



مقایسه مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی، سری زمانی آریمای و رگرسیون خطی چند متغیره در

پیش‌بینی تغییرات سطح آب زیرزمینی

نادیا شهرکی^۱، محبوبه یونسی^۲، عبدالله طاهری تیزرو^{۳*}

۱- دانشجوی دکتری رشته مهندسی منابع آب، گروه مهندسی علوم آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۲- دانشجوی دکتری رشته مهندسی منابع آب، گروه مهندسی علوم آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۳- دانشیار مهندسی منابع آب، گروه مهندسی علوم آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

* نویسنده مسئول: ttizro@Basu.ac.ir

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۱۸

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۱۳

چکیده

پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی، جهت برنامه‌ریزی در مناطق خشک و نیمه‌خشک امری ضروری است. در این مطالعه برای پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی دو پیرومتر واقع در دشت کرمان از مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی، سری زمانی آریمای و رگرسیون خطی چند متغیره استفاده شد. برای دستیابی به این منظور از عمق آب زیرزمینی ماهانه پیرومترهای مذکور طی سال‌های ۱۳۹۲-۱۳۸۱ استفاده گردید. نتایج بررسی حالت‌های مختلف مدل سری زمانی آریمای نشان داد که مدل سری زمانی آریمای (۱ و ۰) و (۲ و ۰) برای پیرومتر جنوب باغین و مدل سری زمانی آریمای (۱ و ۱) و (۲ و ۰) برای پیرومتر اراضی فرودگاه بهترین برازش را با داده‌ها داشته است. در مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی MLP و RBF مدل MLP با ۲ و ۴ لایه پنهان برای پیرومترهای جنوب باغین و مدل RBF با ۸ و ۱۰ لایه پنهان برای پیرومترهای اراضی فرودگاه بهترین برازش را با داده‌ها داشته‌اند. در مدل‌سازی با روش رگرسیون خطی چندمتغیره، برای هر دو پیرومتر بهترین روابط مدل رگرسیون خطی چندمتغیره به دست آمده نشان داد که رابطه رگرسیون خطی چندمتغیره عمق آب زیرزمینی ماه فعلی تابعی از عمق آب زیرزمینی یک ماه قبل است؛ به عبارت دیگر عمق آب زیرزمینی، بیشترین وابستگی را به عمق آب زیرزمینی ماه قبل دارد. نتایج آزمون معیار خطا و همچنین نتایج مقایسه مقادیر پیش‌بینی مدل‌های MLP، RBF، ARIMA، و مدل رگرسیون خطی چند متغیره با مقادیر واقعی پیرومترها نشان داد، که پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی به وسیله مدل رگرسیون خطی چندمتغیره از مدل‌های شبکه عصبی و سری زمانی آریمای بهتر بوده است.

واژه‌های کلیدی: آریمای، اراضی فرودگاه، جنوب باغین، رگرسیون خطی چندمتغیره، شبکه عصبی مصنوعی.

مقدمه

شده‌اند. اگرچه مدل‌های ریاضی و فیزیکی، ابزار اصلی بررسی و شناخت فرایندهای فیزیکی حاکم بر یک سیستم هستند، نبود اطلاعات و داده‌های مورد نیاز این مدل‌ها، آن‌ها را با محدودیت کاربرد روبه‌رو کرده است. این مسئله سبب روی آوردن به

شبیه‌سازی و پیش‌بینی وضعیت آینده‌ی سطح آب زیرزمینی، عاملی مهم در مدیریت و بهره‌برداری از این منابع می‌باشد. آب‌های زیرزمینی با روش‌های مختلفی مدل‌سازی

مدل‌های آماری یا هوشمند به عنوان جایگزین مدل‌های ریاضی و فیزیکی شده است (رجایی و میرباقری، ۱۳۸۸). شبکه‌های عصبی مصنوعی به عنوان مدل‌های جعبه سیاه، ابزاری توانمند برای مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی بوده و قادرند روابط پیچیده حاکم بر چنین فرآیندهایی را مدل نمایند. مطالعات زیادی در زمینه پیش‌بینی سطح ایستابی به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی انجام گرفته است. میرعربی و نخعی (۱۳۸۷) در پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت بیرجند با استفاده از شبکه عصبی نشان دادند که استفاده از شبکه عصبی برای پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی موفقیت‌آمیز است. محتشم و همکاران (۱۳۸۹) سطح ایستابی دشت بیرجند را توسط شبکه عصبی مصنوعی پیش‌بینی کردند. نتایج تحقیقاتشان نشان داد پیش‌بینی ۱۲ ماهه توسط این مدل در مقایسه با مقادیر مشاهده شده مناسب بوده است. نیک‌منش و رخشنده‌رو (۱۳۹۰) به ارزیابی توانایی شبکه‌های مختلف عصبی مصنوعی با پنج ورودی دما، بارندگی، رواناب سطحی و ورودی، رواناب سطحی خروجی و هیدروگراف واحد آب زیرزمینی در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در آبخوان محدوده سعادت شهر فارس پرداختند. در نهایت پیش‌بینی دوساله‌ای با مقایسه مقادیر مشاهده شده و مدل شده انجام دادند. رجایی و ابراهیمی (۱۳۹۲) مدل‌سازی نوسان‌های ماهانه آب زیرزمینی را به وسیله تبدیل موجک و شبکه عصبی انجام دادند. آن‌ها توانایی مدل ترکیبی موجک- شبکه عصبی پویا برای پیش‌بینی یک ماه آینده عمق آب زیرزمینی ارزیابی کردند و این مدل با مدل‌های شبکه عصبی و رگرسیون خطی چندمتغیره مقایسه کردند. نتایج تحقیقشان نشان داد که مدل ترکیبی موجک- شبکه عصبی توانایی بیشتری نسبت به دو مدل دیگر در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی دارد. رجایی و زینی‌وند (۱۳۹۳) عملکرد سه مدل رگرسیون خطی چند متغیره، مدل هیبرید موجک- شبکه عصبی و شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی بررسی کردند. نتایج نشان داده‌اند که مدل موجک- شبکه عصبی تطابق بهتری با

مقادیر مشاهده‌ای تراز آب زیرزمینی دارد. عبداله‌زاده و همکاران (۱۳۹۴) نوسانات تراز سطح ایستابی را در آبخوان دشت عجب- شیر برای سال‌های ۱۳۸۰ الی ۱۳۹۰ با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون غیرخطی چند متغیره به دست آوردند. نتایج دو روش نشان داد که مدل رگرسیونی غیرخطی چند متغیره از دقت بیش‌تری در پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی دشت مورد مطالعه آن‌ها برخوردار است. ندیری و همکاران (۱۳۹۵) برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دشت دوزدوزان در حوضه آبریز دریاچه ارومیه از مدل‌های شبکه‌های عصبی و فازی ساگنو (SFL) استفاده کردند. آن‌ها مقایسه دو مدل شبکه‌های عصبی و فازی ساگنو با استفاده از شاخص‌های آماری جذر میانگین مربعات خطا و ضریب تبیین انجام دادند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که، مدل شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی سطح ایستابی آب زیرزمینی بهتر بوده است. نیکبخت و همکاران (۱۳۹۵) سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت تسوج در آذربایجان شرقی را با استفاده از مدل شبکه عصبی مصنوعی پیش‌بینی کردند. باباعلی و دهقانی (۱۳۹۶) مدل‌های شبکه عصبی موجک و شبکه عصبی مصنوعی را برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دشت نورآباد در استان لرستان استفاده کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که، دو مدل مورد استفاده با دقت قابل قبولی تراز سطح ایستابی را توانسته‌اند تخمین بزنند. هاسنا و همکاران (۲۰۱۶) از شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی در دشت چاندپور بنگلادش استفاده کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که، شبکه عصبی مصنوعی سطح آب زیرزمینی را تا ده هفته با خطای منطقی پیش‌بینی کرده است. یان و ما (۲۰۱۶) با استفاده از مدل‌های شبکه عصبی و ARIMA و مدل ترکیبی دو مدل تغییرات ماهانه سطح آب زیرزمینی دو چاه در چین را پیش‌بینی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که مدل ترکیبی بهتر از دو مدل دیگر تغییرات سطح آب زیرزمینی را پیش‌بینی کرده است. دژورویچ و همکاران (۲۰۱۵) سطح آب زیرزمینی رودخانه دانوب در وجودینا در صربستان با مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و

