بررسی ترمودینامیک کوآنتومی در یک سامانهٔ اتم-کاواک با برهم‌کنش جینز-کامینگز

مرتضی رفیعی*

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخ دریافت: 1395/12/02 ویرایش نهائی: 1396/06/06 پذیرش: 1396/10/09

چکیده

در این مقاله به معرفی ایده ترمودینامیک کوآنتومی براساس مفاهیم پایه‌ای مکانیک آماری و مکانیک کوآنتومی پرداخته‌ایم. در ادامه به بررسی چارچوب فرآیندهای غیرتعادلی در سامانه‌های کوآنتومی پرداخته‌ایم و چگونگی محاسبهٔ کمیت‌هایی مانند کار و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر را در این فرآیندها، معرفی می‌نماییم. سپس نتایج به‌دست آمده را بر روی سامانه اتم-کاواک با برهم‌کنش جینز-کامینگز در دو حالت جفت‌شدگی ضعیف و قوی اتم-کاواک، به‌کار بسته‌ایم. در اینجا نظریه‌ها و محاسبات مبتنی بر سامانه‌های کوآنتومی بسته بوده و در نتیجه با در نظر گرفتن یک کاواک خوب از نشت فوتونی و جفت‌شدگی میدان آن با محیط بیرون از آن، صرف‌نظر شده است.

کلیدواژگان: ترمودینامیک کوآنتومی، اتم-کاواک، کار میانگین، آنتروپی بازگشت‌ناپذیر

مقدمه

در ابتدا دانش ترمودینامیک برای بررسی سامانه‌های ماکروسکوپی توسعه یافت و ایده استفاده از متغیرهای ماکروسکوپی از قبیل حجم، فشار، دما و ... برای توصیف سامانه کافی بود [1]. با این وجود پیشرفت‌های نظریه‌های اتمی مشخص نمود که متغیرهای میکروسکوپی متناظر آنها ناشی از طبیعت تصادفی بودن دنیای میکروسکوپی، دارای افت و خیز هستند. مکانیک آماری به‌عنوان نظریه‌ای برای ارتباط این افت و خیزهای میکروسکوپی با متغیرهای ماکروسکوپی توسعه یافت. در بررسی سامانه‌های ماکروسکوپی و با وجود تعداد زیاد ذرات، افت و خیزهای نسبی قابل صرف‌نظر کردن بوده و بنابراین اندازه‌گیری‌های ترمودینامیکی معمولاً با مقدار انتظاری کمیت‌های میکروسکوپی در توافق بسیار خوبی است [2]. امروزه در فرآیندهای تعادلی، مکانیک کوآنتومی تعادلی یکی از نظریه‌های موفق است و نتیجه اصلی آن در رابطهٔ گیبس[1] برای آنسامبل‌های کانونی است [3]. ولی در فرآیندهای غیرتعادلی، پارامترهای ترمودینامیکی اطلاعات کافی از تحول دینامیکی سامانه را ارائه نمی‌دهند. برای سامانه‌های کوآنتومی علاوه بر افت و خیزهای دمایی، افت و خیزهای کوآنتومی نیز اهمیت زیادی پیدا می‌کنند. وجود این افت و خیزها بر روی کمیت‌هایی از قبیل کار و گرما تأثیر دارد و در مواردی می‌توان بدون تغییر در حالت ترمودینامیکی سامانه، کار استخراج نمود که با قانون دوم ترمودینامیک در تناقض است. جاژیانسکی[2] [4] و کروکس[3] [5] نشان داده‌اند

