

بررسی محبوس‌شدگی کوارک‌ها به‌روش ایوالد روی شبکه‌مش‌بندی شده

صدیقه دلدار*، مطهره کیاماری

دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت: 1396/11/21 ویرایش نهایی: 1397/01/22 پذیرش: 1397/02/03

چکیده

در این پژوهش ما به مطالعه پدیده محبوس‌شدگی کوارک‌ها با استفاده از دایون‌ها به‌عنوان ساختارهای خلأ نظریه QCD پرداختیم و تعمیم روش ایوالد روی شبکه‌مش‌بندی‌شده را روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش اعمال کردیم. به‌این ترتیب توانستیم تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک را نسبت به فاصله آن‌ها از یکدیگر در هر دو شبه‌سازی بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش در دمای نزدیک به دمای وامحبوس‌شدگی نشان دهیم و همچنین نشان دادیم که با اضافه کردن برهم‌کنش‌های بین دایونی به یک سیستم، کشش ریسمان و یا به‌عبارت دیگر شدت میدان‌های گلوئونی افزایش می‌یابد و دمای سیستم کاهش پیدا می‌کند.

کلیدواژگان: محبوس‌شدگی کوارک‌ها، کالورون، دایون، روش ایوالد، تعمیم روش ایوالد روی شبکه‌مش‌بندی‌شده

مقدمه

دایون‌ها [1] که اجزای تشکیل‌دهنده کالورون‌ها هستند، استفاده شده‌است. اما این متریک به‌ازای دایون‌های یکسان در فواصل نزدیک‌تر از $\frac{2}{\pi T}$ ، که در آن T دمای سیستم است، مثبت معین نیست [4]، لذا برای حل این مشکل از روش عددی ایوالد [5] برای آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش استفاده شده‌است [6]. اما با اضافه کردن برهم‌کنش‌های بین دایونی، تعمیم روش ایوالد روی شبکه‌مش‌بندی‌شده [7] بهینه‌تر خواهد بود. به‌همین جهت، در این مقاله ما با استفاده از تعمیم روش ایوالد روی شبکه‌مش‌بندی‌شده، به مطالعه محبوس‌شدگی در آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش می‌پردازیم و تأثیر اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی را بررسی می‌کنیم.

محبوس‌شدگی کوارک‌ها به‌عنوان یکی از ویژگی‌های مهم نظریه QCD همواره مورد توجه فیزیک‌دانان نظری بوده‌است. تلاش برای یافتن مکانیزمی قابل قبول برای توصیف این ویژگی، فیزیک‌دانان را به‌سوی در نظر گرفتن ساختارهای توپولوژیک برای خلأ این نظریه هدایت کرده‌است، که از جمله این ساختارها کالورون‌ها و دایون‌ها هستند. پژوهش‌های فراوانی با موضوعیت کالورون‌ها برای توصیف محبوس‌شدگی صورت گرفته‌است که با مطالعه مقدار چشم‌داشتی حلقه پالیاکوف برای آنسامبلی از کالورون‌های بدون برهم‌کنش، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به فاصله آن‌ها را نشان داده و دمای گذار بین فاز محبوس‌شدگی و وامحبوس‌شدگی را محاسبه کرده‌اند [۱،۲،۳]. در این مجموعه مقالات، به‌منظور محاسبه تابع پارش، از متریک فضای مدولی

* نویسنده مسئول: sdeldar@ut.ac.ir

برهم‌کنش بین دایونی

کالورون‌ها جواب‌های متناوب نظریه یانگ-میلز در دمای متناهی هستند. این ساختارها که از نظر بار الکتریکی و مغناطیسی رنگی خنثی هستند، در گروه $SU(2)$ از دو دایون تشکیل شده‌اند. دایون‌ها جواب‌های ایستای نظریه یانگ-میلز در فضای اقلیدسی هستند که بار الکتریکی و مغناطیسی رنگی دارند و در گروه $SU(2)$ تعریف می‌شوند، اما در حد فواصل دور می‌توان آن‌ها را به‌صورت ساختارهایی در گروه $U(1)$ و با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی رنگی کولنی در نظر گرفت. بنابراین می‌توان مؤلفه زمانی میدان پیمانه‌ای یک دایون در حد فواصل دور را به‌صورت زیر نوشت،

