



## وارون سازی تُنگ داده‌های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده‌های ناحیه تیغ نو آب در جنوب بیرجند

فرشاد زولیده‌سر<sup>۱</sup> و سعید وطن‌خواه<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران

۲- استادیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۰۳؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۲

\* نویسنده مسئول مکاتبات: [svatan@ut.ac.ir](mailto:svatan@ut.ac.ir)

### چکیده

### واژگان کلیدی

در این مقاله وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی در فضای داده و با استفاده از قید فشردگی مورد بررسی قرار گرفته است. سطح زیرین ناحیه مورد مطالعه توسط مکعب‌هایی با هندسه یکسان و ثابت مدل‌سازی شده است. خودپذیری مغناطیسی این مکعب‌ها به عنوان پارامتر مجهول در فرایند وارون‌سازی مورد جستجو است. این نوع تقسیم‌بندی سبب می‌شود که تعداد پارامترهای مدل در مقایسه با تعداد داده‌ها بسیار بیشتر باشد. در مقاله حاضر، جواب مسئله وارون از فضای مدل به فضای داده انتقال داده شده است؛ بنابراین سیستم معادلات خطی مورد نیاز برای حل مسئله دارای ابعاد بسیار کوچک‌تری است. علاوه بر آن برای حل عددی این سیستم از روش گرادیان مزدوج استفاده شده است. ترکیب این دو روش مکان ارائه الگوریتمی سریع برای مسائل با ابعاد بزرگ را فراهم آورده است. مدل مصنوعی متشکل از چهار جسم با ابعاد و هندسه متفاوت برای بررسی توانایی و سرعت اجرای الگوریتم مورد استفاده قرار گرفته است. تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل به ترتیب برابر ۳۵۰۰ و ۵۲۵۰۰ انتخاب شده است. فرایند وارون‌سازی برای این مدل در زمان کمتر از یک دقیقه انجام می‌پذیرد. مدل ساخته‌شده نزدیکی قابل قبولی با مدل اصلی دارد و کاربرد قید فشرده‌کننده به حصول ساختارهایی با مرزهای تیز منتهی شده که در اصطلاح گفته می‌شود فضای مدل تُنگ شده است. در نهایت الگوریتم ارائه شده بر روی داده‌های مغناطیسی برداشت شده در ناحیه تیغ نو آب بیرجند استفاده شده است. نتایج مدل‌سازی حضور ناهنجاری‌های مغناطیسی در نزدیکی سطح تا عمق ۸۰ متری را نشان داده است.

مغناطیس‌سنجی  
وارون‌سازی سه‌بعدی  
فضای داده  
گرادیان مزدوج  
تیغ نو آب  
بیرجند

در سالیان اخیر برداشت‌های مغناطیسی به صورت گسترده برای مطالعه ساختارهای زمین‌شناسی، اکتشاف منابع معدنی و ... مورد استفاده قرار گرفته است. هدف نهایی از این مطالعات به دست آوردن اطلاعاتی از سطح زیرین ناحیه برداشت داده همچون خودپذیری مغناطیسی، شکل هندسی و عمق توده بی‌هنجار است. یکی از روش‌های پرکاربرد برای تفسیر داده‌های مغناطیسی وارون‌سازی این داده‌ها است. تاکنون الگوریتم‌های مختلفی برای وارون‌سازی داده‌های میدان مغناطیس معرفی و به کار برده شده‌اند. هر کدام از این روش‌ها مزایا و معایبی دارند؛ اما به طور کلی می‌توان گفت که در صورت استفاده از یک الگوریتم وارون‌سازی مطمئن، بازسازی قابل قبولی از سطح زیرین انجام می‌پذیرد. در توسعه یک روش وارون‌سازی باید ماهیت و مشکلات مسئله مورد نظر به خوبی شناخته شود، سپس روشی برای رفع این مشکلات ارائه گردد. مسئله وارون مغناطیس‌سنجی دارای مشکلات متعددی است. عدم یکتایی فیزیکی مسئله بر طبق قانون گوس و نیز عدم یکتایی جبری ناشی از نوع گسسته‌سازی سطح زیرین بزرگ‌ترین مشکل موجود است. از سوی دیگر ماتریس کرنل در این مسئله بدوضع (Ill-condition) بوده و وجود نوفه در داده‌ها سبب ناپایداری جواب حاصل از وارون‌سازی می‌گردد. علاوه بر این، برای مسائل با ابعاد متوسط به بالا ذخیره کردن ماتریس کرنل و انجام محاسبات بر روی آن با دشواری روبرو است. برای حل مشکل عدم یکتایی و عدم پایداری مسئله وارون، منظم‌سازی جواب راه‌کاری مناسب است. در فرایند منظم‌سازی غالباً تابع هدفی تشکیل یافته از دو عبارت عدم انطباق داده‌ها و تنظیم جایگزین مسئله بد وضع اولیه می‌شود. جواب نهایی مسئله از کمینه کردن این تابع کلی به دست می‌آید. چنین پاسخی به نوفه موجود در داده حساسیت اندکی داشته و با اعمال محدودیت بر روی مدل از تغییرات بزرگ آن جلوگیری می‌کند. علاوه بر آن می‌توان با وارد کردن قیود ریاضی، قیود بر مبنای اطلاعات زمین‌شناسی و نیز سایر اطلاعات موجود از منطقه سعی در کاهش هر چه بیشتر عدم یکتایی مسئله و جهت‌دهی پاسخ منظم‌شده به سمت مدل‌هایی منطبق با واقعیت زمین‌شناسی منطقه داشت. الگوریتم‌های متعددی امروزه به کار می‌روند که به صورت کلی می‌توان در دو دسته قرار داد: روش‌هایی که با استفاده از مشتقات مرتبه اول و یا دوم پارامترهای مدل در عبارت تنظیم به سمت بازسازی مدل‌هایی هموار گرایش دارند (Li and Oldenburg, 1996, 1998; Pilkington, 2009) و روش‌هایی که با استفاده از قیود فشرده‌کننده، مدل‌هایی با مرزهای تیز و گسسته نتیجه می‌دهند (Last and Kubik, 1983, Portniaguine and Zhdanov, 1999; Pilkington, 2009) در این میان الگوریتم‌هایی نیز توسعه داده شده‌اند که از هر دو نوع قید همواری و فشرده‌گی می‌توانند استفاده نمایند (Sun and Boulanger and Chouteau, 2001).

