

اثر شکل نانو ذره بر رفتار حسگر

نانوکامپوزیتی PVDF/BaTiO₃

وهاب الدین گودرزی، مهرداد کوبی*، مهدی رزاقی کاشانی، احمد رضا بهرامیان

دانشکده مهندسی شیمی، بخش مهندسی پلیمر، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

پلیمر پلی وینیلیدین فلوراید (PVDF) در ساخت حسگرها کاربرد زیادی یافته است. این پلیمر از قدرت شکل پذیری بالایی نسبت به سرامیکها در این قبیل کاربردها برخوردار است. با هدف افزایش خواص الکترومکانیکی PVDF از نانو ذرات با شکل های مختلف استفاده می شود. در این پژوهش، پیش بینی نظری اثر شکل نانو ذره بر رفتار حسگر نانوکامپوزیتی PVDF/BaTiO₃ مد نظر است. در آغاز، خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت، حاوی ۱ و ۵ درصد حجمی از نانو ذره BaTiO₃ با شکل های مختلف کروی و استوانه ای به دو روش اجزای محدود و موری-تاناکا محاسبه و مقایسه شد. نتایج نشان داد که نانو ذره استوانه ای در مقایسه با کروی، مدول مکانیکی و ضریب دی الکتریک را افزایش، ولی ضریب پیزوالکتریک را کاهش می دهد. سپس، با استفاده از مدل سازی به روش های عددی و تحلیلی، رفتار امان حسگر نانو کامپوزیتی در میدان های فرکانسی مختلف بررسی شد. در این حالت امان به شکل تیر یکسرگردار در نظر گرفته شد که لایه حسگر نانوکامپوزیتی بر روی صفحه ای از جنس آلومینیم قرار داشت و وزنه ای بر سر آزاد آن متصل بود. مقایسه نتایج مربوط به فرکانس طبیعی اول نشان داد که استفاده از ۵ درصد وزنی نانو ذره استوانه ای سبب افزایش فرکانس طبیعی امان حسگر شده است. همچنین، نتایج بدست آمده از ولتاژ دینامیکی خروجی از امان نشان داد که در حسگر نانو کامپوزیتی حاوی ۱ درصد حجمی نانو ذره، در حالت ذرات با شکل کروی، خروجی حسگر ۲۱٪ در مقایسه با حالت ذرات با شکل استوانه ای بیشتر است.

واژه های کلیدی: نانو کامپوزیت، روش امان محدود، روش موری-تاناکا، PVDF، BaTiO₃، حسگر

۱- مقدمه

انرژی الکتریکی از منابع مهم انرژی در زندگی روزمره انسانها بشمار می رود. طبق قانون بقای انرژی، در محیط پیرامون ما انرژی از شکلی به شکل دیگر تغییر می کند و هیچ گاه از بین نمی رود. از این رو برای دست یابی به انرژی الکتریکی باید سایر منابع مناسب انرژی را شناخت و به کار گرفت. انرژی های شیمیایی و مکانیکی گزینه های بسیار مناسبی برای تبدیل به انرژی الکتریکی هستند، [۱-۳]. استفاده متمادی از انرژی های شیمیایی نظیر سوخت های فسیلی، ضمن ایجاد آلودگی های زیست محیطی، به تدریج این منابع را روبه کاهش برده است. امروزه توجه زیادی به استفاده از انرژی مکانیکی برای تبدیل به انرژی الکتریکی می شود. این انرژی آثار مخرب زیست محیطی کمتری در مقایسه با منابع شیمیایی دارد و همواره در دسترس است. امروزه، بسیاری از کارهای تحقیقاتی به شکلی هدفمند بر تبدیل انرژی مکانیکی از نوع ارتعاشی به انرژی الکتریکی متمرکز شده است، [۴]. در این تبدیل، پاسخ هوشمندانه مواد اهمیت بسزایی دارد. در بین مواد هوشمند، مواد پیزوالکتریک (PZT) گزینه ای برتر در ساخت امان حسگر مکانیکی، یعنی امانی که انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند، به شمار می روند، [۵-۶]. سرامیک های PZT به طور گسترده ای برای تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرند، [۷-۸]، اما به دلیل وجود ماده سمی سرب در ساختار آن، استفاده از آن در بسیاری از موارد منع شده است، [۹] و با مواد دیگری نظیر BaTiO₃ و ZnO جایگزین شده اند، [۱۰-۱۱].

از طرف دیگر، مواد پلیمری مانند PVDF و Nylon های فرد با خواص پیزوالکتریک و توان فرآیند پذیری آسان و مقرون به صرفه بودن در مقایسه با سرامیکها از جایگاه ویژه ای برخوردار هستند، [۱۲-۱۳]، اما خواص مکانیکی بسیار پایین مواد پلیمری در مقایسه با سرامیکها نقطه ضعف عمده ای برای این دسته از مواد محسوب می شود. بالاخره، در تلاش های اخیر تحقیقاتی با تلفیق

سرامیک ها و پلیمرها، کامپوزیت ها و نانوکامپوزیت های جدیدی با خواص الکتریکی مناسب، مدول الاستیک پایین و مقاومت شکنندگی بالا بدست آورده اند، [۱۵-۱۴]. پیش بینی خواص نانوکامپوزیت های پلیمری در نقش حسگر، پیش از ساخت، از مهمترین اقدامات به دلیل هزینه بالای تهیه آنها به شمار می رود. برای این منظور، روش های متعددی پیشنهاد شده است، اما هیچ یک به دقت دو روش المان محدود و موری-تاناکا در پیش بینی خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت ها نیست، [۱۷-۱۶]. اودگارد با بررسی اثر ذرات کروی SiC و PZT-7A متفاوت در زمینه های پلیمری مختلف، خواص الکترومکانیکی آن ها را به دو روش المان محدود و موری-تاناکا مورد بررسی قرار داد و نشان داد که استفاده از این ذرات پیزوالکتریک در زمینه پلیمری با خاصیت غیر پیزوالکتریک، سبب افزایش خاصیت پیزوالکتریک e_{31} و e_{33} کامپوزیت شده، همچنین ضریب دی الکتریک K_3 را افزایش می دهد. ذرات با خاصیت پیزوالکتریک بالا نقش موثری در افزایش خواص الکترومکانیکی نمونه دارد، [۱۸].

جعفری و همکارانش اثر نانو ذرات (نانولوله برن نیتراید) استوانه ای را بر خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت با زمینه پلیمری بدون خاصیت پیزوالکتریک با استفاده از روش المان محدود بررسی کرده، نشان دادند آرایش نانو ذرات استوانه ای نقش موثری در افزایش خواص الکترومکانیکی e_{31} و e_{33} نانوکامپوزیت دارد، [۱۹]. آندریوس و همکارانش با استفاده از روش های ریاضی المان محدود و موری-تاناکا، نشان دادند که در نانوکامپوزیت ها، حاوی نانو ذرات PZT7-A و PZT5-H پیزوالکتریک در زمینه پلیمری غیر پیزوالکتریک (پلیمری که سازمان ملی هوانوردی و فضایی آمریکا NASA تولید کرده است) نقش نسبت منظر (نسبت طول به عرض) نانو ذرات بر خواص الکترومکانیکی (e_{31} و e_{33} و K_{33}) بسیار مهم است، [۲۰]. دای و همکارانش نشان دادند که خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت ها با استفاده از مدل سه جزئی موری-تاناکا، شامل خواص لایه بین سطحی، نانو ذره و پلیمر قابل بیان است، [۲۱]. علیرغم این مطالعات، تحقیق مشخصی بر روی اثر نانو ذره با خاصیت پیزوالکتریک مانند $BaTiO_3$ بر زمینه پلیمری پیزوالکتریک مانند PVDF انجام نشده است و هنوز سوالات اساسی از جمله اثر شکل نانو ذره بر خواص الکترومکانیکی این نانوکامپوزیت و همچنین اثر آن بر میزان خروجی المان حسگر در میدان های دینامیکی وجود دارد.

در این تحقیق هدف اصلی یافتن پاسخ برخی از این سوالات اساسی است. برای این منظور در آغاز، خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت PVDF/ $BaTiO_3$ حاوی نانو ذرات کروی و استوانه ای با درصد های حجمی مختلف به دو روش المان محدود و موری-تاناکا محاسبه می شود. سپس، رفتار حسگری المان تیر یکسره گیردار ساخته شده از این نانوکامپوزیت به عنوان لایه هوشمند بر روی لایه ای از جنس آلومینیم در میدان دینامیکی به دو روش تحلیلی و عددی بررسی می شود و اثر شکل نانو ذره بر خواص الکترومکانیکی و رفتار حسگری المان نانوکامپوزیتی تبیین می شود.