$$a_4 \rightarrow \left(2\pi\omega T + \frac{q}{r} \right) \sigma_3, \quad 1$$

که در آن ω هولونومی دایون و پارامتر نظم برای تشخیص فاز محبوس‌شدگی و وامحبوس‌شدگی است که در فاز محبوس‌شدگی برابر است با $\omega = 1/4$ ، T دمای سیستم و σ_3 مؤلفه سوم ماتریس پائولی است. q نشان‌دهنده بار یک دایون است. در گروه $SU(2)$ دو دایون با بارهای الکتریکی و مغناطیسی رنگی $(+,+)$ و $(-,-)$ داریم که چون هر دو بار هم‌نام و با مقدار واحد هستند می‌توانیم بار این دو دایون را با مقدار $q = \pm 1$ نشان دهیم.

برای محاسبه انرژی آزاد جفت کوآرک و پادکوآرک از رابطه شناخته‌شده،

$$F_{\overline{QQ}}(d) = -T \ln \langle P(\mathbf{r}) P^\dagger(\mathbf{r}') \rangle, \quad 2$$

$$d \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$$

باید حلقه پالیاکوف را محاسبه کنیم،

$$P(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} Tr \left(\exp \left(i \int_0^{1/T} dx_4 A_4(x_4, \mathbf{r}) \right) \right). \quad 3$$

حلقه پالیاکوف آنسامبلی از K دایون با بار $q = +1$ و K دایون با بار $q = -1$ در فاز محبوس‌شدگی با استفاده از مقدار مؤلفه زمانی میدان پیمانه‌ای دایون در حد فواصل دور و تعریف حلقه پالیاکوف به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P(\mathbf{r})|_{\omega=1/4} = -\sin \left(\frac{1}{2T} \Phi(\mathbf{r}) \right) \quad 4$$

$$\Phi(\mathbf{r}) \equiv \sum_{i=1}^{2K} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad 5$$

برای محاسبه مقدار چشم‌داشتی حلقه پالیاکوف باید به‌محاسبه تابع پارش،

$$Z = \int \left(\prod_{i=1}^{2K} d^3 r_i \det(G) \right) \exp[S(\{\mathbf{r}_i\})] \quad 6$$

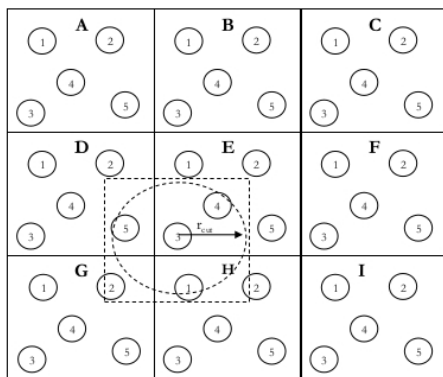
مقدار کنش سیستم، $S(\{\mathbf{r}_i\})$ ، و دترمینان ماتریس فضای مدولی، $\det(G)$ ، پردازیم. مقدار کنش برای تمام دایون‌ها در گروه $SU(2)$ و در فاز محبوس‌شدگی ثابت است و تأثیری در محاسبات ندارد. متریک فضای مدولی برای آنسامبلی از دایون‌های با برهم‌کنش برابر است با

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} 2\pi - \frac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} & \frac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \\ \frac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} & 2\pi - \frac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \end{pmatrix} \quad 7$$

این درحالی است که برای آنسامبل بدون برهم‌کنش از دایون‌ها، این ماتریس برابر با ماتریس واحد خواهد بود. با محاسبه دترمینان این ماتریس و بازنویسی آن به‌صورت توانی

$$\prod_{(i,j)} \det(G_{ij}) = \prod_{(i,j)} 4\pi^2 \left(1 - \frac{2q_i q_j}{\pi T |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \right) \\ = (4\pi^2)^{4K^2} \exp \left[\sum_{(i,j)} \ln \left(1 - \frac{2q_i q_j}{\pi T |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \right) \right] \quad 8$$

