

بررسی ترابرد مغناطیسی روی سطح یک عایق توپولوژیک

علی اصغر شکری*، مریم رجیبی زاده

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، ص.پ. 19395-3697، تهران، ایران

دریافت: 1395/12/22 بازنگری کلی: 1396/04/26 پذیرش: 1396/08/01

چکیده

در این مقاله، ترابرد ذرات مانند فرمیون‌های دیراک روی سطح یک عایق توپولوژیک در عبور از میدان الکتریکی خارجی و میدان مغناطیسی ناشی از حضور یک لایه فرومغناطیس بررسی شده است. در ابتدا مروری بر ویژگی‌های عایق توپولوژیک داشته و سپس با استفاده از معادلات دیراک هامیلتونی الکترون‌های عبوری از روی سطح را می‌نویسیم. با استفاده از تبدیلات لورنتس هامیلتونی مورد نظر را حل کرده و ویژه انرژی‌ها یا ویژه مقادیر هامیلتونی سیستم مورد نظر را به دست می‌آوریم. با محاسبه ضریب عبوردهی الکتریکی و با استفاده از رابطه رسانش لانداور، رسانش روی سطح عایق مورد نظر به دست آمده است. برای بررسی ترابرد از رسم نمودار ضریب فانو استفاده شده است. (مقدار این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص می‌کند.) با تغییر عواملی چون میدان الکتریکی و همچنین مقایسه نمودارهای رسانش و ضریب فانو ترابرد سیستم مورد بحث قرار گرفته است.

کلیدواژه‌گان: ترابرد مغناطیسی، عایق توپولوژیک، رسانش، تونل‌زنی الکتریکی

مقدمه

می‌کند که در یک ناحیه بریلونن تناوبی تعریف می‌شود. در این دوره دسته‌بندی جدید از حالات ماده، بر مبنای روش لاندائو که حالات را بر اساس شکست خود به خودی تقارن معرفی می‌کند، ارائه شد. برای روشن‌تر شدن موضوع و چگونگی طبقه بندی این مواد یک مثال ساده می‌زنیم. آب و یخ هر دو دارای مواد مشابه هستند اما در فازهای مختلف قرار دارند. این تفاوت ناشی از شکسته شدن تقارن سیستم است. وقتی که تقارن انتقالی یخ شکسته می‌شود به آب تبدیل می‌شود، بنابراین این گذار فاز معادل با شکسته شدن تقارن است. اما مواد توپولوژیک بر اساس شکسته شدن تقارن متداول دسته‌بندی نشده اند بلکه بر اساس نظم توپولوژیکی که دارند طبقه بندی می‌شوند [4-1]. در سال 2004 چارلز کین² محققى که در این زمینه مطالعاتی انجام داده بود نتیجه تحقیقات خود را بر روی ورقه‌هایی از کربن به نام گرافین منتشر کرد. محاسبات وی نشان می‌داد که

امروزه مواد را با توجه به ویژگی‌های مختلف و کاربردهایشان تقسیم‌بندی می‌کنند. با بیانی ساده فلزات معمولی الکترون‌ها را در همه جهات منتقل می‌کنند، این در حالی است که عایق‌های معمولی الکترون‌ها را منتقل نمی‌کنند. اما موادی وجود دارند که فقط به الکترون‌ها اجازه عبور بر روی سطح (و نه در داخل حجم) را می‌دهند، این مواد که در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است، عایق توپولوژیک¹ نام دارد که هر دو نوع دو و سه بعدی آن مشاهده شده است. یکی از دستاورد های مکانیک کوانتومی در قرن بیستم گسترش تئوری نواری جامدات بود که توسط بلاخ معرفی شد و زبانی برای شرح ساختار الکترونی این حالت‌ها فراهم کرد [4-1]. این تئوری مزایای تقارن انتقالی گسسته بلوری را برای دسته بندی حالت‌های الکترونی برحسب اندازه حرکت k کریستالی آنها بیان

* نویسنده مسئول: aashokri@pnu.ac.ir

¹ Topological Insulator

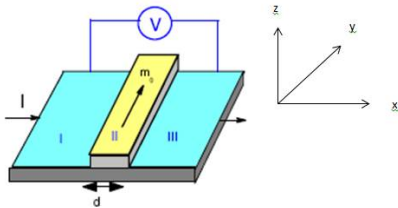
² Charles Kane

با تغییر میدان مغناطیسی روی سطح این مواد می توان از آنها به عنوان سوئیچ استفاده کرد [8].

فرمول بندی مسأله

در این قسمت با در نظر گرفتن اتصال NMN¹ یک عایق توپولوژیکی با هندسه تجربی مناسب که در شکل 1 نمایش داده شده است، ترابرد الکترون های دیراک در عبور از ناحیه ای به عرض d که در مجاورت میدان تبدلی² القایی برخواسته از مغناطیدگی $\vec{m} = m_0 \hat{y}$ ناشی از یک لایه فرومغناطیس مورد بررسی قرار گرفته است [8]. از خواص الکترون های دیراک در میدان مغناطیسی و الکتریکی عبوری شروع می کنیم. همان طوری که در شکل نشان داده شده است هامیلتونی برای این دسته از فرمیون های دیراک به صورت زیر نوشته می شود [4]:

$$H = \int d^2 r \psi^\dagger(\mathbf{r}) [v_F \vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi} - \mu I - g \mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B} - e \omega \epsilon_x] \psi(\mathbf{r}) \quad 1$$



شکل 1. هندسه تجربی مورد آزمایش، نمایی شماتیک از یک اتصال NMN.

