

اثر انرژی تاریک روی ترمودینامیک و مکانیک آماری خوشه‌های کهکشانی

بهنام پورحسن*

گروه فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی، دانشکده فیزیک، دانشگاه دامغان، کد پستی 3671641167، دامغان، ایران

دریافت: 1396/06/26 ویرایش نهایی: 1397/03/09 پذیرش: 1397/03/20

چکیده

در این مقاله خوشه‌های کهکشانی به صورت سیستم‌های بس‌ذره‌ای در نظر گرفته می‌شوند و اثر انرژی تاریک با چگالی متغیر روی ترمودینامیک و مکانیک آماری آنها مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این مقاله مدل نمایی برای انرژی تاریک وابسته به زمان در نظر گرفته می‌شود و نشان داده می‌شود که این مدل از مدل در نظر گرفته شده قبلی که به صورت معکوس مربعی بوده مناسب‌تر است. ما کمیت‌های ترمودینامیکی مثل انرژی آزاد هلمهولتز، آنتروپی و گرمای ویژه را در آنسامبل کانونیک به دست آورده و درستی قانون دوم ترمودینامیک را مورد تحقیق قرار می‌دهیم. همچنین ما تابع توزیع را در آنسامبل کانونی بزرگ به دست آورده و تحول زمانی سیستم را با استفاده از رسم نمودار مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ما نتایج خود را با مشاهدات و شبیه‌سازی‌های بس‌ذره‌ای مقایسه کرده و نشان می‌دهیم مدل ما با قانون توانی پبیل در توافق است.

کلیدواژگان: ترمودینامیک، مکانیک آماری، خوشه‌های کهکشانی، انرژی تاریک

مقدمه

را توضیح دهد. بنابراین مدل‌های بسیاری مطرح شده‌اند که دینامیک انرژی تاریک عالم را به خوبی توصیف می‌کنند [5-8]. علاوه بر مدل‌های بسیاری که برای انرژی تاریک ارائه شده است یک روش جالب برای توصیف انرژی تاریک دینامیک تبدیل ثابت کیهان شناسی به متغیر است به طوری که می‌توانیم یک تابع وابسته به زمان به آن نسبت دهیم.

از طرفی می‌دانیم که انرژی تاریک می‌تواند روی تحول خوشه‌های کهکشانی اثر بگذارد. ما در این مقاله کهکشان‌ها را به صورت نقاط در نظر می‌گیریم و به خوشه‌های کهکشانی به صورت سیستم‌های بس‌ذره‌ای نگاه می‌کنیم که می‌توانند با هم اندرکنش نیز داشته باشند، سپس با استفاده از قواعد معمول مکانیک آماری به مطالعه ترمودینامیک چنین سیستمی می‌پردازیم. اکنون سوال مهم این است که تابعیت زمانی انرژی

مشاهدات سال‌های اخیر نشان می‌دهند که جهان در حال انبساط با شتاب تند شونده می‌باشد [1]. انرژی تاریک که بیش از هفتاد درصد عالم را تشکیل می‌دهد دلیل این انبساط تند شونده می‌باشد. یکی از مهم‌ترین و داغ‌ترین مباحث امروز فیزیک این است که این انرژی تاریک چیست و چه ویژگی‌هایی دارد. در این راستا مدل‌های بسیاری برای پاسخ به این سوال مطرح شده است. یکی از مهمترین مدل‌ها ثابت کیهان شناسی را به عنوان انرژی تاریک در نظر می‌گیرد [2] به طوری که با مشاهدات امروزه نیز در توافق خوبی است. اما این مدل دارای اشکالاتی نیز هست [3، 4] و یکی از مهمترین نقیصه‌های آن عدم توافق با دوره‌های ابتدایی عالم است زیرا مدل ثابت کیهان شناسی انرژی تاریک را ایستا در نظر می‌گیرد و نمی‌تواند تحولات زمانی آن