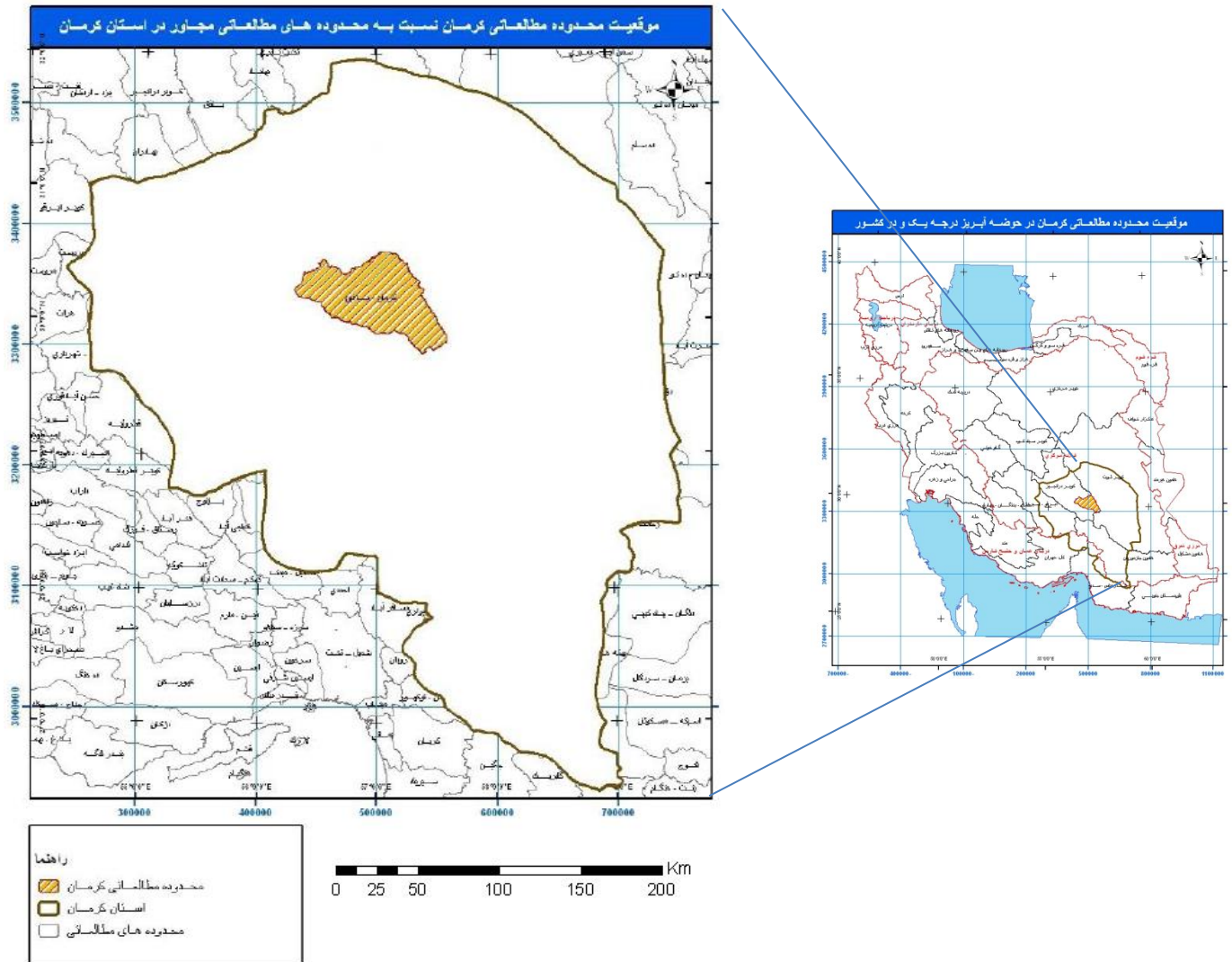
دربرگرفته است. ترکیب ساختاری این ارتفاعات عمدتاً از جنس آهک- شیل- مارن و تا حدودی رخساره‌های گچی و شیل‌های مارنی- کنگلومرا- ماسه سنگ و گاهی از توده‌های نفوذی آذرین مانند دایک و استوک می‌باشد. سن این تشکیلات از پرکامبرین تا کرتاسه بالائی و حتی پالئومن محاسبه شده است. این سازندها نقش مؤثری در تغذیه سفره‌های آب زیرزمینی محصور شده در دشت کرمان- باغین را دارند. بلندترین نقطه ارتفاعی این تشکیلات در نواحی جنوب و جنوب غرب شامل کوه جوپار و در نواحی جنوب شرق و شمال شرق کوه پلوار می‌باشد. در دامنه این ارتفاعات یکسری تپه ماهورها و کوهپایه‌هایی به وجود آمده است که معمولاً بر اثر فرسایش ارتفاعات و حرکات تکنوتیکی می‌باشد. درز و شکاف‌های حاصل از حرکات تکنوتیکی می‌تواند راه‌های نفوذ آب حاصل از ریزش نزولات جوی و ورود آن‌ها به سفره‌های آب زیرزمینی باشد. میزان گسترش این کوهپایه‌ها و تپه‌ها معمولاً تا ۵۰ الی ۶۰ کیلومتر در جهات مختلف و شیب آن‌ها از یک تا پنج درصد متغیر می‌باشد. از مهم‌ترین تشکیلات سازند سخت در این منطقه می‌توان به آهک کرتاسه مربوط به کوه جوپار و قسمت عمد ارتفاعات نواحی شرقی اشاره کرد. ضخامت این ارتفاعات به حدود ۱۶۰۰ متر می‌رسد و یکی از مهم‌ترین آبخوان‌های دشت کرمان- باغین می‌باشد. پس از بررسی داده- های سری زمانی تراز آب زیرزمینی چاه‌های مشاهده‌ای، مشخص گردید که در برخی از چاه‌ها شماری از داده‌های تراز موجود نمی‌باشد، از این‌رو حلقه‌چاه‌هایی که دارای داده‌های کامل بودند انتخاب گردید. از طرفی مدل‌سازی هر چاه مستقل از چاه دیگر انجام می‌شود و تعداد چاه‌های انتخابی تأثیری در دقت مدل‌سازی ندارد. داده‌هایی که برای تشکیل مدل از آن استفاده می‌شود شامل اندازه‌گیری ماهانه عمق آب زیرزمینی دو پیژومتر از مهر ۱۳۸۱ تا اسفند ۱۳۹۲ است. در این تحقیق به صورت تصادفی ۷۰ درصد داده‌ها برای آموزش، ۱۵ درصد برای اعتبارسنجی^{۲۲} و ۱۵ درصد برای آزمایش مدل‌های شبکه عصبی استفاده شده

