

## بررسی اثر دمای یونها در انبساط پلاسما به خلأ با استفاده از نظریه جنبشی

رضا شکوهی\*، ابراهیم محمدی رازی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

دریافت: 1396/08/18 ویرایش نهائی: 1396/10/11 پذیرش: 1396/11/07

### چکیده

در این مقاله تأثیرات دمای اولیه یونی در انبساط پلاسما یک بعدی بدون برخورد به خلأ با استفاده از نظریه جنبشی مورد بررسی قرار گرفته است. دینامیک ذرات توسط معادله ولاسوف برای الکترون‌ها و یونها بر اساس یک کد شبیه‌سازی تعیین می‌شود. در این شبیه‌سازی، معادله ولاسوف به روش مشخصه‌ها حل شده است. تأثیر دمای اولیه یونها با مقایسه نسبت‌های مختلف دمایی یون به الکترون،  $(T_i/T_e)$ ، در شبیه‌سازی بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که افزایش دمای یونها باعث افزایش سرعت یونها می‌شود. این امر نزدیکی یونها به الکترون‌ها را به دنبال دارد و باعث می‌شود میدان الکتریکی سریعتر کاهش یابد. به علاوه به علت وجود دمای اولیه یونها نرخ انبساط پلاسما افزایش می‌یابد.

**کلیدواژگان:** انبساط پلاسما، نظریه جنبشی، معادله ولاسوف

### مقدمه

گاز، پلاسمایی تشکیل می‌شود که دارای الکترون‌هایی با انرژی بالا است. الکترون‌ها به دلیل جرم کمشان سریع‌تر از یونها منبسط شده و جدایی بارها اتفاق می‌افتد که این اثر باعث ایجاد میدان الکتریکی قوی و شتاب گرفتن یونها می‌شود. به علاوه در دهه‌های اخیر انبساط پلاسما بدون برخورد به خلأ با توجه به آثار جنبشی و هیدرودینامیکی الکترون‌ها و یونها به صورت تجربی [8] و نظری [9-13] مورد مطالعه قرار گرفته است.

برهم‌کنش پالس‌های پرشدت لیزر با پلاسما، منبعی مناسب برای تولید ذراتی مانند الکترون، پروتون و یون‌های سنگین است. در تمام فرآیندها ابتدا پلاسما توسط برهم‌کنش بخش ابتدایی پالس و هدف تولید می‌شود. اگر شدت پالس زیاد باشد، باریکه الکترونی پرسرعتی تشکیل می‌شود که از هدف عبور می‌کند. بر اساس مطالعات انجام شده دلیل اصلی شتاب‌گیری

بررسی فرآیند انبساط پلاسما به خلأ یکی از مسائل مورد علاقه برای بررسی در چند دهه اخیر بوده است [1-5]. این فرآیند یک پدیده غیر خطی است که در بسیاری از پدیده‌های موجود در طبیعت و سامانه‌های آزمایشگاهی و صنعتی مانند فرآیند برهم‌کنش لیزر با یک هدف که می‌تواند تیغه پلاسما، گاز و یا تیغه جامد باشد قابل مشاهده است [6-9]. بسیاری از سیستم‌ها در طبیعت شامل پلاسماهایی است که چگالی آن در تمام نقاط یکسان نیست. همچنین در بسیاری از سیستم‌ها، پلاسما در قسمتی از فضا محدود است و به ناچار مرزهایی با خلأ پیدا می‌کند. وقتی پلاسما دارای یک مرز با خلأ باشد ذرات پلاسما به دلیل اختلاف فشار درونی خود به سمت خلأ پرتاب می‌شوند و پدیده انبساط پلاسما به خلأ روی می‌دهد. به طور مثال با تابش پالس‌های لیزری پرشدت به یک تیغه نازک جامد یا یک

\* نویسنده مسئول: shokoohi @ub.ac.ir

از طرفی معادله ولسوف برای دینامیک الکترونها و یونها به صورت زیر استفاده شده است

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial f_j}{\partial x} - \frac{q_j}{M_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial v} = 0 \quad 3$$

که  $e, i, j = i, e$  و  $i$  نماد یون و  $e$  نماد الکترون است و پتانسیل الکتریکی با  $\varphi$  نشان داده می شود که در معادله پواسون صدق می کند

