sup>4</sup>Gorkov<sup>1</sup>anomalous self-energy<sup>2</sup>superconducting phase

خلق الکترونی با تکانه  $\vec{k}$  و اسپین  $\alpha$ ، ماتریس پائولی، میدان بوزونی اسپین-۱، ثابت جفت‌شدگی و پذیرفتاری اسپینی ایستایی می‌باشد.

با استفاده از این هامیلتونی و فرمول‌بندی فیزیک بس‌ذره‌ای می‌توان توابع گرینی به‌دست آورد که در معادلات الیاشبرگ ظاهر می‌شوند. از بین سه معادله الیاشبرگ، که مربوط به خود-انرژی فرمیونی عادی، خود-انرژی فرمیونی غیر عادی و عملگر قطبش می‌شوند، تمرکز ما بر روی معادله قطبش می‌باشد که به‌صورت زیر است

$$\Pi(\vec{q}, i\Omega_n) = -8gT \sum_m \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \quad ۲$$

$$\{G(\vec{k}, i\omega_m)G(\vec{k}+\vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n) - F^\dagger(\vec{k}, i\omega_m)F(\vec{k}+\vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n)\}$$

که در این رابطه  $\Omega_n = 2n\pi T$  و  $\omega_n = (2n+1)\pi T$  به‌ترتیب فرکانس‌های فرمیونی و بوزونی می‌باشند (در سراسر این مقاله  $\hbar = k_B = 1$  در نظر گرفته شده است). همچنین توابع گرین  $G$  و  $F$  با استفاده از روابط گورکف بدون در نظر گرفتن اثر بی‌نظمی و اثر اندازه در حالت ابررسانایی به‌شکل زیر می‌باشد [۱۰]

$$G(\vec{k}, \omega_m) = \frac{i\omega_m Z(\vec{k}, \omega_m) + \varepsilon_{\vec{k}}}{(\omega_m^2 + \Delta^2(\vec{k}))Z^2(\vec{k}, \omega_m) + \varepsilon_{\vec{k}}^2} \quad ۳$$

$$F(\vec{k}, \omega_m) = i \frac{\Delta(\vec{k})}{(\omega_m^2 + \Delta^2(\vec{k}))Z^2(\vec{k}, \omega_m) + \varepsilon_{\vec{k}}^2} \quad ۴$$

که در آن  $Z(\vec{k}, \omega_n)$  با تابع خود-انرژی ارتباط دارد که در حالت غیر اندرکنشی (که در آن خود-انرژی فرمیونی صفر در نظر گرفته می‌شود)  $Z(\vec{k}, \omega_n) = 1$  می‌شود. همچنین روابط پراکندگی فرمیونی  $\varepsilon_{\vec{k}}$  برای

سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است و با به‌کار بردن مدل اسپین-فرمیون، تأثیر آن بر روی دمای گذار بررسی و این نتیجه حاصل شد که برای طیف وسیعی از ابررساناهای پایه آهن و مسین، ناخالصی باعث تقویت دمای گذار می‌شود [۱۸]. لازم به‌ذکر است این اثر بر روی عملگر قطبش به‌عنوان انتشارگر بوزونی در مسین‌ها تحت مدل اسپین-فرمیون و مدل‌های مختلف دیگر بررسی نشده است. در مقاله حاضر، تأثیر این دو بر قسمت حقیقی قطبش مسین حفره‌دار در دمای صفر و غیر صفر بررسی می‌شود و می‌توان آثاری نظیر کاهش یا افزایش اندازه دانه و همچنین اختلال ناشی از بی‌نظمی را بر روی قطبش مشاهده نمود. بنابراین، نخست در قسمت ۲ فرمول‌بندی ریاضی اثر اندازه و اثر بی‌نظمی و معادلات الیاشبرگ مدل اسپین-فرمیون ارائه می‌شود. در قسمت ۳ نتایج ناشی از رقابت اثر اندازه دانه و اثر بی‌نظمی در عملگر قطبش بیان می‌گردد.

### فرمول بندی ریاضی

پایه اصلی مدل اسپین-فرمیون هامیلتونی است که شامل انرژی فرمیون‌ها، انتشارگر بوزونی و برهم‌کنش میدان بوزونی و فرمیون‌ها می‌باشد که با روند جداسازی هابارد-استراتونویچ به‌شکل زیر در می‌آید [۱۰]

$$H_F = \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}} c_{\vec{k},\alpha}^\dagger c_{\vec{k},\alpha} \quad ۱$$

$$H_S = \sum_{\vec{q}} \chi_{st}^{-1}(\vec{q}) S_{\vec{q}} \cdot S_{-\vec{q}}$$

$$H_{S-F} = g \sum_{\vec{q}, \vec{k}, \alpha, \beta} c_{\vec{k}+\vec{q},\alpha}^\dagger \sigma_{\alpha,\beta} c_{\vec{k},\beta} S_{-\vec{q}}$$

که در رابطه فوق  $\varepsilon_{\vec{k}}$ ،  $\sigma_{\alpha,\beta}$ ،  $S_{-\vec{q}}$  و  $g$  و  $\chi_{st}(\vec{q})$  به‌ترتیب انرژی پراکندگی الکترونی، عملگر