۲- خواص مواد

ماده پلیمری PVDF در بین مواد پلیمری از خواص پیزوالکتریک مناسبی برخوردار است و به دلیل ساختارهای بلوری قطبی می تواند نقش مناسبی در رفتار حسگری المان داشته باشد. ماده $BaTiO_3$ نیز از مواد سرامیکی پیزوالکتریک با کاربردهای فراوان است. خواص الکترومکانیکی این دو ماده مندرج در جدول ۱ به عنوان ورودی در محاسبات نظری استفاده می شود.

۳- مبانی مدل

۳-۱- معادلات پیزوالکتریک

خاصیت پیزوالکتریک ماده ارتباط تنگاتنگی با تنش و میدان الکتریکی اعمالی به ماده دارد، در نتیجه برای بررسی رفتار مواد پیزوالکتریک، برقراری تعادل مکانیکی و الکتریکی در آنها شرطی لازم است. برای این منظور از قانون سوم نیوتن و گوس که در ذیل آمده است، استفاده می شود، [۲۲-۱۹]:

جدول ۱ خواص الکترو مکانیکی مواد منتخب [۱۸].

ماده	C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{13} (GPa)	C_{33} (GPa)	C_{44} (GPa)	C_{66} (GPa)	$\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_0}$	$\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_0}$	e_{31} (C/m ²)	e_{33} (C/m ²)
PVDF	۳/۸	۱/۹	۱/۰	۱/۲	۰/۷	۰/۹	۷/۴	۷/۶	۰/۰۲۴	-۰/۰۲۷
$BaTiO_3$	۲۷۵	۱۷۹	۱۵۲	۱۶۵	۵۴/۳	۱۱۳	۱۹۷۶/۸	۱۱۱/۷	-۲/۶۹	۳/۶۵

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

در رابطه‌های ۱ و ۲ پارامترهای T_{ij} و D_i به ترتیب تنسورهای تنش کوشی و جابه جایی الکتریکی هستند. برای برقراری ارتباط بین تنش و بار الکتریکی و همچنین خواص الکترومکانیکی از روابط خطی که در مواد پیزوالکتریک وجود دارد، استفاده می‌شود، [۲۳-۲۰]:

$$T_{ij} = C^E_{ijmn} S_{mn} + e_{nij} (-E_n) \quad (3)$$

$$D_i = e_{imn} S_{mn} - \varepsilon^S_{in} (-E_n) \quad (4)$$

در این رابطه‌ها C_{ijkl} ، E_n ، ε و e_{imn} به ترتیب مدول الاستیک، میدان الکتریکی، ضریب دی الکتریک و ضریب پیزوالکتریک هستند. با استفاده از مفهوم تنسور رابطه‌های ۳ و ۴ به شکل جامع تری که به رابطه ویت معروف است تبدیل می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^E & C_{12}^E & C_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ C_{12}^E & C_{22}^E & C_{23}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{32} \\ C_{13}^E & C_{23}^E & C_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^E & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^E & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & -\varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{22}^S & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{13} \\ S_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

در بسیاری از منابع، ضریب پیزوالکتریک به دو صورت تنش و کرنشی بیان می‌شود که می‌توان با استفاده از تنسور سفتی ضریب پیزوالکتریک تنش (d_{mn}) را به ضریب پیزوالکتریک کرنشی (e_{ij}) تبدیل کرد. با استفاده از رابطه ۵ امکان محاسبه تنش و جابه جایی الکتریکی در المان، سمت چپ معادله، از کرنش و میدان الکتریکی اعمالی به المان، سمت راست معادله، وجود دارد.

۴- پیش بینی نظری خواص الکترومکانیکی

۴-۱ روش المان محدود

در این پژوهش سلول واحد سه بعدی نانوکامپوزیت، به شکل مکعب در نظر گرفته شده است، زیرا محاسبه میزان درصد حجمی نانو ذرات و همچنین آرایش آن‌ها به راحتی در این شکل از سلول واحد امکان پذیر است. در شکل ۱ نمونه‌ای از سلول‌های واحد برای تعیین خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت شامل ۵ درصد حجمی از نانو ذرات کروی و استوانه‌ای نشان داده شده است. سلول‌های واحد در نظر گرفته شده از نانوکامپوزیت به یک میزان تغییر شکل داده، به هیچ عنوان از هم جدا نیستند و به شکل پیوسته‌ای در کنار هم قرار گرفته‌اند و نانوکامپوزیت مورد نظر را تشکیل می‌دهند. شرایط مرزی که برای هر سلول واحد در نظر گرفته می‌شود در دستگاه مختصات کارتیزی به شکل زیر تعریف می‌شود، [۲۴]

$$u_i = S_{ij} x_j + v_i \quad (6)$$

در این رابطه K_j میانگین کرنش و V_i میزان جابه جایی ایجاد شده در اثر اعمال نیرو در جهتی خاص در سلول واحد است. روابط اخیر را می‌توان به شکلی کلی تر بسط داد و برای هر صفحه از سلول واحد در جهت‌های مختلف دستگاه مختصات، بدست آورد، [۲۵]. با استفاده از معادله ۶ می‌توان روابطی بین جابه جایی-کرنش و میدان الکتریکی-پتانسیل الکتریکی، برای هر یک از صفحه‌های المان مورد نظر به شکل زیر بدست آورد:

$$u_i^{S_3^+} - u_i^{S_3^-} = \bar{S}_j (x_j^{S_3^+} - x_j^{S_3^-}) \quad (7)$$

$$V_i^{S_3^+} - V_i^{S_3^-} = \bar{E}_j (x_j^{S_3^+} - x_j^{S_3^-}) \quad (8)$$

در رابطه‌های ۷ و ۸ کرنش و میدان الکتریکی میانگینی از کل کرنش و میدان الکتریکی اعمالی در سلول واحد هستند. از این رو برای محاسبه میانگین پارامترهای الکترومکانیکی، از کل آن متغیرها در حجم سلول واحد، انتگرال گرفته می‌شود. روش المان محدود با استفاده از نرم افزار ABAQUS مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. مش بندی سلول واحد در نظر گرفته شده در شکل ۱ با مش C3D4E در نرم افزار انجام شد. این مش به شکل هرمی بوده و در هر راس خود دارای ۴ درجه آزادی است که ۳ درجه آزادی مربوط به جابه جایی و یک درجه آزادی مربوط به پتانسیل الکتریکی است. به طور کلی این مش، دارای ۱۶ درجه آزادی است که می‌تواند تحلیل کلی و جامعی را برای سلول واحد رقم بزند. داده‌های ارائه شده در این مطالعه، بر اساس مستقل بودن از میزان مش بندی گزارش شده‌اند. برای تعیین خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت از شرایط مرزی مناسبی که در جدول ۲ داده شده است، استفاده شد.

۲-۴ روش موری-تاناکا

برای محاسبات مستقیم خواص کلی ماده غیر همگن باید درصد حجمی و خواص اجزای مورد استفاده در نظر گرفته شود، [۲۶]. اگر کامپوزیت شامل اجزای زیادی باشد در این صورت خواص کلی ماده غیر همگن بر اساس رابطه (۹) قابل محاسبه خواهد بود:

$$\eta = \sum_{i=1}^N \phi_i \eta_i \quad (9)$$

در این رابطه، η خواص کلی کامپوزیت است و η_i خواص هر جزء با شمارنده i و ϕ_i درصد حجمی جزء i است و برای جزء زمینه کامپوزیت در این رابطه i مقداری برابر واحد خواهد داشت. در رابطه ۵ ماتریس خواص الکترومکانیکی را می‌توان برابر با ماتریس ξ در نظر گرفت، در این صورت این ماتریس بر اساس هر جزء به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\xi_i = \lambda_i \xi \quad (10)$$

در این رابطه λ_i تنسور درصد وزنی برای جزء i است و رابطه بین درصد حجمی و وزنی به صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^N \phi_i \lambda_i = I \quad (11)$$

در رابطه ۱۱، I ماتریس واحد است. برای تعیین خواص الکترومکانیکی، محققان رابطه ۱۲ را با استفاده از رابطه‌های ۹ و ۱۰ پیشنهاد داده‌اند، [۲۶]:

$$E_c = E_1 + \sum_{i=2}^N \phi_i (E_i - E_1) \lambda_i \quad (12)$$

در این رابطه E_c ، E_i ، ϕ_i ، N و λ_i به ترتیب خواص کلی نانوکامپوزیت، خواص جزء i ، درصد حجمی، تعداد اجزا و تنسور غلظت برای هر جزء هستند. در این رابطه تنسور غلظت از اهمیت بسزایی برخوردار است. این پارامتر بر اساس روشی که موری-تاناکا ارائه کرده، قابل محاسبه است:

$$\lambda_i = \lambda_i^f \left[\phi_i I + \sum_{i=2}^N \phi_i \lambda_i^f \right]^{-1} \quad (13)$$

در رابطه ۱۳، تنسور λ_i^f در مقالات متعدد با نام تنسور غلظت‌های رقیق تعریف شده، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda_i^f = \left[I + S_i E_1^{-1} (E_i - E_i) \right]^{-1} \quad (14)$$

در رابطه ۱۴، S_i تنسور اشلای نام دارد که برای هر جزء i قابل محاسبه است، [۲۷]. در واقع تنسور اشلای برای هر جزء، تابعی از سفتی آن جزء به همراه خواص نرمال شده از شکل ظاهری آن است.