روشن است که جمله Φ^S جمله‌ای کوتاه‌برد است در نتیجه داخل کره‌ای با شعاع مشخص (شکل 1) هم‌گرا می‌شود. به منظور ساده‌سازی محاسبات، پارامتر اختیاری λ به گونه‌ای انتخاب می‌شود که جمله Φ^S در داخل کره‌ای درون سلول اصلی هم‌گرا شود. به این ترتیب تنها ذرات داخل سلول اصلی و کپی‌های آن در نزدیک‌ترین سلول‌ها در محاسبات شرکت می‌کنند (شکل 1).



شکل 1. تقسیم فضا به سلول اصلی و کپی‌های آن. کپی‌ها شامل کپی ذرات در سلول اصلی هستند. با اختیار مقدار مناسب برای پارامتر اختیاری λ جمله کوتاه‌برد داخل کره‌ای درون سلول اصلی هم‌گرا می‌شود و در نتیجه تنها ذرات سلول اصلی و نزدیک‌ترین سلول‌های همسایه در محاسبات شرکت می‌کنند.

جمله Φ^L بلندبرد و هموار است، اما تبدیل فوریه آن در فضای وارون کوتاه‌برد خواهد بود،

14

$$\Phi^L = \frac{4\pi}{L^3} \sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3, \mathbf{0}} \frac{e^{-\lambda^2 \mathbf{k}(\mathbf{n})^2 / 2}}{\mathbf{k}(\mathbf{n})^2} \text{Re} \left(\sum_{j=1}^{2K} q_j e^{+i\mathbf{k}(\mathbf{n})\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{n})\mathbf{r}_j} \right)$$

که در آن $\mathbf{k}(\mathbf{n}) \equiv \frac{2\pi}{L} \mathbf{n}$ بردار فضای وارون و

$$S(\mathbf{k}) = \sum_{j=1}^{2K} q_j e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{n})\mathbf{r}_j} \quad 15$$

فاکتور ساختار است. بنابراین جمله بلندبرد نیز به جمله‌ای کوتاه‌برد در فضای وارون تبدیل می‌شود و جمع آن به‌ازای \mathbf{n} محدودی هم‌گرا می‌شود.

می‌توانیم سهم این ماتریس را به صورت کنش مؤثر تعریف کرده و تابع پارش را با استفاده از این کنش بازتعریف کنیم،

$$S_{\text{eff}}(\{r_i\}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2K} \sum_{j=1, j \neq i}^{2K} \ln \left(1 - \frac{2q_i q_j}{\pi T |r_i - r_j|} \right) \quad 9$$

اما این جمع را می‌توان به‌ازای فواصل دایونی بزرگ براساس توان‌های $\frac{1}{r}$ بسط داد:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left(\frac{2q_i q_j}{\pi T r_{ij}} - \frac{2(q_i q_j)^2}{(\pi T r_{ij})^2} - \frac{8(q_i q_j)^3}{3(\pi T r_{ij})^3} + O\left(\frac{1}{r_{ij}^4}\right) \right) \quad 10$$

بنابراین آنچه که باید در ادامه با استفاده از روش عددی ایوالد محاسبه کنیم، جمع‌های بلندبرد و واگرای $\Phi(\mathbf{r})$ و بسط کنش مؤثر است.

روش ایوالد و تعمیم آن روی شبکه

مش‌بندی شده

به‌عنوان اولین گام در روش ایوالد، ذرات مورد نظر مسئله را به صورت تصادفی در یک سلول سه‌بعدی به ابعاد L قرار می‌دهیم و تمام فضا را با این سلول و کپی‌های آن پر می‌کنیم (شکل 1). در گام بعدی، ایده اصلی روش ایوالد را اعمال می‌کنیم که عبارت است از تقسیم جملات بلندبرد $\frac{1}{r}$ در رابطه $\Phi(\mathbf{r})$ به دو قسمت کوتاه‌برد و بلندبرد،