که در این رابطه $\vec{\sigma}(I)$ عملگر ماتریس پائولی (یکانی) در فضای اسپینی، $\psi^\dagger \psi$ عملگر خلق (فنا) برای اسپینور دیراک، v_F سرعت فرمی و μ پتانسیل شیمیایی هستند. همچنین $\vec{\Pi} = -i\hbar \vec{\nabla} - e\vec{A}$ انداز حرکت کانونیک، $c = 1$ ، g ضریب ژیرومغناطیس و μ_B مگنتون بوهر می باشد. قابل ذکر است اگر ذرات بدون

حرکت الکترون ها در نمونه ای با ضخامتی از مرتبه قطر اتم، یادآور اثر هال (سال 1980) است؛ اما آنچه کین و گروهش در محاسبات مربوط به گرافین مشاهده کردند دقیقاً مشابه اثر هال نبود. بررسی های بیشتر نشان داد که این نمونه ها به نوعی شبیه لایه های نازک اند با این تفاوت که دیگر برای حرکت هماهنگ الکترون ها نیازی به استفاده از میدان های قوی مغناطیسی با دمای فوق سرد نیست [5،6].

توپولوژی سطحی این مواد موجب می شود الکترون های دارای اسپین پلاریزه از آنها عبور کند بدون این که پدیده پراش که عامل هدر رفتن انرژی است اتفاق بیفتد. به دلیل چنین ویژگی، این مواد دارای پتانسیل کاربردی زیادی در ساخت ترانزیستورها، حافظه ها، سوئیچ های مغناطیسی و حسگرهای مغناطیسی هستند [7]. در این مواد الکترون های رسانش رفتار جالبی را از خود نشان می دهند. در اثر نیروی حاصل از برهم کنش اسپین مدار الکترون های با اسپین بالا در یک جهت و الکترون های با اسپین پایین در جهت دیگر حرکت می کنند. این جریان اسپینی کاربرد فراوانی در اسپینترونیک خواهد داشت. به عنوان مثال در نانوروبان هایی از جنس تلورید بیسموت، کانال های هدایت سطحی وجود دارند که حالت های سطحی در آنها قابل تنظیم است. یعنی می توان با تغییر سطح محل انرژی فرمی هدایت را در آن افزایش یا کاهش داد. این یافته ها می تواند در ساخت ادوات اسپینترونیکی و نانو الکترونیک نسل جدید و کم مصرف مانند حسگرهای مغناطیسی و حافظه ها مفید باشد. می توان از میدان الکتریکی برای کنترل سطح انرژی فرمی و تغییر رسانایی کانال ها استفاده کرد و حالت های سطحی را در نانو ساختارهای عایق توپولوژیک کنترل کرد. همچنین

² Exchange field

¹ Normal metal-magnetic film-normal metal

$$\begin{bmatrix} 0 & -iI_B \partial_x + iI_B k + \frac{ix}{I_B} + \frac{ig\mu_B B \cos\theta I_B^1}{\hbar v_f} \\ -iI_B \partial_x - iI_B k - \frac{ix}{I_B} - \frac{ig\mu_B B \cos\theta I_B^1}{\hbar v_f} & 0 \end{bmatrix} \psi$$

با استفاده از مشابهت مسأله با نوسانگر هماهنگ ساده و تعریف عملگرهای خلق و فنا، ویژه‌انرژی‌های هامیلتونی مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$O = -iI_B \partial_x + (+iI_B k + \frac{ix}{I_B}) \quad 3$$

$$O^\dagger = -iI_B \partial_x - (+iI_B k + \frac{ix}{I_B}) \quad 4$$

$$\omega_c = v_f I_B^{-1} \quad 5$$

ویژه انرژی در نوسانگر هماهنگ:

$$E \pm (N) = \pm \omega_c \sqrt{N} \quad 6$$

ویژه انرژی‌های هامیلتونی معرفی شده به صورت زیر خواهد بود:

$$E_n = \pm \hbar v_f I_B^{-1} \sqrt{|n| + \alpha B \sin\theta}; \quad n \neq 0 \quad 7$$

$$E_n = -|g\mu_B B \sin\theta|; \quad n = 0 \quad 8$$

که در آن $\alpha = \frac{g^2 \mu_B^2}{\hbar v_f^2 e}$ مقدار ثابت و $I_B = \sqrt{\frac{\hbar}{e B \sin\theta}}$ طول مغناطیسی نام دارد. حالت $n = 0$ غیر تبه‌گن است. مشابه سطوح لاندائو در گرافین [9] وقتی که میدان الکتریکی در راستای X اعمال شود وضعیت فرق خواهد کرد [10]. در این مورد می‌توانیم یک پارامتر افزایشنده $\beta = \frac{E_x}{v_f B \sin\theta} \leq 1$ را تعریف کنیم و با استفاده از تبدیلات لورنتس انرژی را در این وضعیت جدید به دست بیاوریم.

