# بررسی ترابرد مغناطیسی روی سطح یک عایق توپولوژیک

**علیاصغر شکری\*، مریم رجبی زادہ** گروہ فیزیک، دانشکدہ علوم، دانشگاہ پیام نور، ص.پ. 3697-19395، تھران، ایران دریافت: 1395/12/22 بازنگری کلی: 1396/04/26 پذیرش: 1396/08/01

### چکیدہ

در این مقاله، ترابرد ذرات مانند فرمیون های دیراک روی سطح یک عایق توپولوژیک در عبور از میدان الکتریکی خارجی و میدان مغناطیسی ناشی از حضور یک لایه فرومغناطیس بررسی شده است. در ابتدا مروری بر ویژگی های عایق توپولوژیک داشته و سپس با استفاده از معادلات دیراک هامیلتونی الکترون های عبوری از روی سطح را می نویسیم. با استفاده از تبدیلات لورنتس هامیلتونی مورد نظر را حل کرده و ویژه انرژی ها یا دیژه مقادیر هامیلتونی سیستم مورد نظر را به دست می آوریم. با محاسبهٔ ضریب عبورهی الکتریکی و با استفاده از رابطهٔ رسانش لانداور، رسانش روی سطح عایق مورد نظر به دست آمده است. برای بررسی ترابرد از رسم نمودار ضریب فانو استفاده شده است. (مقدار این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص می کند.) با تغییر عواملی چون میدان الکتریکی و همچنین مقایسه نمودارهای رسانش و ضریب فانو ترابرد سیستم مورد بحث قرار گرفته است.

#### مقدمه

امروزه مواد را با توجه به ویژگیهای مختلف و کاربردهایشان تقسیمبندی میکنند. با بیانی ساده فلزات معمولی الکترونها را در همه جهات منتقل میکنند، این در حالی است که عایقهای معمولی الکترونها را منتقل نمیکنند. اما موادی وجود دارند که فقط به الکترونها اجازه عبور بر روی سطح (و نه در داخل حجم) را میدهند، این مواد که در سالهای اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است، عایق توپولوژیک<sup>1</sup> نام دارد که هر دو نوع دو و سه بعدی آن مشاهده شده است. یکی از دستاورد های مکانیک کوانتومی در قرن بیستم گسترش تئوری نواری جامدات بود که توسط بلاخ معرفی شد و زبانی برای شرح ساختار الکترونی این حالتها فراهم کرد [4-1]. این تئوری مزایای تقارن انتقالی گسسته بلوری را برای دسته بندی حالتهای الکترونی برحسب اندازه حرکت k کریستالی آنها بیان

میکند که در یک ناحیهٔ بریلوئن تناوبی تعریف میشود.

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است. ۱۲ (۲۰) این مقاله نحت مجوز کرینیو کامتر تخصیص 40 بینالمللی سی،باشد.

در این دوره دستهبندی جدید از حالات ماده، بر مبنای روش لاندائو که حالات را بر اساس شکست خود به خودی تقارن معرفی میکند، ارائه شد. برای روشن تر شدن موضوع و چگونگی طبقه بندی این مواد یک مثال ساده میزنیم. آب و پخ هر دو دارای مواد مشابه هستند اما در فازهای مختلف قرار دارند. این تفاوت ناشی از شکسته شدن تقارن سیستم است. وقتی که تقارن انتقالی یخ شکسته میشود به آب تبدیل میشود، بنابراین این گذار فاز معادل با شکسته شدن تقارن است. اما مواد دستهبندی نشده اند بلکه بر اساس نظم توپولوژیکی که دارند طبقهبندی میشوند [4-1]. در سال 2004 چارلز کین<sup>2</sup> محققی که در این زمینه مطالعاتی انجام داده بود نتیجه تحقیقات خود را بر روی ورقه هایی از کربن به نام گرافین منتشر کرد. محاسبات وی نشان میداد که

<sup>\*</sup> نویسنده مسئول: aashokri@pnu.ac.ir <sup>1</sup> Topological Insulator

حرکت الکترونها در نمونهای با ضخامتی از مرتبهٔ قطر اتم، یادآور اثر هال (سال **1980)** است؛ اما آنچه کین و گروهش در محاسبات مربوط به گرافین مشاهده کردند دقیقاً مشابه اثر هال نبود. بررسیهای بیشتر نشان داد که این نمونهها به نوعی شبیه لایههای نازکاند با این تفاوت که دیگر برای حرکت هماهنگ الکترونها نیازی به استفاده از میدان های قوی مغناطیسی با دمای فوق سرد نیست [۵،7].

توپولوژي سطحي اين مواد موجب مي شود الكترون-های دارای اسپین پلاریزه از آنها عبور کند بدون این که پدیده پراش که عامل هدر رفتن انرژی است اتفاق بیافتد. بهدلیل چنین ویژگی، این مواد دارای پتانسیل کاربردی زیادی در ساخت ترانزیستورها، حافظهها، سوئیچهای مغناطیسی و حسگرهای مغناطیسی هستند [7]. در این مواد الکترونهای رسانش رفتار جالبی را از خود نشان می دهند. در اثر نیروی حاصل از برهمکنش اسپین مدار الکترونهای با اسپین بالا در یک جهت و الکترونهای با اسپین پایین در جهت دیگر حرکت میکنند. این جریان اسپینی کاربرد فراوانی در اسپینترونیک خواهد داشت. به عنوان مثال در نانوروبان هایی از جنس تلورید بیسموت، کانال های هدایت سطحی وجود دارند که حالتهای سطح در آنها قابل تنظيم است. يعنى مىتوان با تغيير سطح محل انرژى فرمی هدایت را در آن افزایش یا کاهش داد. این یافتهها می تواند در ساخت ادوات اسپینترونیکی و نانو الکترونیک نسل جدید و کم مصرف مانند حسگرهای مغناطیسی و حافظه ها مفید باشد. می توان از میدان الکتریکی برای کنترل سطح انرژی فرمی و تغییر رسانایی کانالها استفاده کرد و حالتهای سطحی را در نانو ساختارهای عایق توپولوژیک کنترل کرد. همچنین

با تغییر میدان مغناطیسی روی سطح این مواد میتوان از آنها بهعنوان سوئیچ استفاده کرد [8].