ANFIS پیش‌بینی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که، هر دو مدل برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دقت بالایی دارند. آداموسکی و چان (۲۰۱۱) مدل شبکه عصبی موجکی را برای پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی دو سایت تحقیقی در ایالت کبک کانادا استفاده کردند. به این صورت که داده‌های بارش ماهانه، دمای متوسط ماهانه و عمق آب زیرزمینی متوسط ماهانه با تبدیل موجک تجزیه شده و به عنوان ورودی شبکه عصبی استفاده شدند. مقایسه با مدل‌های شبکه عصبی و میانگین متحرک خود بازگشتی یکپارچه (ARIMA) نشان داد توانایی مدل شبکه عصبی موجکی در پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی از دو مدل دیگر بیشتر است. باکس و جنکینز (۱۹۷۶) از تئوری سری‌های زمانی برای پیش‌بینی داده‌های سطح آب زیرزمینی استفاده کردند. یانگ و همکاران (۲۰۰۹) در تحقیقشان نشان دادند که دقت پیش‌بینی شبکه عصبی مصنوعی نسبت به مدل سری زمانی تلفیقی در پیش‌بینی سطح‌های آب زیرزمینی بهتر می‌باشد. در این تحقیق برای مدل‌سازی از شبکه عصبی مصنوعی، سری زمانی آریمای و رگرسیون خطی چند متغیره برای پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی استفاده شده است.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق، از داده‌های مربوط به دو پیژومتر واقع در دشت کرمان- باغین استفاده شده است. دشت کرمان- باغین با مساحت ۵۴۲۰ کیلومتر مربع بین عرض‌های جغرافیایی ۲۹ درجه تا ۵۰ دقیقه تا ۳۰ درجه و ۳۰ دقیقه شمالی و طول‌های جغرافیایی ۵۶ درجه ۳۰ دقیقه تا ۵۷ درجه ۳۰ دقیقه شرقی در حاشیه کویر لوت واقع در جنوب شرق ایران قرار دارد. نقشه منطقه مورد مطالعه در شکل ۱ آورده شده است. ارتفاعات ژئومرفولوژی یا ریخت‌شناسی یا به عبارتی سازندهای سخت این محدوده همان‌گونه که توضیح داده شده به صورت دو رشته ارتفاعات شرقی- غربی از دو جهت دشت کرمان- باغین را

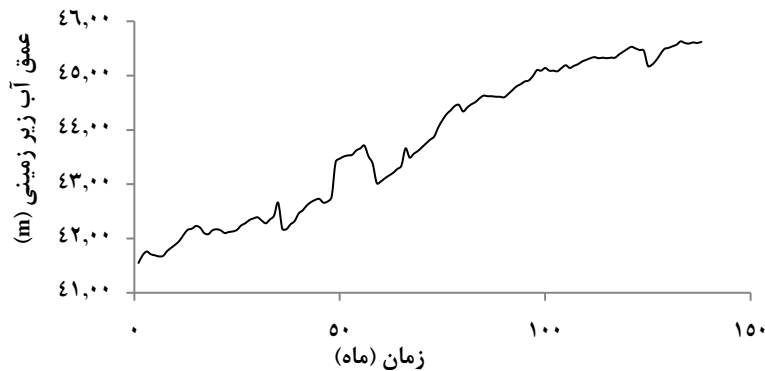
است. ضمن اینکه برای مقایسه و بررسی کارایی مدل‌ها، داده‌های آزمون). شکل‌های ۲ و ۳ نمودار تغییرات عمق آب زیرزمینی ۱۲ ماه سال ۱۳۹۱ به وسیله مدل‌ها شبیه‌سازی شده است (دوره آن‌ها را در طول دوره آماری نشان می‌دهند).



شکل ۱- نقشه منطقه مورد مطالعه.



شکل ۲- تغییرات ماهانه عمق آب زیرزمینی پیزومتر ۱.



شکل ۳- تغییرات ماهانه عمق آب زیرزمینی پیزومتر ۲.

در ریاضی می‌توان اثبات نمود که شبکه‌های MLP سه لایه، برای تخمین هر تابع پیچیده غیرخطی با دقت مورد نظر مناسب هستند (سینکو، ۱۹۸۹). در این تحقیق از شبکه عصبی مصنوعی MLP و RBF برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی استفاده شده است.

شبکه MLP

شبکه‌های موسوم به پرسپترون چندلایه (MLP) یکی از متداول‌ترین شبکه‌ها در پیش‌بینی و حل مسائل غیرخطی می‌باشند (هیچت نیلسون، ۱۹۸۹). آموزش این شبکه‌ها با استفاده از الگوریتم معروف پس انتشار خطا^{۲۳} (BP) صورت می‌پذیرد. الگوریتم پس انتشار خطا اساساً از دو مسیر اصلی تشکیل می‌شود. مسیر اول به مسیر رفت^{۲۴} موسوم است که در

شبکه‌های عصبی مصنوعی مدل‌های ریاضی و انعطاف‌پذیری هستند که می‌توانند در مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده بکار برده شوند. همچنین این شبکه‌ها قادرند با انتخاب مناسب تعداد لایه‌ها و نرون‌ها، یک نگاشت غیرخطی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها ارائه دهند. پردازش در شبکه‌های عصبی مصنوعی بر اساس بسیاری از واحدهای پردازش به نام نرون یا گره انجام می‌شود. توانایی کلی شبکه عصبی مصنوعی یادگیری ارتباط غیرخطی بین داده‌ها و تعیین نتایج برای داده‌های دیگر است (کارایانیز و ونفسانوپولوس، ۱۹۹۳). در مسائل سری‌های زمانی تعداد نرون‌های ورودی به تعداد مشاهدات تأخیر داده شده، که برای یافتن ارتباط موجود در سری‌های زمانی و برای پیش‌بینی‌های مقادیر آینده استفاده می‌شود، بستگی دارد. با استفاده از قضیه‌ای

۲۴- Forward

۲۳- Back Propagation

به منظور مدل‌سازی، داده‌های سری زمانی تراز آب زیرزمینی ماهانه به دو بخش تقسیم شد. ۷۰ درصد داده‌های تراز آب زیرزمینی به عنوان داده‌های آموزش شبکه و ۱۵ درصد به عنوان داده‌های آزمون شبکه مورد استفاده قرار گرفتند.

همچنین به منظور آموزش بهتر شبکه‌ها ۱۵ درصد داده‌های آموزش را به صورت تصادفی انتخاب و برای ارزیابی مدل قرار داده شد. تابع انتقال، روابط بین ورودی‌ها و خروجی‌های نرون‌های شبکه را تعیین می‌کنند. در پژوهش حاضر پس از سعی و خطای فراوان، تابع تانژانت سیگموئید به عنوان تابع انتقال در شبکه‌ها انتخاب شد.