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi^{\text{short}}(\mathbf{r}) + \Phi^{\text{long}}(\mathbf{r}) \quad 11$$

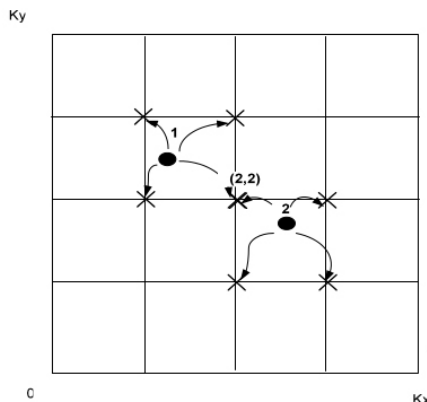
12

$$\Phi^S(\mathbf{r}) \equiv \sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3} \sum_{j=1}^{2K} \left(1 - \text{erf} \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|}{\sqrt{2}\lambda} \right) \right) \frac{q_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|}$$

13

$$\Phi^L(\mathbf{r}) \equiv \sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3} \sum_{j=1}^{2K} \text{erf} \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|}{\sqrt{2}\lambda} \right) \frac{q_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|}$$

که در این روابط erf تابع خطا، \mathbf{n} شماره سلول و λ پارامتری اختیاری است. با توجه به تعریف تابع خطا،



شکل 2. شبکه مش‌بندی‌شده در دو بعد. به‌ازای $p = 1$ بار هر دایون به نزدیک‌ترین نقطه شبکه در طرف راست و چپ اختصاص داده می‌شود.

گام‌های اصلی روش ایوالد در تعمیم این روش روی شبکه مش‌بندی‌شده نیز معتبر است، اما ایده اصلی این روش شبکه بندی سلول اصلی و اختصاص دادن بار هر ذره به نزدیک‌ترین نقاط شبکه است (شکل 2). با این روش می‌توان محاسبات با تعداد متفاوتی از ذرات پاردار را به محاسبه با تعداد ثابتی از نقاط شبکه تقلیل دهیم.

تعداد $2K$ دایون را به‌صورت تصادفی در یک سلول به ابعاد L در نظر بگیرید. هر ذره در این سلول با مختصات \mathbf{r}_i در فضای حقیقی و مختصات $\mathbf{a}_\alpha^* \cdot \mathbf{r}_i$ در فضای وارون مشخص می‌شود که در آن \mathbf{a}_α^* بردار فضای وارون است. اکنون این سلول با شبکه‌ای به ابعاد K_α در سه بعد شبکه‌بندی شده و مختصات مقیاس شده $u_\alpha = K_\alpha \mathbf{a}_\alpha^* \cdot \mathbf{r}$ تعریف می‌شود، در نتیجه می‌توان فاکتور ساختار را با مختصات جدید بازنویسی کرد:

$$\exp(-i\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) = \exp\left(-i \frac{m_1 u_1}{K_1}\right) \times \exp\left(-i \frac{m_2 u_2}{K_2}\right) \exp\left(-i \frac{m_3 u_3}{K_3}\right) \quad 22$$

اکنون با استفاده از درون‌یابی خطی می‌توان جملات توانی را تقریب زد، به‌این ترتیب که هر عدد با ضریب

بسط کنش مؤثر نیز شامل توان‌هایی از جمله بلندبرد هستند که با تعمیم محاسبات ایوالد به جملات با توان بیش‌تر از یک به قسمت‌های کوتاه‌برد، بلندبرد و سهم خود انرژی در جمله بلندبرد تقسیم می‌شود،

$$S = \sum_{l=1}^3 (S_{(l)}^S + S_{(l)}^L - S_{(l)}^{\text{self}}) \quad 16$$

$$S_{(l)}^S = c(l) \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3, i \neq j} \frac{q_i^l q_j^l}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|^l} g_l \left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j - \mathbf{n}L|}{\sqrt{2}\lambda} \right) \quad 17$$

$$S_{(l)}^L = c(l) \frac{\pi^{3/2}}{2V(\sqrt{2}\lambda)^{l-3}} \sum_{\mathbf{k}_{\text{sym}}} f_l \left(\frac{\lambda k}{\sqrt{2}} \right) (2|S(\mathbf{k}, l)|^2) \quad 18$$

$$S_{(l)}^{\text{self}} = \frac{2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}\lambda} \right)^p}{p \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} c(l) \sum_{i=1}^{2K} q_i^l \quad 19$$

که در آن $S(\mathbf{k}, l) = \sum_{i=1}^{2K} q_i^l e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i}$ فاکتور ساختار و $c(l)$ ضریب بسط کنش مؤثر است.