## فرمولبندي مسأله

در این قسمت با در نظر گرفتن اتصال NMN <sup>1</sup> یک عایق توپولوژیکی با هندسهٔ تجربی مناسب که در شکل 1 نمایش داده شده است، ترابرد الکترونهای دیراک در عبور از ناحیهای به عرض d که در مجاورت میدان تبادلی<sup>2</sup> القایی برخواسته از مغناطیدگی =  $\overline{\mathbf{m}}$  $\mathbb{Q}_0 ناشی از یک لایهٔ فرومغناطیس مورد بررسی قرار$ گرفته است [8]. از خواص الکترونهای دیراک درمیدان مغناطیسی و الکتریکی عبوری شروع می کنیم.همان طوری که در شکل نشان داده شده است هامیلتونیبرای این دسته از فرمیونهای دیراک به صورت زیرنوشته می شود [4]:

 $H = \int d^{2} r \psi^{\dagger}(r) [v_{F} \vec{\sigma}.\vec{\Pi} - \mu I - g\mu_{B} \vec{\sigma}.\vec{B} - e\omega\varepsilon_{x}]\psi(r)$ 

شکل 1. هندسهٔ تجربی مورد آزمایش، نمایی شماتیک از یک اتصال NMN .

که در این رابطه (I) تحملگر ماتریس پائولی(یکانی) در فضای اسپینی،  $^{\dagger}\psi(\psi)$  عملگر خلق (فنا) برای اسپینور دیراک، $V_F$  سرعت فرمی و  $\mu$  پتانسیل شیمیایی هستند. همچنین  $V_F - e\vec{A} = \vec{\Pi}$  اندازه حرکت کانونیک،  $I = -i\hbar \vec{\nabla} - e\vec{A}$  صریب ژیرومغناطیس و  $\mu_B$ مگتون بوهر می.باشد. قابل ذکر است اگر ذرات بدون

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Normal metal-magnetic film-normal metal

0	$-il_B\partial_x+il_Bk+\frac{ix}{l_B}+\frac{ig\mu_BB\cos\theta \ l_B^{-1}}{\hbar v_f}$	-]
$\left[-il_{B}\partial_{x}-il_{B}k-\frac{ix}{l_{B}}-\frac{ig\mu_{B}B\cos\theta \ l_{B}^{-1}}{\hbar v_{f}}\right]$	0	ľ

با استفاده از مشابهت مسأله با نوسانگر هماهنگ ساده و تعریف عملگرهای خلق و فنا، ویژهانرژیهای هامیلتونی مورد نظر را بهدست میآوریم.

$$0 = -iI_B \partial_x + (+iI_B k + \frac{ix}{I_B})$$
 3

$$O^{\dagger} = -iI_{B} \partial_{x} - (+iI_{B}K + \frac{ix}{l_{B}})$$

$$\omega_c = v_f I_B^{-1}$$

ویژه انرژی در نوسانگر هماهنگ:

$$E \pm (N) = \pm \omega_c \sqrt{N}$$
 6

ویژه انرژیهای هامیلتونی معرفی شده بهصورت زیر خواهد بود:

$$E_{n} = \pm \hbar v_{f} I_{B}^{-1} \sqrt{|n|} + \alpha B \sin \theta; \quad n \neq 0$$

$$E_{n} = -|g\mu_{B} B \sin \theta|; \quad n = 0$$
8

که در آن  $\frac{B^2 \mu_B^2}{h_{rf^2e}} = \alpha$  مقدار ثابت و  $\frac{h}{eBsin\theta}$  =  $B_B = \sqrt{\frac{h}{eBsin\theta}}$  مغناطیسی نام دارد. حالت 0 = n غیر تبهگن است. مشابه سطوح لاندائو در گرافین **[9]** وقتی که میدان الکتریکی در راستای X اعمال شود وضعیت فرق خواهد کرد **[10]**. در این مورد میتوانیم یک پارامتر افزاینده  $1 \ge \frac{\epsilon_X}{0} = \beta$  را تعریف کنیم و با استفاده از تبدیلات لورنتس انرژی را در این وضعیت جدید بهدست بیاوریم.

# رابطهٔ تبدیلات لورنتس ho و الطهٔ تبدیلات لورنتس $ho=\beta=rac{v}{c}$ و $ho=\gamma$ و $ho=\gamma$ و $ho=\gamma$ و $ho=\gamma$ و $ho=\gamma$ و $rac{1}{\sqrt{1-eta^2}}$ و فرض ما در این مسأله یعنی ho=0 است