به صورت  $\tilde{\Delta} = \Delta \eta_{\omega_n}$  و  $\tilde{\omega}_n = \omega_n \eta_{\omega_n}$  مقیاس بندی نمود که در آن  $\eta_{\omega_n}$  برابر است با

$$\eta_{\omega_n} = 1 + \frac{\eta_{\omega_n}}{2\pi\tau} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2 + \tilde{\Delta}^2(\theta) + \tilde{\omega}_n^2} \quad ۸$$

که در آن  $\tau$  زمان برخورد در نتیجه وجود پتانسیل بی نظمی در تقریب بورن است [۱۷]. تابع گاف که در سمت راست معادله ۸ است به زاویه وابستگی دارد که می توان با بسط حول نواحی قطری ( $\theta \rightarrow 0$ ) معادله ۸ را به شکل زیر نوشت

$$\eta_{\omega_n} = 1 + \frac{\eta_{\omega_n}}{2\pi\tau} \left[ \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2 + \tilde{\Delta}^2 + \tilde{\omega}_n^2} + O^1(\theta) + \dots \right] \quad ۹$$

که در جمله اول داخل کروشه،  $\tilde{\Delta}$  نسبت به  $\theta$  ثابت است. با صرف نظر کردن از مراتب بالاتر  $\theta$  (مراتب بالاتر نشان دهنده تقریب های مرتبه بعدی است) می توان انتگرال اول را با استفاده از حساب مانده ها محاسبه کرد و ضریب  $\eta_{\omega_n}$  را به صورت زیر به دست آورد

$$\eta_{\omega_n} = 1 + \frac{\eta_{\omega_n}}{2\pi\tau} \times 2\pi i \frac{1}{i\sqrt{\tilde{\Delta}^2 + \tilde{\omega}_n^2}} = 1 + \frac{\eta_{\omega_n}}{2\tau} \frac{1}{\eta_{\omega_n} \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} = 1 + \frac{1}{2\tau \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} \quad ۱۰$$

با توجه به مفروضات ذکر شده، می توان توابع گرین عادی و غیر عادی که در معادله ۲ ظاهر شده است را به صورت زیر نوشت

$$G(\vec{k}, \omega_m) = \frac{i\eta_{\omega_m} \omega_m + (v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta)}{(\eta_{\omega_m} \omega_m)^2 + (c_2)^2 + (v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta)^2} \quad ۱۱$$

مسین های حفره دار در مختصات قطبی و برای سیستم های شبه دو بعدی به صورت زیر بیان می شود

$$\varepsilon_{\vec{k}} = v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta \quad ۵$$

$$\varepsilon_{\vec{k} + \vec{Q} + \vec{q}} = -v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta + E_q \quad ۶$$

در این رابطه  $v_F$  سرعت فرمی،  $\theta$  زاویه بین  $\vec{k}$  و عمود بر سطح فرمی،  $\vec{Q} \equiv (\pi, \pi)$  بردار موج پادفرومغناطیس و  $E_q$  انرژی مربوط به انتقال تکانه  $\vec{q}$  (انحراف فاز  $\vec{Q}$ ) می باشد که برابر  $E_q = -v_F q \cos \alpha + v_F q \sin \alpha$  است ( $\alpha$  زاویه مربوط به بردار انتقال تکانه  $\vec{q}$  است). با توجه به این که تقارن گاف ابررسانایی در مسین ها  $d_{x^2-y^2}$  است یعنی  $\Delta(k) = \Delta_0 (\cos k_x - \cos k_y)$  مختصات قطبی و حوالی مناطق قطری به شکل  $\Delta\theta - \Delta\theta'$  و  $\Delta\theta + \Delta\theta'$  به زاویه  $\alpha$  و اندازه گاف مربوط است) به ترتیب در بردار موج های  $\vec{k} + \vec{Q} + \vec{q}$  و  $\vec{k}$  تقریب زده شود [۱۱]. از آنجایی که می خواهیم اثر اندازه را مشاهده کنیم باید بزرگی گاف انرژی را به صورت  $\Delta_0 + \Delta_1$  در نظر بگیریم که  $\Delta_1$  تابع پیچیده ای از اندازه دانه می باشد که در حالت دانه مکعبی می تواند به شکل زیر محاسبه گردد [۱۵]

$$\Delta_1 = \Delta_0 \times \left[ \frac{1}{k_F l} + \left( \frac{1}{k_F l} \right)^2 + \left( \frac{1}{k_F l} \right)^{3/2} \right] \quad ۷$$

که در آن  $l$  اندازه  $Z$  ضلع دانه و  $k_F$  عدد موج فرمی می باشد. همچنین برای در نظر گرفتن اثر بی نظمی با توجه به مرجع [۱۷] می توان اندازه گاف و فرکانس را

که

۱۶

$$F^1(\vec{k}, \omega_m) = \frac{(\eta_{\omega_m} \omega_m)^2 + (v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta)^2}{(\eta_{\omega_m} \omega_m)^2 + (-\Delta_0 \eta_{\omega_m} \theta)^2} \times \left( \frac{1}{k_F l} + \left(\frac{1}{k_F l}\right)^2 + \left(\frac{1}{k_F l}\right)^{3/2} \right) \times c_2 = -\Delta_0 \eta_{\omega_m} [1 + (1/k_F l) + (1/k_F l)^2 + (1/k_F l)^{3/2}] \theta$$