رابطه تبدیلات لورنتس

با توجه به این که در تبدیلات لورنتس $\beta = \frac{v}{c}$ و $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ و فرض ما در این مسأله یعنی $C = v_f$ است

جرم دیراک را به طور نسبی در نظر بگیریم سرعت فرمی نقش سرعت نور را بازی می‌کند. در این هامیلتونی عبارت $g\mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B}$ ناشی از برهم‌کنش با میدان مغناطیسی و عبارت $e\omega \varepsilon_x$ ناشی از برهم‌کنش با میدان الکتریکی می‌باشد. پتانسیل برداری را به صورت $\vec{A} = (0, Bx \sin\theta, -Bx \cos\theta)$ انتخاب می‌کنیم. در اینجا عبارت زمین محور کوانتش اسپین الکترون‌های دیراک ناشی از حضور ترم Π را تعیین نمی‌کند. بنابراین مولفه داخل صفحه میدان مغناطیسی که تنها از طریق عبارت زمین وارد هامیلتونی می‌شود، یک تغییر ثابت به سمت K_y را فراهم می‌کند که به روش متفاوتی قابل اندازه‌گیری است. این ویژگی فرمیون دیراک با ویژگی آنها در گرافین فرق دارد. در این هامیلتونی هم نیروی مغناطیسی ناشی از میدان مغناطیسی و هم نیروی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی را داریم. پاسخ هامیلتونی در حضور میدان مغناطیسی یا الکتریکی را می‌دانیم و به منظور یافتن پاسخ در حضور هر دو میدان به این صورت عمل می‌کنیم. ابتدا با صفر در نظر گرفتن میدان الکتریکی $E_x = 0$ یک راه حل مستقیم برای این هامیلتونی ارائه داده سپس طیف انرژی‌های لاندائو را به دست می‌آوریم. هامیلتونی مورد نظر را بر حسب X, Y, Z بسط می‌دهیم. با توجه به دو بعدی بودن مسأله مؤلفه Z صفر خواهد شد و در نهایت ماتریس‌های پاؤلی σ_x و σ_y نیز فقط مورد استفاده خواهند بود. با بسط هامیلتونی مشخص می‌شود هامیلتونی وابستگی جزئی به X دارد بنابراین تابع موج را به صورت $\varphi(x) e^{-iky} e^{-ik_z z}$ تعریف نموده و با ساده سازی به رابطه زیر می‌رسیم.

2

$$E\psi = \hbar v_f I_B^{-1} \times$$

$$E_n = -\gamma^{-1} |g\mu_B B \sin\theta| - \beta \hbar v_f k_y \quad \text{اگر } n=0 \quad 18$$

حالا به حل این مسأله در ناحیه $\epsilon_x \leq v_f B$ برمی گردیم. جایی که حالت های پراکندگی را به دست آوردیم. در این ناحیه، پارامتر $\beta = \frac{v_f B \sin\theta}{\epsilon}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم و انتقالی را مشابه آن چه قبلاً مشخص شد انجام می دهیم. این کار به ما اجازه می دهد به چارچوب مرجعی برویم که در آنجا میدان مغناطیسی حضور نداشته و بنابراین معادله شرودینگر در فضای تکانه به صورت زیر در خواهد آمد.

19

$$ie\hbar\partial_x\psi = [\hbar v_f(\sigma_x k_x + \sigma_y k_y) - E - g\mu_B \sigma_z B \sin\theta] \psi$$

همچنین تبدیلات لورنتس میدان الکتریکی و انرژی نیز به صورت زیر می باشد:

$$\epsilon' = \gamma(\epsilon - \beta v_f B \sin\theta) \quad 20$$

$$\hat{E} = \gamma(E - \hbar v_f k_y \beta) \quad 21$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 22$$

پراکندگی به راحتی با استفاده از این معادله و مشابهت آن با معادله لاندائو-زرنر استاندارد با اصلاح ثابت پلانک به صورت $\hbar \rightarrow e\epsilon\hbar$ به دست می آید. احتمال عبوردهی الکترون های دیراک در جهت میدان الکتریکی اعمال شده در چارچوب منتقل شده به صورت

$$T(k_y; E) = \exp[-\pi d_0^2 \gamma (g\mu_B B \sin\theta)^2 + (\hbar v_f k_y)^2] / (\hbar v_f)^2 \quad 23$$

نوشته می شود که در این رابطه $d_0 = \sqrt{\frac{\hbar v_f}{e\epsilon}}$ مقیاس طول تعیین شده به وسیله میدان الکتریکی است [12].

و همچنین با توجه به این که انتقال چارچوب مرجع در راستای y انجام می گیرد، روابط لورنتس به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{y} = \gamma(y - \beta v_f t) \quad 9$$

$$\hat{t} = \gamma(t - \beta \frac{y}{v_f}) \quad 10$$

$$\hat{x} = x \quad 11$$

$$\hat{\epsilon} = \gamma(\epsilon - \beta v_f B \sin\theta) \hat{B} \sin\theta = \gamma(B \sin\theta - \frac{\beta \epsilon}{v_f}) \quad 12$$

$$\psi(\hat{r}) = \exp[-\frac{\sigma_y \text{arctanh}(\beta)}{2}] \psi(\vec{r}) \quad 13$$

که در این رابطه ها $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ است. در چهار چوب منتقل شده معادله شرودینگر نیز به صورت زیر تغییر می کند.

14

$$\hat{E}_n \hat{\psi} = \left[-i\hbar v_f \left(\sigma_x \partial_x + \sigma_y \left(\partial_y - i \frac{e\hat{B} \sin\theta}{\hbar} x \right) \right) - g\mu_B \sigma_z B \sin\theta \right] \hat{\psi}$$

توجه داریم که یک چنین تحول افزایشی فقط روی بخش اربیتال (مداری) میدان مغناطیسی تأثیر می گذارد، میدان زمین دست نخورده باقی می ماند. ویژه انرژی های معادله فوق به صورت زیر به دست می آید.

$$\hat{E}_n = \pm \hbar v_f \sqrt{|n| + \alpha B \sin\theta} \quad \text{اگر } n \neq 0 \quad 15$$

$$\hat{E}_n = -|g\mu_B B \sin\theta| \quad \text{اگر } n = 0 \quad 16$$

که در آن $\hat{A}_B = \sqrt{\frac{\hbar}{e\hat{B} \sin\theta}}$ است. حال می توان با استفاده از تبدیلات معکوس لورنتس ویژه انرژی را در چارچوب اول به دست آورد.