جرم دیراک را بهطور نسبیتی درنظر بگیریم سرعت فرمی نقش سرعت نور را بازی میکند. در این هامیلتونی عبارت  $g\mu_{B}\vec{\sigma}.\,\vec{B}$  ناشی از برهمکنش با میدان مغناطیسی و عبارت ewɛ<sub>x</sub> ناشی از برهمکنش با میدان الکتریکی میباشد. پتانسیل برداری را بهصورت انتخاب مى كنيم.  $\vec{A} = (0, Bxsin\theta, -Bxcos\theta)$ در اينجا عبارت زيمن محور كوانتش اسيين الکترونهای دیراک ناشی از حضور ترم П را تعیین نمى كند. بنابراين مولفة داخل صفحة ميدان مغناطيسي که تنها از طریق عبارت زیمن وارد هامیلتونی میشود، یک تغییر ثابت بەسمت k<sub>v</sub> را فراہم میکند که بەروش متفاوتی قابل اندازهگیری است. این ویژگی فرمیون دیراک با ویژگی آنها در گرافین فرق دارد. در این هامیلتونی هم نیروی مغناطیسی ناشی از میدان مغناطیسی و هم نیروی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی را داریم. پاسخ هامیلتونی در حضور میدان مغناطیسی یا الکتریکی را میدانیم و بهمنظور یافتن پاسخ در حضور هر دو میدان به این صورت عمل می کنیم. ابتدا با صفر در نظر گرفتن میدان الکتریکی یک راہ حل مستقیم برای این ہامیلتونی ارائه  $\epsilon_{
m x}=0$ داده سپس طیف انرژیهای لاندائو را بهدست می آوریم. هامیلتونی مورد نظر را برحسب X,y,z بسط میدهیم. با توجه به دو بعدی بودن مسأله مؤلفهٔ z صفر خواهد شد و در نهایت ماتریس های پاؤلی  $\sigma_{\rm v}$  و $\sigma_{\rm x}$  نیز فقط مورد استفاده خواهند بود. با بسط هامیلتونی مشخص میشود هامیلتونی وابستگی جزئی به x دارد بنابراین تابع موج را بهصورت φ(x)e<sup>-ik</sup>yy تعریف نموده و با ساده سازی به رابطهٔ زیر میرسیم.

2

 $E\psi = \hbar v_f l_B^{\text{-1}} \times$ 

و همچنین با توجه به این که انتقال چارچوب مرجع در راستای y انجام میگیرد، روابط لورنتس بهصورت زیر تعریف میشود:

$$\dot{y} = \gamma(y - \beta v_f t)$$
 9

$$f = \gamma \left( t - \beta \frac{y}{v_f} \right)$$
 10

$$\hat{\epsilon} = \gamma(\epsilon - \beta v_{\rm f} B \sin \theta) \hat{B} \sin \theta = \gamma(B \sin \theta - \frac{\beta \epsilon}{v_{\rm f}})$$
 12

$$\psi(\hat{\vec{r}}) = exp[-\frac{\sigma_y \operatorname{arctanh}(\beta)}{2}]\psi(\vec{r})$$
 13

$$\acute{E}_{n}\acute{\psi} = \left[-i\hbar v_{f}\left(\sigma_{x}\partial_{x} + \sigma_{y}(\partial_{\acute{y}} - i\frac{e\acute{B}sin\acute{\theta}}{\hbar}x\right) - g\mu_{B}\sigma_{z}Bsin\theta\right]\acute{\psi}$$

توجه داریم که یک چنین تحول افزایشی فقط روی بخش اربیتالی (مداری) میدان مغناطیسی تأثیر میگذارد، میدان زیمن دست نخورده باقی میماند. ویژه انرژیهای معادله فوق بهصورت زیر بهدست میآید.

$$\dot{\mathsf{E}}_{n} = \pm \hbar \mathsf{v}_{\mathsf{f}} \mathbf{I}_{\mathsf{B}}^{-1} \sqrt{|\mathsf{n}| + \alpha \mathsf{B} \mathsf{sin} \theta} \quad \forall n \neq 0 \qquad 15$$

$$\dot{E}_n = -|g\mu_B Bsin\theta|$$
  $16$ 

که در آن  $\frac{\hbar}{e ext{Bsin} heta} = \int_{B}^{B} |$  است. حال می توان با اسفاده از تبدیلات معکوس لورنتس ویژه انرژی را در چارچوب اول بهدست آورد.

17

$$E_n(k_y) = \pm \hbar v_f I_B^{-1} \gamma^{\frac{3}{2}} \sqrt{|n| + \gamma \alpha B \sin \theta} - \beta \hbar v_f k_y$$
   
 $n \neq 0$ 

www.SID.ir

 $E_n = -\gamma^{-1} |g\mu_B Bsin\theta| - \beta\hbar v_f k_v$  μ=0 18

حالا به حل این مسأله در ناحیهٔ v<sub>f</sub>Bی≥x<sub>5</sub> برمیگردیم. جایی که حالتهای پراکندگی را بهدست آوردیم. در این ناحیه، پارامتر γBsinθ = β را بهصورت زیر تعریف میکنیم و انتقالی را مشابه آن چه قبلاً مشخص شد انجام میدهیم. این کار به ما اجازه میدهد به چارچوب مرجعی برویم که در آنجا میدان مغناطیسی حضور نداشته و بنابراین معادله شرودینگر در فضای تکانه بهصورت زیر در خواهد آمد.