* نویسنده مسئول: b.pourhassan@du.ac.ir

$$\Phi = -\frac{Gm^2}{\sqrt{r_{ij}^2 + \epsilon^2}} - \frac{\Delta r_{ij}^2}{6} \quad 4$$

در مقاله [9] ثابت کیهان شناسی به صورت متغیر وابسته به زمان در نظر گرفته شد و پتانسیل به صورت زیر نوشته شد،

$$\Phi = -\frac{Gm^2}{\sqrt{r_{ij}^2 + \epsilon^2}} - \frac{r_{ij}^2}{6t^n} \quad 5$$

حال در این مقاله ما می‌خواهیم تابعیت زمانی انرژی تاریک را به صورت نمایی در نظر بگیریم و از پتانسیل زیر استفاده نماییم،

$$\Phi = -\frac{Gm^2}{\sqrt{r_{ij}^2 + \epsilon^2}} - \frac{r_{ij}^2}{6} e^{-nt} \quad 6$$

در این صورت تابع پارش 1 به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$Z = \frac{1}{N!} \left(\frac{2\pi m T}{\lambda^2} \right)^{\frac{3N}{2}} Q \quad 7$$

که

$$Q = \left[1 + \frac{3}{2} Y \left(\frac{Gm^2}{RT} \right)^3 \right]^{N-1} \quad 8$$

و $R = (N/V)^{-1/3}$ به طوری که از تعریف زیر استفاده کردیم،

$$Y = \epsilon + \frac{\epsilon^2}{R^2} \ln \frac{\epsilon}{R[1+\epsilon]} + \frac{R^3 e^{-nt}}{15Gm^2} \quad 9$$

که

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{\epsilon^2}{R^2}} \quad 10$$

ما در شکل 1 رفتار کلی تابع پارش را به ازای n های مختلف مشاهده می‌کنیم. این رفتار کلی همانند مورد معکوس توانی می‌باشد و در توافق با نتایج مرجع [9] می‌باشد.

تاریک باید چگونه باشد. اخیراً مطالعات مشابهی برای حالتی که انرژی تاریک متناسب با معکوس توان‌های پارامتر زمان باشد انجام شده است [9]. اکنون در این مقاله هدف ما آزمودن یک شکل نمایی برای انرژی تاریک وابسته به زمان و فهمیدن اثر آن روی ترمودینامیک و مکانیک آماری خوشه‌های کهکشانی است. ما نشان می‌دهیم که این مدل نیز به خوبی مدل قبلی معکوس نمایی می‌باشد و حتی در برخی موارد به نتایج بهتری می‌رسد.

ترمودینامیک و مکانیک آماری سیستم

می‌توانیم کهکشان‌ها را به صورت مجموعه‌ای از ذرات نقطه گونه در نظر بگیریم که دو به دو با هم در اندرکنش متقابل هستند. در این صورت تابع پارش می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [10]،

$$Z = \frac{1}{\lambda^{3NN!}} \int d^{3N} p d^{3N} r e^X \quad 1$$

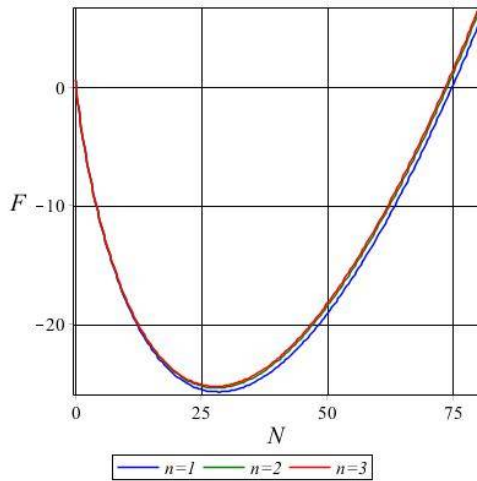
که در آن از تعریف زیر استفاده شد،

$$X = -\frac{1}{T} \left[\sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + \Phi(r_1, \dots, r_N) \right] \quad 2$$