می‌باشد. در این معادلات وابستگی به زمان برخورد در

اثر وجود پتانسیل بی‌نظمی، از طریق تابع  $\eta_{\omega_n}$  می‌باشد. شایان ذکر است که برای به دست آوردن توابع

گرین انتقال یافته  $(\omega_m \rightarrow \omega_m + \Omega_n, \vec{k} \rightarrow \vec{k} + \vec{q})$  از انرژی  $\mathcal{E}_{\vec{k}+\vec{q}}$  و تابع گاف  $\Delta\theta + \Delta'$  استفاده می‌کنیم.

همچنین می‌توان معادلات ۱۱ و ۱۲ را هنگامی که  $k_F l > 2$  باشد بر حسب  $\Delta_1(l)$  بسط داد و به این ترتیب

اثر اندازه را به صورت مجزا مشاهده نمود. بنابراین خواهیم داشت

۱۳

$$G(\vec{k}, \omega_m) = G^0(\vec{k}, \omega_m) + G^1(\vec{k}, \omega_m) + O\{[\Delta_1(l)]^2\} + \dots$$

$$F(\vec{k}, \omega_m) = F^0(\vec{k}, \omega_m) + F^1(\vec{k}, \omega_m) + O\{[\Delta_1(l)]^2\} + \dots$$

که در آن  $G^0$  و  $F^0$  توابع گرین مستقل از  $l$  و توابع گرین اختلالی  $G^1$  و  $F^1$  به شکل زیر می‌باشند

۱۵

$$G^1(\vec{k}, \omega_m) = \frac{-\left(i\eta_{\omega_m} \omega_m + (v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta)\right) \left(-\Delta_0 \eta_{\omega_m} \theta\right)^2}{\left(\eta_{\omega_m} \omega_m\right)^2 + \Delta_0^2 \eta_{\omega_m}^2 \theta^2 + (v_F k \cos \theta + v_F k \sin \theta)^2} \times \left( \frac{1}{k_F l} + \left(\frac{1}{k_F l}\right)^2 + \left(\frac{1}{k_F l}\right)^{3/2} \right)$$

حال با جای‌گذاری معادلات ۱۳ و ۱۴ در معادله ۲ می‌توان معادله قطبش را نیز تا مرتبه اول  $\Delta_1(l)$  به شکل زیر بسط داد

۱۷

$$\Pi(\vec{q}, i\Omega_n) = \Pi^0(\vec{q}, i\Omega_n) + \Pi^1(\vec{q}, i\Omega_n) + \dots$$

که در عبارت فوق  $\Pi^0(\vec{q}, i\Omega_n)$  قطبش مستقل از اندازه بوده و  $\Pi^1(\vec{q}, i\Omega_n)$  تصحیح مرتبه اول قطبش وابسته به اندازه می‌باشد (که خود تابعی از زمان برخورد است) و رابطه آن با توابع گرین ۱۳ و ۱۴ به شکل زیر است

$$\Pi^1(\vec{q}, i\Omega_n) = -8gT \sum_m \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \left( G^0(\vec{k}, i\omega_m) G^1(\vec{k} + \vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n) + G^1(\vec{k}, i\omega_m) G^0(\vec{k} + \vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n) - (F^{0*}(\vec{k}, i\omega_m) F^1(\vec{k} + \vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n) + F^{1*}(\vec{k}, i\omega_m) F^0(\vec{k} + \vec{q}, i\omega_m + i\Omega_n)) \right)$$

با استفاده از رابطه فوق می‌توان اثر اندازه‌ای که وابسته به زمان برخورد است را به صورت مجزا بر عملگر قطبش مشاهده نمود.