* نویسنده مسئول: m.rafiee178@gmail.com

[1] Gibbs
[2] Jarzynski
[3] Crooks

که کار انجام شده در فرآیندهای غیرتعادلی (فرآیند سریع) به‌صورت یک متغیر تصادفی توصیف شده و از مجموعهٔ روابط دقیق مرتبط با بازگشت‌ناپذیری و قانون دوم ترمودینامیک تبعیت می‌کند. امروزه این ارتباط تحت عنوان نظریهٔ افت و خیزها که تعمیم قانون دوم ترمودینامیک است، شناخته می‌شود. نتایج این نظریه در توافق خوبی با نتایج تجربی حاصل از نوسانگرهای مکانیکی و سامانه‌های بیولوژیکی است [6]. فرآیند انجام کار برروی یک سامانه را می‌توان از طریق تغییر پارامتر کنترلی λ در هامیلتونی سامانه توصیف نمود که به آن پارامتر کار نیز می‌گویند. برای سامانه‌های گرمایی تحت فرآیندهای همدما، به‌دلیل تبادل گرما با محیط تنها بخشی از انرژی درونی قابلیت استفاده به‌عنوان کار است. آن بخش از انرژی درونی که می‌تواند به کار تبدیل شود انرژی آزاد نامیده می‌شود و به‌صورت $\Delta F = W = \Delta U - Q$ تعریف می‌شود، که در آن Q گرمای مبادله شده، ΔU تغییرات انرژی درونی و $\Delta F = F(T,\lambda_f) - F(T,\lambda_i)$ تغییرات انرژی آزاد سامانه در دمای T است. در فرآیندهای سریع که منجر به حالت‌های غیرتعادلی می‌شوند، رابطهٔ بالا برقرار نمی‌باشد. در این شرایط، اگرچه انرژی آزاد اولیه $F(T,\lambda_i)$ است، ولی انرژی آزاد نهایی $F(T,\lambda_f)$ نخواهد بود و حالت نهایی سامانه کاملاً پیچیده و به نوع فرآیند انجام شده وابسته است. برای این فرآیندها $W \geq \Delta F$ است که علامت تساوی تنها برای فرآیندها شبه ایستا برقرار است. میزان اختلاف بین کار انجام شده و تغییرات انرژی آزاد به‌عنوان کار بازگشت‌ناپذیر $W_{irr} = W - \Delta F \geq 0$ نامیده می‌شود. اهمیت افت و خیزهای کوآنتومی به این واقعیت برمی‌گردد که به‌منظور دسترسی به مقدار کار انجام شده در یک سامانه کوآنتومی باید انرژی آن، اندازه‌گیری شود که عمل اندازه‌گیری باعث فروریزش (کاهش) تابع موج سامانه می‌شود. این اندازه‌گیری، حالت سامانه را به حالت‌های دیگر با احتمالات متفاوت تبدیل می‌کند. درعین حال، در یک سامانهٔ بسته کوآنتومی تبادل گرما وجود ندارد $(Q = 0)$ و تنها کمیت شرکت کننده در تغییر آنتروپی که به آنتروپی بازگشت‌ناپذیر موسوم است (ΔS_{irr}) ناشی از کار بازگشت‌ناپذیر است [7].

$$\Delta S_{irr} = \beta W_{irr} = \beta (W - \Delta F) \qquad 1$$

کار بازگشت‌ناپذیر در واقع فاصله بین حالت نهایی ρ_τ و حالت تعادلی که توسط حالت گیبسی $\rho_A(\lambda) = e^{-\beta_A H(\lambda_f)} / Z(\lambda_f)$ توصیف می‌شود، بیان می‌شود که در آن $Z(\lambda) = Tr(e^{-\beta H(\lambda)})$ تابع پارش است. فاصله بین این دو حالت از آنتروپی نسبی بین آنها به‌دست می‌آید:

$$W_{irr} = \Delta S_{irr} / \beta = D(\rho_\tau \| \rho_A) = tr\{\rho_\tau \ln \rho_\tau\} - tr\{\rho_\tau \ln \rho_A\} \qquad 2$$

جاژیانسکی و کروکس با در نظر گرفتن کمیت کار به‌عنوان یک کمیت تصادفی توانستند به‌جای رابطهٔ نامساوی برای کار و تغییرات انرژی آزاد به رابطه تساوی دست یابند و نشان داده‌اند که:

$$\langle e^{-\beta W} \rangle = e^{-\beta \Delta F} \qquad 3$$

این رابطه برای همهٔ فرآیندها اعم از تعادلی و غیرتعادلی برقرار است. برای بررسی رفتار ترمودینامیکی یک سامانهٔ کوآنتومی، فرض می‌کنیم که هامیلتونی سامانه $H(\lambda(t))$ باشد که $\lambda(t)$ پارامتر کنترلی است که مقدار آن در هر لحظه مشخص کنندهٔ حالت تعادلی در آن لحظه است. سامانه در ابتدا در تعادل با یک محیط گرمایی (حالت گیبسی) آماده‌سازی شده است. در لحظه $t = 0$ ارتباط سامانه با محیط قطع و بنابر یک پروتکل، مقدار λ از λ_i تا λ_f تغییر می‌کند. در زمان $t = 0$، $H(\lambda_i) = \sum_l \varepsilon_l(\lambda_i) |l\rangle\langle l|$ و در زمان $t = \tau$،

$H(\lambda_f)=\sum_m \varepsilon'_m(\lambda_f)|m\rangle\langle m|$ است که $|l\rangle$ ($|m\rangle$) l امین(mامین) ویژه‌حالت هامیلتونی اولیه (نهایی) با ویژه‌مقادیر ε_l (ε'_m) است. برای تعریف کار (W) انجام شده بر روی سامانه نیازمند به دو اندازه‌گیری تصویری در لحظه $t=0$ و لحظه $t=\tau$ که سامانه تحت عملگر $U(\tau,0)$ تحول یافته، داریم. احتمال به‌دست آوردن ε_l در اندازه‌گیری اول و ε'_m در اندازه‌گیری دوم عبارت است از:

$$P_l^0 P_{m|l}^{\tau}=e^{-\beta\,\varepsilon_l}\,|\langle l|U(\tau,0)|m\rangle|^2 \Big/ Z(\lambda_i) \qquad 4$$