### 19

ieέħ∂<sub>kx</sub>ψ=[ħv<sub>f</sub>(σ<sub>x</sub>k<sub>x</sub>+σ<sub>y</sub>k<sub>y</sub>)-E-gμ<sub>B</sub>σ<sub>z</sub>́Bsinθ] ψ همچنین تبدیلات لورنتس میدان الکتریکی و انرژی نیز بهصورت زیر میباشد:

$$\epsilon' = \dot{\gamma} (\epsilon - \beta v_{f} \dot{B} \sin \theta) \qquad 20$$
  
$$\dot{E} = \dot{\gamma} (E - \hbar v_{f} k_{y} \dot{\beta}) \qquad 21$$
  
$$\dot{\chi} = \frac{1}{2} \qquad 22$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1-\dot{\beta}^2}}$$
 22

پراکندگی بهراحتی با استفاده از این معادله و مشابهت آن با معادله لاندائو-زنر استاندارد با اصلاح ثابت پلانک بهصورت  $\hbar \to e \epsilon$ بهدست می آید. احتمال عبوردهی الکترونهای دیراک در جهت میدان الکتریکی اعمال شده در چهارچوب منتقل شده بهصورت

$$T(k_{y}; E) = exp[-\pi d_{0}^{2} \dot{\gamma}[(g\mu_{B}Bsin\theta)^{2} + (\hbar v_{f} \dot{k_{y}})^{2}]/(\hbar v_{f})^{2}]$$

$$23$$

نوشته میشود که در این رابطه 
$$\frac{\hbar v_{
m f}}{
m e\epsilon} = 0$$
 مقیاس  
طول تعیین شده بهوسیلهٔ میدان الکتریکی است [12].

حالا می توان با اعمال تبدیل معکوس با استفاده از  $\dot{k}_y = \dot{\gamma}(k_y - \frac{\dot{\beta}\epsilon}{\hbar v_f})$  به چارچوب اول (آزمایشگاه ) برگشت و با انتگرالگیری روی  $k_y$  رسانش تونلزنی را بهدست بیاوریم [11].

$$G = G_0 = (1 - \beta^2)^{3/4} e^{-\frac{\pi d_0^2 \dot{\gamma}(g\mu_B B \sin \theta)^2}{(\hbar v_f)^2}}$$
 24

در این رابطه  $G_0 = e^2 L_y/(hd_0)$  و  $L_y$  عرض نمونه است. در مقایسه با گرافین در می یابیم که عبارت زیمن ناشی از میدان مغناطیسی در راستای Z در رسانش یک توقیف نمایی اضافی را ایجاد میکند [11]. در عایق میگذارد و در تولید جرم برای الکترونهای دیراک میگذارد و در نتیجه منجر به متوقف سازی رسانش میشود. فرمیونهای دیراک در ناحیهٔ 1و3 بهوسیلهٔ هامیلتونی رابطهٔ1 توصیف میشوند. در نتیجه با توجه به حرکت فرمیونها روی سطح در راستای  $X \pm$  ، تابع موج آن در این نواحی با اندازه حرکت عرضی $^1$  و

$$\psi_j^{\pm} = (1, \pm e^{\pm i\alpha}) \exp[i(\pm k_x x + k_y y)] \qquad 25$$

باشد که اندیس j مقدارهای 1 و 3 را می پذیرد. برای یک چنین هامیلتونی روابط پاشندگی بهصورت

$$\varepsilon = -\mu \pm \sqrt{(\hbar v_f k_x)^2 + (\hbar v_f k_y)^2} \rightarrow k_x = \sqrt{[(|\varepsilon + \mu|)/\hbar v_f]^2 - (k_y)^2}$$
26

میشود. در اینجا lpha زاویهٔ الکترون فرودی با خط عمود $lpha = rctan rac{k_y}{k_x}$ بر مرز مشترک میباشد و به صورت تعریف می شود. تعریف می شود.

 $\begin{aligned} \alpha &= \arcsin(\hbar v_{\rm f} k_{\rm y}/|\epsilon+\mu|) \qquad 27 \\ \vec{\mathsf{m}} &= \varepsilon \, ( \, \mathrm{ides}\, 2 \, \mathrm{sec}\, 1 \, \mathrm{sec}\, 2 \, \mathrm{sec}\, \mathrm{s$ 

28

 $H_{\text{induced}} = \int dx \, dy \, \tau(\theta) \theta(d-x) \psi^{+}(\vec{r}) \sigma_{y} \psi(\vec{r})$ 

که  $\tau \sim m_0$  میدان تبادلی ناشی از حضور باریکه فرومغناطیس و (x) تابع پلهای میباشند. توجه داریم Hinduced میتواند بهصورت عبارت پتانسیل برداری ناشی از میدان مغناطیسی موهومی زیر باشد.

$$B_{f} = \left(\frac{\tau}{ev_{f}}\right) [\delta(x) - \delta(d-x)]\hat{z}$$
 29

این مقایسه نشان میدهد که انتخاب ما در مورد در صفحه بودن مغناطش در راستای **(** کاملاً عمومی است. همهٔ کمیتهای ناوردا مثل احتمال عبوردهی مستقل از مولفهٔ x mo در شکل حاضر هستند. همچنین تأکید داریم که این اثر با اثر مؤلفهٔ z mo که جرمی را برای فرمیونهای دیراک فراهم میکند، مجزاست. برای m داده شده، بزرگی دقیق ۲ به جفت شدگی تبادلی<sup>2</sup> فیلم وابسته است و میتواند برای فیلم فرومغناطیس نرم، به وسیلهٔ یک میدان اعمال شده تنظیم شود [21]. تابع موج و روابط پراکندگی فرمیونهای دیراک در حال حرکت در راستای X± در ناحیهٔ2 در حضور یک چنین میدان تبادلی به وسیلهٔ زیر توصیف میشود.