همچنین توابع $f_l(x)$ و $g_l(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند،

$$g_l(x) = \frac{2}{\Gamma(l/2)} \int_x^\infty s^{l-1} \exp(-s^2) ds \quad 20$$

$$f_l(x) = \frac{2x^{l-3}}{\Gamma(l/2)} \int_x^\infty s^{2-l} \exp(-s^2) ds \quad 21$$

همچنین باید جمله اصلاحی برای فواصل نزدیک که جمله $\frac{1}{r}$ در آن کوچک نیست در نظر بگیریم.

روابط فوق برای شبیه‌سازی‌های کامپیوتری مناسب است، اما به‌منظور کاهش زمان اجرا و بهینه‌سازی شبیه‌سازی‌ها، ما از تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی‌شده [7] استفاده کردیم.

بزرگی از برنامه تنها برای تعداد ثابتی از نقاط شبکه اجرا می‌شود.

نتایج شبیه‌سازی

با استفاده از آنچه در بخش‌های قبل ارائه شد، ما تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی‌شده را روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و دایون‌های با برهم‌کنش اعمال کردیم. ما ابتدا تمام فواصل را با استفاده از دما مقیاس کرده و به این ترتیب تأثیر دما را در محاسبات نادیده گرفتیم، سپس با استفاده از نتایج نظریه پیمان‌های شبکه متناظر با دمای گذار $T_c = 312 \text{ MeV}$ ، دما را برای تمام شبیه‌سازی‌ها محاسبه نمودیم. در ادامه جزئیات نتایج شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش در جدول 1 و شکل 3 ارائه شده است.

جدول 1. نتایج شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش. (اعداد داخل پرانتز خطای محاسبه کشش ریسمان است.)

فاصله شبکه‌ای (fm)	T (MeV)	σ (fm ⁻¹)	LT
0,44	295,31	1,01(1)	10
0,81	302,02	0,76(1)	20
1,21	302,80	0,72(1)	30
1,61	305,14	0,60(1)	40
2,02	303,89	0,62(1)	50

نتایج جدول 1 به خوبی نشان می‌دهد که شبیه‌سازی‌های ما در دمای نزدیک به دمای گذار رخ داده است. همچنین روشن است که با افزایش ابعاد شبکه دمای سیستم افزایش و کشش ریسمان کاهش یافته است. همچنین نمودار 3 به خوبی تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوآرک و پادکوآرک نسبت به فاصله آن‌ها از یکدیگر را نشان می‌دهد.

مشخصی با $2p$ نزدیک‌ترین اعداد صحیح قبل و بعد از خود تقریب زده می‌شود،

$$\exp\left(-i\frac{m_\alpha u_\alpha}{K_\alpha}\right) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} W_{2p}(u_\alpha - k) \exp\left(-i\frac{m_\alpha k}{K_\alpha}\right) \quad 23$$

که در آن ضریب $W_{2p}(u')$ برابر است با

$$\begin{cases} 0, & |u'| > p \\ \frac{\prod_{j=-p, j \neq k'}^{p-1} (u' + j - k')}{\prod_{j=-p, j \neq k'}^{p-1} (j - k')}, & -p \leq u' \leq p. \end{cases} \quad 24$$