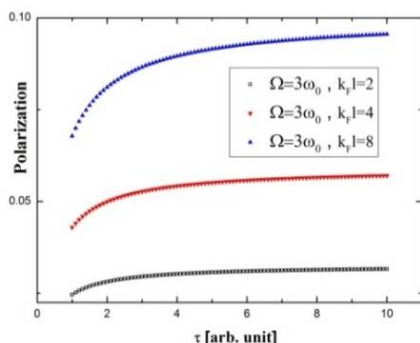
## بحث و نتیجه گیری

### دمای صفر

با جای‌گذاری معادلات ۱۱ و ۱۲ در معادله ۲ می‌توان قسمت حقیقی قطبش در دمای صفر را محاسبه نمود (در حد دمای صفر از تبدیل  $\sum_m \rightarrow \int d\omega$  استفاده می‌کنیم. همچنین برای در نظر گرفتن نواحی قطری تابع انتگرال‌ده را تا مرتبه اول  $\theta$  بسط می‌دهیم). شکل ۱ قسمت حقیقی قطبش در دمای صفر برحسب فرکانس در  $\tau$ ها و  $l$ های مختلف را نشان می‌دهد. نخست باید خاطر نشان کرد که مقادیر  $k_{pl}$  آورده شده در اشکال با توجه به عدد موج فرمی مسین‌ها، اندازه دانه را از مرتبه نانو به دست می‌دهد. دوم آنکه برای  $\tau$  یکای دلخواه در نظر گرفته شده است چرا که صرفاً تغییر رفتار قطبش به صورت تابعی از زمان برخورد مد نظر ماست. با توجه به شکل ۱ در می‌یابیم که هر چه زمان برخورد کوتاه‌تر (اثر بی‌نظمی قوی‌تر) یا اندازه دانه کوچک‌تر شود، قله تشدیدی قسمت حقیقی به فرکانس‌های بالاتر منتقل‌تر می‌شود. از آنجایی که وجود قسمت حقیقی در عملگر قطبش منحصر به حالت ابرسانایی است و قطبش حالت نرمال دارای مقدار موهومی محض است، لذا می‌توان گفت دو اختلال یاد شده باعث می‌شود تضعیف اندرکنش بوزونی در جفت‌های کوپر به فرکانس‌های بالاتر به تعویق بیفتد. در توضیح این مطلب باید گفت که طبق روابط کرامرز-کرونیگ، فرکانسی که در آن قله تشدیدی قسمت حقیقی رخ می‌دهد، همان فرکانسی است که قسمت موهومی قطبش از صفر به مقدار غیر صفر افزایش پیدا

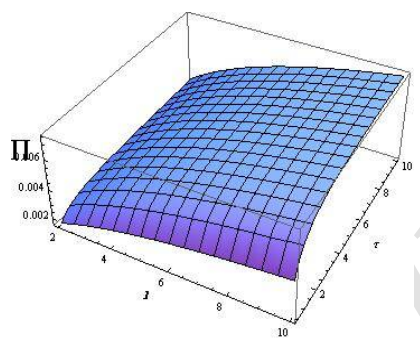
می‌کند. از طرفی می‌دانیم عملگر قطبش نشان دهنده انتشارگر بوزونی و عامل زوج شدن فرمیون‌هاست. قسمت حقیقی این عملگر بخش منتشر شونده و قسمت موهومی آن قسمت میراشونده را نشان می‌دهد. اثرهای اندازه و بی‌نظمی باعث می‌شود قله قسمت حقیقی و در پی آن آغاز قسمت موهومی به سمت فرکانس‌های بزرگتر برود. بنابراین بخش میرا شونده انتشارگر، طیف فرکانسی کمتری را در بر می‌گیرد و همین‌طور بخش منتشر شونده نیز در گستره فرکانسی بیشتری بدون قسمت موهومی حضور دارد. در نهایت می‌توان گفت که انتشارگر بوزونی که عامل جفت شدن زوج‌هاست تقویت پیدا می‌کند. همچنین با توجه به شکل می‌توان یافت که اگر زمان برخورد  $\tau$ ، ۵۰٪ کاهش یابد، فرکانس قله تشدیدی تنها ۵٪ افزایش می‌یابد، در حالی که اگر اندازه دانه ۵۰٪ کاهش یابد فرکانس قله تشدیدی ۲۰٪ رشد خواهد داشت. بنابراین می‌توان گفت که افزایش اثر اندازه و اثر بی‌نظمی هر دو منجر به بهبود شرایط ابرسانایی می‌شود ولی اثر اندازه از اهمیت بیشتری برخوردار است. رفتار قسمت حقیقی عملگر قطبش برحسب اندازه دانه در فرکانس و زمان برخورد ثابت در شکل ۲ نشان داده شده است.

همان‌طور که مشخص است به‌ازای فرکانس‌های کم قطبش با افزایش اندازه افزایش می‌یابد و به‌ازای فرکانس بیشتر برعکس. در شکل ۳ رفتار عملگر قطبش برحسب زمان برخورد ترسیم شده است. همان‌طور که نشان داده شده است به‌ازای یک اندازه دانه ثابت، در فرکانس‌های پایین، رفتار قطبش برحسب زمان برخورد بی‌نظمی کاهشی است. به‌طوری که هر چقدر اثر

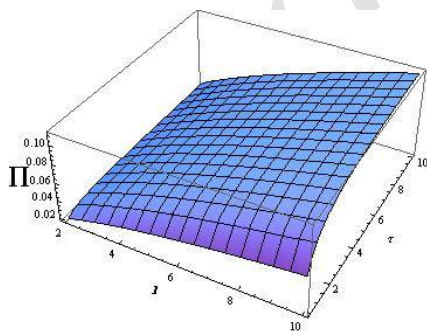


شکل ۳. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب زمان برخورد بی‌نظمی در دمای صفر به‌ازای اندازه دانه ثابت و فرکانس‌های کم.

در هر یک از این سه شکل دو پارامتر متغیر و یکی ثابت در نظر گرفته شده است.