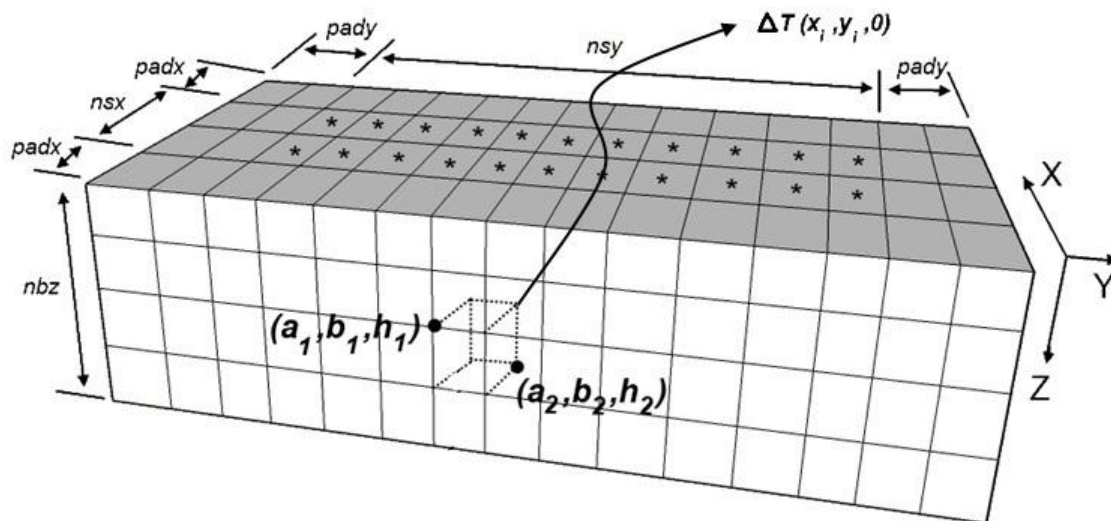
(Li, 2014). هر یک از این روش‌ها با توجه به ساختار زمین‌شناسی مورد جستجو و هدف مفسر انتخاب می‌گردد و به صورت کلی نمی‌توان یکی را بر دیگری ارجح دانست. در این مقاله هدف بازسازی ساختارهایی با مرزهای تیز است بنابراین قید فشرده‌گی که توسط Last and Kubik (1983) معرفی و توسط Portniaguine and Zhdanov (1999) توسعه داده شد، استفاده خواهد شد. قید فشرده‌گی با کمینه کردن تعداد پارامترهای مدل غیرصفر، تُنگ نمودن فضای مدل، باعث حصول ساختارهایی با مرزهای تیز و گسسته می‌شود.

رایج‌ترین و پرکاربردترین روش در مدل‌سازی سه‌بعدی سطح زیرین برای مسائل وارون در حوزه میدان‌های پتانسیل استفاده از مجموعه‌ای از مکعب‌های با ابعاد ثابت و خاصیت فیزیکی نامعلوم (خودپذیری مغناطیسی در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی و چگالی در وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی) است (Li and Oldenburg, 2001; Boulanger and Chouteau, 1996). هدف آن است که با استفاده از داده برداشت شده بر روی سطح و یا بالای سطح، خاصیت فیزیکی مورد جستجو برای این مکعب‌ها برآورد شود. در این صورت است که توزیعی از ساختار زیر سطحی برای مفسر آشکار خواهد شد. از مزایای این نوع گسسته‌سازی می‌توان انعطاف‌پذیری بالای آن در مدل‌سازی هم‌زمان چندین توده زیرسطحی و نیز برقراری رابطه‌ای خطی بین داده‌ها و پارامترهای مدل را برشمرد. مشکل عمده روش آن است که تعداد پارامترهای مدل (M) همواره بسیار بیشتر از تعداد داده‌ها (N) است، به طوری که برای تعداد داده از مرتبه چند هزار همواره ده‌ها و بلکه صدها هزار پارامتر مدل وجود خواهد داشت؛ بنابراین در حل سیستم معادلات خطی حاصل، ماتریس ضرایب دارای ابعاد بسیار بزرگی است. در این حالت دو مشکل وجود دارد: نخست ذخیره کردن این ماتریس بزرگ و چگال (Dense) بر روی حافظه موقت (RAM) کامپیوتر و دیگری انجام محاسبات بر روی آن؛ بنابراین در توسعه الگوریتم‌های منظم‌سازی بایستی راه‌کاری برای حل این مسئله نیز در نظر گرفت. برای حل مشکل ذخیره کردن ماتریس، Li and Oldenburg (2003) راه‌کاری مؤثر ارائه کردند. آن‌ها با بردن هر سطر ماتریس کرنل به حوزه موجک (Wavelet) و سپس حذف امان‌های کم ارزش (کوچک‌تر از یک حد آستانه) در نهایت به ماتریس کرنلی تُنگ دست یافتند که برای ذخیره‌سازی به فضایی بسیار کم‌تر نیاز دارد. محاسبات در حوزه موجک انجام پذیرفته و سپس با استفاده از تبدیل وارون موجک جواب به فضای اصلی برده می‌شود. آن‌ها نشان دادند که جواب حاصل از وارون‌سازی به این شیوه با جواب حاصل از ماتریس کرنل اصلی تفاوت اندکی دارد که در مقایسه با مزیت ذخیره‌سازی در فضای کوچک آن، قابل اغماض است. برای حل مشکل دوم استفاده از الگوریتم‌های مبتنی بر روش‌های تکرار همچون LSQR و CGLS

قرار گرفته و نتایج نشان داده شده‌اند. در انتها مدل‌سازی داده‌های منطقه تیغ‌نو آب بیرجند در استان خراسان جنوبی ارائه شده است.

## ۲- تئوری روش

رایج‌ترین و پرکاربردترین روش برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی تقسیم‌بندی سطح زیرین در محدوده برداشت داده به مجموعه‌ای از مکعب‌هایی با هندسه ثابت و تباین خودپذیری نامشخص است (شکل ۱). این مدل انعطاف‌پذیری مناسبی برای نشان دادن توزیع مغناطیدگی سطح زیرین دارد و امکان مدل‌سازی هم‌زمان چندین توده‌ی آنومالی را فراهم می‌آورد (Blakely, 1996). در مقاله حاضر فرض بر این است که مغناطیس باقیمانده وجود ندارد و فقط مغناطیس‌شدگی القایی در نظر گرفته می‌شود. این مغناطیس‌شدگی در داخل هر مکعب یکسان فرض شده و توسط حاصل ضرب خودپذیری مغناطیسی و میدان ژئومغناطیس القایی داده می‌شود (Li and Oldenburg, 1996).



شکل ۱: مدل‌سازی سطح زیرین ناحیه برداشت با استفاده از مجموعه‌ای از مکعب‌ها. محور  $x$  در راستای شمال جغرافیایی و محور  $y$  در راستای شرق در نظر گرفته می‌شود. در این شکل علامت «\*» نشان‌دهنده ایستگاه‌های برداشت،  $nsx$  و  $nsy$  تعداد ایستگاه‌های برداشت در دو جهت  $x$  و  $y$  و  $nbz$  تعداد مکعب‌ها در جهت  $z$  می‌باشند.  $padx$  و  $pady$  تعداد مکعب‌هایی هستند که به منظور جلوگیری از انحراف در مرزها ممکن است به شبکه اضافه گردند.  $\Delta T(x_i, y_i, 0)$  میدان کل در یک ایستگاه مشاهده‌ای در سطح زمین را نشان می‌دهد.

است. عناصر  $G_{ij}$  اثر خودپذیری مغناطیسی واحد سلول  $j$  ام را در محل ایستگاه  $i$  ام ارائه می‌کنند. برای اندازه‌گیری میدان کل یک مکعب فرمولی مناسب توسط Rao and Babu (1991) ارائه شده است. فرمول‌بندی ارائه شده برای محاسبات سریع کامپیوتری مناسب بوده و بنابراین در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرد. جزئیات این فرمول‌بندی در Rao and Babu (1991) به تفصیل توضیح داده شده است و در این مقاله از تکرار آن اجتناب می‌شود.