که در آن

$$k' \leq u' \leq k' + 1$$

$$k' = -p, -p+1, \dots, p-1.$$

با استفاده از این درون‌یابی می‌توان فاکتور ساختار را تقریب زد،

$$S(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^{2K} q_i \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \sum_{k_3=-\infty}^{\infty} \quad 25$$

$$\times W_{2p}(u_{1i} - k_1) W_{2p}(u_{2i} - k_2) W_{2p}(u_{3i} - k_3)$$

$$\times \exp\left(-i\frac{m_1}{K_1} k_1\right) \exp\left(-i\frac{m_2}{K_2} k_2\right) \exp\left(-i\frac{m_3}{K_3} k_3\right)$$

از مقایسه رابطه فوق با تعریف اصلی فاکتور ساختار می‌توان بار جدید

26

$$Q(k_1, k_2, k_3) =$$

$$\sum_{i=1}^{2K} \sum_{n_1, n_2, n_3} q_i W_{2p}(u_{1i} - k_1 - n_1 K_1)$$

$$\times W_{2p}(u_{2i} - k_2 - n_2 K_2) W_{2p}(u_{3i} - k_3 - n_3 K_3)$$

را تعریف نمود که در نقاط شبکه (k_1, k_2, k_3) قرار

دارند. به این ترتیب سیستم اولیه که شامل $2K$ دایون با

بار ± 1 در نقاط تصادفی بود با سیستم جدیدی از

$K_1 K_2 K_3$ ذره با بار Q در نقاط شبکه (k_1, k_2, k_3)

تقریب زده شد. به همین جهت ما با اعمال روش اصلی

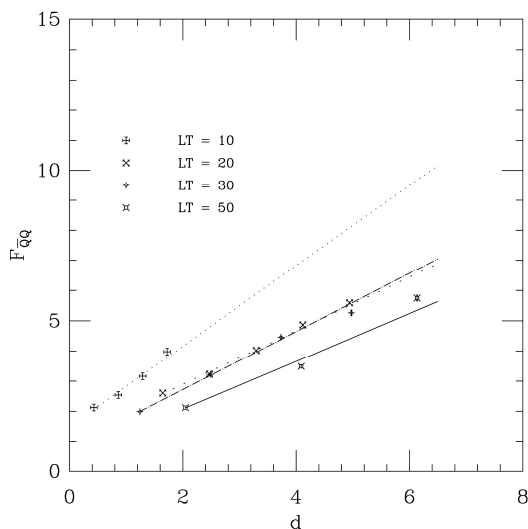
ایوالد روی سیستم جدید شبیه‌سازی‌هایمان را ساده‌تر

کردیم و زمان اجرای برنامه را کاهش دادیم. چرا که

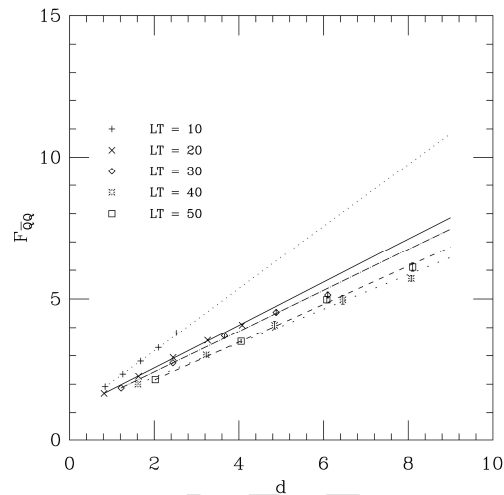
به‌ازای هر تعدادی از دایون‌ها در سلول اصلی، بخش

پادکوآرک نسبت به فاصله آنها از یکدیگر را نشان می‌دهد.

از جمله نتایج بسیار مهم این پژوهش بررسی تأثیر برهم‌کنش بین‌دایونی است. از مقایسه نتایج جداول 1 و 2 به خوبی روشن است که برای شبیه‌سازی‌هایی با ابعاد مقیاس شده یکسان (LT) اضافه کردن برهم‌کنش بین‌دایونی به سیستم باعث افزایش کشش ریسمان و کاهش دما می‌شود. به عنوان نمونه برای $LT=30$ ، با اضافه کردن برهم‌کنش، کشش ریسمان از $\sigma = 0.72 \text{ fm}^{-2}$ به $\sigma = 0.96 \text{ fm}^{-2}$ افزایش یافته و دما از $T = 302.80 \text{ MeV}$ به $T = 297.024 \text{ MeV}$ کاهش یافته‌است. این به این معنا است که اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی باعث می‌شود که جفت کوآرک و پادکوآرک با شدت بیشتری به یکدیگر نیرو وارد کنند [8].