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n_i) \quad 4$$

$q_i = +e$  بار الکتریکی یون و  $q_e = -e$  بار الکتریکی الکترون است و  $n_j$  چگالی ذرات  $j$  است که از رابطه زیر به دست آمده و در معادله پواسون قرار می گیرد

$$n_j = \int f_j(x, v, t) dv \quad 5$$

نتایج محاسبه چگالی الکترونها و یونها بایستی شرایط مرزی روی دیوارهها را ارضا نمایند. این شرایط عبارتند از مشخص بودن سرعت الکترونها و یونها در زمان  $t=0$  و توزیع فضایی چگالی که مطابق معادله 6 است.  $L$  طول تیغه پلاسما قبل از انبساط است که در این مقاله  $L=40$  فرض شده است. مرز بین پلاسما و خلأ با پارامتر  $d$  مشخص می شود. در واقع  $d$  پارامتری است که شیب نمودار را تنظیم می کند (شکل 1). با کاهش مقدار  $d$  شیب نمودار در مرز خلأ تندتر می شود. با افزایش  $d$  کاهش شیب را شاهد خواهیم بود. اگر  $d \rightarrow 0$  میل کند چگالی پله ای خواهیم داشت که بیانگر مرزهای تیز است.

$$n_{i,e}(x, 0) = n_0 \frac{2}{\pi} \arctan \left[ \exp \left( -\frac{|x| - \frac{L}{2}}{d} \right) \right] \quad 6$$

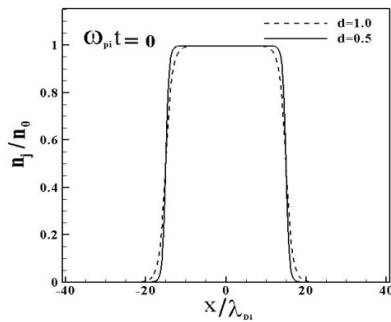
یونها را می توان بدین صورت خلاصه نمود که در ابتدا الکترونها به علت دارا بودن جرم کمتر، قبل از یونها به خلأ پرتاب می شوند و یک میدان الکتریکی قوی به وجود می آید که باعث شتاب گیری یونها به سمت خلأ می گردد. در اغلب این مطالعات یونها به صورت سیالی و سرد بررسی شده اند [12 و 1]. در این مقاله شبیه سازی انبساط پلاسما به خلأ بر اساس دینامیک الکترونها و یونها که به صورت جنبشی و در قالب معادله ولسوف برای هر دو نوع ذره در نظر گرفته شده، مورد بررسی قرار می گیرد. این شبیه سازی در قالب دینامیک جنبشی ذرات با نسبت های دمایی مختلف انجام می شود و اثر دمای یونها و الکترونها بر نحوه انبساط پلاسما بدون برخورد به خلأ با در نظر گرفتن آثار جنبشی یونها و الکترونها بررسی می شود. دینامیک یونها و الکترونها با معادله ولسوف مطالعه می شود که حل آن به روش مشخصهها است و تابع توزیع اولیه ای که برای یونها و الکترونها در نظر می گیریم تابع توزیع ماکسولی است. در این مقاله در ابتدا معادلات پایه و شرایط مرزی بیان می شود، سپس کد شبیه سازی توصیف شده و در انتها نتایج حاصله بیان و تفسیر می گردد.

### معادله های پایه و شرایط مرزی

در این مدل، پلاسما یک بعدی بدون برخورد در غیاب میدان الکتریکی به صورت جنبشی برای الکترونها و یونها بررسی می شود. توزیع اولیه الکترونها و یونها ماکسولی و نسبت های دمایی  $(T_i/T_e)$  فرض می شود. توزیع سرعت الکترونها و یونها به صورت زیر بیان می شود

$$f_e = n_0 \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T_e}} \exp \left[ -\frac{1}{2k_B T_e} (m_e v^2) \right] \quad 1$$

$$f_i = n_0 \sqrt{\frac{m_i}{2\pi k_B T_i}} \exp \left[ -\frac{1}{2k_B T_i} (m_i v^2) \right] \quad 2$$



شکل 1. چگالی تیغه پلاسما به خلأ قبل از شروع انبساط (نمودار خط ممتد مربوط به  $d=0.5$  و نمودار خط چین مربوط به  $d=1$  است).