$$\psi_j^{\pm} = (1, \pm e^{\pm\beta}) \exp[i(\pm \hat{k_x}x + k_y y)] \qquad 30$$

$$\beta = \arcsin[\hbar v_f (k_y + M) / |\epsilon + \mu|] \qquad 31$$

<sup>1</sup> transverse

<sup>2</sup> Exchange coupling

على اصغر شكري و مريم رجبي زاده	طح	بررسی ترابرد مغناطیسی روی سے	86
شرط پایستگی چگالی جریان را نیز ایجاب نیازی نیست مانند معادلهٔ شرودینگر پیوستگی	زیرا این میکند و	$\frac{\varepsilon = -\mu \pm}{\sqrt{(\hbar v_f \dot{k_x})^2 + (\hbar v_f k_y + M)^2}} \rightarrow \dot{k_x} =$	
ی وی یا دی ہوتا ہے۔ م موج را نیز بررسی کنیم.	مشتق تابِ	$\sqrt{\left[( \epsilon + \mu )/\hbar v_f\right]^2 - (k_y + M)^2}$	32
$X= \int W_2$ و $\psi_2$ و $\psi_1$ در $X=X$	با مساوی	N T	
و ψ <sub>3</sub> و X = d به روابط زیر میرسیم.	9 و <mark>ψ</mark> 2	$M = \frac{c}{hv_f}$	33
1 + r = p + q ,		نحت $m_c$ بحرانی $(\frac{ \epsilon+\mu }{\hbar v_f})$ ، و $m_c$	توجه داريم
$e^{i\alpha} - re^{-i\alpha} = pe^{i\beta} - qe^{-i\beta}$	38	بحرانیkx ،t_c=±2 e+µ  بەازای همه	au بنابراين
$te^{ik_xd} = pe^{i\hat{k_x}d} + qe^{-i\hat{k_x}d}$	39	می شده و منجر به مدهای فضایی در حال حیهٔ2 میشود. یک الکترون وارد شده از	k <sub>y</sub> ها موهو. زوال در نا
$te^{i(k_xd+\alpha)} = pe^{i(\hat{k_xd+\beta})} - qe^{-i(\hat{k_xd+\beta})}$	40	با اندازه حرکت عرضی K <sub>y</sub> و انرژی ٤ به	سمت چپ
معادلههای بالا برای t عبوردهی را محاسبه	با حل ه میکنیم.	ر نظر میگیریم. فرآیند عبوردهی و بازتاب حی مرز یعنی (x=d , x=0) در نظر	ناحیهٔ2 را در را در نوا- میگیریم.
	41	$W = W + \Gamma W$	34
$T =  t ^{2} = tt^{*} \rightarrow T$ = $\frac{\cos^{2}(\alpha)\cos^{2}(\beta)}{[\cos^{2}(k_{x}d)\cos^{2}(\alpha)\cos^{2}(\beta) + \sin^{2}(k_{x}d)(1 - \sin^{2}(\beta))]}$	n(α)sin(β))²]	$\psi_2 = p\psi_2^+ + q\psi_2^-$	35
رسانش این فرمیونها محاسبه خواهد شد. با	در نتيجه	$\psi_3 = t \psi_3^+$	36
ز رابطهٔ لانداور برای محاسبه رسانش م	استفاده از	این نواحی بهصورت زیر خواهد بود.	تابع موج در
$G = \frac{e^2}{h} \sum_{-k_f < p_1 < k_f} T(P_1) =$ $\frac{we^2}{h} \int_{-k_f}^{k_f} T(P_1) dP_2$	42		37
$G = \frac{dI}{dI} = \left(\frac{G_0}{2}\right) \left[\frac{\pi}{2} - T(\alpha)\cos\alpha d\alpha\right]$	43	$ ( \psi_{1=e^{ik_xx}e^{ik_yy} \binom{1}{e^{i\alpha}} + re^{-ik_xx}e^{ik_yy} \binom{1}{e^{i\alpha}} + re^{-ik_xx}e^{ik_yy} \binom{1}{e^{i\alpha}} $	$e^{1}-i\alpha$
$dV = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(u) \cos u  du$	т <b>о</b> , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	$ \psi_{2=pe^{i\dot{k_x}x}e^{ik_yy}\binom{1}{e^{i\beta}}+qe^{-i\dot{k_x}x}e^{ik_yy}\binom{1}{e^{-i\beta}}} $	$e^{-i\beta}$
$\rho(ev) = \frac{1}{2\pi(\hbar v_f)^2}$ و $G_0 = \frac{1}{\pi \hbar^2 v_f}$ و الت <sup>3</sup> فرمیونهای دیراک، که برای $\mu \gg eV$	که در ایر چگالی -	$\psi_{1=te^{ik_{x}x}e^{ik_{y}y}\binom{1}{e^{i\alpha}}}$	
ت و w نیز عرض نمونه است [8]. رابطهٔ	ثابت اس	ر t بهترتیب ضرایب بازتاب و عبور هستند	در اینجا r و
ه T و G یکی از مهمترین نتایج این بحث	مربوط با	دامنه الکترونهایی که در ناحیهٔ2 بهسمت	و p و q به
	است.	پ حرکت میکنند، اشاره دارد. به علت اینکه	راست يا چى
ر از کمیتهای خواص ترابرد الکتریکی، نوفهٔ	يكى ديگ	ی در این مسأله از نوع درجهٔ اول است،	معادلة ديراك

یکی دیگر از کمیتهای خواص ترابرد الکتریکی، نوفهٔ شلیکی است. نوفهٔ شلیکی در یک رسانای الکتریکی

<sup>3</sup> Density of state

کافی است در مرزها پایستگی تابع موج را بررسی کنیم.

www.SID.ir

86

بهصورت نزولی یکنواخت یا تناوبی تغییر کند. از آنجا که  $K_x$  بهازای  $\alpha$  داده شده به M بستگی دارد، می توان با اعمال میدان مغناطیسی که  $m_0$  و بنابراین M را کنترل کند، عبوردهی را نسبت به D از حالت نزولی نوسانی به نزولی یکنواخت، در کانال داده شده (مشخص شده با  $v_x$  یا بهطور معادل  $\alpha$ )، تغییر داد. اگرچه، از آنجا که  $1 \ge \sin\alpha \le 1$ -، در می یابیم که در شرایط M بحرانی (Mc)، عبور دهی در تمام کانالها (راهها) وابستگی نزولی یکنواختی را به D نشان می دهد. در نتیجه برای اتصال بهاندازهٔ کافی ضخیم، می توان G را در V و  $\mu$  ثابت از یک مقدار معین به نزدیکی صفر با تنظیم کردن M تحت  $m_c$  تنظیم کرد. این ویژگی امکان استفاده از این نوع اتصالها را به عنوان