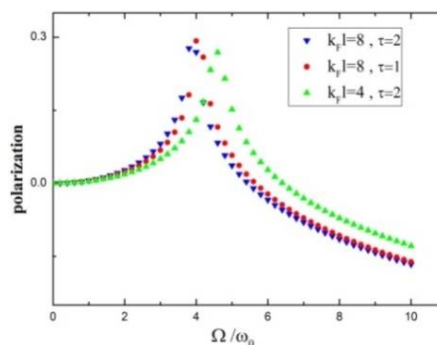
الف



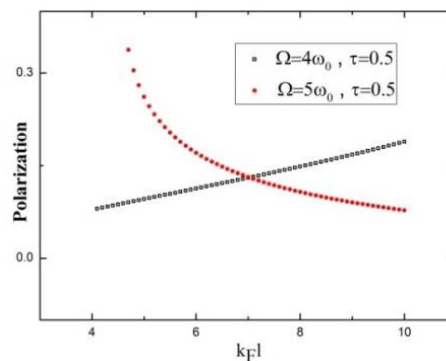
ب

شکل ۴. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب زمان برخورد و اندازه دانه الف) در فرکانس ثابت  $\Omega = \omega_0$  و ب) در فرکانس ثابت  $\Omega = 3\omega_0$  (در این شکل‌ها منظور از محور  $l$  همان  $k_F l$  است)

بی‌نظمی بیشتر می‌شود (کاهش در زمان برخورد) مقدار حقیقی قطبش بیشتر می‌شود. همان‌طور که از شکل مشخص است اثر طول به میزان بیشتری نسبت به تغییر زمان برخورد، بزرگی قطبش را تغییر می‌دهد.



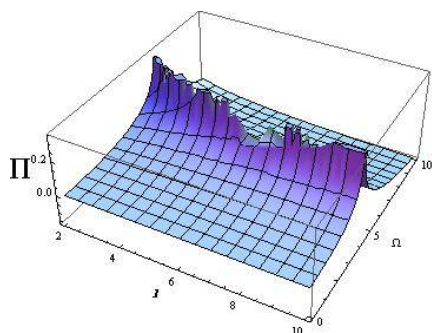
شکل ۱. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب فرکانس در دمای صفر به‌ازای اندازه‌های ثابت دانه و زمان‌های برخورد ناشی از وجود بی‌نظمی.  $\omega_0$  مقیاس فرکانس است ( $\omega_0 = 9g/16\pi$ ) که به‌منظور بدون یکا کردن محور افقی وارد شده است.



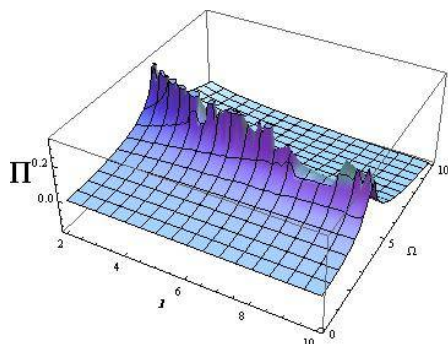
شکل ۲. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب اندازه دانه در دمای صفر به‌ازای فرکانس‌ها و زمان‌های برخورد بی‌نظمی ثابت.

در شکل‌های ۴ و ۵ و ۶ رفتار قطبش در دمای صفر برحسب سه کمیت فرکانس، طول و زمان برخورد به‌صورت سه بعدی آمده است.

شکل ۵. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب زمان برخورد و فرکانس الف) در اندازه ثابت  $k_F l = 2$  و ب) در اندازه ثابت  $k_F l = 6$ .



الف



ب

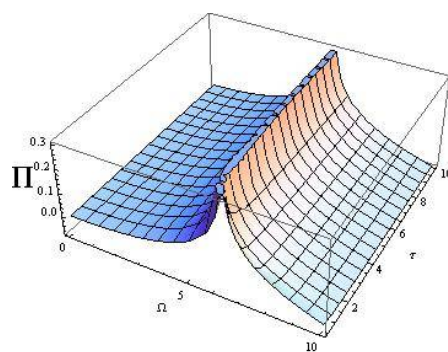
شکل ۶. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب اندازه و فرکانس الف) در زمان ثابت  $\tau = 0.5$  و ب) در زمان ثابت  $\tau = 1.5$ .

در شکل‌های سه بعدی ۶ نیز  $\Pi$  برحسب اندازه دانه‌های مکعبی شکل و فرکانس به‌ازای دو زمان برخورد ثابت رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییر زمان برخورد انتخاب شده چندان تغییری در مکان قله ایجاد نمی‌کند و به‌نظر می‌رسد به‌ازای برخی مقادیر  $l$  ارتفاع قله  $\Pi$  قدری افزایش یافته است.

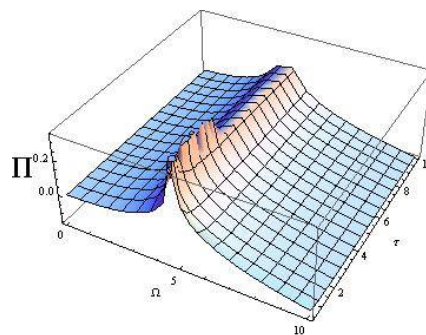
#### دمای محدود

همان‌طور که در بخش فرمول‌بندی ریاضی گفته شد، در دمای محدود فرکانس‌ها از حالت پیوسته  $\omega$  به مقادیر گسسته  $\omega_n$  تبدیل می‌شوند. بدین معنی که در