۵- پیش بینی رفتار الکترومکانیکی

در بخش قبل، خواص الکترومکانیکی برای نانوکامپوزیت حاوی نانو ذرات کروی و استوانه‌ای به روش‌های عددی و موری-تاناکا بدست آمد. در این بخش امان حسگر به شکل تیر یکسرگیردار دو لایه در نظر گرفته شده که لایه نانوکامپوزیتی حسگر $PVDF/BaTiO_3$ بر روی لایه‌ای از جنس آلومینیم قرار دارد. در اینجا تحلیل رفتار این تیر یکسرگیردار در برابر میدان فرکانسی مد نظر است.

۱-۵ روش تحلیلی

یکی از مهمترین فرضیات برای دست یابی به رابطه‌ای مناسب برای تحلیل امان حسگر به شکل تیر یکسرگیردار، این است که چگونگی تغییرات کرنش در تیر به شکل اولر-برنولی در نظر گرفته شود. در این صورت میزان کرنش در لایه پیژوالکتریک به صورت زیر قابل محاسبه است، [۲۸]:

$$S(x, z, t) = -z W_{,xx}(x, t) \quad (15)$$

برای دست یابی به معادله حاکم بر رفتار امان از اصل انرژی، معروف به هامیلتونی استفاده می‌شود. بر این اساس انرژی‌های موثری که در امان وجود دارند، در مرحله اول شناسایی و فرمول بندی ریاضی می‌شوند. بدین ترتیب، چگالی انرژی پتانسیل الکتریکی-مکانیکی برای امان مورد نظر طبق رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود:

$$H = \frac{1}{2} \int_{V_A} S_1 \sigma_1 dV + \frac{1}{2} \int_{V_S} S_1 \sigma_1 dV - \int_{V_S} E_3 D_3 dV \quad (16)$$

در رابطه اخیر متغیرهای S_1 ، E_3 و D_3 به ترتیب کرنش، تنش، میدان الکتریکی و جابه جایی الکتریکی هستند. همچنین متغیرهای V_S و V_A به ترتیب حجم لایه‌های آلومینیم و حسگر هستند. اصل قانون همیلتونی به صورت رابطه ۱۷ بیان می‌شود:

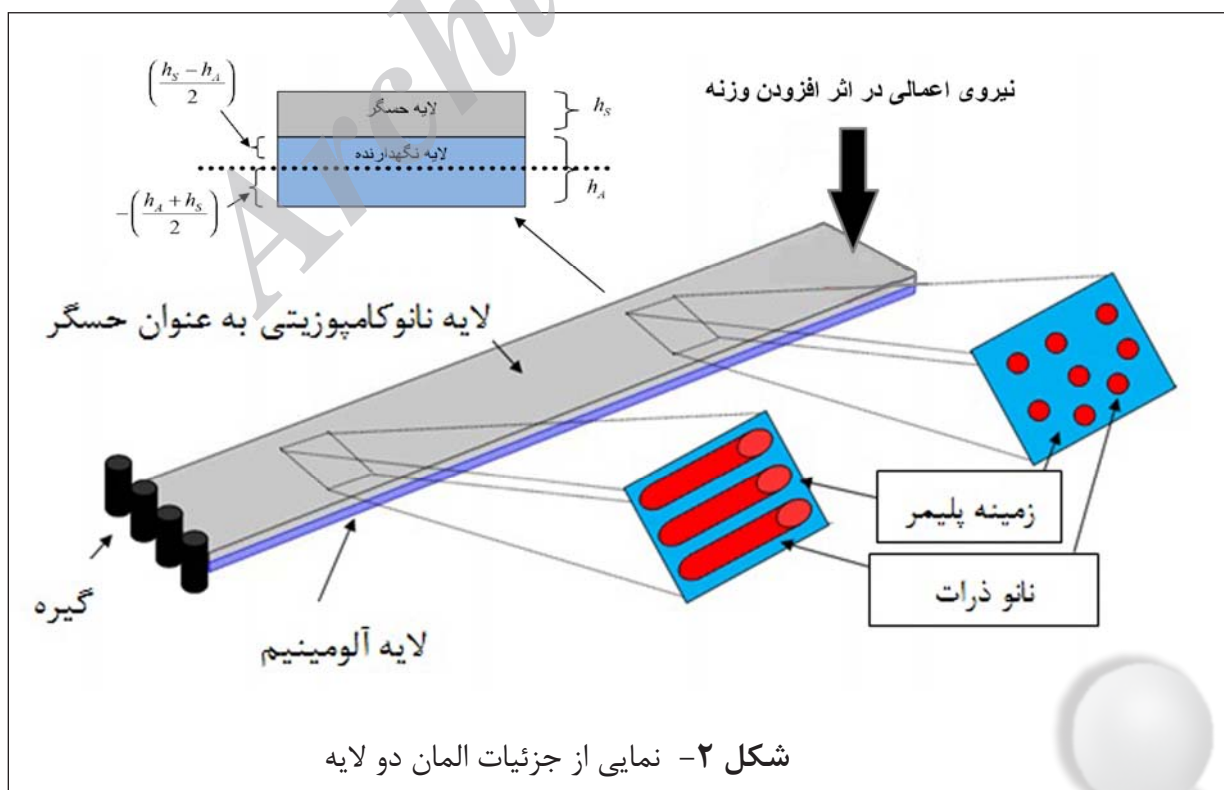
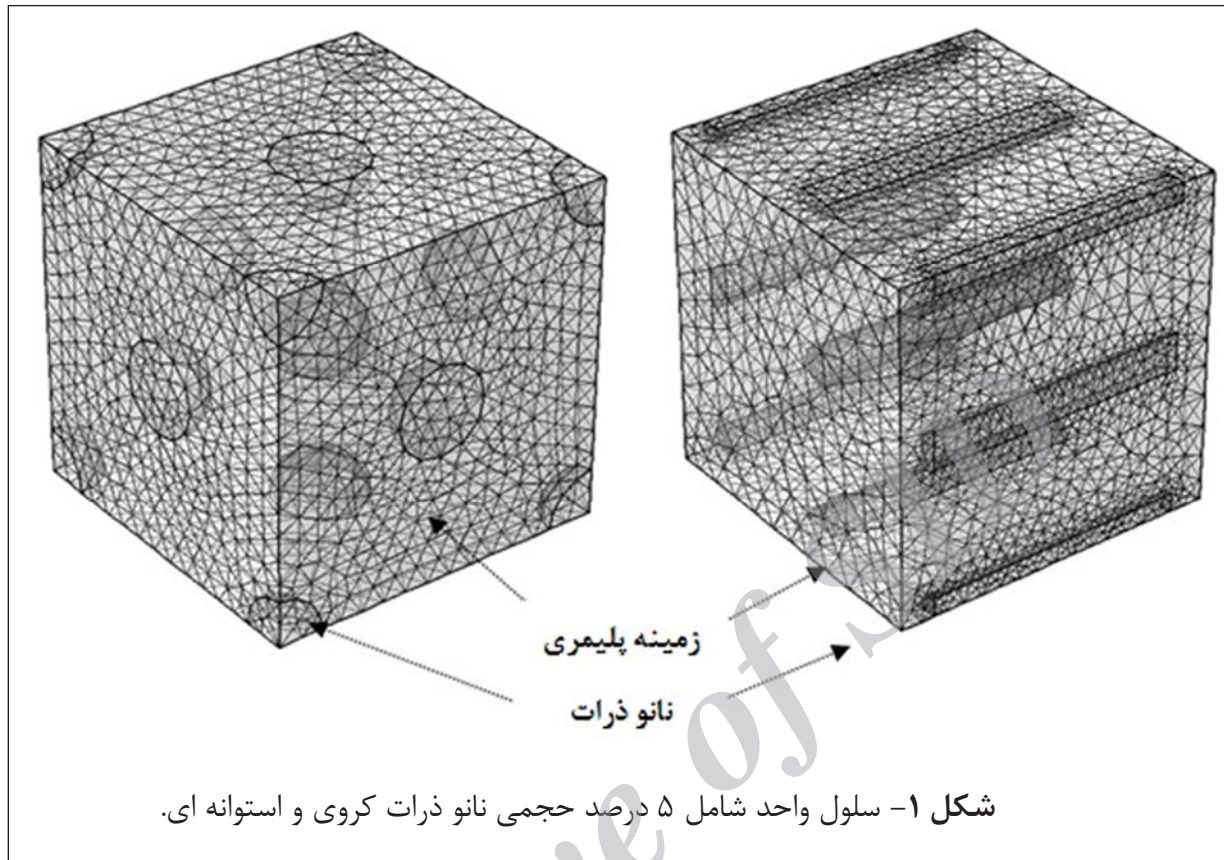
$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (L + W) dt = 0 \quad (17)$$