و بنابراین توزیع احتمالی کار عبارت است از [8 و9]:

$$P(W)=\sum_{l,m}P_n^0 P_{m|l}^{\tau}\,\delta(W-(\varepsilon'_m-\varepsilon_l)) \qquad 5$$

رابطهٔ بالا بیان‌کننده وجود افت و خیز در کمیت کار است که ناشی از افت و خیزهای گرمایی (P_l^0) و افت و خیزهای کوآنتومی $(P_{m|l}^{\tau})$ است. با در نظر گرفتن تابع توزیع بالا، کار میانگین انجام شده عبارت است از [8 و 9]:

$$\langle W\rangle=\sum_{l,m}P_n^0 P_{m|l}^{\tau}(\varepsilon'_m-\varepsilon_l) \qquad 6$$

به‌عنوان مثال، برای سامانه‌های دو ترازی کار و گرمای مبادله شده از عدم تعادل ایجاد شده در اسپین را می‌توان از طریق توموگرافی حالت کوآنتومی [10] و یا با اندازه‌گیری اسپین سامانه در یک کاواک به‌دست آورد [11 و 12]. همچنین اندازه‌گیری انرژی درونی اتم‌ها با به‌کارگیری جفت‌شدگی اتم‌ها با دو کاواک امکان‌پذیر است و بنابراین می‌توان به کمک این سامانه‌های اپتیکی کار و گرما را برای اتم‌ها نیز به‌دست آورد [13]. در واقع سامانه اتم-کاواک از اهمیت زیادی در اپتیک کوآنتومی و نظریهٔ اطلاعات کوآنتومی برخوردار است و با پیشرفت‌های نوین در اپتیک کوآنتومی و حالت جامد تحقق چنین سامانه‌هایی با استفاده از ساختارهای مختلف مانند اتم، یون یا کیوبیت‌های ابررسانا (جفت‌های کوپر) در کاواک QED فراهم شده است [14-17]. بنابراین در ادامه بررسی ترمودینامیک کوآنتومی، این سامانه را به‌عنوان سامانه مورد بررسی در نظر خواهیم گرفت.

ترمودینامیک کوآنتومی سامانه اتم-کاواک

در ادامه به بررسی یک سامانه متشکل از یک اتم دو ترازی واقع شده در یک کاواک با جفت‌شدگی بین اتم و یک مد میدان الکترومغناطیسی کاواک می‌پردازیم. این برهم‌کنش از طریق جفت‌شدگی میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی کاواک با گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم توصیف می‌شود. این مدل نظری به‌منظور بررسی دو رهیافت کوآنتومی و رهیافت نیمه‌کلاسیکی تابش توسط ادوین جینز و فردریک کامینگز ارائه شد [18]. این مدل به مدل جینز-کامینگز معروف شد و در تقریب موج چرخان، هامیلتونی جینز-کامینگز با وابستگی زمانی بسامد اتمی به‌صورت زیر است $(\hbar=1)$

$$H_{JC}=\omega_c a^{\dagger}a+\omega_a(t)\frac{\sigma_z}{2}+g(a\sigma_+ + a^{\dagger}\sigma_-) \qquad 7$$

که در آن ω_c (ω_a) بسامد کاواک (اتم)، g بیان‌کننده قدرت برهم‌کنش بین اتم و کاواک، $a^{\dagger}$ (a) عملگرهای خلق (فنا) میدان کاواک، σ_z ماتریس پائولی و σ_+ (σ_-) عملگرهای بالا (پایین) برندهٔ شبه‌اسپینی هستند. یکی از ساختارهای مختلفی که با استفاده از آن مدل برهم‌کنش جینز-کامینگز را می‌توان تحقق بخشید،

کیوبیت‌های ابررسانای وابسته به شار[4]، به‌همراه ترانسمون ایجاد شده در یک کاواک QED است [19 و 20]. ترازهای انرژی ترانسمون ایجاد شده را می‌توان توسط شار مغناطیسی تغییر و کنترل نمود، به‌گونه‌ای که جفت‌های کوپر در ترانسمون ایجاد شده به‌عنوان یک اتم مصنوعی دارای بسامد اتمی $\omega_a=\sqrt{E_{el}^2+E_j(\varphi)^2}$ می‌باشند که $E_{el}=4E_c(1-2n_g)$ انرژی الکتروستاتیکی با انرژی بار E_c و $n_g=C_gV_g/2e$ بار بدون بُعد گیت است که e, V_g, C_g به‌ترتیب ظرفیت خازن گیت، ولتاژ گیت و بار الکترون هستند و در نهایت $E_j(\varphi)=E_{j|\max}Cos(\pi\varphi/\varphi_0)$ انرژی جوزفسون است که در آن $E_{j|\max}$ انرژی بیشینه جوزفسون در حالت بدون شار، φ شار مغناطیسی و φ_0 کوانتای شار مغناطیسی است [21]. بنابراین با استفاده از تغییرات شار مغناطیسی برحسب زمان می‌توان به تغییرات زمانی بسامد اتمی دست یافت. در اینجا، با صرف‌نظر کردن اتلاف میدان کاواک (نشت فوتون)، هامیلتونی بالا را می‌توان به‌صورت دو بخش آزاد و برهم‌کنشی زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} H_0 &= \omega_c\left(a^\dagger a+\frac{\sigma_z}{2}\right) \\ H_I &= \delta(t)\frac{\sigma_z}{2}+g(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-) \end{aligned} \qquad 8$$