17

$$E_n(k_y) = \pm \hbar v_f \sqrt{|n| + \gamma \alpha B \sin\theta - \beta \hbar v_f k_y} \quad \text{اگر } n \neq 0$$

$$\alpha = \arcsin(\hbar v_f k_y / |\varepsilon + \mu|) \quad 27$$

در ناحیه 2 حضور نوار فرومغناطیس با مغناطش \vec{m} منجر به عبارت اضافی زیر در هامیلتونی خواهد شد [12]:

28

$$H_{\text{induced}} = \int dx dy \tau(\theta) \theta(d-x) \psi^\dagger(\vec{r}) \sigma_y \psi(\vec{r})$$

که $\tau \sim m_0$ میدان تبدلی ناشی از حضور باریکه فرومغناطیس و $\theta(x)$ تابع پله‌ای می‌باشند. توجه داریم H_{induced} می‌تواند به صورت عبارت پتانسیل برداری ناشی از میدان مغناطیسی موهومی زیر باشد.

$$B_f = \left(\frac{\tau}{ev_f}\right) [\delta(x) - \delta(d-x)] \hat{z} \quad 29$$

این مقایسه نشان می‌دهد که انتخاب ما در مورد در صفحه بودن مغناطش در راستای \hat{y} کاملاً عمومی است. همه کمیت‌های ناوردا مثل احتمال عبوردهی مستقل از مولفه $\vec{m}_0 \times \hat{x}$ در شکل حاضر هستند. همچنین تأکید داریم که این اثر با اثر مؤلفه $\vec{m}_0 \cdot \hat{z}$ که جرمی را برای فرمیون‌های دیراک فراهم می‌کند، مجزاست. برای m_0 داده شده، بزرگی دقیق τ به جفت شدگی تبدلی² فیلم وابسته است و می‌تواند برای فیلم فرومغناطیس نرم، به وسیله یک میدان اعمال شده تنظیم شود [12]. تابع موج و روابط پراکندگی فرمیون‌های دیراک در حال حرکت در راستای $\pm x$ در ناحیه 2 در حضور یک چنین میدان تبدلی به وسیله رابطه زیر توصیف می‌شود.

$$\psi_j^\pm = (1, \pm e^{\pm\beta}) \exp[i(\pm k_x x + k_y y)] \quad 30$$

$$\beta = \arcsin[\hbar v_f (k_y + M) / |\varepsilon + \mu|] \quad 31$$

حالا می‌توان با اعمال تبدیل معکوس با استفاده از $\vec{k}_y = \vec{y}(k_y - \frac{\beta\varepsilon}{\hbar v_f})$ به چارچوب اول (آزمایشگاه) برگشت و با انتگرال‌گیری روی k_y رسانش تونل‌زنی را به دست بیاوریم [11].

$$G = G_0 = (1 - \beta^2)^{3/4} e^{-\frac{\pi d_0^2 \gamma (\mu_B B \sin\theta)^2}{(\hbar v_f)^2}} \quad 24$$

در این رابطه L_y و $G_0 = e^2 L_y / (\hbar d_0)$ عرض نمونه است. در مقایسه با گرافین در می‌یابیم که عبارت زمین ناشی از میدان مغناطیسی در راستای Z در رسانش یک توقیف نمایی اضافی را ایجاد می‌کند [11]. در عایق توپولوژیک، میدان مغناطیسی زمین در راستای Z تأثیر می‌گذارد و در تولید جرم برای الکترون‌های دیراک نقش داشته و در نتیجه منجر به متوقف سازی رسانش می‌شود. فرمیون‌های دیراک در ناحیه 1 و 3 به وسیله هامیلتونی رابطه 1 توصیف می‌شوند. در نتیجه با توجه به حرکت فرمیون‌ها روی سطح در راستای $\pm x$ ، تابع موج آن در این نواحی با اندازه حرکت عرضی k_y و انرژی E می‌تواند به صورت

$$\psi_j^\pm = (1, \pm e^{\pm i\alpha}) \exp[i(\pm k_x x + k_y y)] \quad 25$$

باشد که اندیس j مقدارهای 1 و 3 را می‌پذیرد. برای یک چنین هامیلتونی روابط پاشندگی به صورت

$$\varepsilon = -\mu \pm \sqrt{(\hbar v_f k_x)^2 + (\hbar v_f k_y)^2} \rightarrow$$

$$k_x = \sqrt{[(|\varepsilon + \mu|) / \hbar v_f]^2 - (k_y)^2} \quad 26$$

می‌شود. در اینجا α زاویه الکترون فرودی با خط عمود بر مرز مشترک می‌باشد و به صورت $\alpha = \arctan \frac{k_y}{k_x}$ تعریف می‌شود.

² Exchange coupling¹ transverse

زیرا این شرط پایستگی چگالی جریان را نیز ایجاب می‌کند و نیازی نیست مانند معادله شرویدینگر پیوستگی مشتق تابع موج را نیز بررسی کنیم.