در این رابطه پارامتر W کار مجازی و L انرژی حاصل از برهمکنش انرژی جنبشی (T) و آنتالپی الکتریکی (H) است که بر اساس رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود:

$$L = \int_{V_0} T dV - \int_{V_0} H dV \quad (18)$$

همچنین انرژی جنبشی از رابطه ۱۹ محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_A} \rho_A \dot{w}^2(x, t) dV + \frac{1}{2} \int_{V_S} \rho_S \dot{w}^2(x, t) dV + \frac{1}{2} \int_{V_A} \rho_A z \dot{w}_{,x}^2(x, t) dV + \frac{1}{2} \int_{V_S} \rho_S z \dot{w}_{,x}^2(x, t) dV \quad (19)$$



در این رابطه پارامترهای ρ_A و ρ_S به ترتیب چگالی لایه‌های آلومینیم و حسگر هستند. میزان انرژی مجازی W برای المان از طریق جمع مجموع انرژی‌هایی مانند نیروهای مکانیکی $f_p(t)$ ، وزن در سر آزاد المان m و بار الکتریکی که بر روی سطح المان قرار دارد، $Q(t)$ ، به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$W = - \int_{A_q} Q(t)V(t)dA + f_p(t)w(l_p, t) + \frac{1}{2}mw^2(l_T, t) \quad (20)$$

در این رابطه A_q ، l_p و l_T به ترتیب سطح بار الکتریکی، فاصله اعمال نیرو و فاصله مکان وزن از سر تیر هستند. رابطه ۲۰ را می‌توان به شکل زیر باز نویسی کرد:

$$\begin{aligned} & \delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{2} \int_0^l \rho_A (I_A \dot{w}_{,x}^2(x,t) + \mu_A \dot{w}^2(x,t)) dx + \frac{1}{2} \int_0^l \rho_S (I_S \dot{w}_{,x}^2(x,t) + \mu_S \dot{w}^2(x,t)) dx - \frac{1}{2} \int_0^l C_{31S}^E w_{,xx}^2(x,t) dx \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \int_0^l C_{31A} w_{,xx}^2(x,t) dx + \int_0^l \int_{hs_1}^{hs_2} b e_{31} z \psi_{,z}(z,t) w_{,xx}(x,t) dz dx + \frac{1}{2} \int_{hs_1}^{hs_2} b l \varepsilon_{31}^S \psi_{,z}^2(z,t) dz - \int_{A_q} Q(t)V(t)dA + \right. \\ & \left. f_p(t)w(l_p, t) + \frac{1}{2}mw^2(l_T, t) \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

در این رابطه I ، μ ، ψ و b به ترتیب ممان دوم سطح، سطح مقطع، پتانسیل الکتریکی و عرض المان هستند. با به کار بردن اصل تغییر متغیرها در رابطه ۲۱ نسبت به متغیرهای دلخواه جابه‌جایی عمودی δw و پتانسیل الکتریکی $\delta \psi$ و اعمال انتگرال جزء به جزء می‌توان معادله‌هایی را به شکل زیر بدست آورد:

$$-(\rho_A I_A + \rho_S I_S) \ddot{w}_{,x}(x,t) + (\mu_A \rho_A + \mu_S \rho_S) \ddot{w}(x,t) + (C_{31S}^E I_S + C_{31A} I_A) w_{,xxxx}(x,t) = 0 \quad (22)$$

$$\psi_{,z}(z,t) - \left(-\frac{e_3}{\varepsilon_3^S} \right) w_{,x}(x,t) = 0 \quad (23)$$

با استفاده از رابطه ۲۲ که به شکل معادله دیفرانسیل پاره‌ای است و حل آن به روش جداسازی متغیرها، می‌توان میزان جابه‌جایی در کل تیر را بر اساس رابطه زیر بدست آورد:

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(t) v_n(x) \quad (24)$$

در رابطه ۲۴، $\phi_n(t)$ تابع دامنه برای جابه‌جایی عمودی المان است که بر اساس اصل اورتوگونالیتی قابل محاسبه است و $v_n(x)$ تابع شکل مد ارتعاشی المان است، که بر اساس شرایط مرزی که برای المان در نقطه‌های مانند سرگیردار ($x=0$) و سر آزاد ($x=l$) قابل محاسبه است. به دلیل پیچیده بودن روابط در اینجا از ذکر آن‌ها صرف‌نظر می‌شود [۲۹-۳۰].

همانطور که گفته شد با محاسبه تابع جابه‌جایی در تیر ($w(x,t)$) و قرار دادن آن در رابطه ۲۳، میزان ولتاژ خروجی از المان حسگر بدست می‌آید. با دقت در رابطه‌های ۲۲ و ۲۳، می‌توان دریافت که این معادلات تابع زمان هستند، بنابراین می‌توان از تبدیلات لاپلاس استفاده کرد و معادلات را بر حسب فرکانس نشان داد و به تحلیل شرایط المان در حالت قرارگیری در میدان‌های مختلف فرکانسی پرداخت.

۲-۵ روش عددی

در شکل ۲ نمونه‌ای از المان حسگر مورد نظر نشان داده شده است. در این روش، برای تعیین معادله حاکم نخست میدان‌های جابه‌جایی موجود در المان، بر اساس قانون کیرشوف، در سه بعد u ، v و w که به ترتیب اشاره به جهت‌های مختصات x ، y و z دارد، بدست می‌آید. همچنین، با استفاده از تعیین مکان صفحه خنثی در کامپوزیت و استفاده از قانون کیرشوف، معادلات کرنش موجود در المان به شکل ذیل بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \left(-\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \\ \varepsilon_x &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) - z \left(2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)\end{aligned}\quad (25)$$

برای بررسی اثر پیزوالکتریک می‌توان از رابطه ۲۶ استفاده کرد، [۲۹]

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma} \\ \bar{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_p & \bar{e} \\ \bar{e}^T & \varepsilon^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{S} \\ E_v \end{Bmatrix}\quad (26)$$

در این رابطه دو دسته از پارامترها (پارامترهای مربوط به خواص الکترومکانیکی و پارامترهای برداری) وجود دارند. خواص موادی \bar{E}_p ، \bar{e} و ε که به ترتیب مدول الاستیک، ضریب پیزوالکتریک و ضریب دی الکتریک هستند و پارامترهای برداری \bar{S} ، \bar{D} ، E_v که به ترتیب تنش مکانیکی، جابه جایی الکتریکی، کرنش و میدان الکتریکی هستند. بردار میدان الکتریکی نتیجه منفی از گرادیان پتانسیل الکتریکی است و فرض می‌شود که میدان الکتریکی به صورتی کاملاً یکنواخت و پیوسته در سراسر الکترودهای متصل شده به صفحات المان برقرار باشد. میدان الکتریکی در المان بر اساس روابط زیر بدست آید:

$$E = -\nabla \psi \quad E = \{0 \quad 0 \quad E_z\}^T \quad E_z = -\frac{\psi}{t_p}\quad (27)$$

در رابطه اخیر t_p ضخامت لایه فعال است و از رابطه ۲۶ بردار کرنش برای کل المان عبارت است از:

$$\bar{S} = \begin{Bmatrix} \bar{S}^{mech} \\ -E \end{Bmatrix}\quad (28)$$

بردار کرنش مکانیکی برای قسمت الاستیک (آلومینیم) و لایه حسگر (نانوکامپوزیت) را که در رابطه ۲۸ به آنها اشاره شده است، می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$\bar{S}^{mech} = S_m + S_b\quad (29)$$

با استفاده از رابطه ۲۸ و استفاده از آن در رابطه ۲۶ رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\hat{\sigma} = \begin{Bmatrix} \bar{\sigma} \\ \bar{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_p & \bar{e} \\ \bar{e}^T & \varepsilon^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{S}^{mech} \\ -E_v \end{Bmatrix} = \hat{C} \hat{S}\quad (30)$$