اصولاً وارد کردن داده‌ها به صورت خام باعث کاهش سرعت و دقت شبکه می‌شود. برای دوری از چنین شرایطی و همچنین به منظور یکسان کردن ارزش داده‌ها برای شبکه، عمل نرمال‌سازی صورت می‌گیرد که این کار مانع از کوچک شدن بیش از حد وزن‌ها و سبب جلوگیری از اشباع زود هنگام نرون‌ها می‌گردد (بهمنی و همکاران، ۲۰۰۶). لذا قبل از آموزش، برای نرمال‌سازی داده‌های مورد استفاده از رابطه (۱) استفاده شد:

$$x_n = \frac{X_0 - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad [1]$$

در این رابطه x_n مقدار نرمال شده پارامتر، X_0 مقدار واقعی هر پارامتر، X_{\min} کمترین مقدار پارامتر مورد نظر و X_{\max} بیشترین مقدار پارامتر مورد نظر می‌باشد. شبکه‌ها با الگوریتم‌های مختلف آموزش داده و ضریب همبستگی (R) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) برای تمام مدل‌ها محاسبه شد (میشرا و دیزای، ۲۰۰۶).

شبکه‌ای که کمترین جذر میانگین مربعات خطا و بیشتر ضریب همبستگی را دارا بود به عنوان بهترین شبکه انتخاب شد. به منظور بررسی عملکرد مدل‌های مورد آزمون و تعیین میزان دقت مدل طراحی شده، علاوه بر ترسیم نمودارهای مقایسه مقادیر مشاهده شده و مقادیر پیش‌بینی شده توسط شبکه‌ها، از جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) نیز استفاده گردید.

این مسیر، بردار ورودی به شبکه MLP اعمال می‌شود و تأثیراتش از طریق لایه‌های پنهان، به لایه خروجی انتشار می‌یابد. به منظور ارزیابی مدل‌های مورد نظر، داده‌های خروجی محاسبه شده توسط شبکه‌های عصبی مورد استفاده با مقادیر واقعی مقایسه می‌شود. در این مرحله از توابع ارزیابی میانگین مطلق خطا (MAE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده گردید. بعد از محاسبه شاخص خطاها، چنانچه خطاهای مربوطه بیش از مقادیر مورد نظر باشند، در گام بعدی (الگوریتم BP)، یعنی مسیر دوم که به مسیر بازگشت موسوم است، شروع می‌شود. در این مسیر با استفاده از روش کاهش شیب وزن‌های شبکه برای کاهش خطا شبکه تغییر یافته و تنظیم می‌گردند.

این امر تا رسیدن مقدار خطا به یک مقدار قابل قبول ادامه می‌یابد. در اینجا مرحله یادگیری شبکه به پایان رسیده و در صورتی که شبکه در برابر یک ورودی که قبلاً آن را ندیده است قرار بگیرد می‌تواند خروجی یا خروجی‌های نظیر را نگاشت نماید.

شبکه RBF

شبکه‌های تابع پایه شعاعی (RBF) از نوع شبکه‌های رو به جلو همراه با یک لایه میانی هستند. در این روش اغلب، تابع انتقال در لایه میانی، تابع گوسین و در لایه خروجی تابع خطی است (دیبیک و همکاران، ۱۹۹۹؛ ماسون و همکاران، ۱۹۹۶).

عموماً آموزش شبکه RBF به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول عمدتاً یادگیری از نوع بدون نظارت است که با استفاده از روش‌های خوشه‌بندی، پارامترهای توابع پایه (مراکز و عرض‌ها)، با استفاده از اطلاعات ورودی تعیین می‌شود و در بخش دوم که یادگیری از نوع با نظارت است وزن‌های بین لایه میانی و لایه خروجی با استفاده از روش‌های کاهش شیب و رگرسیون خطی تعیین می‌شود. نرون میانی RBF با پارامترهای وزن به هر یک از نرون‌های ورودی متصل شده است.

این پارامترها مراکز نرون‌ها هستند. خروجی هر نرون میانی تابعی از فاصله بین بردار ورودی و بردار مرکز شعاعی است.

طراحی ساختار شبکه عصبی مصنوعی

سری زمانی ARIMA

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad [4]$$

در این رابطه در صورت استفاده از عملگر تفاضل فصلی با تأخیر s و برازش آن‌ها با مدل‌های $ARMA(p,q)$ مدل‌های فصلی آریما $ARIMA(P,D,Q)_s$ به وجود می‌آید. مدل آریما به صورت $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ نامیده می‌شود که عبارت (p,d,q) بخش غیرفصلی مدل و عبارت $(P,D,Q)_s$ بخش فصلی مدل است که به صورت رابطه (۵) بیان می‌شود (باکس و همکاران، ۲۰۰۸):

$$\phi_p(B)\phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D Z_t = \theta_q(B)\Theta Q(B^s)a_t \quad [5]$$

در این رابطه P ، درجه اتورگرسیو غیر فصلی، d ، درجه تفاضل‌گیری، q ، درجه میانگین متحرک غیرفصلی، P ، درجه اتورگرسیو فصلی، D ، درجه تفاضل‌گیری فصلی، Q ، درجه میانگین متحرک فصلی و s طول فصل است. به طور کلی مدل‌سازی سری‌های زمانی شامل سه مرحله شناسایی مدل، تخمین پارامترهای مدل و تشخیص درستی مدل است (باکس و جنکینز، ۱۹۷۶).

تحلیل رگرسیون خطی چند متغیره^{۲۵} (MLR)

تحلیل رگرسیون خطی چند متغیره تکنیکی برای مدل کردن رابطه خطی بین یک متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل است. شکل معمول معادله MLR به صورت رابطه (۶) نشان داده می‌شود:

$$Y_i = a_0 + \sum a_i X_i \quad [6]$$

در این رابطه a_0 عرض از مبدأ، a_i ضریب رگرسیون متغیرهای مستقل X_i و Y_i مقدار پیش‌بینی شده است. هدف روش رگرسیون خطی چند متغیره، تعیین پارامترهای معادله رگرسیون است، به گونه‌ای که مقادیر تخمین زده شده بی‌طرف^{۲۶}، کارا^{۲۷} و سازگار^{۲۸} باشند. بی‌طرف به این معنا است که مقدار تخمین زده

سری زمانی به مجموعه‌ای از مشاهدات و یا مقادیر ثبت شده از یک متغیر گفته می‌شود که برحسب زمان مرتب شده باشد. مدل‌های استوکستیک که به مدل‌های سری زمانی معروف هستند در زمینه‌های مختلف از جمله اقتصاد، علوم مهندسی و ... کاربردهای زیادی را دارد. روش‌های مدل‌سازی سری‌های زمانی یک روش تجربی سیستماتیک را برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی رفتار سیستم‌های هیدرولوژیکی نامعلوم و برای کمی‌سازی دقت مورد انتظار پیش‌بینی‌ها بکار می‌برند. یکی از مشکلاتی که در مدل‌های خود همبسته برای مدل‌سازی سری‌های زمانی هیدرولوژیکی وجود داشت، تغییرات سری در شرایط خاص بود که در صورت استفاده از مدل‌های خود همبسته به تنهایی، این تغییرات به خوبی مدل نخواهند شد. جهت رهایی از این مشکل بخش دیگری تحت عنوان میانگین متحرک به رابطه ارائه و یک مدل ترکیبی تحت عنوان مدل خود همبسته میانگین متحرک (ARMA) ارائه شد. شرط استفاده از مدل‌های ARMA، ایستا بودن سری زمانی است. در صورت ایستا نبودن سری، سری زمانی را باید ایستا نمود. مدل ARIMA غیر فصلی، اتورگرسیو با درجه p ، میانگین متحرک با درجه q و عملگر d امین تفاضل‌گیری از سری زمانی است. بنابراین مدل ARIMA با سه پارامتر (p,d,q) که می‌تواند صفر یا مثبت باشد مشخص می‌شود. مدل آریما غیر فصلی به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود (باکس و جنکینز، ۱۹۷۶):