که در آن $\delta(t)=\omega_a(t)-\omega_c$ پارامتر ناکوکی بین اتم و میدان کاواک است. در شرایط عدم وابستگی به زمان ($\delta(t)\to\delta$) و با در نظر گرفتن حالت‌های $|n,e\rangle,|n,g\rangle$ که در آن e (g) به مفهوم برانگیخته بودن (حالت پایه) اتم و n تعداد فوتون‌هاست، هامیلتونی H_0 قطری می‌شود و بنابراین هامیلتونی جینز-کامینگز نیز در زیرفضای $\{|n,e\rangle,|n+1,g\rangle\}$ قطری می‌شود [22]. دینامیک حالت سامانه در تصویر برهم‌کنش توسط عملگر برهم‌کنشی زیر توصیف می‌شود:

$$V(t)=g(a\sigma_+e^{i\delta t}+a^\dagger\sigma_-e^{-i\delta t}) \qquad 9$$

در اولین مرحله می‌توان معادلهٔ شرودینگر را در تصویر برهم‌کنش حل نمود.

$$i\frac{\partial|\psi(t)\rangle}{\partial t}=V(t)|\psi(t)\rangle \qquad 10$$

در هر لحظه از زمان حالت سامانه در ترکیب خطی از $\{|n,e\rangle,|n+1,g\rangle\}$ است و بنابراین:

$$|\psi(t)\rangle=\sum_n a_n(t)|n,e\rangle+b_{n+1}(t)|n+1,g\rangle \qquad 11$$

با جای‌گذاری عبارت بالا در معادله شرودینگر به دو معادلهٔ دیفرانسیلی جفت‌شدهٔ زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \dot a_n(t) &= -ig\sqrt{n+1}\,e^{i\delta}b_{n+1}(t) \\ \dot b_{n+1}(t) &= -ig\sqrt{n+1}\,e^{-i\delta}a_n(t) \end{aligned} \qquad 12$$

ویژه‌مقادیر انرژی این سامانه در هر لحظه $E_\pm(n)=(n+\frac{1}{2})\omega_c\pm\sqrt{\delta^2+4g^2(n+1)}$ است. با در نظر گرفتن کاواکی با بسامد بسیار بزرگتر از اندازه برهم‌کنش اتم-میدان، ترازهای انرژی حالت‌های دو ترازی $\{|n,e\rangle,|n+1,g\rangle\}$ به‌ازای هر n تلاقی نداشته و در نتیجه به‌ازای هر n حالت‌های دوترازهٔ مستقل داریم که از آنها می‌توان به‌عنوان کیوبیت نیز استفاده نمود. حال وابستگی زمانی را با در نظر گرفتن تغییرات زمانی خطی برای ناکوکی $\delta(t)=\delta_0+\frac{\delta_f-\delta_0}{\tau}t$ که در آن δ_0 (δ_f) میزان ناکوکی اولیه (نهایی) و τ زمان

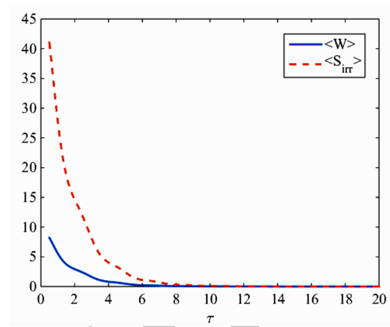
[4] flux qubit

اختیاری نهایی است، در نظر می‌گیریم. در اینجا زمان نهایی مشخص کننده مدت زمان لازم برای پروتکل تغییرات ناکوکی و در نتیجه تغییرات زمانی هامیلتونی سامانه است. مهمترین مسأله در این پروتکل، تغییر و کنترل ناکوکی (ویژه‌مقادیر انرژی) است و با توجه به اعمال و کنترل راحت‌تر تغییرات خطی ناکوکی در آزمایشگاه، این نوع از تغییرات انتخاب شده است. با توجه به عدم جابه‌جایی عملگرهای هامیلتونی برهم‌کنشی با یکدیگر، امکان حل تحلیلی دقیق هامیلتونی وابسته به زمان معادلهٔ 8 وجود ندارد. در محاسبات عددی برای حل معادله شرودینگر وابسته به زمان در این مقاله از روش رانگ-کوتا مرتبهٔ 4 استفاده شده است. علاوه‌برآن، محاسبه کار میانگین برای این سامانه مستلزم یک جمع‌زنی مضاعف بر روی تعداد حالت‌های دو ترازه شرکت کننده در گذارهای انرژی رابطهٔ 6 است. بنابراین میانگین کار در این حالت عبارت است از:

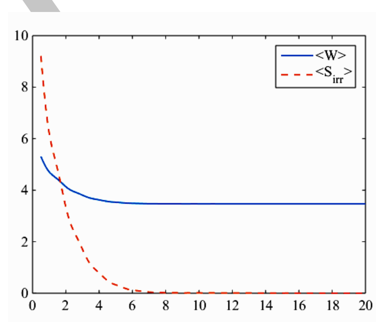
$$\langle W\rangle = \sum_{n}\sum_{l,m} P_l^0 P_{m|l}^{\tau}(\varepsilon_m'^n - \varepsilon_l^n) \qquad 13$$

تعداد حالت‌های دوترازه (n) در جمع‌زنی بالا متناسب با دمای سامانه است. در ادامهٔ محاسبات، سامانه‌ای با مشخصات $\omega_c = 10GHz$ و $g = 100MHz$ را در نظر می‌گیریم [23]. تغییرات ناکوکی برای این سامانه در بازهٔ $\delta_0 = -1GHz$ تا $\delta_f = 1GHz$ اعمال می‌شود. نتایج عددی مربوط به کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر در دو دمای مختلف $(T = 0.2\text{k},\ T=0.5\text{k})$ به‌ازای ناکوکی اولیه $\delta_0 = -1GHz$ و مقادیر مختلف ناکوکی نهایی برحسب زمان نهایی τ رسم شده است. در این محاسبات، تحول سامانه از $t_i = 0$ تا زمان نهایی $t_f = \tau$ به‌ازای τ از 0/1 تا 20 محاسبه شده است و تمامی کمیت‌های ترمودینامیکی مورد نظر، در پایان هر τ به‌دست آمده‌اند. در شکل 1 کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر به‌ترتیب حاصل از روابط 13 و 1، برحسب مقادیر مختلف زمان نهایی و به‌ازای ناکوکی $\delta_f = 1GHz$ در دمای $T = 0.2\text{k}$ رسم شده است. با محاسبهٔ کمیت ($P_{m|n}^{\tau}$) مشخص گردید که در این دمای پایین تنها اولین حالت دوترازه در کار میانگین نقش مؤثر دارد و در نتیجه محاسبه به‌ازای $n = 1$ در رابطهٔ 13 انجام شده است. برای زمان‌های نهایی کوچک تغییرات سریع در هامیلتونی باعث ایجاد حالت نهایی غیرتعادلی شده و بنابراین برای تغییرات در هامیلتونی سامانه (تغییر حالت سامانه) به‌ازای این زمان‌های کوچک باید کار انجام داد و مقداری آنتروپی بازگشت‌ناپذیر نیز تولید می‌شود. با افزایش زمان نهایی تغییرات به آرامی صورت می‌گیرد و همان‌گونه که از نتایج مشخص است به‌ازای زمان‌های بزرگ‌تر از 10، تغییرات را می‌توان بی‌دررو در نظر گرفت. در این حالت آنتروپی بازگشت‌ناپذیر تولید شده به‌سمت صفر میل می‌کند. از آنجایی‌که تغییرات انرژی سامانه برحسب δ متقارن است ($\delta_f = -\delta_0$)، کار میانگین در رسیدن به حالت نهایی با ناکوکی δ_f به‌سمت صفر میل می‌کند. در شکل 2 محاسبات بالا برای بازهٔ نامتقارنی از تغییرات ناکوکی برحسب زمان تکرار شده است. اگر چه رفتار تولید آنتروپی بازگشت‌ناپذیر همانند قبل است و برای زمان‌های بزرگ به‌سمت صفر میل می‌کند، میانگین کار انجام شده به‌سمت صفر میل نمی‌کند. در این حالت مطابق با رابطهٔ 1، انرژی آزاد اولیه

و نهایی یکسان نبوده و میانگین کار در زمان‌های نهایی بزرگ برابر با اختلاف انرژی‌های آزاد اولیه و نهایی سامانه است.

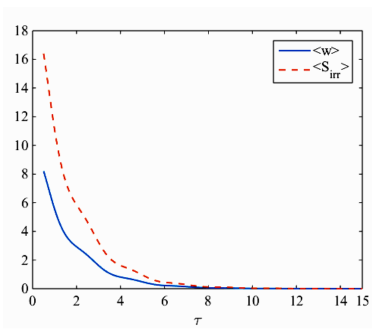


شکل1. تغییرات کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر حاصل از روابط13 و 1، برحسب زمان نهایی در یک بازه متقارن از تغییرات ناکوکی $(\delta_f = -\delta_0 = 1GHz)$ و دمای $T = 0.2k$ و به‌ازای $g = 100MHz$.