مدل المان محدود بر اساس اجزای مثلثی، برای تحلیل این ساختار انتخاب شده است. این المان شامل سه گره است که در هر کدام از آنها ۵ درجه آزادی در نظر گرفته شده که شامل ۳ درجه آزادی u_{0i} ، v_{0i} و w_{0i} مربوط به جابه جایی و ۲ درجه آزادی $-\partial w_0 / \partial y$ و $\partial w_0 / \partial x$ مربوط به شیب‌های جابه جایی هستند. بر اساس المان مورد نظر میدان جابه جایی را برای هر سه گره می‌توان بر اساس رابطه زیر بدست آورد، [۳۰]:

$$U = Z \left(\sum_{i=1}^3 N_i d_i \right) = Z N a_i \quad d = \sum_{i=1}^3 N_i d_i = \mathbf{N}\quad (31)$$

در رابطه ۳۱ پارامترهای a_i ، d_i و N_i به ترتیب بردارهای جابه جایی در المان، نقاط و تابع شکل المان هستند. d_i بردار جابه جایی نقاط و تابع شکل برای هر گره از المان به شکل زیر تعریف می‌شوند، [۳۱]:

$$d_i = \left\{ u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad -\frac{\partial w}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial x} \right\} \quad (32)$$

$$N_i = \begin{bmatrix} L_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}_1N_i & {}_2N_i & {}_3N_i \\ 0 & 0 & -\partial_1 N_i / \partial y & -\partial_2 N_i / \partial y & -\partial_3 N_i / \partial y \\ 0 & 0 & \partial_1 N_i / \partial x & \partial_2 N_i / \partial x & \partial_3 N_i / \partial x \end{bmatrix} \quad (33)$$

در رابطه ۳۳ توابع شکل L_i و N_i نشان داده شده است که بر اساس شکل المان، روابط ریاضی مستقلی دارند. برای بدست آوردن میدان جابه جایی در المان مثلثی، از رابطه ۳۳ استفاده می‌شود که در این رابطه بر اساس معادلات بیان شده برای محاسبه جابه جایی در لایه‌های آلومینیومی و حسگر، ماتریس Z به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

با استفاده از رابطه ۲۹ و ۳۴ میدان کرنش برای دو لایه را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نشان داد:

$$S_m = B^m a \quad S_b = B^b a \quad (35)$$

ماتریس‌های نشان داده شده در رابطه ۳۵ را می‌توان بر اساس تابع شکل المان مثلثی در نظر گرفته شده به شکل زیر تعریف کرد:

$$B_i^m = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$B_i^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial_1^2 N_i}{\partial x^2} & -\frac{\partial_2^2 N_i}{\partial x^2} & -\frac{\partial_3^2 N_i}{\partial x^2} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial_1^2 N_i}{\partial y^2} & -\frac{\partial_2^2 N_i}{\partial y^2} & -\frac{\partial_3^2 N_i}{\partial y^2} \\ 0 & 0 & -2\frac{\partial_1^2 N_i}{\partial x \partial y} & -2\frac{\partial_2^2 N_i}{\partial x \partial y} & -2\frac{\partial_3^2 N_i}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (37)$$

معادله دینامیکی برای صفحه مورد نظر بر اساس اصل هامیلتونی و استفاده از روش المان محدود به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\int_{A^e} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \delta \left\{ \begin{matrix} a \\ \psi \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} B^{mech} & 0 \\ 0 & B^\phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & e \\ e^T & -p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^{mech} & 0 \\ 0 & B^\phi \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} a \\ \psi \end{matrix} \right\} dz dA^e - \int_{A^e} N^T \delta \left\{ \begin{matrix} \dot{a} \\ \dot{\psi} \end{matrix} \right\}^T \rho_k \right. \right. \quad (38)$$

$$\left. \int_h^h Z^T Z dz N \left\{ \begin{matrix} a \\ \psi \end{matrix} \right\} dA^e \right\} + f_p(t) \delta \{a\}_i^T + \frac{1}{2} m \delta \{\dot{a}\}_i^T - \int_{A^e} Q \delta \psi dA^e \Bigg\} dt = 0$$

در رابطه ۳۸ و ψ بردار سرعت مکانیکی المان و اختلاف پتانسیل الکتریکی است، سایر پارامترها در بخش‌های گذشته تعریف شده‌اند. برای رابطه ۳۹ ماتریس سفتی و جرم بر اساس معادلات زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & K_{\phi\phi} \end{bmatrix}^e = \int_{A^e} \begin{bmatrix} B^m & B^b & 0 \\ 0 & 0 & B^\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B & A' \\ B & C & B' \\ A' & B' & A'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^m & 0 \\ B^b & 0 \\ 0 & B^\phi \end{bmatrix} dA^e \quad (39)$$

$$M_{uu}^e = \int_{A^e} N^T \left(\sum_{k=1}^N \rho_k \int_h^h Z^T Z dz \right) N dA^e \quad (40)$$

هر یک از ماتریس‌های A ، B ، C ، A' ، B' و A'' تعریف معینی دارند که در ذیل آمده است:

$$A = \sum_{k=1}^N (Q_j H_1) \quad B = \sum_{k=1}^N (Q_j H_2) \quad C = \sum_{k=1}^N (Q_j H_3) \quad (41)$$

$$A' = \sum_{k=1}^{N^p} (e_{3j} H_1) \quad B' = \sum_{k=1}^{N^p} (e_{3j} H_2) \quad (42)$$

$$A'' = \sum_{k=1}^{N^p} (p_3 H_1) \quad (43)$$

بدین ترتیب روابط برای همه لایه‌های تشکیل دهنده المان قابل محاسبه است. N و N_p به ترتیب تعداد لایه‌های الاستیک و لایه‌های هوشمند المان هستند. پارامتر H_n بر اساس ضخامت هر لایه تعریف می‌شود. بدین ترتیب معادله حاکم بر المان به شکل زیر تغییر می‌یابد:

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\psi} \\ K_{\psi u} & K_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{mech}(t) \\ F_{ele}(t) \end{Bmatrix} \quad (44)$$

در سمت چپ معادله ۴۴ پارامترهای M_{uu} ، m ، K_{uu} ، $K_{u\psi}$ ، $K_{\psi u}$ ، $K_{\psi\psi}$ به ترتیب ماتریس وزن المان، وزنه اعمال شده به سر آزاد المان، ماتریس سفتی، ماتریس پیروالکترونیک و ماتریس دی‌الکترونیک المان هستند. همچنین پارامترهای سمت راست معادله شامل $F_{mech}(t)$ و $F_{ele}(t)$ که به ترتیب نیروی مکانیکی و نیروی الکتریکی هستند. با ساده سازی معادله ۴۴ و در نظر نگرفتن هیچ نیروی الکتریکی اعمالی به المان معادلات زیر حاصل می‌شود:

$$[M_{uu}] \{\ddot{q}\} + m \{\dot{q}\} + [K_{u\phi}] \{\psi\} = F_{mec}(t) \quad (45)$$

$$[K_{\psi\psi}] \{q\} + [K_{u\phi}] \{\psi\} = 0 \quad (46)$$

اگر ساختار در معرض نیرویی با خواص نوسانی و فرکانس ω قرار داشته باشد، همه عبارات مانند نیروی اعمالی، جابه جایی و پتانسیل الکتریکی و مشتقات آن را می‌توان با استفاده از عدد اولرین به شکل نوسانی تبدیل کرد.

۶- نتایج و بحث

۶-۱ پیش بینی خواص نانوکامپوزیت

نتایج خواص الکترومکانیکی المان‌های نانوکامپوزیتی حسگر حاوی ۱ و ۵ درصد حجمی نانو ذره با شکل‌های هندسی استوانه‌ای و کروی به صورت مقایسه‌ای برای دو روش المان محدود و موری-تاناکا در جدول ۲ نشان داده شده است. نمونه‌ها در همین جدول معرفی و کد گذاری شده‌اند. برای بدست آوردن خواص مذکور به روش المان محدود از شرایط مرزی که در جدول ۳ برای سلول واحد در نظر گرفته شده است، استفاده شد.