شکل 2. نمودار رسانش تونل زنی  $\frac{G}{G_0}$  بهازای  $V \in \mu$  ثابت برحسب تابعی از عرض موثر  $Z = \frac{d|eV+\mu|}{hv_f}$  بهازای مقدارهای مختلف  $c = \frac{hv_f M}{|ev+\mu|}$ 

این رفتارهای متفاوت رسانش G برای M بالا و پایین رفتارهای متفاوت رسانش G برای M بالا و پایین M<sub>c</sub>  $M_c$ ، در شکل 2 با ترسیم نمودار G به صورت تابعی از  $\frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$  پهنای سد مؤثر  $\frac{|eV+\mu|}{\hbar v_f} = Z$  برای چندین مقدار  $\frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$  نشان داده شده است. از آنجا که طبق رابطه بدون بعد این ان  $\frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$  T و بنابراین G به M وابسته است، بنابراین تابت قابل مشاهده است. برای پارامتر بی بعد ضخامت تابت قابل مشاهده است. برای پارامتر بی  $\frac{G}{G_0}$   $Z_0 = \frac{\mu d}{\hbar v_f}$  تنها

نتیجهٔ کوانتش بار است. برای مشاهدهٔ آن باید حالت غیرتعادلی (ترابرد) سیستم بررسی شود. با محاسبهٔ احتمال عبور و بازتاب الکترون از یک سد پتانسیل، میتوان بهراحتی افت و خیزهای (میانگین مربعی) حالتهای پرتو عبوری، بازتابی و همبستگی آنها را بهدست آورد. این همبستگی (نوفه) در دو حالتی که احتمال عبور صفر و یا یک است حذف می شود. تضعیف در زیر حد یواسون یکی از جنبههای نوفه در

تضعیف در زیر حد پواسون یکی از جنبههای نوفه در سیستمهای مزوسکوپیک است که منشاء بسیاری از کارهای تجربی و تئوری است. یک اندازه گیری ساده نوفهٔ شلیکی زیر پواسونی عامل فانو F<sup>4</sup> است که نسبت نوفه شلیکی واقعی به نوفهٔ پواسون میباشد که اگر سیستمی تولید کننده نوفه باشد به خاطر الکترونها میبایستی اندازه گیری شود. در رژیم خطی عامل فانو به صورت

$$\frac{\sum_{n} T_{n} (1 - T_{n})}{\sum_{n} T_{n}}$$
<sup>41</sup>

42 است [13] که در در حالت پیوسته مطابق رابطهٔ 42  $h \to p_1 - k_f < p_1 < k_f$  بهصورت  $n \to p_1 - e_f$  جمع بسته میشوند. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانالها شفافند) و یک (نوفهٔ پواسونی) را میگیرد. اندازهٔ این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص میکند. اگر فریب نوع ترابرد از نوع تونلزنی همان مقدار پواسونی میباشد. اگر F=1/3 باشد، ترابرد سیستم پخشی بوده و اگرF=0 سیستم در رژیم بالستیک قرار دارد.

### نتایج محاسبات عددی و توصیف آنها

وابستگی عبوردهی الکترونیT در رابطهٔ41، به پهنای ناحیهٔ میانی d، از طریق کمیت α مورد نظر به واسطهٔ عبارت cos²(k<sub>x</sub>d) و cos²(k<sub>x</sub>d) است. بسته به این که k<sub>x</sub> موهومی باشد یا حقیقی، T می تواند با تغییر d

بررشي ترابر فالمتعاطيسي روفي منصح ""	د مغناطیسی روی سطح علی اصغر شکری و مر	بررسى ترابرد
--------------------------------------	---------------------------------------	--------------

بهصورت تابعی از  $Z_0$  نشان دهد، تعیین شود. بههمین  $\frac{eV_c}{\mu}$  دلیل از رابطهٔ M بحرانی استفاده شده است. نمودار  $\frac{eV_c}{\mu}$  دلیل از رابطهٔ M بحرانی استفاده شده است. نمودار  $\frac{v_r}{\mu}$  در حاشیهٔ شکل S نشان داده شده است. وابستگی خطی مورد انتظار را برای  $V_c$  و M یادآوری میکند. به منظور بررسی رسانش در ناحیهٔ محرانی نمودار رسانش را نیز برحسب  $\frac{v_r}{\mu}$  رسم میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{|\mu| + V_r}{\hbar v_f}$  در حافیه داریم:  $Z = \frac{deV}{\mu}$  میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{|\mu| + V_r}{\hbar v_f}$  داریم:  $\frac{|\mu| + V_r}{\hbar v_f}$  رسم نمودار رسانش دا نیز برحسب Z میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{\mu}{\hbar v_f}$  میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{\mu}{\hbar v_f}$  میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{\mu}{\hbar v_f}$  میکنیم. با توجه به رابطهٔ Z داریم:  $\frac{\mu}{\hbar v_f}$  میکند. بنابراین برای رسم نمودار کافی است معدار ثابت را که در اینجا با Z نشان دادیم یک عدد ثابت در نظر بگیریم.