شکل 4. نتایج مقیاس شده شبیه‌سازی با برهم‌کنش. با رسم بهترین خط بر روی نتایج و خطاهای آنها، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوآرک و پادکوآرک نسبت به فاصله آنها به خوبی دیده می‌شود.



شکل 3. نتایج مقیاس شده شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش. با رسم بهترین خط بر روی نتایج و خطاهای آنها، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوآرک و پادکوآرک نسبت به فاصله آنها به خوبی دیده می‌شود.

بررسی جزئیات نتایج شبیه‌سازی با برهم‌کنش در جدول 2 و شکل 4 نیز نتایج شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش را تأیید می‌کند.

جدول 2. نتایج شبیه‌سازی با برهم‌کنش. (اعداد داخل پرانتز خطای محاسبه کشش ریسمان است). نتایج شبیه‌سازی $LT=40$ به دلیل خطای بزرگ حذف شده‌است.

فاصله شبکه‌ای (fm)	T (MeV)	σ (fm^{-1})	LT
0,43	285,95	1,333(6)	10
0,824	298,90	1,885(7)	20
1,24	297,024	0,96(1)	30
2,045	301,08	0,79(2)	50

در این شبیه‌سازی نسبت به شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش از نقطه گذار دورتر شده‌ایم و دمای سیستم کاهش یافته‌است، اما هم‌چنان نزدیک دمای گذار هستیم. این نتایج نیز تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوآرک و

[6] F. Bruckmann, S. Dinter, E.-M. Ilgenfritz, B. Maier, M. Muller-Preussker, and M. Wagner, Confining dyon gas with finite-volume effects under control, *Physical Review D* **85** (2012) 034502.

[7] U. Essmann, L. Perera, M.L. Berkowitz, T. Darden, H. Lee, G. Pedersen, A smooth particle mesh Ewald method, *The Journal of Chemical Physics*. **103** (1995) 8577-8593.

[8] M. Kiamari, S. Deldar, Interacting dyon ensemble and confinement by particle mesh Ewald method, *Physical Review D* **95** (2017) 076006.

نتیجه گیری

در این پژوهش ما برای اولین بار تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی شده را، روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش اعمال کردیم و با محاسبه مقدار چشم‌داشتی حلقه پالیاکوف، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوآرک و پادکوآرک نسبت به فاصله آنها از یکدیگر را نشان دادیم. همچنین نشان دادیم که با اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی به سیستم، کشش ریسمان افزایش می‌یابد به این معنا که جفت کوآرک و پادکوآرک با شدت بیشتری به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. از سوی دیگر، با انطباق نتایج شبیه‌سازی‌ها روی نتایج نظریه پیمان‌ای شبکه، نشان دادیم که اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی موجب کاهش دمای سیستم می‌شود، اگرچه سیستم همچنان در نزدیکی نقطه گذار باقی می‌ماند.

مرجع‌ها

[1] D. Diakonov, Topology and confinement, *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements B* **195** (2009) 5-45.

[2] D. Diakonov, V. Petrov, Confining ensemble of dyons, *Physical Review D* **76** (2007) 056001.

[3] D. Diakonov, N. Gromov, V. Petrov, S. Slizovskiy, Quantum weights of dyons and of instantons with nontrivial holonomy, *Physical Review D* **70** (2004) 036003.

[4] F. Bruckmann, S. Dinter, E.-M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and M. Wagner, Cautionary remarks on the moduli space metric for multi-dyon simulations, *Physical Review D* **79** (2009) 116007.

[5] P. Ewald, Die Berechnung optischer und elektrostatischer Gitterpotentiale, *Annals of Physics* **369** (1921) 253-287.