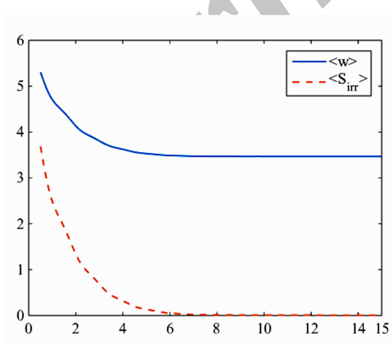


شکل2. تغییرات کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر حاصل از روابط13 و 1، برحسب زمان نهایی در یک بازهٔ نامتقارن از تغییرات ناکوکی $(\delta_0 = -1GHz ,\ \delta_f = 0.2GHz)$ و دمای $T = 0.2k$ و به‌ازای $g = 100MHz$.

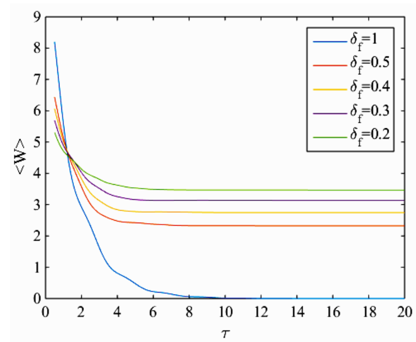
نتایج مربوط به محاسبات در دمای $T = 0.5k$ نیز در شکل‌های3 و 4 تأیید کننده رفتار مشابه ترمودینامیکی برای سامانه اتم-کاواک به‌ازای تغییر در ناکوکی برحسب زمان است. در این دما دومین حالت دوترازه اتم-کاواک $(n = 2)$ هم در محاسبهٔ کار میانگین در نظر گرفته شده است. همچنین به‌منظور مقایسهٔ بهتر، نتایج حاصل از کار میانگین به‌ازای مقادیر مختلف از ناکوکی اتم-کاواک در دو حالت جفت‌شدگی ضعیف بین اتم و مدهای میدان کاواک $(g = 100MHz)$ و جفت‌شدگی قویتر $(g = 500MHz)$ را بررسی نموده‌ایم که نتایج آن در شکل‌های 5 و 6 نمایش داده شده است. این نتایج بیان‌کنندهٔ مقدار کار بسیار کوچک مورد نیاز برای تغییرات ناکوکی سامانه در حالت جفت‌شدگی قوی است.



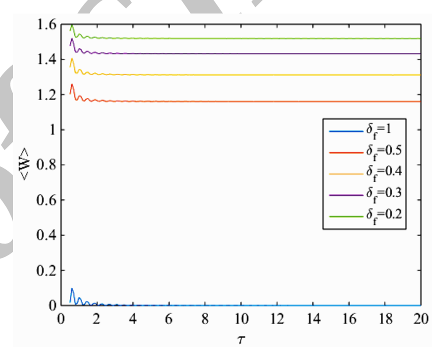
شکل3. تغییرات کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر حاصل از روابط13 و 1، برحسب زمان نهایی در یک بازهٔ متقارن از تغییرات ناکوکی $(\delta_f = -\delta_0 = 1GHz)$ و دمای $T = 0.5k$ و به‌ازای $g = 100MHz$.



شکل4. تغییرات کار میانگین و آنتروپی بازگشت‌ناپذیر حاصل از روابط13 و 1، برحسب زمان نهایی در یک بازهٔ نامتقارن از تغییرات ناکوکی $(\delta_0 = -1GHz ,\ \delta_f = 0.2GHz)$ و دمای $T = 0.5k$ و به‌ازای $g = 100MHz$.



شکل5. تغییرات کار میانگین حاصل از رابطهٔ13، برحسب زمان نهایی به‌ازای مقادیر متفاوت ناکوکی اتم-کاواک (GHz)، $\delta_0 = -1GHz$ و $g = 100MHz$ در دمای $T = 0.2$k.

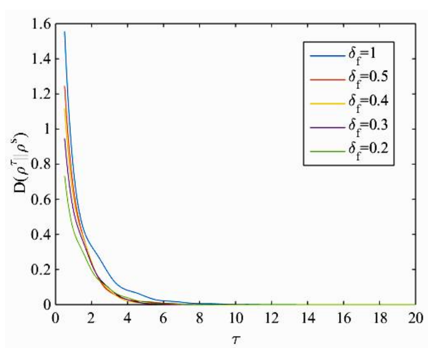


شکل6. تغییرات کار میانگین حاصل از رابطهٔ (13)، برحسب زمان نهایی به ازای مقادیر متفاوت ناکوکی اتم-کاواک(GHz) ، $\delta_0 = -1GHz$ و $g = 500MHz$ در دمای $T = 0.2$k.