می‌تواند مفید باشد (Hansen, 1998). این روش‌ها با جستجوی جواب در زیرفضایی بسیار کوچک‌تر از فضای اصلی، سرعت اجرای الگوریتم را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهند. در این مقاله فرض بر آن است که ذخیره‌سازی ماتریس کرنل بر روی حافظه موقت امکان‌پذیر است و تمرکز بر روی ارائه راه‌حلی برای مشکل دوم است. همان‌طور که بیان شد در مسئله وارون خطی مغناطیس‌سنجی همواره تعداد داده‌ها بسیار کمتر از تعداد پارامترهای مدل است؛ بنابراین با حل سیستم معادلات در فضای داده به طور قابل ملاحظه‌ای به سرعت محاسبات افزوده خواهد شد. این شیوه توسط Pilkington (2009) و Siripunvaraporn and Egbert (2000) مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این در صورتی که از روش گرادیان مزدوج برای حل سیستم معادلات در فضای داده استفاده شود، سرعت الگوریتم بهبود قابل ملاحظه‌ای خواهد یافت.

در ادامه ابتدا تئوری روش وارون‌سازی مورد استفاده به تفصیل بیان شده است. سپس الگوریتم ارائه شده بر روی مدل مصنوعی شامل چند توده با شکل و گسترش عمقی مختلف مورد راستی‌آزمایی

برای مدل شکل ۱، میدان کل مغناطیسی در یک ایستگاه مشاهده‌ای برابر با مجموع اثرات تک‌تک مکعب‌ها در آن ایستگاه است (Blakely, 1996):

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} k_j \quad i=1, \dots, N \quad N \ll M \quad (1)$$

در این رابطه  $M$  تعداد مکعب‌های موجود در مدل،  $N$  تعداد ایستگاه‌های مشاهده‌ای و  $k_j$  خودپذیری مغناطیسی مکعب  $j$  ام

پارامترهای مدل زیاد باشد، این وارون‌سازی زمان‌بر بوده و گاهی امکان‌پذیر نیست. با استفاده از رابطه (Tarantola, 2005)

$$(G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} G^T C_D^{-1} = C_M G^T (G C_M G^T + C_D)^{-1} \quad (5)$$

به راحتی می‌توان معادله (۴) را به شکل زیر نوشت:

$$m = m_{apr} + C_M G^T (G C_M G^T + C_D)^{-1} (d^{obs} - G m_{apr}) \quad (6)$$

محاسبه جواب با استفاده از رابطه (۶) نیازمند معکوس ماتریس  $G G^T \in R^{N \times N}$  است. با توجه به این‌که در وارون‌سازی مغناطیسی، همان‌طور که در بالا اشاره شد، تعداد داده‌ها بسیار کم‌تر از تعداد پارامترهای مدل است،  $N \ll M$ ، بنابراین سرعت اجرای الگوریتم در این حالت بسیار بیشتر خواهد بود. این شیوه وارون‌سازی در فضای داده نامیده می‌شود و توسط نویسندگان مختلفی مورد استفاده بوده است. از آن جمله Siripunvaraporn and Egbert (2000) در وارون‌سازی داده‌های مگنتوتلوریک، Pilkington (2009) در وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی و عباس‌زاده و همکاران (۱۳۹۴) در وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی از شیوه وارون‌سازی در فضای داده استفاده کرده‌اند و نتایج رضایت‌بخشی برای سرعت اجرای الگوریتم ارائه داده‌اند.

دو ماتریس قطری  $W_{\epsilon} \in R^{M \times M}$  و  $W_{depth} \in R^{M \times M}$  که برای تشکیل ماتریس  $L$  مورد استفاده قرار گرفته‌اند، به ترتیب ماتریس وزن دهی عمقی و ماتریس فشرده‌گی نامیده می‌شوند. در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل، مدل ساخته شده تمایل به آن دارد که در نزدیک سطح زمین متمرکز شود؛ بنابراین احتمال آنکه ساختار بازسازی شده بسیار متفاوت از توده زیر سطحی حاصل شود، وجود دارد. این مشکل به علت خاصیت کرنل در این مسائل است. حساسیت کرنل با عمق کاهش می‌یابد و به همین دلیل پاسخ وارون‌سازی تمایل به گسترش در نزدیکی سطح را دارد. معرفی

ماتریس وزن‌دهی عمقی  $W_{depth} = \frac{1}{(z+q)^{\beta/2}}$  توسط Li and

Oldenburg (1996) راه‌کاری برای غلبه بر این مشکل ارائه داد. این ماتریس با اختصاص وزن بزرگ‌تر برای مکعب‌های عمیق‌تر سبب می‌گردد که تمامی مکعب‌ها با احتمال تقریباً یکسانی در فرایند وارون‌سازی شرکت نمایند. این ایده در طی سالیان بعدی توسط نویسندگان دیگری نیز مورد استفاده و تأیید بوده است که از آن جمله Pilkington (1997)، Zhdanov (2002) و (2001) Boulanger and Chouteau را می‌توان نام برد. در این رابطه  $z$  عمق متوسط سلول،  $q$  پارامتری وابسته به ارتفاع برداشت و  $\beta$  ضریب وزن‌دهی نامیده می‌شود. انتخاب ضریب  $\beta$  بزرگ‌تر، وزن بیشتری به مکعب‌های عمیق‌تر می‌دهد و بالعکس. مقدار این ضریب در مقاله Li and Oldenburg (1996) و در حالی که آن‌ها بر روی یک تک بی‌هنجاری مطالعه کرده‌اند برابر با ۳ انتخاب شده است. در

رابطه (۱) برای تمامی ایستگاه‌ها در شکل ماتریسی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$d^{obs} = Gm \quad (2)$$

که در این عبارت داده‌ها در بردار  $d^{obs} \in R^N$  و پارامترهای مدل (خودپذیری مغناطیسی مکعب‌ها) در بردار  $m \in R^M$  قرار دارند. ماتریس  $G \in R^{N \times M}$  تحت عنوان ماتریس کرنل شناخته می‌شود. در وارون‌سازی مغناطیسی هدف آن است که با استفاده از معلومات  $d^{obs}$  و  $G$  به جوابی برای  $m$  دست یافت. جواب حاصل باید داده مشاهده‌ای را در سطح نوفه برازش نماید و همچنین از لحاظ زمین‌شناسی نیز قابل قبول باشد. سیستم معادلات خطی (۲) بدو معنی است و بنابراین حل آن نیازمند منظم‌سازی جواب است. در این مقاله تابع هدفی به صورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد (Tarantola, 2005):

$$S(m) = (Gm - d^{obs})^T C_D^{-1} (Gm - d^{obs}) + (m - m_{apr})^T C_M^{-1} (m - m_{apr}) \quad (3)$$