اطلاعات روی نقاط فاز بر روی نقاط شبکه درونیابی می‌شوند و چگالی، پتانسیل و میدان الکتریکی در این نقاط قابل اندازه‌گیری خواهند بود. سپس با حل معادله پواسون پتانسیل، محاسبه شده و برای جلو بردن نقاط فاز بر روی فضای فاز دوباره درونیابی می‌شود. طول جعبه شبیه‌سازی  $D$  بوده که روی محور مختصات در بازه  $(-D/2, D/2)$  قرار دارد. در شبیه‌سازی انجام شده از متغیرهای بدون بعد استفاده می‌کنیم. سرعت‌ها به  $c_s$ ،  $(v_j/c_s \equiv v_j)$ ، زمان به  $\omega_{pe}^{-1}$ ،  $(\omega_{pe} t \equiv t)$ ، مکان به  $(x/\lambda_{De} \equiv x)$ ،  $\lambda_{De}$ ، پتانسیل به  $k_B T_e/e$ ،  $(e\phi/k_B T_e \equiv \phi)$  بی‌بعد شده است که به ترتیب  $c_s$ ، سرعت یون صوت،  $\omega_{pe}^{-1}$ ، فرکانس الکترونی پلاسما و  $\lambda_{De}$ ، طول دبای الکترونی می‌باشد. سیستم معادلات بدون بعد در شبیه‌سازی مذکور به شکل زیر بیان می‌شود.

$$f_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\tau}\right), \quad 8$$

$$f_e = \sqrt{\frac{M}{2\pi}} \exp\left(-\frac{Mv_e^2}{2}\right) \quad 9$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \sqrt{M} v_i \frac{\partial f_i}{\partial x} - \sqrt{M} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f_i}{\partial v} = 0, \quad 10$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \sqrt{M} v_e \frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{1}{\sqrt{M}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f_e}{\partial v} = 0, \quad 11$$

شرایط مرزی که در حل معادله پواسون و همچنین در ادامه برای حالت ماکسولی لحاظ کرده‌ایم به شکل زیر است:

7

$$\phi(x=0, t) = 0, \quad \phi(x \rightarrow \pm\infty, t) = -\infty,$$

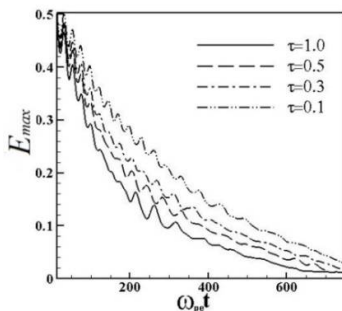
$$\frac{\partial \phi}{\partial x}(x \rightarrow \pm\infty, t) = 0,$$

که این شرایط مرزی بیانگر این است که در بی‌نهایت ذره‌ای وجود ندارد و همچنین در مرکز پلاسما چگالی الکترونی و یونی برابر است.

### کد شبیه‌سازی

در این کار از یک کد شبیه‌سازی استفاده شده است که در آن جعبه شبیه‌سازی با ابعاد معلوم و منتهای در نظر گرفته شده است [12]. این جعبه در برگرفته شبکه‌ای شامل نقاط فاز است که تابع توزیع ذرات بر روی این نقاط فاز قرار دارد. بنابراین در این کد برای شبیه‌سازی معادله ولاسوف، یک فضای فاز الکترونی برای الکترون‌ها و یک فضای فاز یونی برای یون‌ها در نظر گرفته می‌شود. تابع توزیع ذرات بر روی نقاط فاز در نظر گرفته شده و تحول در طول زمان بر اساس معادلات مشخصه صورت می‌گیرد و نقاط فاز بر روی مسیرهای مشخصه حرکت می‌کنند. مکان ذرات پیوسته در حال تغییر بوده اما تابع توزیع هر ذره در تمامی مسیر تحول ثابت است.

میدان الکتریکی بیشینه در محل جبهه یونی با گذشت زمان برای  $\tau$  های بزرگتر، سریعتر اتفاق می افتد. همانطور که در شکل 2 نیز دیده می شود، مقادیر بزرگتر  $\tau$ ، سیر نزولی سریعتری دارند. دلیل این امر این است که هر چه دمای اولیه یونها بیشتر باشد یونها سریعتر به سمت خلأ حرکت کرده و به محل حضور الکترونها نزدیک می شوند و لذا میدان الکتریکی بیشینه تولید شده سریعتر کاهش می یابد. این وضعیت در مورد جوابهای خود-مشابه انبساط پلاسمای شبه ختشی که دارای یونها گرم است نیز صدق می کند.