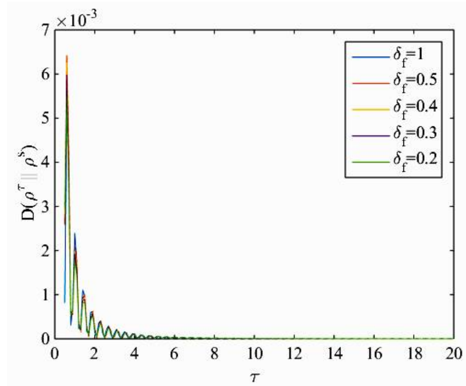
علاوه برآن به‌منظور بررسی دقیق‌تر آنتروپی بازگشت‌ناپذیر (S_{irr})، فاصلهٔ بین حالت نهایی تحول یافته به‌ازای مقادیر مختلف زمان نهایی ρ_τ، با حالت تعادلی به‌ازای زمان نهایی تحول به‌اندازه کافی بزرگ $\rho_s = \rho_{\tau=20}$ محاسبه شده است. این فاصله که آنتروپی نسبی بین دو حالت است از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$D(\rho^\tau \| \rho^s) = Tr(\rho^\tau \ln \rho^\tau) - Tr(\rho^\tau \ln \rho^s) \quad 14$$

آنتروپی نسبی حاصل از رابطه قبل14، به‌ازای مقادیر مختلف از ناکوکی اتم-کاواک در دو حالت جفت‌شدگی بیان شده، در شکل‌های 7 و 8 نمایش داده شده است. نتایج نشان داده شده حاکی از وجود افت و خیز در کار میانگین و آنتروپی نسبی در جفت‌شدگی قوی دارد که این افت و خیزها نشان دهندهٔ رقابت بین حالت‌های تشدیدی سامانه در طول تحول زمانی آن است. اگرچه نوسان‌هایی در آنتروپی نسبی شکل8 دیده می‌شود ولی اندازهٔ آنتروپی نسبی در این حالت بسیار کوچک‌تر از حالت قبلی است. این خود دلیل اصلی برای وجود نوسان‌های کوچک در کار میانگین شکل6 و تغییرات کم آن در هر مقدار ناکوکی و به‌ازای مقادیر مختلف زمان نهایی است. بنابراین در این‌حالت جفت‌شدگی قوی، سامانه در زمان‌های کوچکتری به تعادل ترمودینامیک نزدیک می‌شود.



شکل7. تغییرات آنتروپی نسبی (فاصلهٔ نسبی دو حالت ρ_τ و $\rho_s = \rho_{\tau=20}$) حاصل از رابطهٔ14، برحسب زمان نهایی به‌ازای مقادیر متفاوت ناکوکی اتم-کاواک (GHz)، $\delta_0 = -1GHz$ و $g = 100MHz$ در دمای $T = 0.2$k.



شکل 8. تغییرات آنتروپی نسبی (فاصلهٔ نسبی دو حالت ρ_τ و $\rho_s = \rho_{\tau=20}$) حاصل از رابطهٔ 14، برحسب زمان نهایی به‌ازای مقادیر متفاوت ناکوکی اتم-کاواک (GHz)، به‌ازای $\delta_0 = -1GHz$ و $g = 500MHz$ در دمای $T = 0.2\text{k}$.

نتیجه گیری

در این پژوهش به معرفی و بررسی ترمودینامیک کوآنتومی یک سامانهٔ اتم-کاواک به‌عنوان یک سامانه کوآنتومی بسته پرداخته‌ایم. کار میانگین بنابر نظریهٔ افت و خیزها و در تغییرات بی‌دررو (زمان نهایی τ بزرگ) بین حالت‌هایی با ویژه‌مقادیر انرژی یکسان (تغییرات متقارن ناکوکی)، صفر می‌شود و بین حالت‌هایی با ویژه‌مقادیر انرژی غیریکسان بزرگ‌تر از صفر و معادل تغییرات انرژی آزاد هلمهولتز است. در عین حال آنتروپی بازگشت‌ناپذیر در هر دو حالت برابر صفر خواهد شد. علاوه‌بر آن نتایج محاسبه فاصله نسبی بین حالت‌های نهایی با یک حالت تعادلی نهایی (زمان نهایی τ بزرگ) حاصل از محاسبه آنتروپی نسبی، نشان‌دهنده تحول به سمت تعادل در هر دو حالت جفت‌شدگی ضعیف و قوی دارند. در عین حال مقادیر کوچک این آنتروپی نسبی در حالت جفت‌شدگی قوی حاکی از نزدیک‌تر بودن حالت سامانه به وضعیت تعادلی خود در این حالت است. نتایج به‌دست آمده از کمیت‌های ترمودینامیکی برای این سامانه در توافق با نظریه‌های مبتنی بر ترمودینامیک کوآنتومی از قبیل نظریه افت و خیزهاست. همچنین مقایسهٔ نتایج به‌دست آمده برای جفت‌شدگی‌های ضعیف و قوی میدان کاواک-اتم نشان می‌دهند که زمان رسیدن به تعادل ترمودینامیکی با افزایش جفت‌شدگی کاهش می‌یابد.