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \quad [2]$$

در این رابطه $\phi(B)$ و $\theta(B)$ چند جمله‌ای‌هایی از درجه p و q به ترتیب با استفاده از روابط (۳) و (۴) به دست می‌آیند:

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad [3]$$

۲۷- Efficient

۲۸- Consistent

۲۵- Multi Linear Regression

۲۶- Unbiased

گرفت. در اجرای مدل رگرسیون خطی چند متغیره، عمق آب زیرزمینی ماه فعلی، متغیر وابسته به عمق آب زیرزمینی ماه‌های قبلی (متغیر وابسته) در نظر گرفته شد. برای پیرومترهای ۱ و ۲ بهترین روابط مدل رگرسیون خطی چند متغیره به دست آمده در روابط (۷) و (۸) نشان داده شده است.

$$T = 0.00779 + 0.999(T-1) \quad (7)$$

$$T = 0.0104 + 0.994(T-1) \quad (8)$$

بر اساس روابط (۷) و (۸) مشخص شد که در پیرومترهای ۱ و ۲ بهترین رابطه رگرسیون خطی چند متغیره نشان می‌دهد عمق آب زیرزمینی ماه فعلی تابعی از عمق آب زیرزمینی یک ماه قبل است، به عبارت دیگر عمق آب زیرزمینی، بیشترین وابستگی را به عمق آب زیرزمینی ماه قبل دارد.

جدول‌های ۴ و ۵ نتایج شبیه‌سازی دوره آزمون را با بهترین ساختار هریک از سه مدل نشان می‌دهند. بر طبق این جداول نتیجه پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی به وسیله مدل MLR بهتر از دو مدل دیگر است. با هدف بررسی تغییرات زمانی و مکانی تراز آب زیرزمینی منطقه مطالعاتی، ۵ برش عرضی بر اساس آمار و اطلاعات اردیبهشت ماه سال ۱۳۹۵، ۱۳۹۲ و ۱۳۸۷ (فصل تر) تهیه گردیده است.

موقعیت مکانی این برش‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است. در ادامه، نتایج بررسی هر یک از این برش‌های عرضی آورده شده تا با جمع‌بندی آن‌ها شناخت بهتری از نحوه تغییرات جریان آب زیرزمینی در محدوده ساحل جنوب شرقی دریاچه ارومیه به دست آید. بر طبق جداول ۴ و ۵ نتیجه پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی به وسیله مدل رگرسیون خطی چندمتغیره بهتر از دو مدل دیگر است. شکل‌های ۴ و ۵ عمق آب زیرزمینی مشاهده شده در دوره آزمون را در مقایسه با پیش‌بینی یک ماه مدل‌ها به ترتیب برای پیرومترهای ۱ و ۲ نشان می‌دهد.

شده برابر مقدار صحیح پارامتر باشد، کارا یعنی تخمین گر، واریانس کوچک‌تری از تخمین‌گرهای دیگر داشته باشد و سازگار یعنی وقتی اندازه نمونه به بی‌نهایت میل می‌کند، بایاس و واریانس تخمین گر به صفر میل کند (رجایی و همکاران، ۲۰۱۰).

نتایج و بحث

در این تحقیق شبیه‌سازی عمق آب زیرزمینی دو پیرومتر مطالعاتی با سه مدل رگرسیون خطی چندمتغیره، شبکه عصبی و آریمای انجام گرفت و ساختاری از این مدل‌ها که بهترین نتایج را داشتند، به کار گرفته شد. در پردازش داده‌ها با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی MLP و RBF از تابع انتقال تانژانت سیگموئید با الگوریتم لونیگ-مارکوارت (نیک‌منش و رخشنده رو، ۱۳۹۰) با ۴ تأخیر زمانی استفاده شد، که کمترین خطا و بیشترین ضریب همبستگی را دارند. به منظور ارزیابی و بررسی عملکرد مدل‌های مورد آزمون و تعیین میزان دقت مدل طراحی شده از پارامتر جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، استفاده گردید. نتایج، برتری کارایی شبکه MLP را نسبت به شبکه RBF برای سری زمانی تراز آب زیرزمینی ماهانه در جداول ۱ و ۲ نشان داد. همچنین مدل آریمای برای بررسی تغییرات سری زمانی ماهانه تراز آب زیرزمینی و پیش‌بینی آن در پیرومترهای ۱ و ۲ استفاده شد. برای تخمین پارامترهای مدل از روش کمترین مربعات خطا استفاده شد. نتایج مدل‌های مختلف آریمای در جدول ۳ آورده شده است. در نهایت برای سری زمانی ماهانه تراز آب زیرزمینی ماهه بهترین مدل ارائه شد که برای پیرومتر ۱ مدل (۱و۱و۱) و (۲و۰و۰) و برای پیرومتر ۲ مدل (۱و۱و۰) و (۲و۰و۲) ARIMA بهترین مدل می‌باشد.

برای مدل‌سازی با روش رگرسیون خطی چندمتغیره آنالیز رگرسیون خطی بین مقادیر عمق آب زیرزمینی ماه فعلی با عمق آب زیرزمینی ماه قبل، دو ماه قبل، ... تا چهار ماه قبل انجام

جدول ۱- نتایج مدل‌های مختلف شبکه عصبی برای پیزومتر ۱.

لایه پنهان	MLP					RBF				
	آموزش	صحت سنجی	تست			آموزش	صحت سنجی	تست		
			MSE	R	RMSE			MSE	R	RMSE
۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۹	-۰/۱۸۹	۰/۸۴۶	۰/۱۹۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱۹	-۰/۱۳۸	۰/۶۹۱	۰/۱۴۸
۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	-۰/۰۰۳	۰/۸۶۲	۰/۰۲۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۹	-۰/۱۱۴	۰/۷۳۴	۰/۱۲۵
۳	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۱۰	۰/۸۳۴	۰/۰۲۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۲۴	۰/۷۷۳	۰/۱۳۵
۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۹	۰/۰۰۴	۰/۸۷۳	۰/۰۲۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۱	-۰/۰۵۹	۰/۶۴۹	۰/۰۶۵
۵	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	-۰/۰۲۱	۰/۸۶۶	۰/۰۳۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۰۴	۰/۷۳۱	۰/۱۱۷
۶	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	-۰/۰۰۳	۰/۸۰۲	۰/۰۲۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۲۸	۰/۷۷۹	۰/۱۳۸
۷	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۱	-۰/۰۰۹	۰/۸۴۱	۰/۰۲۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۲۸	۰/۷۹۸	۰/۱۳۹
۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۸	۰/۰۲۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۰۹	۰/۷۳۳	۰/۱۰۳
۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۱۱	۰/۸۶۲	۰/۰۲۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۱	-۰/۱۱۳	۰/۵۶	۰/۱۲۴
۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۳۳	۰/۶۶۴	۰/۰۴۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۳۳	۰/۸۳۴	۰/۰۴۸

جدول ۲- نتایج مدل‌های مختلف شبکه عصبی برای پیزومتر ۲.