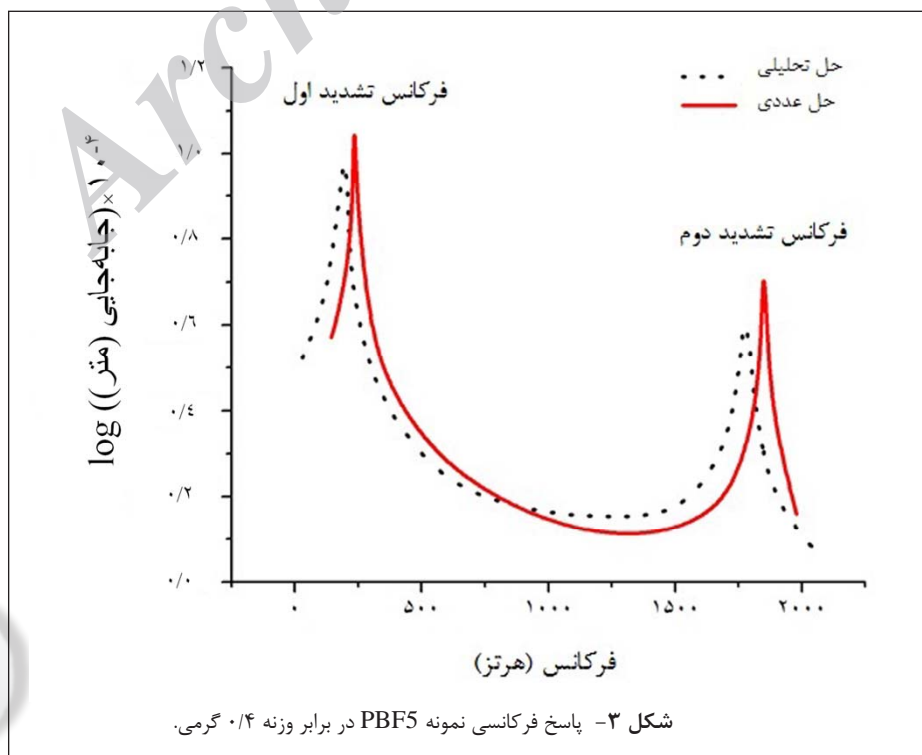
مشاهده می‌شود که خواص الکتریکی و مکانیکی بدست آمده بر اساس دو روش به هم نزدیک بوده، اثبات کننده درستی محاسبات هستند. همچنین، به طور کلی افزایش نانو ذره، افزایش مدول الاستیک را در پی دارد. نانو ذره استوانه‌ای به دلیل آرایش یافتگی در جهت اعمال نیرو سهم بیشتری در افزایش مدول الاستیک در مقایسه با نانو ذره کروی دارد. مقایسه خواص دی‌الکترونیک نشان

جدول ۲- معرفی، کد گذاری و خواص الکترو مکانیکی المان های نانوکامپوزیتی حسگر.

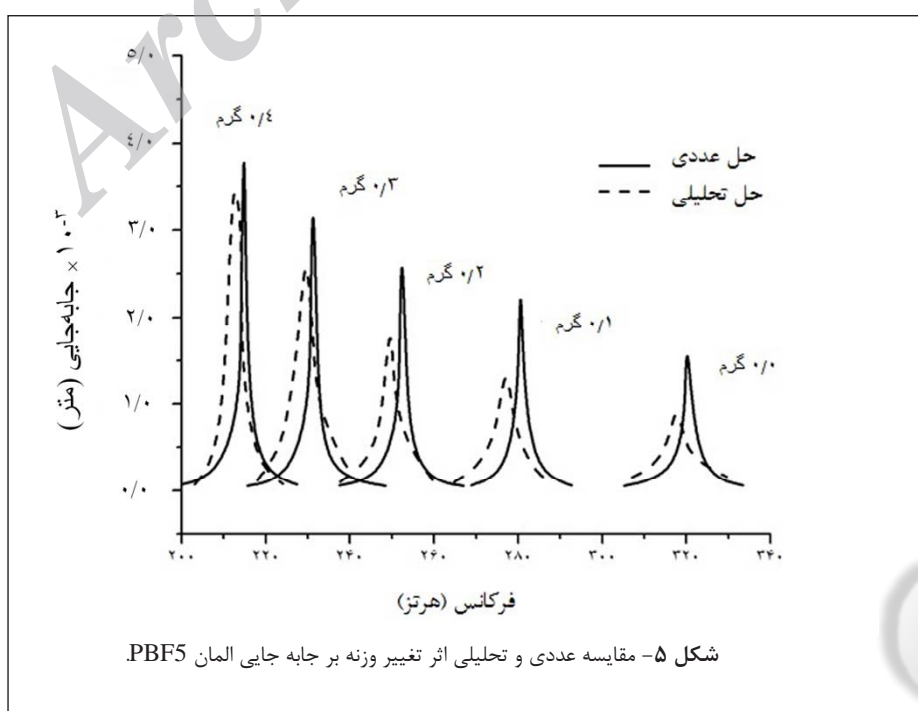
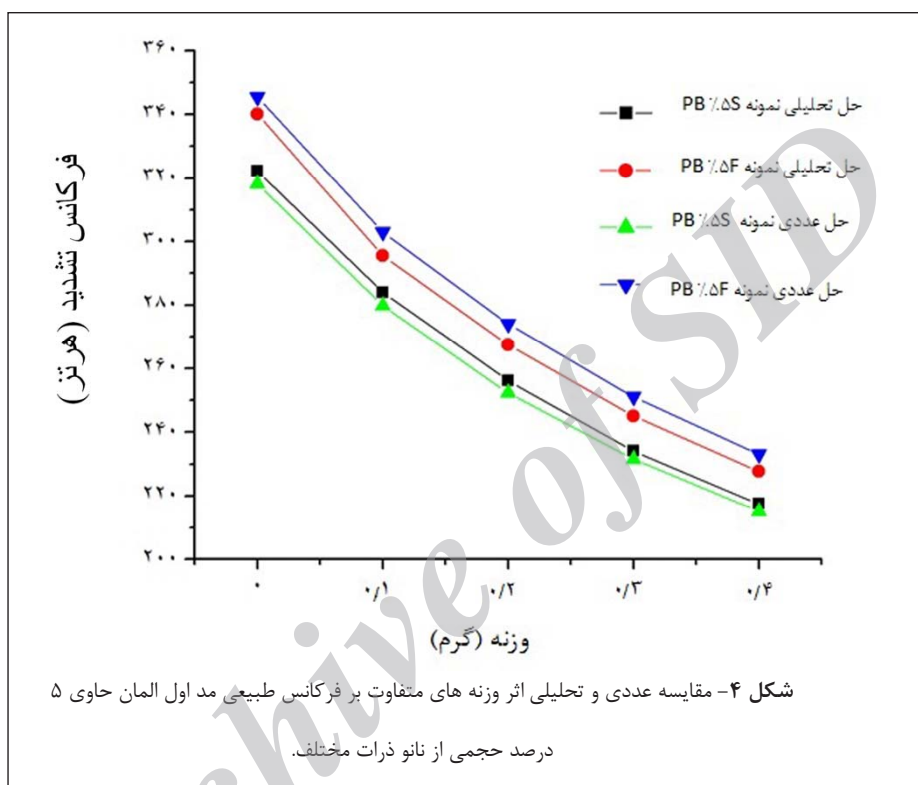
C_{11} (GPa)		e_{31} (Cm ⁻²)		ϵ_{33}		نمونه‌ها
FEM	MT	FEM	MT	FEM	MT	
۳/۹	۳/۲	238×10^{-4}	216×10^{-4}	۷/۶	۶/۹	PBS1
۴/۳۲	۴/۱۲	213×10^{-4}	197×10^{-4}	۸/۶	۷/۴	PBF1
۴/۱۸	۴/۰۴	19×10^{-3}	15×10^{-4}	۳۶/۱	۳۵/۸	PBS5
۷/۴۵	۷/۲۳	-30×10^{-5}	-21×10^{-5}	۸۰/۱	۷۸/۵	PBF5

جدول ۳ شرایط مرزی برای تعیین خواص مورد نظر به روش المان محدود

شرایط مرزی جابه‌جایی و پتانسیل الکتریکی	شرایط مرزی کرنش و میدان الکتریکی اعمالی	خواص
$u_1(B) = \epsilon x_1$ $u_2(B) = 0$ $u_3(B) = 0$ $\phi(B) = 0$	$\epsilon_{11} = \epsilon$	C_{11}
$u_1(B) = 0$ $u_2(B) = 0$ $u_3(B) = 0$ $\phi(B) = -E x_3$	$E_3 = E$	ϵ_{33}
$u_1(B) = \epsilon x_1$ $u_2(B) = 0$ $u_3(B) = 0$ $\phi(B) = -E x_3$	$\epsilon_{11} = \epsilon$ $E_3 = E$	e_{31}