شکل 2. بیشینه میدان الکتریکی جبهه یونی یونها گرم برحسب زمان.

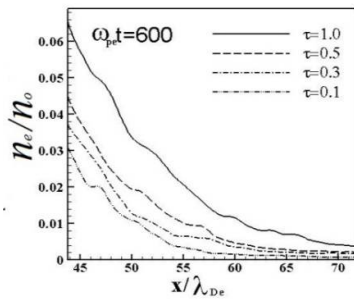
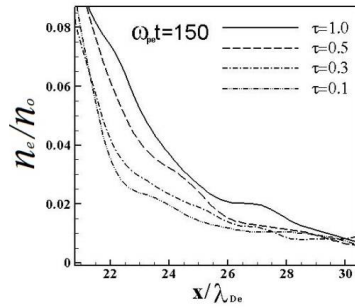
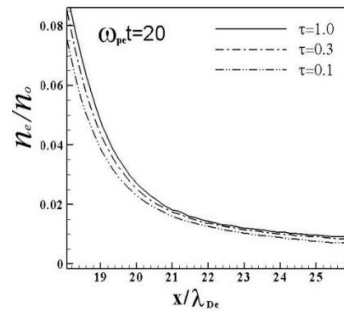
اکنون انتظار داریم که انبساط یونها گرمتر زودتر و سریعتر اتفاق بیفتد. شکل 3 این انتظار صحیح را برآورده می کند. در این شکلها نمودار چگالی یونی در زمان  $\omega_{pe}t = 20, 150, 600$  برای حالت های مختلف  $\tau$  رسم شده است. در این شکلها مشاهده می شود چگالی یونی مربوط به یونها گرمتر دارای پیشروی بیشتری است. در مورد نمودار چگالی الکترونها و پیشروی آنها به سمت خلأ می توان پیش بینی کرد که در لحظه اولیه تمام نمونهها، انبساطی مشابه داشته باشند اما به دلیل

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = (n_e - n_i) \quad 12$$

در معادله های بالا از پارامتر  $M = m_e/m_i$  و  $\tau = T_i/T_e$  استفاده شده است. در شبیه سازی طول جعبه  $150 \lambda_{Di}$  و پارامترهای  $\omega_{pe} dt = 0.1$  و  $dx = 0.075 \lambda_{Di}$  است. در این مدل هر چه  $\tau = T_i/T_e$  بزرگتر باشد یونها گرم ترند. و سرعت گرمایی الکترونها در تمام نمونهها یکسان است. شرایط اولیه ایجاب می کند که انبساط متقارن باشد به همین خاطر فقط نتایج مربوط به  $x \geq 0$  بررسی شده است.

### نمودارها و نتایج

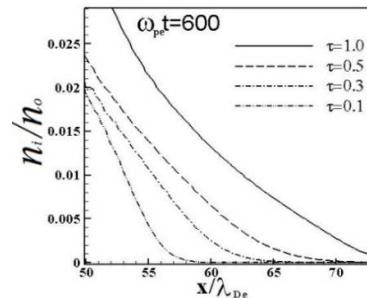
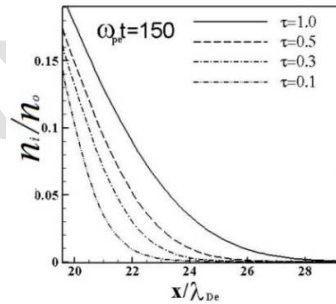
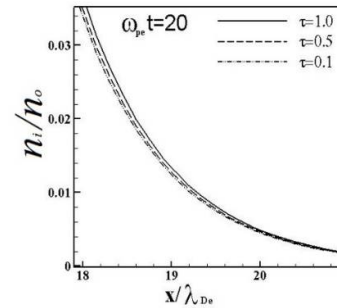
در این مقاله نسبت های دمایی با  $\tau = T_i/T_e$  نشان داده شده اند. دمای الکترونی ثابت است و دمای اولیه یونها متغیر فرض می شود و لذا تغییرات  $\tau$  ناشی از تغییرات دمای یونی می باشد. شکل 2 بیشینه میدان الکتریکی جبهه یونی را برحسب زمان نشان می دهد. در این شکل میدان بیشینه اولیه برای  $\tau$  های مختلف یکسان است. در این محاسبات دمای الکترونها ثابت فرض شده است، لذا حرکت سریع الکترونها به سمت خلأ تنها به علت کمتر بودن جرم آنها نسبت به یونها است. از طرفی چون جابجایی یونها، حتی یونها گرمتر، در لحظه های اولیه انبساط نسبت به جابه جایی الکترونها اولیه بسیار ناچیز است انتظار می رود میدان الکتریکی بیشینه در لحظه های اولیه برای مقادیر مختلف  $\tau$  تقریباً یکسان باشد. با توجه به این نمودار می توان گفت که هرچه یونها گرمتر باشند ( $\tau$  بزرگتر) شتاب گیری آنها به سمت خلأ بیشتر و کاهش میدان الکتریکی نیز سریعتر اتفاق می افتد. نکته قابل توجه دیگری که وجود دارد این است که کاهش