با مساوی قرار دادن شرایط مرزی Ψ_1 و Ψ_2 در $x = 0$ و Ψ_2 و Ψ_3 در $x = d$ به روابط زیر می‌رسیم.

$$1 + r = p + q \quad ,$$

$$e^{i\alpha} - re^{-i\alpha} = pe^{i\beta} - qe^{-i\beta} \quad 38$$

$$te^{ik_x d} = pe^{ik_x d} + qe^{-ik_x d} \quad 39$$

$$te^{i(k_x d + \alpha)} = pe^{i(k_x d + \beta)} - qe^{-i(k_x d + \beta)} \quad 40$$

با حل معادله‌های بالا برای t عبوردهی را محاسبه می‌کنیم.

$$41$$

$$T = |t|^2 = tt^* \rightarrow T = \frac{\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta)}{[\cos^2(k_x d)\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta) + \sin^2(k_x d)(1 - \sin(\alpha)\sin(\beta))^2]}$$

در نتیجه رسانش این فرمیون‌ها محاسبه خواهد شد. با استفاده از رابطه لاندور برای محاسبه رسانش

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_{-k_f < p_1 < k_f} T(P_1) = \frac{we^2}{2\pi h} \int_{-k_f}^{k_f} T(P_1) dp_1 \quad 42$$

$$G = \frac{dI}{dV} = \left(\frac{G_0}{2}\right) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} T(\alpha) \cos \alpha \, d\alpha \quad 43$$

که در این رابطه $G_0 = \frac{\rho(eV)we^2}{\pi h^2 v_f}$ و $\rho(eV) = \frac{|\varepsilon + \mu|}{2\pi(\hbar v_f)^2}$ چگالی حالت³ فرمیون‌های دیراک، که برای $\mu \gg eV$ ثابت است و w نیز عرض نمونه است [8]. رابطه مربوط به T و G یکی از مهمترین نتایج این بحث است.

یکی دیگر از کمیت‌های خواص تراپرد الکتریکی، نوبه شلیکی است. نوبه شلیکی در یک رسانای الکتریکی

$$\varepsilon = -\mu \pm$$

$$\sqrt{(\hbar v_f k_x)^2 + (\hbar v_f k_y + M)^2} \rightarrow k_x = \frac{\sqrt{[(|\varepsilon + \mu|)/\hbar v_f]^2 - (k_y + M)^2}}{v_f} \quad 32$$

$$M = \frac{\tau}{\hbar v_f} \quad 33$$

توجه داریم تحت m_c بحرانی $(M_c = \pm 2 \frac{|\varepsilon + \mu|}{\hbar v_f})$ ، و بنابراین τ بحرانی $\tau_c = \pm 2|\varepsilon + \mu|$ به ازای همه k_y ها موهومی شده و منجر به مدهای فضایی در حال زوال در ناحیه² می‌شود. یک الکترون وارد شده از سمت چپ با اندازه حرکت عرضی k_y و انرژی ε به ناحیه² را در نظر می‌گیریم. فرآیند عبوردهی و بازتاب را در نواحی مرز یعنی $(x=d, x=0)$ در نظر می‌گیریم.

$$\Psi_1 = \Psi_1^+ + r\Psi_1^- \quad 34$$

$$\Psi_2 = p\Psi_2^+ + q\Psi_2^- \quad 35$$

$$\Psi_3 = t\Psi_3^+ \quad 36$$

تابع موج در این نواحی به صورت زیر خواهد بود.

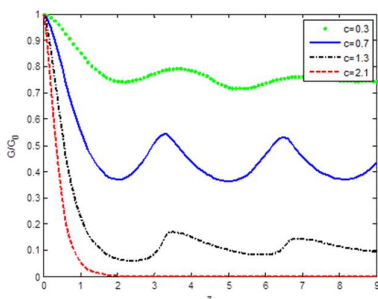
$$37$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = e^{ik_x x} e^{iky y} \left(\frac{1}{e^{i\alpha}} \right) + r e^{-ik_x x} e^{iky y} \left(-\frac{1}{e^{-i\alpha}} \right) \\ \Psi_2 = p e^{ik_x x} e^{iky y} \left(\frac{1}{e^{i\beta}} \right) + q e^{-ik_x x} e^{iky y} \left(-\frac{1}{e^{-i\beta}} \right) \\ \Psi_3 = t e^{ik_x x} e^{iky y} \left(\frac{1}{e^{i\alpha}} \right) \end{array} \right.$$

در اینجا r و t به ترتیب ضرایب بازتاب و عبور هستند و p و q به دامنه الکترون‌هایی که در ناحیه² به سمت راست یا چپ حرکت می‌کنند، اشاره دارد. به علت اینکه معادله دیراک در این مسأله از نوع درجه اول است، کافی است در مرزها پایستگی تابع موج را بررسی کنیم.

³ Density of state

به صورت نزولی یکنواخت یا تناوبی تغییر کند. از آنجا که k_x به ازای α داده شده به M بستگی دارد، می‌توان با اعمال میدان مغناطیسی که m_0 و بنابراین M را کنترل کند، عبوردهی را نسبت به d از حالت نزولی نوسانی به نزولی یکنواخت، در کانال داده شده (مشخص شده با k_y یا به طور معادل α)، تغییر داد. اگرچه، از آنجا که $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ ، در می‌یابیم که در شرایط M بحرانی (M_c)، عبور دهی در تمام کانالها (راه‌ها) وابستگی نزولی یکنواختی را به d نشان می‌دهد. در نتیجه برای اتصال به اندازه کافی ضخیم، می‌توان G را در V و μ ثابت از یک مقدار معین به نزدیکی صفر با تنظیم کردن M تحت M_c تنظیم کرد. این ویژگی امکان استفاده از این نوع اتصال‌ها را به عنوان سوئیچ مغناطیسی فراهم می‌سازد.