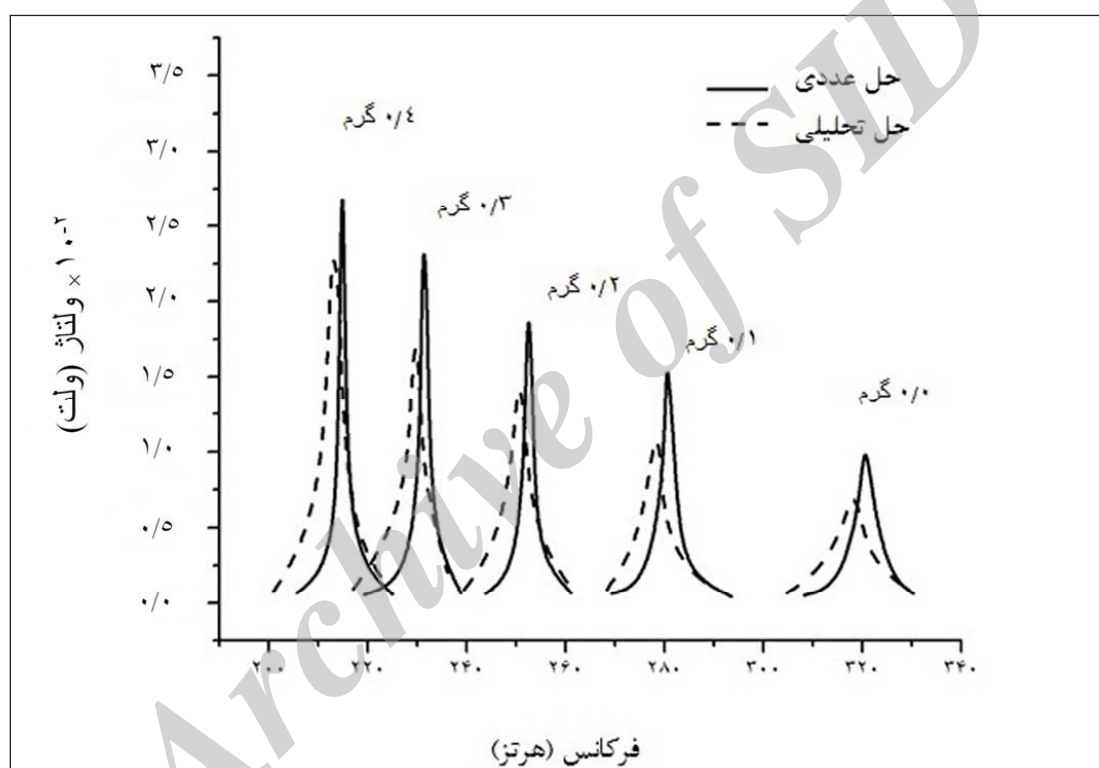


می‌دهد که افزودن ماده‌ای با ضریب دی الکتریک بالا به ماده‌ای با ضریب دی الکتریک پایین سبب بالا رفتن ضریب دی الکتریک مخلوط می‌شود و این افزایش برای نانو ذره با شکل استوانه‌ای بیشتر از کروی است، که نشان دهنده تاثیر شکل نانو ذره و نسبت منظر آن در جابه‌جایی بهتر الکتریکی الکترون‌ها (D) در نانوکامپوزیت است. به علاوه، استفاده از نانو ذره استوانه‌ای در مقایسه با کروی سبب تمایل بیشتر ضریب پیزوالکتریک نانوکامپوزیت به $BaTiO_3$ با شکل استوانه‌ای است. ضریب پیزوالکتریک از نسبت تنش به میدان الکتریکی اعمالی به دست می‌آید که به دلیل آرایش یافتگی نانو ذرات استوانه‌ای، تنش قابل تحمل در المان بیشتر است، بنابراین، موجب افزایش ضریب پیزوالکتریک شده است.

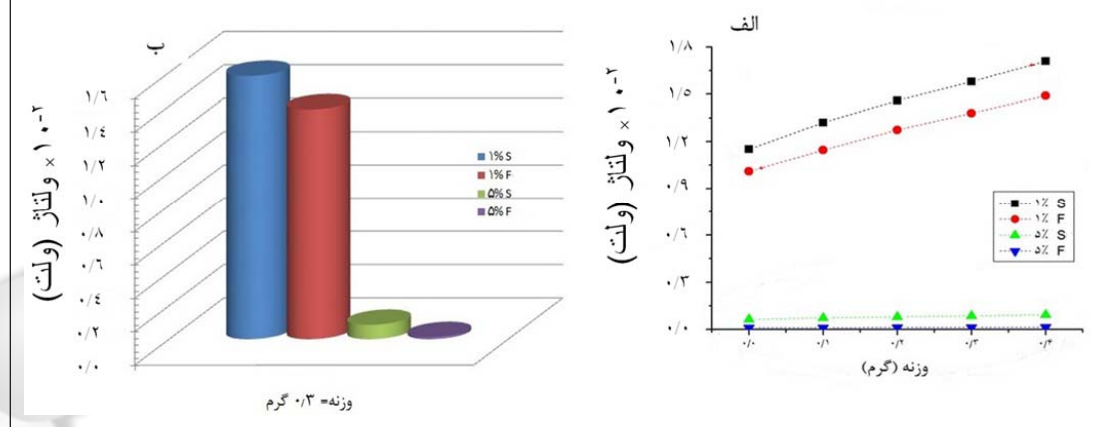


۲-۶ پاسخ‌های فرکانسی

برای حصول بالاترین بازدهی تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی، باید فرکانس طبیعی ارتعاش المان، بسیار نزدیک به فرکانس ارتعاشی منبع تولید انرژی مکانیکی باشد. خواص مکانیکی، ابعاد و جرم المان از جمله متغیرهای موثر بر فرکانس طبیعی المان هستند. شکل ۲ المان حسگری که در معرض میدان‌های فرکانسی قرار گرفته، نشان می‌دهد. خواص الکترومکانیکی لایه بالایی که نقش المان حسگر را بر عهده دارد، در بخش قبل تعیین و در جدول ۳ نشان داده شد. با استفاده از روش‌های عددی و تحلیلی ارائه شده فرکانس طبیعی این المان با اعمال وزنه‌هایی بر سر آزاد تیر یکسرگیردار محاسبه می‌شود. به عنوان نمونه پاسخ فرکانسی نمونه نانوکامپوزیتی PBF5 با وزنه ۰/۴ میلی گرم در شکل ۳ نشان داده شده است. نتایج روش‌های تحلیلی و عددی به هم نزدیک است که نشان دهنده منطقی بودن آن هاست. نمونه‌ها تحت وزنه‌های مختلفی قرار گرفته‌اند. در شکل ۴ اثر کلی افزایش وزن وزنه بر کاهش فرکانس طبیعی المان نشان داده شده است.



شکل ۶- مقایسه عددی و تحلیلی اثر تغییر وزنه بر ولتاژ خروجی المان PBF5.



از سوی دیگر استفاده از نانو ذره با شکل استوانه‌ای سبب افزایش فرکانس طبیعی در مقایسه با نانو ذرات کروی شده است. زیرا مقدار مدول نانوکامپوزیت تشکیل شده با نانو ذره استوانه‌ای در مقایسه با نانو ذره کروی بالاتر است. این شکل به خوبی نشان می‌دهد که با افزودن یا کاستن وزنه بر سر آزاد المان، می‌توان فرکانس طبیعی آن را بدون تغییر در مدول الاستیک تغییر داد تا فرکانس طبیعی المان به فرکانس ارتعاشی منبع انرژی مکانیکی نزدیک شود. شکل ۵ اثر افزایش وزنه بر سر آزاد المان را بر میزان جابه جایی المان حاوی ۵ درصد حجمی نانو ذره استوانه‌ای در شرایط فرکانسی متفاوت نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود افزایش وزنه موجب افزایش جابه جایی، ولی کاهش فرکانس طبیعی المان شده است. در شکل ۶ میزان خروجی ولتاژ از المان حسگر نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که افزایش وزنه بر سر آزاد المان سبب افزایش میزان خروجی ولتاژ المان شده است. زیرا همانطور که در شکل ۵ مشاهده شد افزایش وزنه سبب افزایش جابه جایی المان یعنی القای کرنش بیشتر در نمونه خواهد شد و بر اساس روابط مربوط به مواد پیزوالکتریک میزان جابه جایی الکتریکی نیز در المان افزایش یافته، افزایش ولتاژ خروجی در المان را به دنبال دارد.

برای درک اثر شکل نانو ذره بر میزان خروجی المان حسگر، با توجه به شکل ۷ (الف) که رفتار حسگری نمونه‌ها را تحت وزن‌های اعمالی متفاوت نشان می‌دهد، همچنین در شکل ۷ (ب) اثر ولتاژ خروجی از نمونه‌های مختلف تحت یک وزنه ثابت ۰/۳ گرمی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نانو ذره کروی در مقایسه با نانو ذره استوانه‌ای اثر بهتری بر خروجی المان حسگر دارد. زیرا نانو ذره استوانه‌ای از یک سو سبب افزایش مدول الاستیک و ضریب دی الکتریک و از سوی دیگر سبب کاهش ضریب پیزوالکتریک المان شده است. این عوامل اثر منفی بر رفتار حسگری المان دارند.