شکل **3**. نمودار رسانش تونلزنی  $\frac{G}{G_0}$  برحسب  $\frac{\Psi}{\mu}$  بهازای M ثابت. در نمودار رسانش می بینیم در ولتاژهای بالاتر از Vc رسانش به صورت صعودی و تناوبی آغاز می شود و با توجه به مقدار  $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$  هر بار مقدار vc و در نتیجه شروع رسانش متفاوت می باشد. بهازای 3=vc نمودار رسانش با نوسانات و شیب بیشتری همراه است و هرچه مقدار Vc و همچنین نوسانات آن کنترل خواهد بود. همچنین لازم به ذکر است که یک چنین وابستگیهای G به M و V نیازمند این است که الکترونهای دیراک به صورت نیازمند این است که الکترونهای دیراک به مورت نیزمکن است. تحت ولتاژ بحرانی  $\frac{\hbar v_f M}{2} = |eV_c + \mu| = \frac{\hbar v_f M}{2}$ محدود می شود.

88

شکل 2 نشان میدهد با افزایش M رسانش کاهش پیدا كرده اما هنوز بهصورت يك تابع نزولي نوساني است. با نزدیک شدن به M<sub>c</sub> نمودار رسانش بهصورت نمایی کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک میشود. همچنین می توان گفت هنگامی که مقدار M از حد بحرانی عبور میکند، ᡬ<sub>x</sub> موهومی شده در نتیجه عبوردهی و به دنبال آن رسانش بهطور نزولی و یکنواخت کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک می شود. نکته دیگری که در این نمودار دیده می شود این است که در محدودهٔ مشخصی از z که در اینجا حدود 1/5 میباشد، رسانش بهطور یکنواخت کاهش پیدا میکند و بعد از آن باتوجه به مقدار M، در شرایط بحرانی به صفر میرسد یا در مقدارهای کمتر بهصورت نوسانی ادامه پیدا می کند. در مقدارهای بسیار پایین M دامنه نوسانات بیشتر شده و در نهایت به یک مقدار ثابت نزدیک می شود. این موضوع میتواند ناشی از این باشد که با کاهش M عبوردهی به یک مقدار ثابت نزدیک شده و در نتیجه رسانش نیز به مقدار ثابتی رسیده و ادامه پیدا میکند. همچنین وقتی میدان مغناطیسی اعمال شده به اندازهٔ کافی بزرگ باشد تقارن وارونی زمان را روی سطح عایقهای توپولوژیک از بین برده و با ایجاد گاف روی حالت های سطحی رسانش را از بین میبرد.

M شکل 3 رسانش تونل زنی  $\frac{G}{G_0}$  بر حسب  $\frac{\Psi}{\mu}$  بهازای M ثابت را نشان می دهد. دیده می شود که با افزایش ولتاژ رسانش به صورت یک تابع صعودی و متناوب افزایش پیدا می کند. در این نمودار میدان و سایر پارامترها را ثابت نگه داشته و تنها ولتاژ تغییر داده شده است. تغییر ولتاژ روی حالت بحرانی نشان داده شده است. ولتاژ بحرانی v به طور عددی می تواند با پیدا کردن کمترین ولتاژ به طوری که  $\frac{G}{G_0}$  تأخیر (نزول) یکنواختی را



شکل**4.** نمودار بررسی ضریب فانو برحسب تابعی از عرض مؤثر  $\frac{hv_{\rm f}M}{|{\rm eV}+\mu|}$  بهازای مقدارهای مختلف  $Z=rac{d|{\rm eV}+\mu|}{hv_{
m f}}$ 

از روى نمودار 4 مشخص است با توجه به اينكه ضريب فانو رابطه عکس با ضریب عبوردهی دارد، هر جا که ضريب عبوردهي افزايش مييابد عامل فانو كاهش پيدا می کند. در شرایط بحرانی عامل فانو به 1 نزدیک شده است که نشان میدهد ترابرد از نوع تونلزنی است، قبلاً دیدیم در این شرایط رسانش صفر است. در مقادیر کمتر از M بحرانی عامل فانو نوسانی است که با افزایش پهنای مؤثر سد نوسانات آن کمتر و به حالت یکنواخت نزدیک میشود. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانالها شفافند) و یک (نوفهٔ پواسونی) را میگیرد و نشان دهندهٔ همبستگی الکترونی در داخل سیستم مى باشد. همان طورى كه بيان شد ضريب فانو به نسبت نوفه شليكي نشان دهنده ناهمدوسي انرژي الكترون مي باشد، بدين صورت كه، به هنگام عبور الكترون از سد پتانسیل انرژی آن به چه میزان تغییر میکند و در واقع افت و خیزهای انرژی الکترون به هنگام عبور را نشان مىدهد. نسبت نوفه شليكى به نوفه پواسون (متوسط رسانش) را عامل فانو ميناميم.

در انرژیهای پائین تغییرات این دو نمودار یکسان میباشد بدین معنی که هر جایی که برای رسانندگی الکتریکی حالت تشدیدی رخ میدهد بههمان میزان نیز انرژی الکترون تغییر مییابد بالعکس نیز صادق میباشد.

بررسی اثرات عوامل محیطی همچون ولتاژ اعمالی به دو سر اتصال، اثر دما، عمق سد پتانسیل و عرض سد پتانسیل روی عبوردهی و جریان خروجی و رسانندگی الکتریکی و به خصوص نوفهٔ شلیکی و عامل فانو دانش لازم برای طراحی ادوات الکترونیکی وابسته به بار و اسپین در مقیاس نانو و رایانههای کوانتومی و در کلیه صنایع مرتبط با تکنولوژی پیشرفتهٔ الکترونیک و مخابرات با کیفیت مطلوب را به دست می دهد.