به طوری که N کهکشان با جرم m و تکانه p_i به صورت گرانشی با پتانسیل Φ با هم در اندرکنش هستند. در رابطه 1، T دمای تعادل و λ ثابت بهنجارش هستند. لازم به ذکر است روابط بالا در واحد ثابت بولتزمن نوشته شده‌اند یعنی $k_B = 1$ قرار داده شده است. انرژی پتانسیل گرانشی تابعی از بردار مکان نسبی ذرات r_{ij} می‌باشد و می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [10]،

$$\Phi = -\frac{Gm^2}{\sqrt{r_{ij}^2 + \epsilon^2}} \quad 3$$

که پارامتر ϵ برای اجتناب از واگرایی در $r_{ij} = 0$ افزوده شده است. می‌دانیم که ثابت کیهان شناسی به عنوان انرژی تاریک می‌تواند روی این پتانسیل تأثیر بگذارد به طوری که در حضور ثابت کیهان شناسی خواهیم داشت [11]،

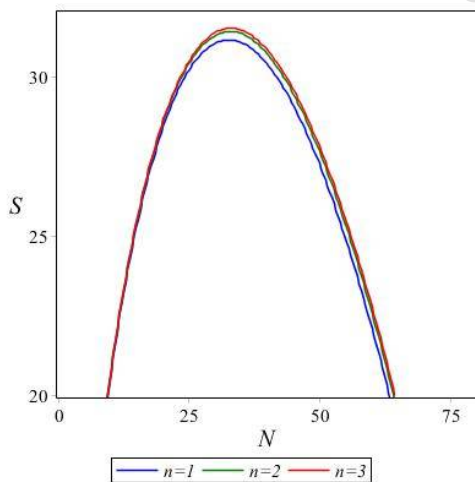


شکل 2. رفتار کلی انرژی آزاد هلمهولتز برحسب تعداد ذرات.

نقاط بیشینه در تابع پارش و کمینه در انرژی آزاد هلمهولتز در واقع همان نقاط تعادل سیستم هستند و این مورد را با مطالعه آنتروپی سیستم،

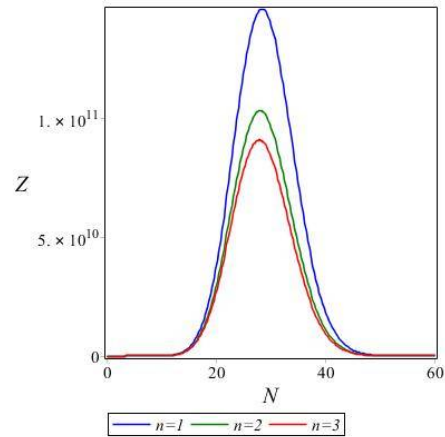
$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} \quad 12$$

بهرتر خواهیم فهمید. در شکل 3 رفتار عمومی آنتروپی رسم شده است.



شکل 3. رفتار کلی آنتروپی برحسب تعداد ذرات.

مشاهده می‌کنیم که آنتروپی دارای یک بیشینه می‌باشد که همان نقطه تعادل ترمودینامیکی سیستم می‌باشد. این موضوع نشان می‌دهد تعداد خوشه‌های کهکشانی و تعداد کهکشان‌ها در خوشه‌ها در تعادل ترمودینامیکی سیستم اهمیت دارد و اهمیت آنها بیش از انرژی تاریک



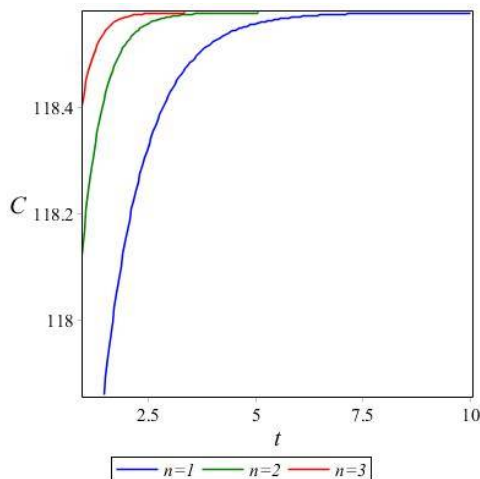
شکل 1. رفتار کلی تابع پارش برحسب تعداد ذرات.