همچنین، مشاهده می‌شود که المان حاوی ۱ درصد حجمی نانو ذره کروی، ولتاژ خروجی بالاتری در مقایسه با سایر نمونه‌ها به دست داده است. دلیل این امر مربوط به اثر متفاوت پیزوالکتریک نانو ذرات ($BaTiO_3$) با زمینه پیزوالکتریک (PVDF) است. این دو در جهت مخالف هم عمل می‌کنند و با افزایش مقدار نانو ذرات در زمینه پلیمری این تفاوت افزایش می‌یابد. بنابراین، بازده تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی در نانوکامپوزیت با ذره کروی بالاتر از نانوکامپوزیت با ذره استوانه‌ای در مقدار ثابت است.

۷- نتیجه گیری

خواص الکترومکانیکی نانوکامپوزیت‌های PVDF/ $BaTiO_3$ محاسبه شده به دو روش المان محدود و موری-تاناکا به هم نزدیک است که دلالت بر صحت محاسبات انجام شده دارد. نتایج مربوط به رفتار فرکانسی المان حسگر ساخته شده بر پایه هر یک از نانوکامپوزیت‌های مذکور نشان داد که استفاده از نانو ذره استوانه‌ای در مقایسه با کروی سبب افزایش در فرکانس طبیعی المان می‌شود که به مفهوم اعمال بیشتر انرژی مکانیکی است. همچنین، با افزایش وزنه آزاد بر سر المان، مقدار عددی فرکانس طبیعی المان به مقادیر پایین تر نزول می‌کند و میزان جابه جایی در سر آزاد المان افزایش می‌یابد که موجب افزایش میزان ولتاژ خروجی می‌شود. مقایسه بین نتایج بدست آمده از خروجی المان‌های حسگر بر پایه نانوکامپوزیت‌های مختلف PVDF/ $BaTiO_3$ نشان داد که نانو ذرات کروی از بازده بالاتری در تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی در مقایسه با نانو ذرات استوانه‌ای برخوردار هستند و استفاده از درصد‌های کم نانو ذرات اثر بهتری بر میزان خروجی المان حسگر خواهد دارد.

۸- قدردانی

از گروه مهندسی عمران دانشگاه تربیت مدرس برای در اختیار قرار دادن تسهیلات رایانه‌ای برای شبیه سازی قدردانی می‌شود.

مراجع

1. Yilmaz S. Selim. H., A Review on the Methods for Biomass to energy Conversion Systems Design, *Renewable Sustainable Energy Reviews.*, 25, 420-430, 2013.
2. Chen X., Xu S., Yao N., Shi Y, Nanogenerator for Mechanical Energy Harvesting Using PZT Nanofibers, *Nano Letter.*, 10, 2133–2137, 2010.
3. Qin Y., Wan X., Wang Z. L., Microfibre–nanowire Hybrid Structure for Energy Scavenging, *Nature*, 451, 809-813, 2009.
4. Erturk A., Inman D. J., on Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19, 1311-1325, 2008.
5. Kalema V., Timucin M., Structural, Piezoelectric and Dielectric Properties of PSLZT–PMnN Ceramics. *Journal of the European Ceramic Society*, 33, 105–111, 2013.
6. Lee S.B., Key T. S., Liang Z., Garcia R.E., Wang S., Tricoche X., Rohrer G.S., Saito Y., Ito C., Tani T., Microstructure Design of Lead-Free Piezoelectric Ceramics. *Journal of the European Ceramic Society* 33, 313–326, 2013.
7. Ke P., Dziora A. M., Optimal Shapes of PZT Actuators for Laminated Structures Subjected to Displacement or Eigenfrequency Constraints. *Composite Structures* 94, 1224–1235, 2012.
8. Shanker R., Bhalla S., Gupta A., Kumar M. P., Dual Use of PZT Patches as Sensors in Global Dynamic and Local Electromechanical Impedance Techniques for Structural Health Monitoring, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 22, 1841-1856, 2011.
9. Safari A., Akdogan E. K., *Piezoelectric and Acoustic Materials for Transducer Applications: Springer* 2003.
10. Wei-Gang Y., Nan M., Zhao B. L., High Piezoelectric Properties of BaTiO₃-xLiF Ceramics Sintered at Low Temperatures. *Journal of the European Ceramic Society* 32, 899–904, 2012.
11. Lalinsky T., Vallo G.V., Drzik M., Bruncko J., Jakovenko J., Kutis I., Ryger S., Hascik M., Impact of ZnO Gate Interfacial Layer on Piezoelectric Response of AlGaN/GaN C-HEMT Based Ring Gate Capacitor. *Sensors and Actuators A*, 172, 386– 391, 2011.
12. Sahaya G., Impact Force of Low Velocity Liquid Droplets Measured Using Piezoelectric PVDF Flm. *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*, 356, 162–168, 2010.
13. Gao Q., Scheinbeim J. I., Dipolar Intermolecular Interactions, Structural Development, and Electromechanical Properties in Ferroelectric Polymer Blends of Nylon-11 and Poly(vinylidene fluoride). *Macromolecules*, 33, 7564 7572, 2000.
14. Ramaratnam A., Jalili N.; Reinforcement of Piezoelectric Polymers with Carbon Nanotubes: Pathway to Next-generation Sensors, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17, 199-208, 2006.
15. Olmos D., Martinez-Tarifa J.M., Uniformly Dispersed Submicrometre BaTiO₃ Particles in PS Based Composites. Morphology, structure and dielectric properties. *Polymer Testing*, 31, 1121–1130, 2012.
16. Joshi U.A., Sharma S.C., Harsha S.P., Analysis of Elastic Properties of Carbon Nanotube Reinforced Nanocomposites with Pinhole Defects. *Computational Materials Science*, 50, 3245–3256, 2011.
17. Dinartz F., Sabar H., Magnetoelectric Effect in Coated Fibrous Magnetic–Piezoelectric Composites. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23, 1249-1261, 2012.
18. Odegard G. M., Constitutive Modeling of Piezoelectric Polymer Composites. *Acta Materialia*, 52, 5315–5330, 2004.
19. Jafari A., Afaghi Khatibi A., Mashhadi M. M., Comprehensive Investigation on Hierarchical Multiscale Homogenization Using Representative Volume Element for Piezoelectric Nanocomposites, *Composites Part B: Engineering*, 42, 553-561, 2011.
20. Andrews C., Lin Y., Sodano H. A., The Effect of Particle Aspect Ratio on the Electroelastic Properties of Piezoelectric Nanocomposites, *Smart Materials and Structures*, 19, 025018-025024, 2010.
21. Dai Q., Ng K., Investigation of Electromechanical Properties of Piezoelectric Structural Fiber Composites with Micromechanics Analysis and Finite Element Modeling, *Mechanics of Materials* 53, 29-46, 2012.
22. Deraemaeker A., Nasser H., Benjeddou A., Preumont A., Mixing Rules for the Piezoelectric Properties of Macro Fiber Composites, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20, 1475-1482, 2009.

23. Elvin N. G., Elvin A. A., A Coupled Finite Element—Circuit Simulation Model for Analyzing Piezoelectric Energy Generators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20, 587-595, 2009.
24. Kari S., Numerical Evaluation of Effective Material Properties of Transversely Randomly Distributed Unidirectional Piezoelectric Fiber Composites, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18, 361-372, 2007.
25. Xia Z., Zhang Y., Ellyin F., A Unified Periodical Boundary Conditions for Representative Volume Elements of Composites and Applications. *International Journal of Solids and Structures* 40, 1907–1921, 2003.
26. Dunn M. L., Taya M., Micromechanics Predictions of the Effective Electroelastic Moduli of Piezoelectric Composites, *International Journal of Solids and Structures*, 30, 161-175, 1993.
27. Eshelby J. D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems, *Proc Roy Soc London, Ser A.*, 241, 376–396, 1957.
28. Aldraihem O. J., Wetherhold R. C., Singh T., Distributed Control of Laminated Beams: Timoshenko Theory vs. Euler–Bernoulli Theory, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 8, 231-247, 1997.
29. Mak K. H., McWilliam S., Popov A. A., Fox C. H. L., Performance of a Cantilever Piezoelectric Energy Harvester Impacting a Bump Stop, *Journal of Sound and Vibration*. 330, 6184-6202, 2003.
30. Zinkevich O. C., *The Finite Element Method in Engineering Sciences*, ed. r. ed. 1977, London: McGraw-Hill.
31. Jose S., Moita S., Cristova M., Soares M., Geometrically Non-linear Analysis of Composite Structures with Integrated Piezoelectric Sensors and actuators. *Composite and Structure*, 57, 252–615, 2002.

Archive of SID