اثر اندازه کوانتومی، که در واقع افزایش عرض سد کوانتومی درون ساختار، بروز پدیدههای جالبی را، در خواص ترابرد الكتريكي سبب مي شود. از اهم اين پدیدهها، ظهور نوسانات در جریان، نوفه شلیکی و عامل فانو با تغيير عرض سد كوانتومي مي شود، ولي موضوعي كه بيشتر اهميت دارد اين است كه، بيشترين مقدار جریان، رسانندگی و نوفه و کمترین مقدار عامل فانو در عرض 60 نانومتر اتفاق می افتد. تغییر عرض سد كوانتومي موجب جابجايي مكاني ترازهاي انرژي میشود، این نوسانات از شرکت ترازهای کوانتومی بیشتر و ایجاد تشدید در آن انرژی در اثر تغییر عرض چاه نشأت ملى گيرد. از طرف ديگر، نتايج بهدست آمده از این اثر، گویا این حقیقت است که افزایش عرض چاه کوانتومی، ضریب عبوردهی الکترون را افزایش داده و موجب افزایش تشدید و انرژی تشدیدی میشود و جريان افزايش مي يابد.



با افزایش ولتاژ مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونلزنی به سر میبرد و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع خواهد شد. در مقدارهای کم Zo ولتاژ لازم برای شروع رسانش کمتر خواهد بود. نمودارهای فانو دقیقاً عکس نمودار رسانش میباشد

# مرجعها

[1] M.Z. Hassan, C. Kane, Topological insulators, *Reviews of Modern Physics* 82 (2010) 3045.

[2] J.E. Moore, Perspective Article The birth of topological insulators, *Nature* (London) 464 (2010) 194.

[3] X.-L. Qi, Zhang S.-C. Zhang, The quantum spin: Hall effect and topological insulators, *Physics Today* 63 (2010) 33.

[4] L. Fu, C.L. Kane, E.J. Mele, Topological Insulators in Three Dimensions, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 106803; R. Roy, Topological phases and the quantum spin Hall effect in three dimensions, *Physical Review* B 79 (2009) 195322.

[5] F.D.M. Haldane, Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the Parity Anomaly, *Physical Review Letters* 61 (1988) 2015.

[6] C.L. Kane, E.J. Mele, Z2 Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect, *Physical Review Letters* 95 (2005) 146802.

[7] C. Nayak, S.H. Simon, A. Stern, M. Freedma, S. Das sarma, Non-Abelian anyons and topological quantum computation, *Reviews of Modern Physics* 80 (2008) 1083.

[8] S. Mondal, D. Sen, K. Sengupta, R. Shankar, Tuning the Conductance of Dirac Fermions on the Surface of a Topological Insulator, *Physical Review Letters* 104 (2010) 046403. در این نمودار نیز با افزایش ولتاژ ضریب فانو کاهش پیدا کرده و در ولتاژهای بالا به حالت نوسانی منظم و بعد از آن به صفر نزدیک می شود. در این شرایط سیستم در حالت بالستیک قرار دارد و عبوردهی بیشترین مقدار را دارد. نمودار دقیقاً با نمودار رسانش متناظر است و نقاط ماکزیمم و مینیمم آن برعکس نمودار رسانش است. زمانی که  $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$  بیشترین مقدار را دارد سیستم مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونلزنی می ماند و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع می شود که این موضوع در نمودارهای رسانش نیز مشهود بود.

## نتيجه گيري

در این مقاله با هدف بررسی ترابرد روی سطح عایق توپولوژیک از یک نمونه اتصال NMN استفاده شده است. با توجه به این که ذرات روی سطح مانند ذرات بدون جرم دیراک رفتار میکنند، با استفاده از معادله دیراک هامیلتونی اتصال و استفاده از روابط یاشندگی توابع موج بهدست آمده و شرایط مرزی ضرایب عبور و بازتاب بهدست می آیند. با محاسبه عبوردهی و استفاده از رابطهٔ لانداور رسانش برای اتصال فوق بهدست آمده و با تغییر عواملی چون میدان تبادلی و ولتاژ، نمودارهای رسانش و ضریب فانو رسم شده و با هم مقایسه شده است. نتایج نشان میدهد که تغییرات عامل فانو در مقدارهای مختلف Z (عرض مؤثر) با افزایش میدان مغناطیسی نمودار از حالت نوسانی خارج و بهسمت یک نزدیک می شود که نشان دهندهٔ ترابرد از نوع تونلزنی و رسانش صفر می باشد. افزایش میدان در اینجا باعث می شود تا با باز شدن گاف انرژی روی سطح به عايق بدل شود كه اين امر امكان استفاده از اين نوع اتصالها را بهعنوان سوئيچهاي مغناطيسي فراهم می سازد. همچنین در یک میدان مغناطیسی ثابت اثر  $Z_0$  تغييرات ميدان الكتريكي در مقدارهاي مختلف ثابت بررسی شده است. با کاهش مقدار Z<sub>0</sub> سیستم در ابتدا

[13] Y. M Blanter and M Büttiker, Shot noise in mesoscopic conductors, *Physics Reports* 336 (2000) 1.

[9] A.H. Castro Neto, F.Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim, The electronic properties of graphene, *Reviews of Modern Physics* 81 (2009) 109.

[10] V. Lukose, R. Shankar, G. Baskaran, Novel Electric Field Effects on Landau Levels in Graphene, *Physical Review Letters* 98 (2007) 116802.

[11] A. Shytov, N. Gu, L. Levitov, Transport in Graphene p-n Junctions in Magnetic Field, arXiv: 0708.3081 (unpublished).

[12] T. Yokoyama, Y. Tanaka, N. Nagaosa, Anomalous magnetoresistance on the topological surface, arXiv: 0907.2810v2 (unpublished).

91