با استفاده از تابع پارش می‌توانیم انرژی آزاد هلمهولتز را محاسبه کنیم. برای این کار از رابطه معروف زیر استفاده می‌نماییم،

$$F = -T \ln Z \quad 11$$

بنابراین با جاگذاری رابطه 7 در 11 عبارتی برای انرژی آزاد هلمهولتز به دست می‌آوریم. به طوری که در شکل 2 می‌توانیم با تغییر n به تأثیر قدرت انرژی تاریک پی ببریم. مشاهده می‌کنیم که انرژی آزاد هلمهولتز دارای یک کمینه متناظر با بیشینه تابع پارش می‌باشد. هم از شکل 1 و هم از شکل 2 می‌توانیم ببینیم که به ازای N های کوچک مقدار n مهم نیست و هم تابع پارش و هم انرژی آزاد هلمهولتز دارای رفتار یکسانی به ازای n های مختلف می‌باشند.

همیشه مثبت باشد. شکل 5 این مورد را به خوبی نشان می دهد.



شکل 5. رفتار کلی گرمای ویژه برحسب زمان

در اینجا نیز بر خلاف مرجع [9] که نتیجه گرفته شد انرژی تاریک می تواند باعث ناپایداری ترمودینامیکی سیستم شود در مدل نمایی این ناپایداری ها دیده نمی شود.

اکنون در آنسامبل کانونی بزرگ سعی می کنیم پتانسیل شیمیایی را به دست آورده و در مورد رفتار آن بحث کنیم.

می دانیم که تابع پارش بزرگ Z با تابع پارش به صورت زیر رابطه دارد،

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} z^N Z \quad 14$$

که $z = e^{\frac{\mu}{T}}$ فوگاسیته سیستم می باشد و μ پتانسیل شیمیایی است که از رابطه زیر به دست می آید،

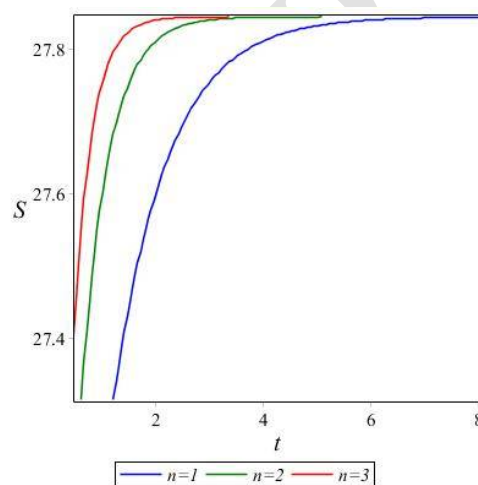
$$\mu = \frac{\partial F}{\partial N} \quad 15$$

بنابراین تابع پارش بزرگ به صورت ساده زیر نوشته خواهد شد،

$$Z = e^{N(1-B)} \quad 16$$

که پارامتر خوشه کهکشانی به صورت زیر تعریف می شود:

می باشد. اگرچه شکل 3 همانند شکل های 1 و 2 با نتایج به دست آمده در [9] مطابقت دارد ولی مدلی که ما در این مقاله در نظر گرفتیم (مدل نمایی) نسبت به مدلی که در [9] در نظر گرفته شده است (مدل معکوس توانی) دارای برتری می باشد. این موضوع را با رسم نمودار آنتروپی برحسب زمان (شکل 4) می توانیم مشاهده کنیم.