شکل 4. نمودار چگالی الکترون‌ها با  $\tau$  های مختلف در سه زمان متفاوت. انبساط الکترون‌ها در پلاسما با  $\tau$  ی بزرگ‌تر به دلیل انبساط زودتر و سریع‌تر یون‌های گرم و کاهش میدان الکتریکی که نتیجه آن حفظ انرژی جنبشی الکترون‌ها است.

در این مدل به لحاظ اینکه تفاوت دمایی برای الکترون‌ها با  $\tau$  های مختلف متصور نیستیم، تفاوت در سرعت انبساط و پیشروی الکترون‌ها به سمت خلأ را به علت اختلاف گرادیان فشار الکترون‌ها در نمونه‌های مختلف نمی‌دانیم. شکل 4 نمودار چگالی الکترونی را در زمان‌های  $\omega_{pe}t=20, 150, 600$  برای حالت‌های

انبساط زودتر و سریع‌تر یون‌های گرم و کاهش میدان الکتریکی، انرژی جنبشی الکترون‌ها در پلاسما با یون‌های گرم‌تر بیشتر حفظ شده و لذا انبساط سریع‌تری خواهند داشت (شکل 4).



شکل 3. نمودار چگالی یون‌ها با  $\tau$  های مختلف در سه زمان متفاوت. انبساط یون‌ها گرم‌تر ( $\tau$  ی بزرگ‌تر) از همان ابتدا زودتر و سریع‌تر اتفاق افتاده است.

و شکل 5 نشان می‌دهد میدان الکتریکی بیشینه در محل جبهه یونی در انبساط پلاسما با یون‌های گرم‌تر کاهش سریع‌تری دارد اما سرعت یونها در محل جبهه یونی برای یون‌های گرم‌تر بیشتر است. این واقعیت بیانگر این است که عامل اول یعنی دمای اولیه خود یونها، سهم بیشتری در انبساط پلاسما به خلأ دارد و میدان الکتریکی عامل تأثیر گذار اما با تأثیر کمتر می‌باشد.

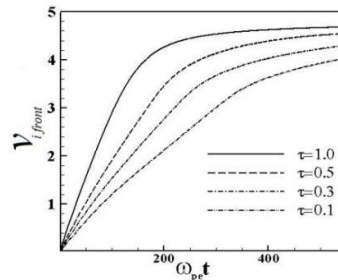
### نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از مدل جنبشی برای ذرات تأثیر یون‌های گرم در انبساط پلاسمای بدون برخورد به خلأ بررسی شد. هرچه دمای یونی بیشتر باشد انبساط یونها سریع‌تر است که دلیل آن علاوه بر میدان الکتریکی ایجاد شده به علت لختی کم الکترونها و جدایی بارها، به گرادیان فشار یونها نیز مربوط است. همچنین هرچه دمای یونی بیشتر باشد نرخ انبساط الکترونها بیشتر است که دلیل آن به انبساط سریع‌تر یونها و کاهش سریع‌تر میدان الکتریکی بر می‌گردد زیرا کاهش سریع میدان الکتریکی باعث حفظ انرژی جنبشی الکترونها می‌شود.