عبارت اول،  $(Gm - d^{obs})^T C_D^{-1} (Gm - d^{obs})$ ، عبارت عدم انطباق داده (Data misfit) نام دارد و کیفیت برازش داده حاصل از مدل ساخته‌شده را با داده مشاهده‌ای تعیین می‌کند. قسمت دوم،  $(m - m_{apr})^T C_M^{-1} (m - m_{apr})$ ، همان عبارت تنظیم است. ماتریس  $C_D \in R^{N \times N}$  کواریانس داده‌ها است که با فرض غیر همبسته بودن نوفه، به صورت ماتریس قطری که مؤلفه‌های آن واریانس نوفه  $(\sigma_i^2)$  هستند، است. در این تحقیق ماتریس  $C_M \in R^{M \times M}$  برابر  $(L^T L)^{-1}$  در نظر گرفته می‌شود؛ که  $L \in R^{M \times M}$  خود ماتریسی قطری است که از حاصل ضرب دو ماتریس  $W_{\epsilon}$  و  $W_{depth}$  حاصل می‌شود،  $L = W_{depth} W_{\epsilon}$ . این شیوه توسط عباس‌زاده و همکاران (۱۳۹۴) و (Vatankhah et al., 2014) در وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی مورد استفاده بوده است. در ادامه در مورد دو ماتریس  $W_{\epsilon}$  و  $W_{depth}$  توضیح داده خواهد شد. بردار  $m_{apr}$  شامل تباین خودپذیری مغناطیسی اولیه است. در صورتی که خودپذیری مغناطیسی یک و یا چند مکعب با استفاده از مطالعات زمین‌شناسی و یا حفاری‌های از قبل موجود در محدوده مطالعه معلوم باشد، در این صورت این مقادیر در بردار  $m_{apr}$  قرار داده می‌شوند و وارون‌سازی به دنبال یافتن مقدار برای مابقی مکعب‌ها است. هرگاه چنین اطلاعاتی موجود نباشد این بردار برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

کمینه کردن رابطه (۳) به جواب زیر منتهی خواهد شد (Tarantola, 2005):

$$m = m_{apr} + (G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} G^T C_D^{-1} (d^{obs} - G m_{apr}) \quad (4)$$

طبق این رابطه مشخص است که جواب مسئله وارون‌سازی نیازمند محاسبه معکوس ماتریس  $G^T G \in R^{M \times M}$  است. در صورتی که تعداد

$$\chi^2_{\text{computed}} = \left\| \frac{d_i^{\text{obs}} - (Gm^{(k)})_i}{\sigma_i} \right\|_2^2 \leq N + \sqrt{2N}$$

خواهد شد. در غیر این صورت معیار توقف، بیشینه تعداد تکرارهایی خواهد بود که توسط کاربر تعیین می‌شود. علاوه بر این باید حدود بالا و پایین برای خودپذیری مکعب‌ها ( $[\kappa_{\min}, \kappa_{\max}]$ ) تعیین گردد، این کار باعث محدود شدن فضای جستجوی مدل، یعنی کاهش عدم یکتایی و بهبود مدل حاصل خواهد شد. در فرایند وارون‌سازی هرگاه در یک تکرار مقداری خارج از این کران برای پارامتری حاصل شود، آن مقدار با نزدیک‌ترین مرز جایگزین می‌گردد.

رابطه (۸) را می‌توان به شکل فشرده زیر نوشت:

$$\Delta m^{(k)} = m^{(k)} - m^{(k-1)} = C_M^{(k)} G^T b^{(k)} \quad (9)$$

که

$$b^{(k)} = (GC_M^{(k)} G^T + C_D)^{-1} (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)}) \quad (10)$$

به منظور افزایش سرعت اجرای الگوریتم می‌توان از روش گرادیان مزدوج در محاسبات استفاده کرد (Pilkington, 2009). سیستم معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$A^{(k)} b^{(k)} = f^{(k)} \quad (11)$$

که در آن

$$A^{(k)} = (GC_M^{(k)} G^T + C_D), \quad f^{(k)} = (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)})$$

اکنون می‌توان  $b^{(k)}$  را از رابطه (۱۱) با استفاده از روش گرادیان مزدوج محاسبه کرد. سپس جواب نهایی با استفاده از رابطه (۹) به دست می‌آید. گرادیان مزدوج جزء روش‌های تکرار برای حل مسائل بدووجه بزرگ مقیاس است. اگر تعداد تکرارها برای روش گرادیان مزدوج با  $t$  نشان داده شود، برای  $t$  های کوچک مؤلفه‌های جواب مرتبط با مقادیر ویژه کوچک حذف می‌شوند. این مؤلفه‌های کوچک در واقع علت ناپایداری جواب مسئله وارون هستند. با افزایش  $t$  مؤلفه‌های مربوط به مقادیر ویژه کوچک به تدریج وارد جواب خواهد شد، بنابراین در انتخاب تعداد تکرارهای روش گرادیان مزدوج باید دقت نمود.

مراحل انجام وارون‌سازی ارائه شده در این تحقیق در الگوریتم ۱ خلاصه شده است.

#### الگوریتم ۱: مراحل انجام وارون‌سازی در فضای داده و با

استفاده از قید فشردگی.

**ورودی‌ها:**  $\kappa_{\max}, \kappa_{\min}, \varepsilon > 0, \beta, C_D, m_{\text{apr}}, G, d^{\text{obs}}$

مرحله ۱. محاسبه  $W_{\text{depth}}$  و قرار دادن  $m^{(0)} = m_{\text{apr}}$  و  $W_{\varepsilon}^{(1)} = I$

$$L^{(1)} = W_{\text{depth}}$$

مرحله ۲. قرار دادن  $k = 1$

مرحله ۳. محاسبه  $f^{(k)} = (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)})$

$$A^{(k)} = (GC_M^{(k)} G^T + C_D)$$

مرحله ۴. محاسبه  $b^{(k)}$  با استفاده از رابطه (۱۱)

مرحله ۵. محاسبه  $m^{(k)}$  با استفاده از رابطه (۹)

ساختارهای پیچیده‌تر که چندین چشمه زیرسطحی با عمق‌های مختلف، نزدیک سطح و در اعماق زیاد، مورد بررسی است بهتر آن است که مقدار کمتری انتخاب گردد. به هر حال صحبت از یک مقدار قطعی برای این پارامتر صحیح نیست و غالباً محدوده‌ای برای آن در مقالات قابل قبول است (Boulianger and Chouteau, 2001). در مقاله حاضر، با توجه به مدل‌های مورد انتظار برای بازسازی، مقدار  $\beta$  برابر ۲ انتخاب شده است. همچنین به علت آنکه برداشت‌های بر روی سطح فرض می‌شود؛ لذا برای پارامتر  $q$  مقدار صفر در نظر گرفته می‌شود.