شکل 4. رفتار کلی آنتروپی برحسب زمان

برخلاف نتیجه ای که در [9] گرفته شد، شکل 4 نشان می دهد که آنتروپی وابسته به زمان کاملاً شکل صعودی داشته تا در نهایت در زمان خاصی به یک مقدار ثابت می رسد که همان بیشینه آنتروپی و نقطه تعادل سیستم می باشد. در حالی که در مدل معکوس توانی آنتروپی در برخی زمان ها روند نزولی داشته و قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند. به علاوه شکل 4 نشان می دهد که هرچه قدرت انرژی تاریک بیشتر باشد سیستم زودتر به تعادل خواهد رسید. این نتیجه به ما می گوید که سیستم باید دارای پایداری باشد بنابراین انتظار داریم که علامت گرمای ویژه،

$$C = T \frac{\partial S}{\partial T} \quad 13$$

مقایسه کنیم. رابطه بالا به رابطه پیبیل معروف است [12]. نکته قابل توجه این است که اعتبار رابطه 19 به وسیله شبیه‌سازی‌های بس‌ذره‌ای نیز تأیید شده است [13].

تابع همبستگی ذکر شده با انرژی داخلی سیستم به صورت زیر رابطه دارد [14].

$$U = \frac{3}{2}NT - \frac{N}{2R^3} \int \Phi \xi 4\pi r^2 dr \quad 20$$

حال با استفاده از تابع پتانسیل که در رابطه 6 داده شد و پارامتر خوشه کپکشان‌ی که با معادله 17 داده شد می‌توانیم به رابطه زیر برای B برسیم،

$$\frac{Gm^2}{6T R^3} \int \left[\frac{\xi}{\sqrt{r^2 + \epsilon^2}} + \frac{r^3 e^{-nt}}{6} \right] dV \quad 21$$

پس از انتگرال‌گیری و ساده‌سازی و با فرض کوچک بودن ϵ خواهیم داشت،

$$\xi = \frac{9TB^2 R^3}{2\pi Gm^2 r^2} \left(1 - \frac{r^3 e^{-nt}}{6} \right) \quad 22$$

که از $\frac{\epsilon}{r}$ صرف نظر شده است. این نشان می‌دهد که پس از گذشت زمان طولانی (حال حاضر) سهم جمله آخر ناچیز بوده و $\xi \approx r^{-2}$ که بسیار نزدیک به رابطه پیبیل است. در یک مرتبه بالاتر تقریب خواهیم داشت،

$$\xi = \frac{9TB^2 R^3}{2\pi Gm^2 r^2} \left(1 + \frac{\epsilon^2}{2r^2} - \frac{r^3 e^{-nt}}{6} \right) \quad 23$$

در این صورت می‌توانیم رابطه‌های 19 و 23 را به صورت نموداری مقایسه کنیم. برای این کار باید بتوانیم رابطه 23 را برحسب r رسم کنیم و برای این منظور باید ارتباطی بین t و r در مقیاس بزرگ پیدا کنیم.

می‌دانیم که پارامتر هابل و مقیاس طول در کیهان‌شناسی به صورت زیر رابطه دارند،

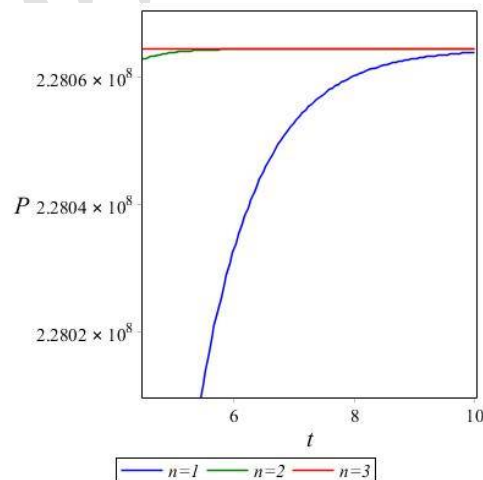
$$H = \frac{1}{r} \quad 24$$

$$B = \frac{\frac{3}{2}Y \left(\frac{Gm^2}{RT} \right)^3}{1 + \frac{3}{2}Y \left(\frac{Gm^2}{RT} \right)^3} \quad 17$$