شکل 2. نمودار رسانش تونل زنی $\frac{G}{G_0}$ به ازای V و μ ثابت برحسب تابعی از عرض موثر $Z = \frac{d|eV+\mu|}{\hbar v_f}$ به ازای مقادیر مختلف $c = \frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$. این رفتارهای متفاوت رسانش G برای M بالا و پایین M_c ، در شکل 2 با ترسیم نمودار G به صورت تابعی از پهنای سد موثر $Z = \frac{d|eV+\mu|}{\hbar v_f}$ برای چندین مقدار $\frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$ نشان داده شده است. از آنجا که طبق رابطه بدون بعد $T = \frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$ و بنابراین G به M وابسته است، بنابراین این اثر با تغییر ولتاژ اعمال شده V به ازای M و μd ثابت قابل مشاهده است. برای پارامتر بی بعد ضخامت سدی که به اندازه کافی بزرگ باشد، $Z_0 = \frac{\mu d}{\hbar v_f}$ تنها

نتیجه کوتاهش بار است. برای مشاهده آن باید حالت غیرتعادلی (ترابرد) سیستم بررسی شود. با محاسبه احتمال عبور و بازتاب الکترون از یک سد پتانسیل، می‌توان به راحتی افت و خیزهای (میانگین مربعی) حالت‌های پرتو عبوری، بازتابی و همبستگی آنها را به دست آورد. این همبستگی (نوفه) در دو حالتی که احتمال عبور صفر و یا یک است حذف می‌شود.

تضعیف در زیر حد پواسون یکی از جنبه‌های نوفه در سیستم‌های مزوسکوپی است که منشاء بسیاری از کارهای تجربی و تئوری است. یک اندازه‌گیری ساده نوفه شلیکی زیر پواسونی عامل فانو F^4 است که نسبت نوفه شلیکی واقعی به نوفه پواسون می‌باشد که اگر سیستمی تولید کننده نوفه باشد به خاطر الکترون‌ها می‌بایستی اندازه‌گیری شود. در رژیم خطی عامل فانو به صورت

$$F = \frac{\sum_n T_n(1-T_n)}{\sum_n T_n} \quad 41$$

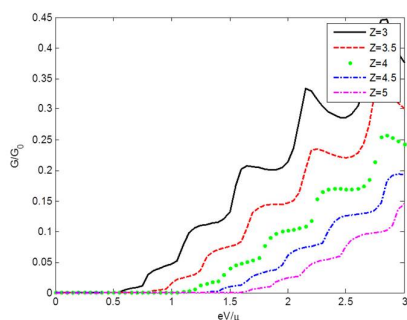
است [13] که در در حالت پیوسته مطابق رابطه 42 $n \rightarrow p_1$ به صورت $-k_f < p_1 < k_f$ جمع بسته می‌شوند. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانالها شفافند) و یک (نوفه پواسونی) را می‌گیرد. اندازه این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص می‌کند. اگر $F=1$ باشد، ترابرد از نوع تونل زنی همان مقدار پواسونی می‌باشد. اگر $F=1/3$ باشد، ترابرد سیستم پخشی بوده و اگر $F=0$ سیستم در رژیم بالستیک قرار دارد.

نتایج محاسبات عددی و توصیف آنها

وابستگی عبوردهی الکترونی T در رابطه 41، به پهنای ناحیه میانی d ، از طریق کمیت α مورد نظر به واسطه عبارت $\cos^2(k_x d)$ و $\sin^2(k_x d)$ است. بسته به این که k_x موهومی باشد یا حقیقی، T می‌تواند با تغییر d

⁴ Fano Factor

به صورت تابعی از Z_0 نشان دهد، تعیین شود. به همین دلیل از رابطه M بحرانی استفاده شده است. نمودار $\frac{eV_c}{\mu}$ به صورت تابعی از $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$ در حاشیه شکل 3 نشان داده شده است. وابستگی خطی مورد انتظار را برای V_c و M یادآوری می کند. به منظور بررسی رسانش در ناحیه بحرانی نمودار رسانش را نیز بر حسب $\frac{eV_c}{\mu}$ رسم می کنیم. با توجه به رابطه Z داریم: $Z = \frac{d[eV_c + \mu]}{\hbar v_f}$ نتیجه $Z = \frac{dV_c}{\hbar v_f} + \frac{d\mu}{\hbar v_f}$ خواهد بود. بخش اول رابطه به دلیل تغییرات ولتاژ، متغیر و بخش دوم آن مقداری ثابت می باشد. بنابراین برای رسم نمودار کافی است مقدار ثابت را که در اینجا با Z_0 نشان دادیم یک عدد ثابت در نظر بگیریم.



شکل 3. نمودار رسانش تونل زنی $\frac{G}{G_0}$ بر حسب $\frac{eV}{\mu}$ به ازای M ثابت.

در نمودار رسانش می بینیم در ولتاژهای بالاتر از V_c رسانش به صورت صعودی و تناوبی آغاز می شود و با توجه به مقدار $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$ هر بار مقدار V_c و در نتیجه شروع رسانش متفاوت می باشد. به ازای $V_c=3$ نمودار رسانش با نوسانات و شیب بیشتری همراه است و هرچه مقدار V_c بالاتر باشد رسانش دیرتر آغاز شده و شیب نمودار و همچنین نوسانات آن کنترل خواهد بود. همچنین لازم به ذکر است که یک چنین وابستگی های G به M و V نیازمند این است که الکترون های دیراک به صورت اسپینور در فضای فیزیکی اسپین باشند و بنابر این غیرممکن است.

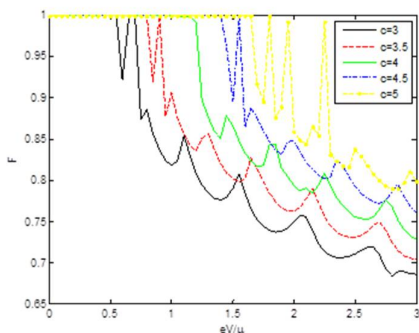
تحت ولتاژ بحرانی $|eV_c + \mu| = \frac{\hbar v_f M}{2}$ محدود می شود.