برای مقایسه قسمت حقیقی عملگر قطبش، دو شکل الف و ب به‌ازای دو فرکانس ثابت  $\Omega = \omega_0$  و  $\Omega = 3\omega_0$  برحسب زمان برخورد و اندازه دانه رسم شده است. از آنجا که رفتار  $\Pi$  برحسب هر کدام از این کمیت‌ها در شکل‌های قبل مورد بررسی قرار دادیم، در اینجا تمرکز خود را بر روی اثر تغییر  $\Omega$  قرار می‌دهیم. به‌این ترتیب از این شکل‌ها در می‌یابیم که افزایش فرکانس خارجی باعث افزایش اندازه  $\Pi$  گردیده است. همچنین نتیجه دیگری از شکل‌های سه بعدی ۵-الف و ۵-ب حاصل می‌شود. این شکل‌ها به‌ازای دو طول مختلف رسم گردیده است و  $\Pi$  را برحسب زمان برخورد و فرکانس نمایش می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌ها ملاحظه می‌شوند با افزایش طول، قله  $\Pi$  به‌سمت مقادیر پایین‌تر فرکانس میل می‌کند و همچنین اندازه  $\Pi$  کمتر گردیده است.



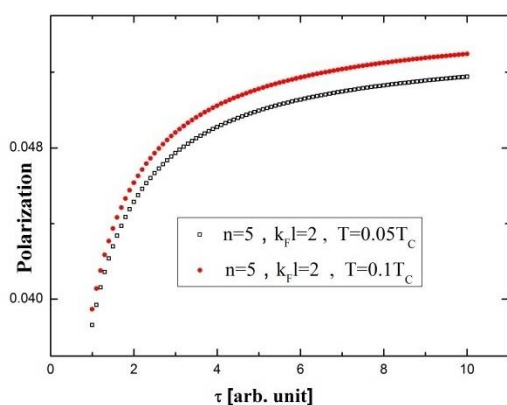
الف



ب



در شکل ۸ رفتار قسمت حقیقی عملگر قطبش را برحسب زمان برخورد در فرکانس‌های کم ترسیم کرده‌ایم. در اینجا نیز مانند حالت دمای صفر، به‌ازای فرکانس‌های کم، رفتار قطبش برحسب افزایش زمان برخورد، افزایشی است.

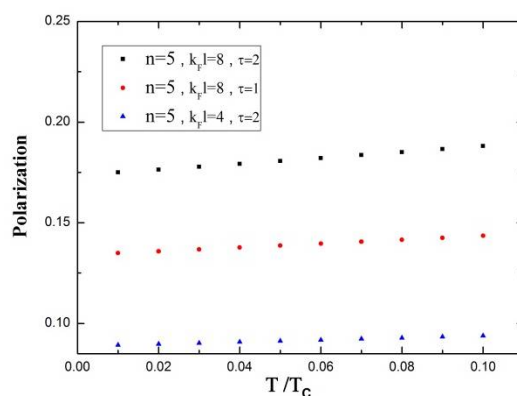


شکل ۸ قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره دار برحسب زمان برخورد بی‌نظمی در دما به‌ازای اندازه دانه، دما و شماره فرکانس کم.

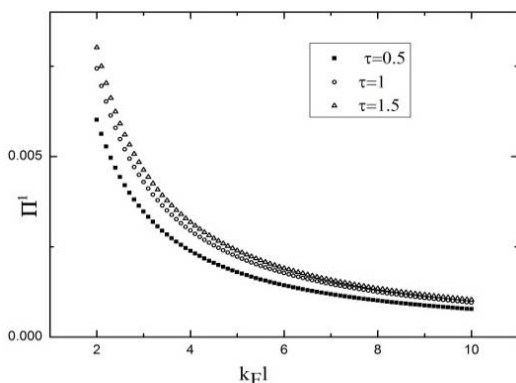
به‌منظور مشاهده اثر اندازه به‌طور مجزا بر روی قطبش، می‌توان از معادله تقریبی خطی‌سازی شده ۱۸ استفاده کرد. شکل ۹ تصحیح مرتبه اول قطبش ( $\Pi^1$ ) برحسب فرکانس به‌ازای  $l$ های مختلف رسم شده است ( $l=2/k_F$ ,  $l=4/k_F$ ,  $l=8/k_F$ ).

ابتدا قبل از مقایسه منحنی‌ها به‌ازای  $l$ های مختلف به رفتار  $\Pi^1$  نسبت به فرکانس در یک  $l$  ثابت می‌پردازیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش فرکانس  $\Pi^1$  افزایش پیدا می‌کند. بنابراین افزایش فرکانس خارجی باعث افزایش انتشارگر بوزونی در محیط سیستم مورد بررسی می‌شود. حال به مقایسه رفتار  $\Pi^1$  برحسب فرکانس در  $l$ های مختلف می‌پردازیم. همان‌طور که از شکل ۹ بر می‌آید هر چه  $l$  کوچکتر می‌شود مقدار  $\Pi^1$