بنابراین احتمال پیدا کردن یافتن N ذره در حجم V عبارت است از

$$P = \frac{e^{\frac{N\mu}{T}} Z}{Z} \quad 18$$

همانگونه که در شکل 6 مشاهده می‌نماییم، رفتار تابع توزیع نسبت به زمان کاملاً صعودی بوده تا به مقدار ثابتی می‌رسد که متناظر با زمان کنونی تحول عالم است و این با مدل معکوس توانی [9] کاملاً متفاوت می‌باشد، زیرا در آن مدل یک بیشینه برای تابع توزیع برحسب زمان به دست آمده است.



شکل 6. رفتار کلی تابع توزیع برحسب زمان.

تابع همبستگی

برای اینکه بفهمیم مدل ما تا چه حد با مشاهدات در توافق است باید تابع همبستگی را محاسبه کرده و با مقدار مشاهده شده [12]

$$\xi = r^{-1.8} \quad 19$$

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله سیستم خوشه‌های کهکشانی همانند یک سیستم بس‌ذره‌ای دارای اندرکنش در نظر گرفته شد تا ترمودینامیک و مکانیک آماری آن تحت تأثیر انرژی تاریک مورد مطالعه قرار گیرد. مدل‌های بسیاری برای ثابت تاریک وجود دارد که یکی از مهمترین آنها مدل ثابت کیهان شناسی است. این مدل، اگر ثابت کیهان شناسی را به صورت متغیر در نظر بگیریم به نتایج مناسب‌تری می‌رسد. بنابراین اخیراً مسئله مشابهی با انرژی تاریک وابسته به زمان متناسب با $\frac{1}{t^2}$ مورد مطالعه قرار گرفته است [9]. در مدل ذکر شده آنتروپی سیستم خوشه کهکشانی در برخی نواحی نزولی می‌باشد که باعث شد برای بررسی درستی قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی کل عالم مورد مطالعه قرار گیرد. ما در این مقاله مدلی دیگر از انرژی تاریک وابسته به زمان را در نظر گرفتیم که به صورت نمایی e^{-nt} می‌باشد. در این صورت قانون دوم ترمودینامیک در این سیستم نقض نخواهد شد آنتروپی کاملاً تابعی صعودی از زمان به دست آمد. ما همچنین تابع همبستگی را محاسبه نموده و توافقی با موارد مشاهده شده و شبیه‌سازی شده به دست آوردیم.

به‌عنوان یک مسئله جالب توجه برای ادامه این کار تحقیقاتی، می‌توان سیستم خوشه‌های کهکشانی را به‌عنوان یک سیستم بس‌ذره‌ای با جرم متغیر [15] در نظر گرفت و محاسبات مشابهی انجام داد.

مرجع‌ها

[1] A.G. Riess. et al., Type Ia Supernova Discoveries at $z>1$ From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution, *The Astrophysical Journal* **607** (2004) 665.

از طرفی رابطه پارامتر هابل بر فاکتور مقیاس به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad 25$$

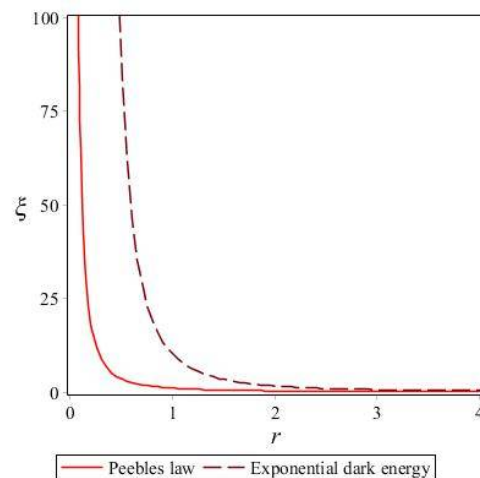
در ساده‌ترین مدل، فاکتور مقیاس به صورت زیر با زمان رابطه دارد،

$$a \propto t^\delta \quad 26$$

بنابراین با قرار دادن رابطه 26 در 25 خواهیم داشت،

$$H \propto \frac{1}{t} \quad 27$$

بنابراین روابط 24 و 27 می‌گویند که $t \propto r$.