ماتریس فشردگی،  $W_{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ، به صورت رابطه زیر برای نخستین بار توسط Last and Kubik (1983) و در وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی مورد استفاده قرار گرفت.

$$W_{\varepsilon} = \text{diag}((m - m_{\text{apr}})^2 + \varepsilon^2)^{-1/2} \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (7)$$

البته باید توجه داشت که در مقاله آن‌ها  $m_{\text{apr}} = 0$  در نظر گرفته شده بود و (Portniaguine and Zhdanov (1999) با وارد کردن  $m_{\text{apr}}$  در این رابطه نام قید Minimum Support به آن دادند. استفاده از این ماتریس در عبارت تنظیم دقیقاً معادل آن است که از منظم‌کننده نرم صفر در تابع هدف استفاده شود (Vatankhah et al., 2016). مدلی که با استفاده از این قید حاصل شود، دارای کمترین تعداد پارامترهای غیر صفر است، اصطلاحاً گفته می‌شود که فضای مدل تُنک شده است و بنابراین ساختار حاصل دارای مرزهای تیز و گسسته با محیط دربرگیرنده آن خواهد بود. پارامتر کوچک و مثبت  $\varepsilon$  به این دلیل وارد شده است که از صفر شدن مخرج در رابطه (۷) هنگامی که  $m \rightarrow m_{\text{apr}}$  برود، جلوگیری نماید. باید توجه داشت که میزان فشردگی مدل با انتخاب این پارامتر ارتباط مستقیم دارد. مقادیر کوچک آن باعث افزایش فشردگی می‌شوند، در حالی که هم‌زمان ناپایداری جواب افزایش می‌یابد. برای مقادیر بزرگ  $\varepsilon$  عملاً قید فشردگی کارایی نخواهد داشت. در این مقاله  $\varepsilon = 0.01$  برای تمام وارون‌سازی‌ها انتخاب شده است.

باید توجه داشت که قید فشردگی وابسته به پارامترهای مدل است؛ بنابراین حل مسئله وارون نیازمند استفاده از تکرارهای متوالی است. در هر تکرار ماتریس فشردگی و در نتیجه ماتریس  $C_M$ ، با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل در تکرار قبل به‌نگام (Update) می‌شود؛ بنابراین در این حالت رابطه (۶) به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$m^{(k)} = m^{(k-1)} + C_M^{(k)} G^T (GC_M^{(k)} G^T + C_D)^{-1} (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)}) \quad (8)$$

در این رابطه  $k$  برای شمارش تکرارها استفاده شده است. برای خاتمه دادن به این تکرارها باید معیار توقفی تعیین شود. در این مقاله از معیاری که (Boulianger and Chouteau (2001) ارائه نمودند استفاده شده است. طبق این معیار هرگاه شرط

### ژولیده‌سر و وطن‌خواه، وارون‌سازی تَنگ داده‌های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده‌های ناحیه تیغ نو آب در جنوب بیرجند، صفحات ۴۷-۳۵.

وارون‌سازی با استفاده از الگوریتم ۱ و با مشخصات بیان شده در جدول (۳) انجام پذیرفت. شرط توقف بعد از ۴ تکرار برآورده شد. زمان صرف شده برای این وارون‌سازی توسط رایانه‌ای با پردازنده ۷ هسته‌ای با فرکانس ۳/۶ گیگاهرتز و حافظه اجرایی ۱۶ گیگابایت حدود ۴۵ ثانیه است. کاملاً روشن است که انتقال از فضای مدل (با ۵۲۵۰۰ پارامتر مدل) به فضای داده (با ۳۵۰۰ داده) چگونه سرعت اجرای الگوریتم را بهبود داده است. شکل (۳-الف) نمای سه‌بعدی مدل حاصل از وارون‌سازی را نشان می‌دهد. توجه شود که در این شکل مقادیر خودپذیری بالای ۰/۰۵ (SI) توسط سطوح هم‌مقدار (Isosurface) نمایش داده شده است. همچنین پاسخ مغناطیسی این مدل در شکل (۳-ب) آورده شده است.

نتایج وارون‌سازی به روشی توانایی الگوریتم ارائه شده را نشان می‌دهد. توده‌های زیر سطحی تا حد بسیار خوبی بازسازی شده‌اند. حتی توده کوچک شماره ۴ نیز در مدل حاصل دیده می‌شود. برای نمایش بهتر نتایج وارون‌سازی نگاهی به شکل ۴ که برش‌های افقی و قائم از مدل بازسازی شده را نمایش می‌دهد مفید است. در مورد دایک شیب‌دار بازسازی قابل قبولی صورت پذیرفته است. تنها تفاوت با مدل اصلی عمق آن است که بیشتر به دست آمده است. این موضوع را می‌توان با شیب دایک و کاهش تفکیک‌پذیری عمقی در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل مربوط دانست. برای بازسازی بهینه ساختارهای شیب‌دار باید الگوریتم‌های خاصی مورد استفاده قرار گیرد. به عنوان نمونه می‌توان الگوریتم ارائه شده توسط Farquharson (2008) را نام برد. در این الگوریتم تفاضل محدود (finite differences) قطری در اندازه‌گیری ساختار مدل وارد می‌شود، بنابراین قادر به بازسازی ساختارهای شیب‌دار است. به هر حال نتایج ما دلالت بر آن دارد که روش ارائه شده در الگوریتم ۱ قادر است به خوبی موقعیت و گسترش عمقی توده‌های زیرسطحی را برآورد کند. همچنین سرعت بالایی دارد و می‌تواند برای وارون‌سازی مسائل بزرگ به کار رود.

مرحله ۶. بررسی کران‌های خودپذیری به طوری که

$$\kappa_{\min} \leq m^{(k)} \leq \kappa_{\max}$$

مرحله ۷. قرار دادن  $k = k + 1$

مرحله ۸. محاسبه  $L^{(k)} = W_{\varepsilon}^{(k)} W_{depth}$  و

$$W_{\varepsilon}^{(k)} = \text{diag}((m^{(k-1)} - m^{(k-2)})^2 + \varepsilon^2)^{-1/2}$$

مرحله ۹. معیار توقف بررسی شود، در صورت برآورده شدن

فرآیند متوقف و در غیر این صورت برو به مرحله ۳

خروجی:  $m^{(k)}$

### ۳- مدل مصنوعی

برای بررسی صحت الگوریتم ۱، از مدل مصنوعی متشکل از چهار جسم با ابعاد و هندسه متفاوت استفاده می‌شود (شکل ۲-الف). مشخصات هر یک از توده‌ها در جدول (۱) بیان شده است. این مدل به صورت تقریبی می‌تواند ساختارهای زمین‌شناسی واقعی را مجسم نماید. داده حاصل از این مدل در ۳۵۰۰ ایستگاه مشاهده‌ای بر روی سطح زمین و در یک شبکه مستطیلی شامل ۷۰ ایستگاه در راستای شرق و ۵۰ ایستگاه در راستای شمال تولید گردید. فاصله ایستگاه‌ها در هر دو راستای شمال و شرق ۱۰۰ متر در نظر گرفته شده است. برای این مدل پارامترهای شدت میدان کل، زاویه میل و انحراف در جدول ۲ آورده شده‌اند. برای نزدیک‌تر کردن به حالت واقعی یک نوفه تصادفی گوسی با انحراف معیاری به صورت  $(0.02(d^{exact})_i + 0.002 || d^{exact} ||)$  به داده‌ها اضافه شده است به طوری که برای هر داده رابطه زیر برقرار است (Vatankhah et al., 2014):

$$(d^{obs})_i = (d^{exact})_i + (0.02(d^{exact})_i + 0.002 || d^{exact} ||) \quad (12)$$

در این رابطه  $d^{exact}$  داده‌های حاصل از مدل مصنوعی و  $d^{obs}$  داده حاوی نوفه است. این داده در شکل (۲-ب) نمایش داده شده است.