### مرجع‌ها

- [1] Ch. Sack, H. Schamel, Plasma expansion into vacuum-A hydrodynamic approach, *Physics Reports* 156 (1987)311.
- [2] J.E. Crow, P.L. Auer, L.E. Allen, The expansion of a plasma into a vacuum, *Journal of Plasma Physics* 14 (1975) 65.
- [3] T. Grismayer, P. Mora, Thin-foil expansion into a vacuum, *Journal of Plasma Physics* 13 (2006) 032103.

مختلف  $\tau$  نشان می‌دهد. و در شکل 5 سرعت جبهه یونی (سرعت مربوط به یونها در محل جبهه یونی است) برحسب زمان برای مقادیر مختلف  $\tau$  رسم شده است. در این شکل دیده می‌شود هر چه دمای یونها بیشتر باشد شتاب‌گیری و سرعت پیشروی آنها به سمت خلأ نیز بیشتر است که با نمودارهای چگالی هم‌خوانی کامل دارد. در بررسی انبساط پلاسمای شبه‌خشی به خلأ با در نظر گرفتن یون‌های گرم نیز چنین نتایجی به دست آمده است [14 و 15].



شکل 5. سرعت جبهه یونی (سرعت مربوط به یونها در محل جبهه یونی است). برحسب زمان برای مقادیر مختلف  $\tau$  رسم شده است.

نکته دیگر که در این شکل دیده می‌شود این است که در زمان  $t \approx 150$  انبساط برای یون‌های گرم‌تر سریع‌تر اتفاق می‌افتد. سپس در زمان‌های بعدی سرعت جبهه یونی برای تمام مقادیر  $\tau$  به سمت یک عدد ثابت میل می‌کند و کلیه نمودارهای شکل 5 حالت مجانبی پیدا می‌کند.

در این مدل، شتاب‌گیری یونها به سمت خلأ تحت تأثیر دو عامل انجام می‌شود. عامل اول دمای اولیه خود یونهاست که باعث ایجاد گرادیان فشار یونی در مرز پلاسما با خلأ می‌شود. عامل دوم میدان الکتریکی ایجاد شده بین الکترونها و انبساط یافته به سمت خلأ و یونها موجود در بدنه پلاسما می‌باشد. از طرفی مقایسه شکل 2

- [14] I.S. Elkamash, I. Kourakis, Multispecies plasma expansion into vacuum: The role of secondary ions and suprathermal electrons, *Physical Review E* 94(2016) 53202.
- [15] Yu. V. Medvedev, Expansion of a finite plasma into vacuum, *Plasma Physics and Controlled Fusion* 47 (2005) 1031.
- [4] Yu V Medvedev, Ion front in an expanding collisionless plasma, *Plasma Physics and Controlled Fusion* 53 (2011) 125007.
- [5] P. Mora, T. Grismayer, "Rarefaction Acceleration and Kinetic Effects in Thin-Foil Expansion into a Vacuum" *Physical Review Letters* 102 (2009)145001.
- [6] Denavit, J. Collisionless plasma expansion into a vacuum, *Physics of Fluids* 22 (1979) 1384.
- [7] A. Diaw, P. Mora, Thin-foil expansion into a vacuum with a two-temperature electron distribution function, *Physical Review E* 86 (2012) 026403.
- [8] M. Borghesi, J. Fuchs, S.V. Bulanov, A. J. Mackinnon, P.K. Patel, M. Roth, Fast Ion Generation by High-Intensity Laser Irradiation of Solid Targets and Applications, *Fusion Science and Technology* 49 (2006) 412.
- [9] M. Passoni, et al., Charge separation effects in solid targets and ion acceleration with a two-temperature electron distribution, *physical review E*, 69 (2004) 026411.
- [10] P. Antici, P. et al., Energetic protons generated by ultrahigh contrast laser pulses interacting with ultrathin targets, *physics of plasma* 14 (2007)030701.
- [11] T. Grismayer, P. Mora, Influence of a finite initial ion density gradient on plasma expansion into a vacuum, *physics of plasma* 13 (2006) 32103
- [12] R. Shokoohi, H. Abbasi, Influence of electron velocity distribution on the plasma expansion features, *Journal of Applied Physics* 106 (2009) 033309
- [13] C. Thaury, P. Mora, A. Héron, J.C. Adam, Influence of the Weibel instability on the expansion of a plasma slab into a vacuum, *Physical Review E* 82(2010) 016408.