لایه پنهان	MLP					RBF				
	آموزش	صحت سنجی	تست			آموزش	صحت سنجی	تست		
			MSE	R	RMSE			MSE	R	RMSE
۱	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۱۷	-۰/۰۰۱	۰/۶۸۴	۰/۰۱۸	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۲۱	-۰/۰۰۴	۰/۰۶۷ .	۰/۰۵۱
۲	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۶	-۰/۰۰۴	۰/۷۰۱	۰/۰۱۹	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۰۸	-۰/۰۲۹	۰/۰۰	۰/۰۴۲
۳	۰/۰۰۱۳	۰/۰۰۱۳۵	۰/۰۰۸	۰/۶۹۷	۰/۰۲۲	۰/۰۰۰۱۷	۰/۰۰۰۱۶	-۰/۰۰۲	۰/۰۱۸	۰/۰۴۱
۴	۰/۰۰۰۹۸	۰/۰۰۱	-۰/۰۰۳	۰/۶۹۸	۰/۰۱۹	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۲۹	-۰/۰۱۷	۰/۱۲۹	۰/۰۳۵
۵	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۴۹	۰/۰۰۴	۰/۶۷۰	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰۳۲	۰/۰۰۰۳۲	-۰/۰۴۲	۰/۱۲	۰/۰۵۲
۶	۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۰۰۱۲	-۰/۰۵۵	۰/۶۴۳	۰/۰۶۳	۰/۰۰۰۰۸	۰/۰۰۰۷۷	-۰/۰۶۶	۰/۰۴۱	۰/۰۷۳
۷	۰/۰۰۰۲۲	۰/۰۰۰۲۱	-۰/۰۰۱	۰/۶۸۹	۰/۰۱۹	۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۰۰۷۲	-۰/۰۰۸۶	۰/۲۳۶	۰/۰۲۹
۸	۰/۰۰۰۲۱	۰/۰۰۰۲۲	-۰/۰۰۵	۰/۶۸۷	۰/۰۱۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۳۳۱	۰/۰۲۰
۹	۰/۰۰۰۱۱	۰/۰۰۰۱۲	-۰/۰۰۱	۰/۶۸۱	۰/۰۲۱	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۱	-۰/۰۲۷	۰/۱۷	۰/۰۴۰
۱۰	۰/۰۰۰۱۵	۰/۰۰۰۱۵	-۰/۰۰۶	۰/۶۸۵	۰/۰۱۹	۰/۰۰۰۰۳	۰/۰۰۰۲۸	-۰/۰۱۱	۰/۱۴	۰/۰۶۵

جدول ۳- نتایج مدل‌های مختلف آریما.

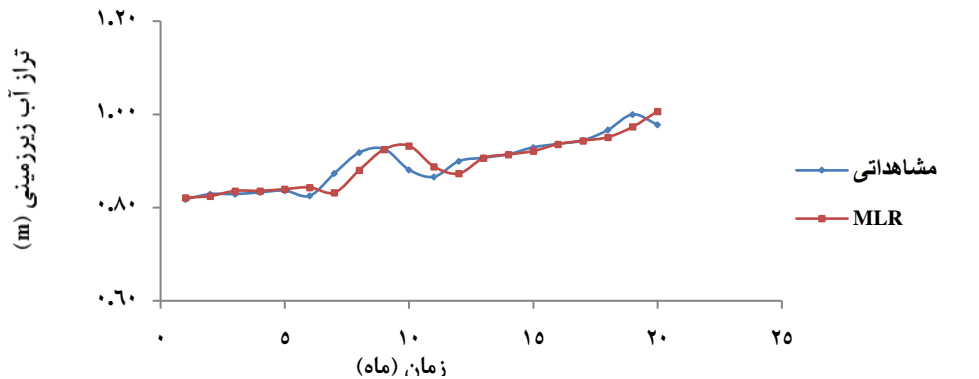
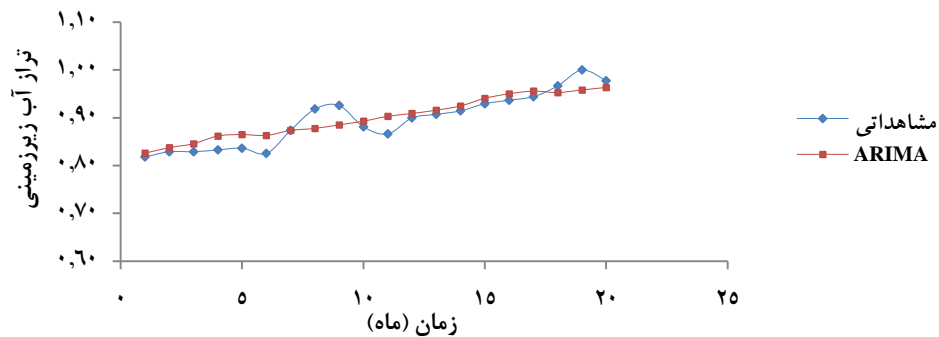
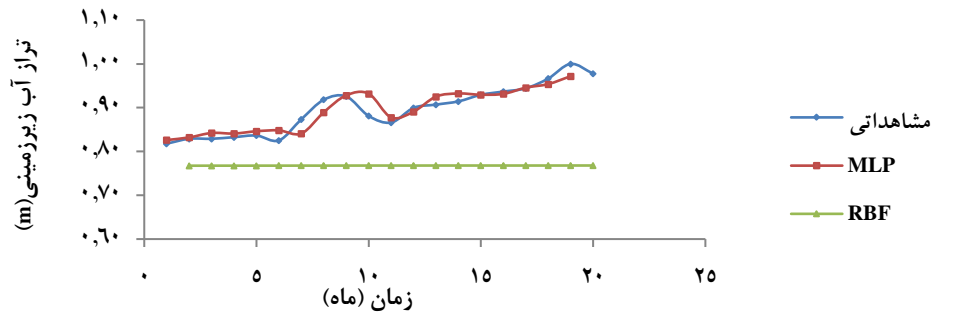
فرودگاه			جنوب باغین		
غیرفصلی	فصلی	MSE	غیرفصلی	فصلی	MSE
۲,۰,۰	۱,۰,۰	۰/۰۰۰۵۱	۲,۰,۰	۱,۰,۰	۰/۰۰۱۱
۲,۰,۰	۰,۱,۰	۰/۰۰۰۷۵	۲,۰,۰	۰,۱,۰	۰/۰۰۱۲
۲,۰,۰	۰,۰,۱	۰/۰۰۰۶۵	۲,۰,۰	۰,۰,۱	۰/۰۰۰۸۹
۲,۰,۰	۱,۱,۰	۰/۰۰۰۵۹	۲,۰,۰	۱,۱,۰	۰/۰۰۰۹۹
۲,۰,۰	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۰۵	۲,۰,۰	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۸۸
۲,۰,۰	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۳۹	۲,۰,۰	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۶۶
۲,۰,۰	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۳۷	۲,۰,۰	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۸۳
۲,۰,۱	۱,۰,۰	۰/۰۰۰۰۵	۲,۰,۱	۱,۰,۰	۰/۰۰۱۲
۲,۰,۱	۰,۱,۰	۰/۰۰۰۷۱	۲,۰,۱	۰,۱,۰	۰/۰۰۱۱
۲,۰,۱	۰,۰,۱	۰/۰۰۰۴۹	۲,۰,۱	۰,۰,۱	۰/۰۰۱۲
۲,۰,۱	۱,۱,۰	۰/۰۰۰۵۸	۲,۰,۱	۱,۱,۰	۰/۰۰۱
۲,۰,۱	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۴۸	۲,۰,۱	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۷
۲,۰,۱	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۳۸	۲,۰,۱	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۶۹
۲,۰,۱	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۳۹	۲,۰,۱	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۶۷
۲,۰,۲	۱,۰,۰	۰/۰۰۰۴۵	۲,۰,۲	۱,۰,۰	۰/۰۰۱۳
۲,۰,۲	۰,۱,۰	۰/۰۰۰۴۵	۲,۰,۲	۰,۱,۰	۰/۰۰۱۲
۲,۰,۲	۰,۰,۱	۰/۰۰۰۴۶	۲,۰,۲	۰,۰,۱	۰/۰۰۱۱۹
۲,۰,۲	۱,۱,۰	۰/۰۰۰۵۸	۲,۰,۲	۱,۱,۰	۰/۰۰۱
۲,۰,۲	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۴۵	۲,۰,۲	۱,۰,۱	۰/۰۰۰۷۵
۲,۰,۲	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۳۸	۲,۰,۲	۰,۱,۱	۰/۰۰۰۶۶
۲,۰,۲	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۳۸	۲,۰,۲	۱,۱,۱	۰/۰۰۰۶۶