شکل 7. تابع همبستگی بر حسب فاصله برای دو حالت مشاهده شده (خط قرمز) و مدل انرژی تاریک نمایی (خط چین زرشکی).

در نتیجه با استفاده از این در رابطه 23 می‌توانیم تابع همبستگی را رسم کرده و با مدل پیبیل مقایسه کنیم. خط چین زرشکی شکل 7 رفتار کلی رابطه 23 را نشان می‌دهد در حالی که رابطه 19 با خط قرمز نشان داده شده است. مشاهده می‌کنیم که در r^2 ‌های بزرگتر هر دو نمودار منطبق می‌باشند و این متناظر با زمان‌های بزرگتر می‌باشد، بنابراین مشاهدات ذکر شده که متناظر با زمان طولانی است با مدل ما در تطابق است.

- [12] P.J.E. Peebles, *The Large Scale Structure of the Universe*. Princeton University Press, Princeton, NJ (1980).
- [13] Y. Suto, M. Itoh, S. Inagaki, A gravitational thermodynamic approach to probe the primordial spectrum of cosmological density fluctuations, *The Astrophysical Journal* **350** (1990) 492.
- [14] W.C. Saslaw, *The distribution of the Galaxies Gravitational Clustering in Cosmology*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- [15] هادی سبحانی، حسن حسن‌آبادی، سیستم بس‌ذره‌ای کوانتومی با جرم مؤثر متغیر در حضور برهم‌کنش نوسانگر هماهنگ نسبی و میدان الکتریکی وابسته به زمان، *مجله پژوهش سیستم‌های بس‌ذره‌ای*، دوره 7، شماره 15، (1396)، 1.
- [15] H. Sobhani, H. Hassanabadi, Quantum Many-Body System with Variable Effective Mass in Presence of Time-Dependent Relative Harmonic Interactions and Electric Field, *Journal of Research on Many-body Systems* **7** 15 (1396) 1.
- [2] N.A. Bahcall, J.P. Ostriker, S. Perlmutter, P.J. Steinhardt, The Cosmic Triangle: Revealing the State of the Universe, *Science* **284** (1999) 1481.
- [3] E.J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, Dynamics of dark energy, *International Journal of Modern Physics D* **15** (2006) 1753.
- [4] S. Nobbenhuis, Categorizing different approaches to the cosmological constant problem, *Foundation of Physics* **36** (2006) 613.
- [5] C. Wetterich, Cosmology and the Fate of Dilatation Symmetry, *Nuclear Physics B* **302** (1988) 668.
- [6] S. Tsujikawa, Observational signatures of $f(R)$ dark energy models that satisfy cosmological and local gravity constraints, *Physical Review D* **77** (2008) 023507.
- [7] C. Armendariz-Picon, V.F. Mukhanov, P.J. Steinhardt, A Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late time cosmic acceleration, *Physical Review Letters* **85** (2000) 4438-4441.
- [8] E.O. Kahya, B. Pourhassan, The universe dominated by the extended Chaplygin gas, *Modern Physics Letters A* **30** (2015) 1550070.
- [9] B. Pourhassan, S. Upadhyay, M. Hameeda, M. Faizal, Clustering of Galaxies with Dynamical Dark Energy, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **468** (2017) 3166–3173.
- [10] F. Ahmad, W.C. Saslaw, N.I. Bhat, Statistical Mechanics of the Cosmological Many-Body Problem, *The Astrophysical Journal* **571** (2002) 576.
- [11] Y. Shtanov, V. Sahni, Generalizing the cosmic energy equation, *Physical Review D* **82** (2010) 101503.