محاسبه عملگر قطبش به‌جای انتگرال روی  $d\omega$  باید از جمع روی فرکانس‌های ماتسویارا استفاده نمود. بنابراین در ادامه عدد صحیح  $n$  را به‌عنوان شمارنده فرکانس بوزونی  $\Omega_n$  در نظر می‌گیریم. در شکل ۷ رفتار دمایی قسمت حقیقی عملگر قطبش به‌ازای پارامترهای ثابت فرکانس، اندازه دانه و زمان برخورد بی‌نظمی رسم شده است. برای به‌دست آوردن این منحنی‌ها از معادله ۲ استفاده شده است که در آن گاف ابررسانایی و فرکانس تحت تأثیر اثر اندازه معادله ۷ و اثر بی‌نظمی معادله ۱۰ قرار گرفته است. همان‌طور که مشخص است رفتار قطبش برحسب دما تا مقدار  $T_C$   $T=0.1$  صعودی است. مجدداً مانند شکل ۱ در می‌یابیم که اثر اندازه شدید تر از اثر بی‌نظمی است. چرا که با کاهش ۵۰ درصدی در زمان برخورد، قسمت حقیقی تابع قطبش برحسب دما، ۲۲٪ کاهش می‌یابد ولی همین میزان کاهش در اندازه دانه منجر به کاهش ۵۰ درصدی در اندازه قطبش برحسب دما می‌شود.



شکل ۷. قسمت حقیقی عملگر قطبش مسین حفره‌دار برحسب دما به‌ازای اندازه دانه، فرکانس و زمان برخورد ثابت  $T_C$  دمای گذار سیستم که به‌منظور بدون بُعد کردن محور افقی وارد شده است.



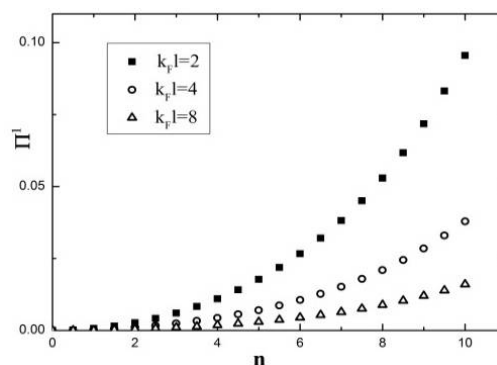
شکل ۱۰. تصحیح مرتبه اول قطبش برحسب اندازه دانه به‌ازای زمان‌های برخورد مختلف در دمای ثابت  $T = 0.05T_C$  و فرکانس ثابت  $n = 3$

به‌طور خلاصه با بهره‌گیری از مدل اسپین-فرمیون، اثرات اندازه و بی‌نظمی بر روی عملگر قطبش دانه‌های مکعبی مسین حفره‌دار در دمای صفر و غیر صفر به‌دست آمد. تابعیت‌های این عملگر برحسب اندازه، فرکانس، زمان برخورد و دما مورد بررسی قرار گرفت. همچنین تصحیح مرتبه اول قطبش (با استفاده از معادله اختلالی خطی سازی شده آن)، برحسب اندازه و زمان برخورد به‌ازای فرکانس‌های مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. رقابت اثر اندازه (کوچک شدن اندازه اثر اندازه را افزایش می‌دهد) و بی‌نظمی بر روی این کمیت نشان می‌دهد که اثر اندازه بر روی قطبش بسیار شدیدتر از اثر ناشی از تغییرات در میزان بی‌نظمی است و حتی می‌توان گفت که انتشارگر بوزونی ناشی از اثر اندازه پایدارتر خواهد بود.

مراجع

1. D.A. Wollmann, D.J. Van Harlingen, W.C. Lee, D.M. Ginsberg, A.J. Leggett, Experimental determination of the superconducting pairing state in YBCO from

در یک فرکانس مشخص، افزایش می‌یابد و همچنین مقایسه بین منحنی‌ها به‌ازای  $l$ ‌های مختلف نشان می‌دهد که شیب منحنی  $\Pi^1$  در  $l$ ‌های کوچک‌تر نسبت به  $l$ ‌های بزرگتر در یک فرکانس مشخص دارای شیب تندتری گردیده است. در شکل ۱۰ تصحیح مرتبه اول قطبش برحسب اندازه دانه به‌ازای  $\tau$ ‌های مختلف ( $\tau=0.5, \tau=1, \tau=1.5$ ) در دمای ثابت  $T = 0.05T_C$  و فرکانس ثابت  $n = 3$  می‌باشد. از این شکل در می‌یابیم که به‌ازای یک  $\tau$  ثابت با افزایش اندازه دانه مکعبی،  $\Pi^1$  کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش  $\tau$  به‌ازای یک  $l$  مشخص اندازه  $\Pi^1$  افزایش می‌یابد. همچنین در یک  $l$  مشخص، منحنی‌های مختلف  $\tau$  نشان می‌دهد آن منحنی که دارای  $\tau$  بیشتر است، دارای شیب تیزتری نیز می‌باشد. هر چند که به‌نظر می‌رسد اثر  $\tau$  خیلی تأثیرگذار بر روی  $\Pi^1$  نمی‌باشد.



شکل ۹. تصحیح مرتبه اول قطبش برحسب شماره فرکانس به‌ازای  $l$ ‌های مختلف در دمای ثابت  $T = 0.05T_C$  و زمان برخورد ثابت  $\tau = 0.5$ .