جدول ۴- مقایسه مدل شبکه عصبی با مدل‌های ARIMA و رگرسیون خطی چند متغیره برای پیش‌بینی یک ماه آینده پیژومتر ۱ در دوره آزمون.

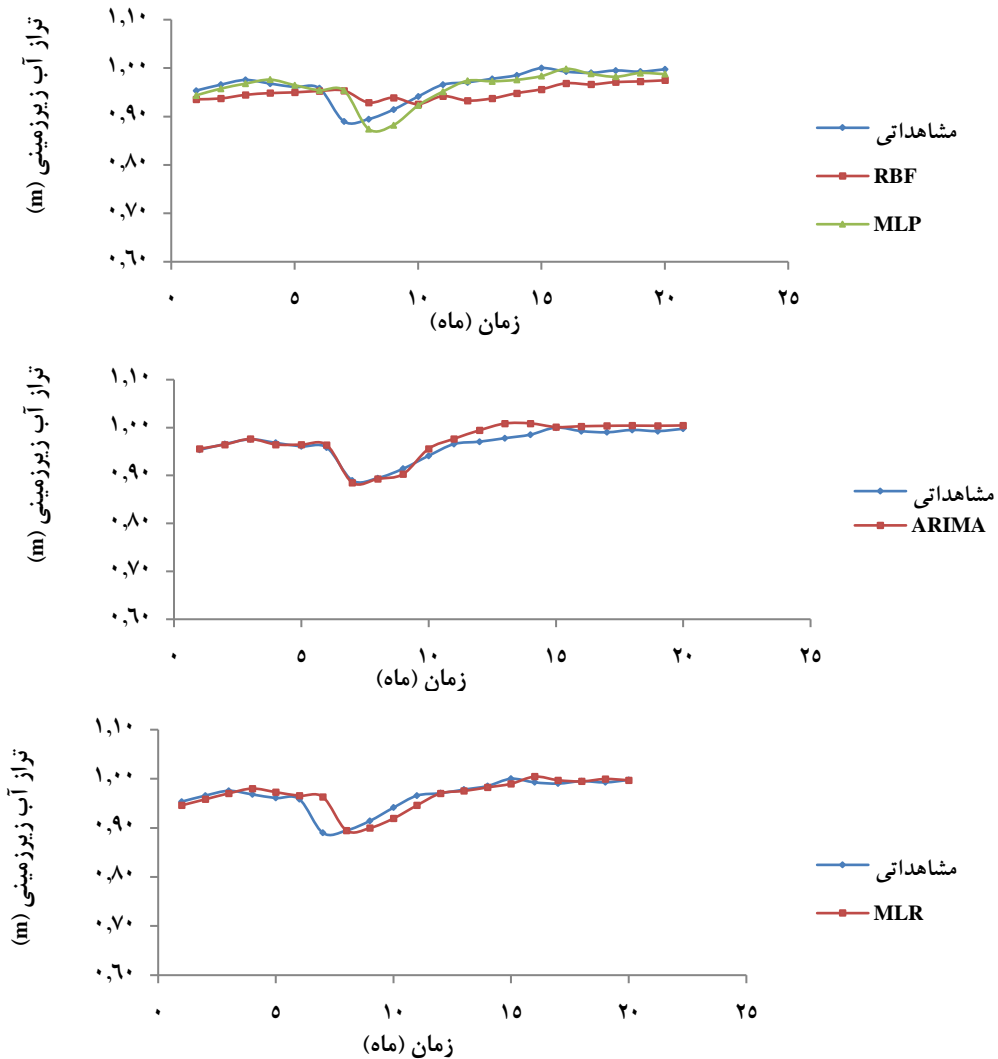
رگرسیون خطی چند متغیره	ARIMA	شبکه عصبی		مدل
		MLP	RBF	
۰/۹۹	۰/۸۱	۰/۸۷	۰/۷۹	R
۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۰۴	۰/۱۳	RMSE

جدول ۵- مقایسه مدل شبکه عصبی با مدل‌های ARIMA و رگرسیون خطی چند متغیره برای پیش‌بینی یک ماه آینده پیژومتر ۲ در دوره آزمون.

رگرسیون خطی چند متغیره	ARIMA	شبکه عصبی		مدل
		MLP	RBF	
۰/۹۹	۰/۸۴	۰/۷۰	۰/۳۳	R
۰/۰۳	۰/۰۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	RMSE



شکل ۴- مقایسه نتایج پیش‌بینی مدل‌های MLP، RBF، ARIMA، و مدل رگرسیون خطی چند متغیره با مقادیر واقعی پیژومتر اراضی فرودگاه در طول دوره آماری.



شکل ۵- مقایسه نتایج پیش‌بینی مدل‌های MLP، RBF، ARIMA، و مدل رگرسیون خطی چند متغیره با مقادیر واقعی پیزومتر جنوب باغین در طول دوره آماری.