سپاسگزاری

از آقایان دکتر فرانچسکو پالستینا و نیکولا گولو در دانشگاه کالابریای ایتالیا به‌جهت مشورت‌های علمی ارزشمندشان، سپاسگزاری می‌کنم.

مرجع‌ها

[1] S.J. Blundell, K.M. Blundell, Concepts in Thermal Physics, Oxford University Press, New York , (2006).

[2] Sheldon Ross, A First Course in Probability, 8th ed. Pearson, Upper Saddle River, NJ, (2010).

[3] J.W. Gibbs, Elementary principles of statistical mechanics, reprinted ed. Dover, Mineola, (2014).

[4] C. Jarzynski, Nonequilibrium Equality for Free Energy Differences, *Physical Review Letters* **78** (1997) 2690–2693.

[5] G.E. Crooks, Nonequilibrium Measurements of Free Energy Differences for Microscopically Reversible Markovian Systems, *Journal of Statistical Physics* **90** (1998) 1481–1487.

[6] F. Douarche, S. Ciliberto, a. Petrosyan, I. Rabbiosi, An experimental test of the

[14] J. Ye, D.W. Vernooy, H.J. Kimble, Trapping of Single Atoms in Cavity QED, *Physical Review Letters* **83** (1999) 4987-4991.

[15] J.R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S.K. Tolpygo, J.E. Lukens, Quantum superposition of distinct macroscopic states, *Nature* **406** (2000) 43-46.

[16] C.H. van der Wal, A.C.J. ter Haar, F.K. Wilhelm, R.N. Schouten, C.J.P.M. Harmans, T.P. Orlando, S. Lloyd, J.E. Mooij, Quantum Superposition of Macroscopic Persistent-Current States, *Science* **290** (2000) 773-777.

[17] A. Boca, R. Miller, K.M. Birnbaum, A. D. Boozer, J. McKeever, H.J. Kimble, Observation of the Vacuum Rabi Spectrum for One Trapped Atom, *Physical Review Letters* **93** (2004) 233603-233607.

[18] E.T. Jaynes, F.W. Cummings, Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser, *Proceedings of the IEEE* **51** (1963) 89 - 109.

[19] F. Deppe, M. Mariantoni, E.P. Menzel, A. Marx, S. Saito, K. Kakuyanagi, H. Tanaka, T. Meno, K. Semba, H. Takayanagi, E. Solano and R. Gross, Two photon probe of the Jaynes–Cummings model and controlled symmetry breaking in circuit QED, *Nature Physics* **4** (2008) 686 - 691.

[20] J. Koch, T.M. Yu, J. Gambetta, A.A. Houck, D.I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M.H. Devoret, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf, Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box, *Physical Review A* **76** (2007) 042319-042338.

Jarzynski equality in a mechanical experiment, *Europhysics Letters* **70** (2005) 593–599.

[7] R. Dorner, J. Goold, C. Cormick, M. Paternostro, V. Vedral, Emergent Thermodynamics in a Quenched Quantum Many-Body System, *Physical Review Letters* **109** (2012) 160601-160605.

[8] F. Plastina, A. Alecce, T.J.G. Apollaro, G. Falcone, G. Francica, F. Galve, N. Lo Gullo, R. Zambrini, Irreversible Work and Inner Friction in Quantum Thermodynamic Processes, *Physical Review Letters* **113** (2014) 260601-260605.

[9] W.L. Ribeiro, G.T. Landi, F.L. Semiao, Quantum thermodynamics and work fluctuations with applications to magnetic resonance, *American Journal of Physics* **84** (2016) 948-959.

[10] P.A. Camati, J.P.S. Peterson, T.B. Batalhao, K. Micadei, A.M. Souza, R.S. Sarthour, I.S. Oliveira, R.M. Serra, Experimental rectification of entropy production by a Maxwell's Demon in a quantum system, *Physical Review Letters* **117** (2016) 240502-240506.

[11] J. Salmilehto, P. Solinas, M. Möttönen, Quantum driving and work, *Physical Review E* **89** (2014) 052128-052135.

[12] N. Cottet, S. Jezouin, L. Bretheau, P. Campagne-Ibarcq, Q. Ficheux, J. Anders, A. Auffèves, R. Azouit, P. Rouchon, B. Huard, Observing a quantum Maxwell demon at work, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **114**, (2017) 7561-7564.

[13] L. Villa, G. De Chiara, Cavity assisted measurements of heat and work in optical lattices, *Quantum* **2** (2018) 42-52.

[21] A. Blais, J. Gambetta, A. Wallraff, D.I. Schuster, S.M. Girvin, M.H. Devoret, R.J. Schoelkopf, Quantum information processing with circuit quantum electrodynamics, *Physical Review A* **75** (2007) 032329-032350.

[22] M.O. Scully, M.S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, (1997).

[23] A. Blais, R.Sh. Huang, A. Wallraff, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf, Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation, *Physical Review A* **69** (2004) 062320-062334.