شکل 2 نشان می دهد با افزایش M رسانش کاهش پیدا کرده اما هنوز به صورت یک تابع نزولی نوسانی است. با نزدیک شدن به M_c نمودار رسانش به صورت نمایی کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک می شود. همچنین می توان گفت هنگامی که مقدار M از حد بحرانی عبور می کند، K_x موهومی شده در نتیجه عبوردهی و به دنبال آن رسانش به طور نزولی و یکنواخت کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک می شود. نکته دیگری که در این نمودار دیده می شود این است که در محدوده مشخصی از Z که در اینجا حدود $1/5$ می باشد، رسانش به طور یکنواخت کاهش پیدا می کند و بعد از آن با توجه به مقدار M ، در شرایط بحرانی به صفر می رسد یا در مقدارهای کمتر به صورت نوسانی ادامه پیدا می کند. در مقدارهای بسیار پایین M دامنه نوسانات بیشتر شده و در نهایت به یک مقدار ثابت نزدیک می شود. این موضوع می تواند ناشی از این باشد که با کاهش M عبوردهی به یک مقدار ثابت نزدیک شده و در نتیجه رسانش نیز به مقدار ثابتی رسیده و ادامه پیدا می کند. همچنین وقتی میدان مغناطیسی اعمال شده به اندازه کافی بزرگ باشد تقارن وارونی زمان را روی سطح عایق های توپولوژیک از بین برده و با ایجاد گاف روی حالت های سطحی رسانش را از بین می برد.

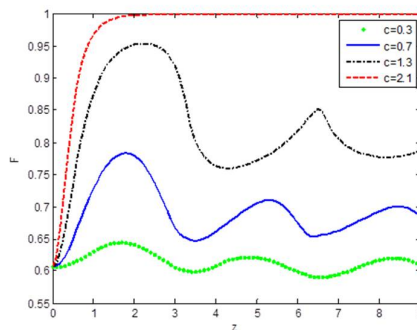
شکل 3 رسانش تونل زنی $\frac{G}{G_0}$ بر حسب $\frac{eV}{\mu}$ به ازای M ثابت را نشان می دهد. دیده می شود که با افزایش ولتاژ رسانش به صورت یک تابع صعودی و متناوب افزایش پیدا می کند. در این نمودار میدان و سایر پارامترها را ثابت نگه داشته و تنها ولتاژ تغییر داده شده است. تغییر ولتاژ روی حالت بحرانی نشان داده شده است. ولتاژ بحرانی V_c به طور عددی می تواند با پیدا کردن کمترین ولتاژ به طوری که $\frac{G}{G_0}$ تأخیر (نزول) یکنواختی را

بررسی اثرات عوامل محیطی همچون ولتاژ اعمالی به دو سر اتصال، اثر دما، عمق سد پتانسیل و عرض سد پتانسیل روی عبوردهی و جریان خروجی و رسانندگی الکتریکی و به خصوص نوفه شلیکی و عامل فانو دانش لازم برای طراحی ادوات الکترونیکی وابسته به بار و اسپین در مقیاس نانو و رایانه‌های کوانتومی و در کلیه صنایع مرتبط با تکنولوژی پیشرفته الکترونیک و مخابرات با کیفیت مطلوب را به دست می‌دهد.

اثر اندازه کوانتومی، که در واقع افزایش عرض سد کوانتومی درون ساختار، بروز پدیده‌های جالبی را، در خواص ترابرد الکتریکی سبب می‌شود. از اهم این پدیده‌ها، ظهور نوسانات در جریان، نوفه شلیکی و عامل فانو با تغییر عرض سد کوانتومی می‌شود، ولی موضوعی که بیشتر اهمیت دارد این است که، بیشترین مقدار جریان، رسانندگی و نوفه و کمترین مقدار عامل فانو در عرض 60 نانومتر اتفاق می‌افتد. تغییر عرض سد کوانتومی موجب جابجایی مکانی ترازهای انرژی می‌شود، این نوسانات از شرکت ترازهای کوانتومی بیشتر و ایجاد تشدید در آن انرژی در اثر تغییر عرض چاه نشأت می‌گیرد. از طرف دیگر، نتایج به دست آمده از این اثر، گویا این حقیقت است که افزایش عرض چاه کوانتومی، ضریب عبوردهی الکترون را افزایش داده و موجب افزایش تشدید و انرژی تشدید می‌شود و جریان افزایش می‌یابد.



شکل 5. نمودار بررسی ضریب فانو برحسب تابعی از $\frac{eV}{\mu}$.



شکل 4. نمودار بررسی ضریب فانو برحسب تابعی از عرض مؤثر

$$Z = \frac{d(eV + \mu)}{h\nu_f} \text{ به ازای مقادیر مختلف } c = \frac{h\nu_f M}{|eV + \mu|}$$

از روی نمودار 4 مشخص است با توجه به اینکه ضریب فانو رابطه عکس با ضریب عبوردهی دارد، هر جا که ضریب عبوردهی افزایش می‌یابد عامل فانو کاهش پیدا می‌کند. در شرایط بحرانی عامل فانو به 1 نزدیک شده است که نشان می‌دهد ترابرد از نوع تونل‌زنی است، قبلاً دیدیم در این شرایط رسانش صفر است. در مقادیر کمتر از M بحرانی عامل فانو نوسانی است که با افزایش پهنای مؤثر سد نوسانات آن کمتر و به حالت یکنواخت نزدیک می‌شود. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانال‌ها شفافند) و یک (نوفه پواسونی) را می‌گیرد و نشان دهنده همبستگی الکترونی در داخل سیستم می‌باشد. همان‌طوری که بیان شد ضریب فانو به نسبت نوفه شلیکی نشان دهنده ناهمدوسی انرژی الکترون می‌باشد، بدین صورت که، به هنگام عبور الکترون از سد پتانسیل انرژی آن به چه میزان تغییر می‌کند و در واقع افت و خیزهای انرژی الکترون به هنگام عبور را نشان می‌دهد. نسبت نوفه شلیکی به نوفه پواسون (متوسط رسانش) را عامل فانو می‌نامیم.