نتیجه‌گیری

جنوب باغین و مدل آریمای (۱ و ۱) و (۲ و ۰) برای پیزومتر اراضی فرودگاه بهترین برازش را با داده‌ها داشت. در مدل شبکه عصبی مصنوعی MLP و RBF از تابع آموزشی لونیگ-مارکوآرت با ترکیب ۵ گره در لایه ورودی، یک تا ۱۰ لایه پنهان و یک گره خروجی استفاده شد. با توجه به نتایج به دست آمده به ترتیب MLP با ۲ و ۴ لایه پنهان و RBF با ۸ و ۱۰ لایه پنهان برای پیزومترهای جنوب باغین و اراضی فرودگاه بهترین برازش را با داده‌ها داشته‌اند. برای مدل‌سازی با روش رگرسیون خطی چندمتغیره، آنالیز رگرسیون خطی بین مقادیر عمق آب

در این تحقیق شبیه‌سازی یک ماه آینده عمق آب زیرزمینی دو پیزومتر واقع در دشت کرمان- باغین با مدل‌های رگرسیون خطی چندمتغیره، آریمای و شبکه عصبی انجام شد. برای این منظور از عمق آب زیرزمینی ماهانه پیزومترهای مذکور طی سال‌های ۱۳۹۲-۱۳۸۱ استفاده گردید. سری زمانی عمق آب زیرزمینی دو پیزومتر در این مطالعه، ماهیت نوسانی و روند افزایش داشته است. نتایج بررسی حالت‌های مختلف مدل آریمای نشان داد که مدل آریمای (۱ و ۱) و (۲ و ۰) برای پیزومتر

عبداله‌زاده، م.، فاخری‌فرد، الف.، اسدی، الف.، ناظمی، الف. ح.، ۱۳۹۴. مدل‌بندی اثرات مصرف بارش بر نوسانات تراز سطح ایستابی (مطالعه موردی: آبخوان دشت عجب‌شیر). نشریه دانش آب و خاک. جلد ۲۶. شماره ۱. ۸۳-۹۷.

محتشم، م.، دهقانی، الف. الف.، اکبرپور، الف.، مفتاح‌هلقی، م.، اعتباری، ب.، ۱۳۸۹. پیش‌بینی سطح ایستابی با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: دشت بیرجند). آبیاری و زهکشی ایران. جلد ۴. شماره ۱. ۱-۱۰.

میر عربی، ع.، نخعی، م.، ۱۳۸۷. پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت بیرجند با استفاده از شبکه عصبی. مجموعه مقالات دوازدهمین همایش انجمن زمین‌شناسی ایران. اهواز. ایران.

ندیری، ع. ا.، نادری، ک.، اصغری‌مقدم، ا.، حبیبی، م. ح.، ۱۳۹۵. پیش‌بینی زمانی و مکانی سطح آب زیرزمینی با استفاده از روش‌های مصنوعی و زمین‌آمار (مطالعه موردی: آبخوان دشت دوزدوزان). نشریه جغرافیا و برنامه‌ریزی. جلد ۲۰. شماره ۵۸. ۲۰۱-۲۸۱.

نیکبخت، ج.، ذوالفقاری، م.، نجیب، م.، ۱۳۹۵. پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دشت تسوج آذربایجان شرقی با کوک شبکه‌های عصبی مصنوعی. هیدروژئولوژی. جلد ۱. شماره ۲. ۱۱۵-۹۹.

نیک‌منش، م.، رخسندرو، غ.، ۱۳۹۰. ارزیابی توانایی شبکه‌های مختلف عصبی مصنوعی در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در آبخوان محدوده سعادت شهر فارس. تحقیقات منابع آب ایران. جلد ۷. شماره ۱. ۸۶-۸۲.

Adamowski, J., Chan, F. H. 2011. A wavelet neural network conjunction model for groundwater level forecasting. *Journal of Hydrology*. 407(1-4): 28-40.

Bahmani, A., Ebrahimi, S.H., Gholinejad, S. 2006. Development of rainfall-runoff ANN model for watershed and investigation its extend ability for neighborhood stations. 2nd conference of water resource management. 22-23 January. Isfahan university of technology. 1-8.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., 1976. Time series analysis forecasting and control. 2nd ED. Holden-Day. San Francisco. 575p.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., 2008. Time series analysis, forecasting and control. 4th ED. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall. 688p.

زیرزمینی ماه فعلی با عمق آب زیرزمینی ماه قبل، دو ماه قبل تا چهار ماه قبل انجام گرفت. در اجرای مدل رگرسیون خطی چندمتغیره، عمق آب زیرزمینی ماه فعلی، متغیر وابسته، عمق آب زیرزمینی ماه‌های قبل متغیرهای مستقل در نظر گرفته شد. برای هر دو پیرومتر بهترین روابط مدل رگرسیون خطی چندمتغیره به دست آمده نشان می‌دهد که رابطه رگرسیون خطی چندمتغیره عمق آب زیرزمینی ماه فعلی تابعی از عمق آب زیرزمینی یک ماه قبل است؛ به عبارت دیگر عمق آب زیرزمینی، بیشترین وابستگی را به عمق آب زیرزمینی ماه قبل دارد. نتایج نشان داد که پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی به وسیله مدل رگرسیون خطی چندمتغیره بهتر از دو مدل شبکه عصبی و آریمان است. همچنین نتایج مطالعه عبداله‌زاده و همکاران (۱۳۹۴) نشان داد که مدل رگرسیونی غیرخطی چند متغیره از دقت بیش‌تری در مقایسه با شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی دشت عجب‌شیر برخوردار است. که نتایج تحقیق حاضر بیانگر این است که، پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی به وسیله مدل رگرسیون خطی چندمتغیره بهتر از دو مدل شبکه عصبی و آریمان می‌باشد.

منابع

باباعلی، ح. ر.، دهقانی، ر.، ۱۳۹۶. مقایسه مدل‌های شبکه عصبی موجک و شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی. هیدروژئولوژی، جلد ۲، شماره ۲، ۱۰۸-۹۶.

رجایی، ط.، ابراهیمی، ه.، ۱۳۹۲. مدل‌سازی نوسان‌های ماهانه آب زیرزمینی به وسیله تبدیل موجک و شبکه عصبی پویا. مدیریت آب و آبیاری. جلد ۴. شماره ۱. ۸۷-۸۳.

رجایی، ط.، زینی‌وند، ف. الف.، ۱۳۹۳. مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی با بهره‌گیری از مدل هیبرید موجک- شبکه عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: دشت شریف‌آباد). نشریه مهندسی عمران و محیط زیست، جلد ۴۴، شماره ۴، ۶۵-۵۱.

رجایی، ط.، میرباقری، الف.، ۱۳۸۸. مدل بار معلق رودخانه‌ها با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی. نشریه مهندسی عمران. جلد ۲۱. شماره ۱. ۴۳-۲۷.

- Djurovic, N., Domazet, N., Stricevic, R., Pocuca, V., Spalevic, V., Pivic, R., Gregoric, E., Domazet, U., 2015. Comparison of groundwater level models based on artificial neural networks and ANFIS. *The Scientific World Journal*. 2015: 1-14.
- Hecht- Nielson, R., 1989. Kolmogorov's Mapping Neural Network Existence Theorem. 1st International Symposium on Neural Networks San Diego.
- Husna, NEA., Hefzul bari, S., Shouroy, H., Rahman, T., 2016. Ground water level prediction using artificial neural network. *International Journal of Hydrology Science and Technology*. 6(4): 371-381.
- Cybenko, G., 1989. Approximation by super positions of a sigmoid function, *Mathematics of Control, Signals and Systems. Journal of Mathematics*. 2: 303-314.
- Dibike, Y.B., Solomatin, D.P., Abbot, M. B., 1999. On the encapsulation of numerical- Hydraulic models in artificial neural networks. *hydraulic research*. 37(2): 147-161.