جدول ۱: مشخصات توده‌های مصنوعی مورد استفاده در شکل (۲-الف).

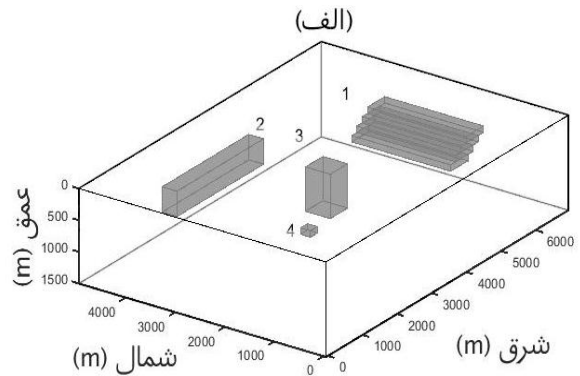
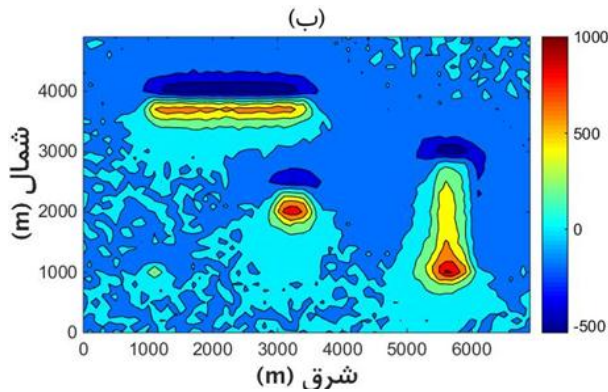
شماره توده	توده معادل	مختصات توده		
		گسترش در راستای x (متر)	گسترش در راستای y (متر)	گسترش در راستای z (متر)
۱	دایک شیب‌دار	۶۰۰۰-۵۵۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۲۰۰-۱۰۰
		۵۸۵۰-۵۳۵۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۳۰۰-۲۰۰
		۵۷۰۰-۵۲۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۴۰۰-۳۰۰
		۵۵۵۰-۵۰۵۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۵۰۰-۴۰۰
۲	دایک قائم	۳۵۰۰-۱۰۰۰	۴۰۰۰-۳۷۰۰	۵۰۰-۱۰۰
۳	توده با گسترش	۳۵۰۰-۳۰۰۰	۲۵۰۰-۲۰۰۰	۸۰۰-۱۰۰
۴	توده کوچک با گسترش عمقی کم	۱۲۰۰-۱۰۰۰	۱۲۰۰-۱۰۰۰	۲۰۰-۱۰۰

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۲، شماره ۱، ۱۳۹۵.  
جدول ۳: اطلاعات مورد استفاده در وارون‌سازی.

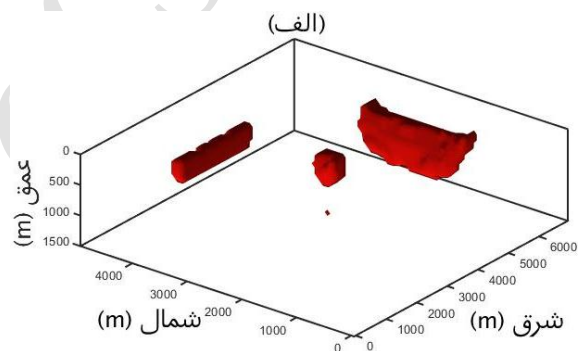
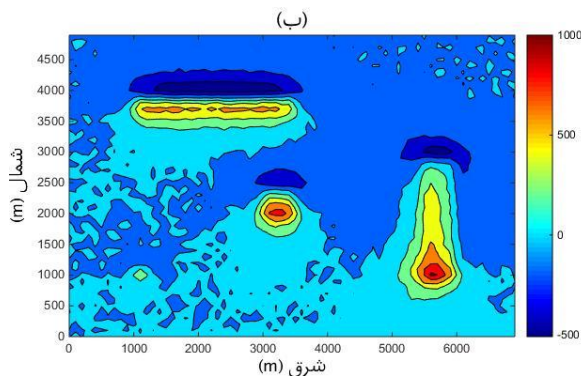
تعداد مکعب‌ها	۷۰×۵۰×۱۵=۵۲۵۰۰	ابعاد مکعب‌ها	۱۰۰ متر
شرط توقف	۳۵۸۳	کران خودپذیری	۰/۱ - ۰
ضریب $\beta$	۲	ضریب $\epsilon$	۰/۰۱

جدول ۲: اطلاعات میدان مغناطیسی برای مدل مصنوعی.

میدان کل مغناطیسی	۴۷۰۰۰ نانو تسلا
زاویه میل مغناطیسی	۴۹/۵ درجه
زاویه انحراف مغناطیسی	۳/۱ درجه



شکل ۲: (الف) نمایی از مدل مصنوعی استفاده شده که شامل چهار جسم متفاوت است. مشخصات هر کدام از توده‌ها در جدول (۱) آورده شده است. (ب) داده حاصل از مدل و آمیخته به نوفه.



شکل ۳: (الف) مدل حاصل از وارون‌سازی داده‌های شکل ۲ ب با استفاده از الگوریتم ۱ (محدوده‌هایی که خودپذیری بالای ۰/۰۵ دارند نمایش داده شده‌اند) (ب) داده حاصل از مدل بازسازی شده در شکل ۳ الف.

از دیگر ویژگی‌های ریخت‌شناسی موجود در منطقه است. از لحاظ سنگ‌شناسی منطقه به سه دسته تقسیم می‌شود که شامل سنگ‌های رسوبی، نیم‌ژرف و دگرگونی همبری است. در حاشیه منطقه مورد مطالعه بیشتر سنگ‌های رسوبی نظیر شیل، ماسه‌سنگ و بعضاً آهک‌های نازک لایه دیده می‌شود. واحد Ers شامل ماسه‌سنگ‌های نازک لایه با دانه‌بندی ریز تا درشت است. در پاره‌ای مواد به واحد ماسه‌سنگ، لایه‌ای از شیل به رنگ خاکستری افزوده می‌گردد. همین واحد را در برخی از نقاط منطقه، نازک لایه‌هایی از آهک همراهی می‌نماید. سنگ‌های نیمه‌ژرف کوارتز دیوریت تا میکروکوارتز دیوریت است. تأثیر آن بر سنگ‌های منطقه با پدیده اسکارن و هورنفلس آشکار می‌گردد که به ترتیب در بخش‌های کربناتی و تخریبی مشاهده شده‌اند. در نمونه‌های دستی دارای بافت دانه‌ای و گرانولار و گاه پورفیری است و همراه با کانی‌های پلاژیوکلاز، آمفیبول، کوارتز،

#### ۴- داده‌های واقعی

در این قسمت داده‌های مغناطیس زمینی برداشت شده در محدوده تیغ‌نواب استان خراسان جنوبی مورد استفاده قرار می‌گیرد و نتایج مدل‌سازی سطح زیرین با استفاده از الگوریتم ۱ در شکل ۴ نشان داده شده است.