- liquid, *Physical Review B* **47** (1993) 6069-6081.
9. D. Manske, I. Eremin, K. H. Bennemann, Theory for electron-doped cuprate superconductors: d-wave symmetry order parameter, *Physical Review B* **62** (2000) 13922-13925.
  10. A.V. Chubukov, D. Pines, J. Schmalian, in *The Physics of Superconductors*, Vol. 1, edited by K.H. Bennemann, J.B. Ketterson, Springer, Berlin, (2002).
  11. R. Afzali, A. Alizadeh, Temperature Dependence of Interacting Dynamic Spin Susceptibility for Hole-Doped Cuprates in Quasi Two-Dimensional d-Wave Superconductors, *Journal Superconductivity and Novel Magnetism* **29** (2016) 57-65.
  12. M. Kuwabara, N. Kusaka, Microstructure and Superconducting Properties in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> Ceramics Doped with Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> and WO<sub>3</sub>, *Japanese Journal of Applied Physics* **27** (1988) L1504-L1506.
  13. P. Mele, K. Matsumoto, T. Horide, O. Miura, A. Ichinose, M. Mukaida, Y. Yoshida, S. Hori, Tuning of the critical current in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> thin films by controlling the size and density of Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoislands on annealed SrTiO<sub>3</sub> substrates, *Superconductor Science and Technology* **19** (2006) 44-50.
  - the phase coherence of YBCO-Pb dc SQUIDs, *Physical Review Letters* **71** (1993) 2134-2137.
  2. A.J. Millis, H. Monien, D. Pines, Phenomenological model of nuclear relaxation in the normal state of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>, *Physical Review B* **42** (1990) 167-178.
  3. D.A. Brawner, H.R. Ott, Evidence for an unconventional superconducting order parameter in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.9</sub>, *Physical Review B* **50** (1994) 6530-6533.
  4. S.V. Dordevic, D.N. Basov, Electrodynamics of correlated electron matter, *Annals of Physics* **15** (2006) 545-570.
  5. Y. Onose, Y. Taguhi, K. Ishizaka and Y. Tokura, Charge dynamics in underdoped Nd<sub>2-x</sub>Ce<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>: pseudogap and related phenomena, *Physical Review B* **69** (2004) 024504.1-024504.13.
  6. H. Matsui, K. Terashima, T. Sato, T. Takahashi, M. Fujita, K. Yamada, Direct Observation of a Nonmonotonic d<sub>x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup></sub>-Wave Superconducting Gap in the Electron-Doped High-T<sub>c</sub> Superconductor Pr<sub>0.89</sub>LaCe<sub>0.11</sub>CuO<sub>4</sub>, *Physical Review Letters* **95** (2005) 017003.1-017003.4.
  7. J.R. Schrieffer, X.G. Wen, S.C. Zhang, Dynamic spin fluctuations and the bag mechanism of high-T<sub>c</sub> superconductivity, *Physical Review B* **39** (1989) 11663-11679.
  8. P. Monthoux, D. Pines, YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>: A nearly antiferromagnetic Fermi

14. P. Chaudhari, R.H. Koch, R.B. Laibowitz, T.R. McGuire, R.J. Gambino, Critical-current measurements in epitaxial films of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  compound, *Physical Review Letters* **58** (1987) 2684-2686.
15. A.M. García-García, J.D. Urbina, E.A. Yuzbashyan, K. Richter, B.L. Altshuler, BCS superconductivity in metallic nanograins: Finite-size corrections, low-energy excitations, and robustness of shell effects, *Physical Review B* **83** (2011) 014510.1-014510.14.
16. M.A.N. Araújo, A.M. García-García, P.D. Sacramento, Enhancement of the critical temperature in iron pnictide superconductors by finite-size effects, *Physical Review B* **84** (2011) 172502.1-172502.4.
17. L.P. Gorkov, in *The Physics of Superconductors*, Vol. 1, edited by K.H. Bennemann, J.B. Ketterson, Springer, Berlin, (2002).
18. X.L. Shen, T. Zhou, Impurity effect in electron-doped high-T<sub>c</sub> superconductors, *New Journal of Physics* **18** (2016) 123028.1-123028.8.

## **The competition between the effects of finite size and the disorder on rectangular superconducting small grains for hole-doped cuprates by a model based on spin fluctuations**

**Reza Afzali\* , Amid Alizadeh**

Department of Physics, K.N. Toosi University of Technology, Tehran 154184, Iran

Received: 22.02.2017    Final revised: 10.04.2017    Accepted: 24.04.2017

PACS Numbers: 68, 70, 74

### **Abstract**

In this article, we consider rectangular superconducting small grains for hole-doped cuprates near diagonal zone. Since important models for high temperature superconductivity contain the exchange of spin fluctuations, we want to apply one of the famous models called spin-fermion. Based on this model, we want to obtain the total polarization (without considering self-energy and using standard Eliashberg equations) and first order correction of polarization (using perturbed linearized equation and normal and anomalous first order Green's function) in terms of finite size and disorder effects, numerically. It's worth mentioning that the first order perturbed polarization is expanded in terms of size-dependent gap and this polarization itself depends on disorder. Finally, competition between two effects is investigated and it is observed that the finite size effect is more dominant with respect to the disorder effect.

**Keywords:** hole-doped cuprate, spin-fermion model, size effect, disorder effect.

---

\* Corresponding Author afzali@kntu.ac.ir