در انرژی‌های پائین تغییرات این دو نمودار یکسان می‌باشد بدین معنی که هر جایی که برای رسانندگی الکتریکی حالت تشدید رخ می‌دهد به همان میزان نیز انرژی الکترون تغییر می‌یابد بالعکس نیز صادق می‌باشد.

با افزایش ولتاژ مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونل‌زنی به سر می‌برد و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع خواهد شد. در مقدارهای کم Z_0 ولتاژ لازم برای شروع رسانش کمتر خواهد بود. نمودارهای فانو دقیقاً عکس نمودار رسانش می‌باشد

مرجع‌ها

- [1] M.Z. Hassan, C. Kane, Topological insulators, *Reviews of Modern Physics* 82 (2010) 3045.
- [2] J.E. Moore, Perspective Article The birth of topological insulators, *Nature* (London) 464 (2010) 194.
- [3] X.-L. Qi, Zhang S.-C. Zhang, The quantum spin: Hall effect and topological insulators, *Physics Today* 63 (2010) 33.
- [4] L. Fu, C.L. Kane, E.J. Mele, Topological Insulators in Three Dimensions, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 106803; R. Roy, Topological phases and the quantum spin Hall effect in three dimensions, *Physical Review B* 79 (2009) 195322.
- [5] F.D.M. Haldane, Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the Parity Anomaly, *Physical Review Letters* 61 (1988) 2015.
- [6] C.L. Kane, E.J. Mele, Z₂ Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect, *Physical Review Letters* 95 (2005) 146802.
- [7] C. Nayak, S.H. Simon, A. Stern, M. Freedman, S. Das sarma, Non-Abelian anyons and topological quantum computation, *Reviews of Modern Physics* 80 (2008) 1083.
- [8] S. Mondal, D. Sen, K. Sengupta, R. Shankar, Tuning the Conductance of Dirac Fermions on the Surface of a Topological Insulator, *Physical Review Letters* 104 (2010) 046403.

در این نمودار نیز با افزایش ولتاژ ضریب فانو کاهش پیدا کرده و در ولتاژهای بالا به حالت نوسانی منظم و بعد از آن به صفر نزدیک می‌شود. در این شرایط سیستم در حالت بالستیک قرار دارد و عبوردهی بیشترین مقدار را دارد. نمودار دقیقاً با نمودار رسانش متناظر است و نقاط ماکزیمم و مینیمم آن برعکس نمودار رسانش است. زمانی که $\frac{\hbar v_F M}{\mu}$ بیشترین مقدار را دارد سیستم مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونل‌زنی می‌ماند و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع می‌شود که این موضوع در نمودارهای رسانش نیز مشهود بود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با هدف بررسی ترابرد روی سطح عایق توپولوژیک از یک نمونه اتصال NMN استفاده شده است. با توجه به این که ذرات روی سطح مانند ذرات بدون جرم دیراک رفتار می‌کنند، با استفاده از معادله دیراک هامیلتونی اتصال و استفاده از روابط پاشندگی توابع موج به دست آمده و شرایط مرزی ضرایب عبور و بازتاب به دست می‌آیند. با محاسبه عبوردهی و استفاده از رابطه لانداور رسانش برای اتصال فوق به دست آمده و با تغییر عواملی چون میدان تبدالی و ولتاژ، نمودارهای رسانش و ضریب فانو رسم شده و با هم مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات عامل فانو در مقدارهای مختلف Z (عرض مؤثر) با افزایش میدان مغناطیسی نمودار از حالت نوسانی خارج و به سمت یک نزدیک می‌شود که نشان دهنده ترابرد از نوع تونل‌زنی و رسانش صفر می‌باشد. افزایش میدان در اینجا باعث می‌شود تا با باز شدن گاف انرژی روی سطح به عایق بدل شود که این امر امکان استفاده از این نوع اتصال‌ها را به عنوان سوئیچ‌های مغناطیسی فراهم می‌سازد. همچنین در یک میدان مغناطیسی ثابت اثر تغییرات میدان الکتریکی در مقدارهای مختلف ثابت Z_0 بررسی شده است. با کاهش مقدار Z_0 سیستم در ابتدا

[13] Y. M Blanter and M Büttiker, Shot noise in mesoscopic conductors, *Physics Reports* 336 (2000) 1.

[9] A.H. Castro Neto, F.Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim, The electronic properties of graphene, *Reviews of Modern Physics* 81 (2009) 109.

[10] V. Lukose, R. Shankar, G. Baskaran, Novel Electric Field Effects on Landau Levels in Graphene, *Physical Review Letters* 98 (2007) 116802.

[11] A. Shytov, N. Gu, L. Levitov, Transport in Graphene p-n Junctions in Magnetic Field, arXiv: 0708.3081 (unpublished).

[12] T. Yokoyama, Y. Tanaka, N. Nagaosa, Anomalous magnetoresistance on the topological surface, arXiv: 0907.2810v2 (unpublished).

Archive of SID