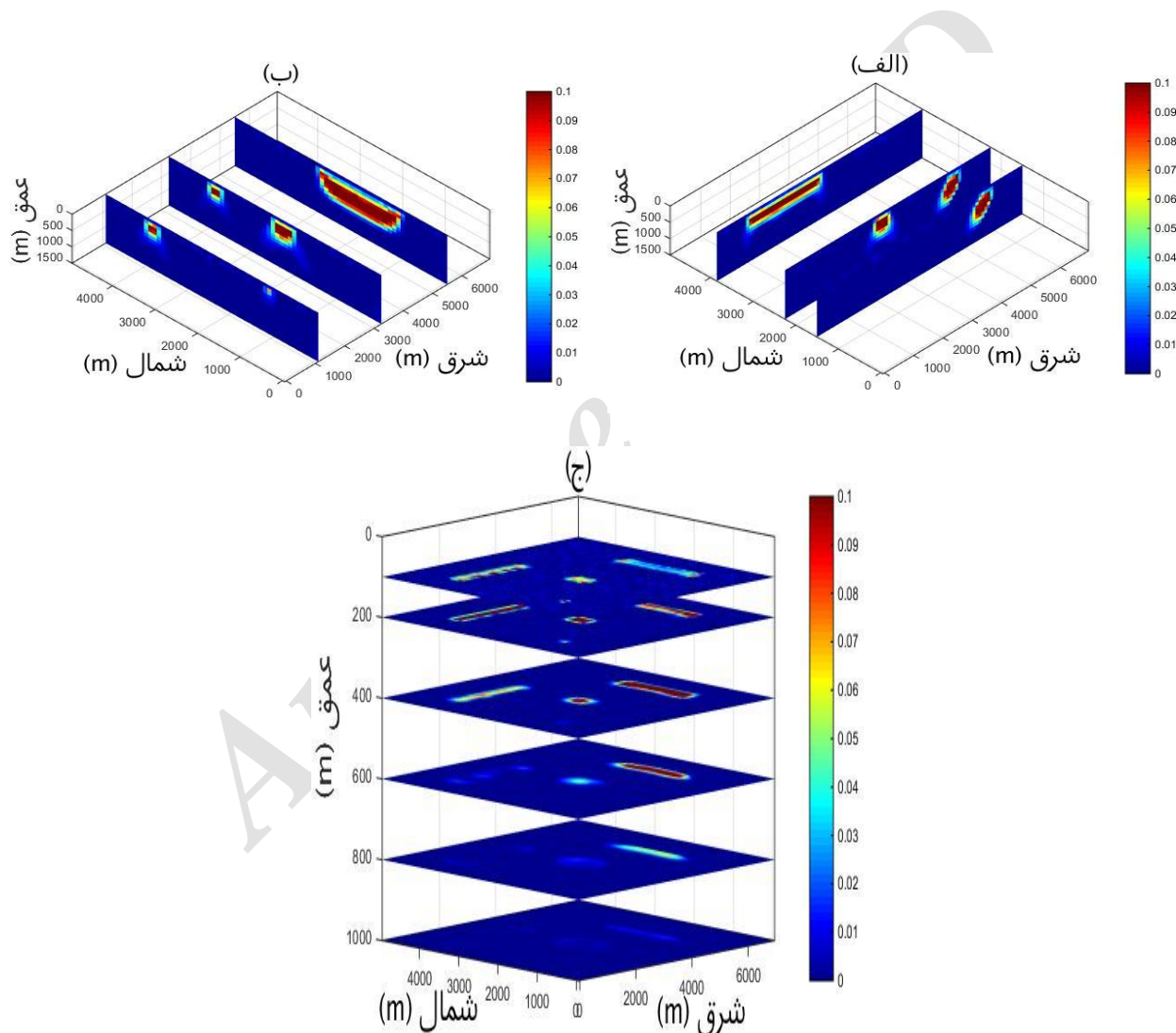
#### ۴-۱- زمین‌شناسی محدوده مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه با وسعت تقریبی ۰/۲ کیلومترمربع در ۹۰ کیلومتری جنوب شرق شهر سریشه و جنوب شرق روستای درج واقع شده است. این محدوده از شمال به ارتفاعات بالحقاب و از جنوب به تیغ‌نو آب محدود می‌شود. از لحاظ ریخت‌شناسی منطقه از تپه ماهورهایی با سطوح فرسایشی صاف و هموار و کمتر زبر و خشن تشکیل شده است. در ارتفاعات منطقه توده‌های نفوذی به صورت قله مرتفع دندانه‌دار دیده می‌شوند. دشت‌های صاف و هموار و بعضاً رسی

### ژولیده‌سر و وطن‌خواه، وارون‌سازی تُنگ داده‌های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده‌های ناحیه تیغ نو آب در جنوب بیرجند، صفحات ۴۷-۳۵.

معرف تأثیر گرمای توده بوده که در آن کلریت که از کانی‌های ثانویه شاخص به حساب می‌آید به خوبی قابل مشاهده است. شکل ۵ محدوده مورد مطالعه را بر روی نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ مایه‌برود نمایش می‌دهد. با توجه به پتانسیل‌های این محدوده برداشت‌های ژئوفیزیکی مقاومت ویژه و بارپذیری و مغناطیس‌سنجی بر روی این محدوده صورت گرفته است. در این مقاله به وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی پرداخته شده است. با در نظر گرفتن زمین‌شناسی محدوده و آغستگی‌هایی که در برداشت‌های سطحی وجود دارد؛ می‌توان کران خودپذیری مغناطیسی را بین صفر و ۱/۵ در نظر گرفت.

کانی اپیدوت و کلریت بوده و زمینه سنگ را معمولاً بلورهای ریز پلاژیوکلاز و کانی‌های ثانویه تشکیل می‌دهند. این واحد سنگی در پاره‌ای نواحی ریزدانه گردیده و با ساختار میکروکوارتز دیورتی ظاهر می‌گردد. این ماگماتیسیم به دوره پیرنین نسبت داده شده است. دگرگونی همبری در منطقه مورد مطالعه از تزریق توده نفوذی کوارتز دیورتی در سنگ میزبان با ترکیبات کربناتی و ماسه‌ای ایجاد شده است که با تشکیل رخساره اسکارنی، در آهک‌ها و هورنفلس، در رسوبات تخریبی همراه است. در منطقه مینرالیزه، مجموعه‌ای از آهک‌های بلورین شده وجود دارد که در نتیجه تزریق توده نفوذی داغ حاصل شده و توسط تشکیل کانی‌های گارنت و اپیدوت مشخص می‌شوند. سنگ‌های هورنفلسی معمولاً با یک سیمای تیره رنگ که



شکل ۴: نتایج وارون‌سازی داده‌های شکل ۲ ب با استفاده از الگوریتم ۱. (الف) سطح مقطع عمود بر راستای شمال در فواصل ۱۵۰۰، ۲۲۵۰ و ۳۸۵۰ متری (ب) سطح مقطع عمود بر راستای شرق در فواصل ۲۰۰۰، ۳۲۵۰ و ۵۵۰۰ متری (ج) سطح مقطع در اعماق ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰، ۶۰۰، ۸۰۰ و ۱۰۰۰ متر.



نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۲، شماره ۱، ۱۳۹۵.

جدول ۴: خصوصیات میدان مغناطیسی محدوده مورد مطالعه.

میدان کل مغناطیسی زمین	۴۶۶۶۱ نانو تسلا
زاویه میل مغناطیسی	۴۹.۴ درجه
زاویه انحراف مغناطیسی	۳ درجه

در شکل ۶ شدت آنومالی باقیمانده حاصل از سه بی‌هنجاری برحسب نانو تسلا نمایش داده شده است. شبکه‌ای شامل ۲۰۱۶ داده‌ها برای وارون‌سازی انتخاب می‌شود. فرض بر آن است که داده‌ها دارای خطایی با توزیع نرمال و انحراف معیاری به صورت رابطه زیر می‌باشند:

$$(0.02(d^{obs}) + 0.004 || d^{obs} ||) \quad (13)$$

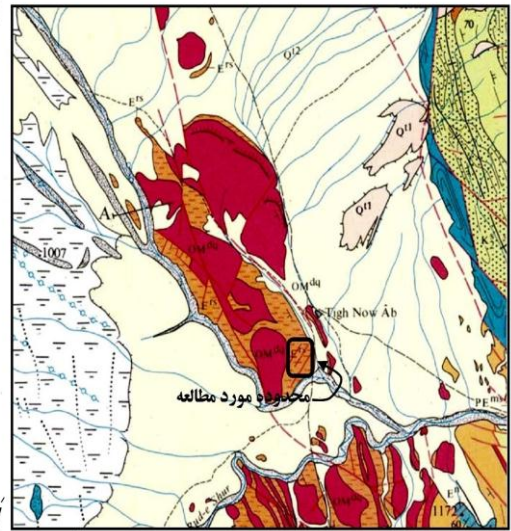
اطلاعات مورد استفاده برای انجام وارون‌سازی از جمله تعداد مکعب‌ها، ابعاد آن‌ها و ... در جدول (۵) بیان شده است. تعداد مکعب‌های مورد نیاز برای مدل‌سازی سطح زیرین ۷۹۵۶۰ عدد است. در مقایسه با تعداد داده‌ها به روشنی ارجحیت مدل‌سازی در فضای داده آشکار است.

جدول ۵: اطلاعات مورد استفاده در وارون‌سازی داده‌های واقعی.

تعداد مکعب‌ها	۷۸×۳۴×۳۰=۷۹۵۶۰	ابعاد مکعب‌ها	۱۰ متر
pad x	۳	Pad y	۳
شرط توقف	۲۰۷۹	کران خودپذیری مغناطیسی	۱/۵ - ۰
ضریب $\beta$	۲	ضریب $\epsilon$	۰.۰۱

وارون‌سازی در تکرار هفتم متوقف می‌شود. شکل ۷ نمای سه‌بعدی مدل حاصل از وارون‌سازی توسط روش سطوح هم‌مقدار (Isosurface) با مقادیر خودپذیری بالای ۱ را نمایش می‌دهد.

32° 12'



32° 07'

60 30

60 37

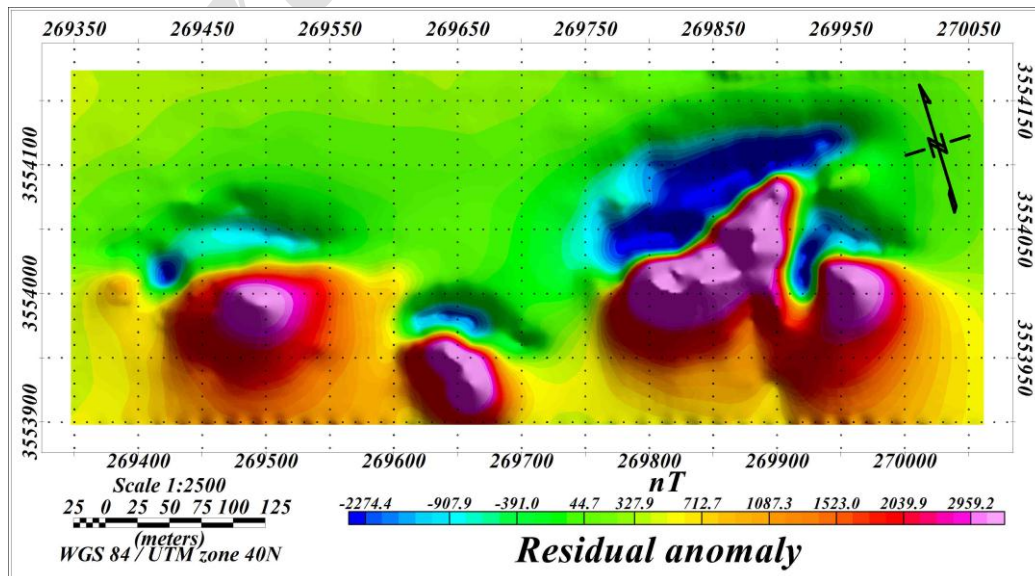
ماسه سنگ قرمز با لایه‌هایی از زئیس

کوارتز دیوریت

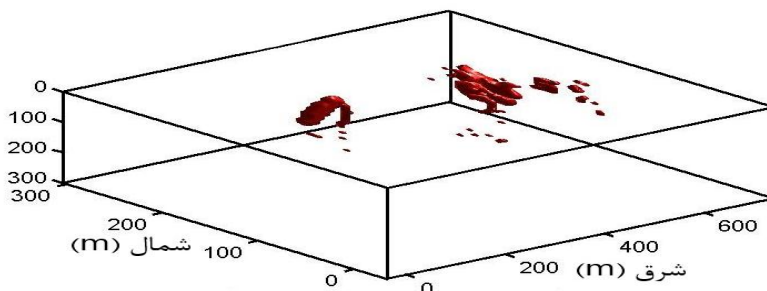
شکل ۵: محدوده مورد مطالعه بر روی نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ ماهیروید.

#### ۲-۴- پردازش و آماده‌سازی داده‌ها

عملیات برداشت داده‌های مغناطیسی با دو دستگاه (یکی از دستگاه‌ها به صورت ثابت برای ثبت تغییرات روزانه بکار برده شده است) مغناطیس‌سنج پروتون ساخت کشور کانادا با دقت ۰/۱ نانو تسلا صورت گرفته است. داده‌ها در ۴۰ پروفیل شمال‌شرقی-جنوب‌غربی با فاصله ۲۰ متر و فواصل ایستگاهی ۱۰ متری برداشت شده‌اند. پس از برداشت و انجام تصحیحات روزانه و حذف مقدار IGRF از داده‌ها، در نهایت مقدار باقیمانده با حذف آنومالی ناحیه‌ای به روش برازش چندجمله‌ای حاصل گردید (شکل ۶). خصوصیات میدان مغناطیسی زمین در محدوده مورد مطالعه در جدول (۴) نشان داده شده است.



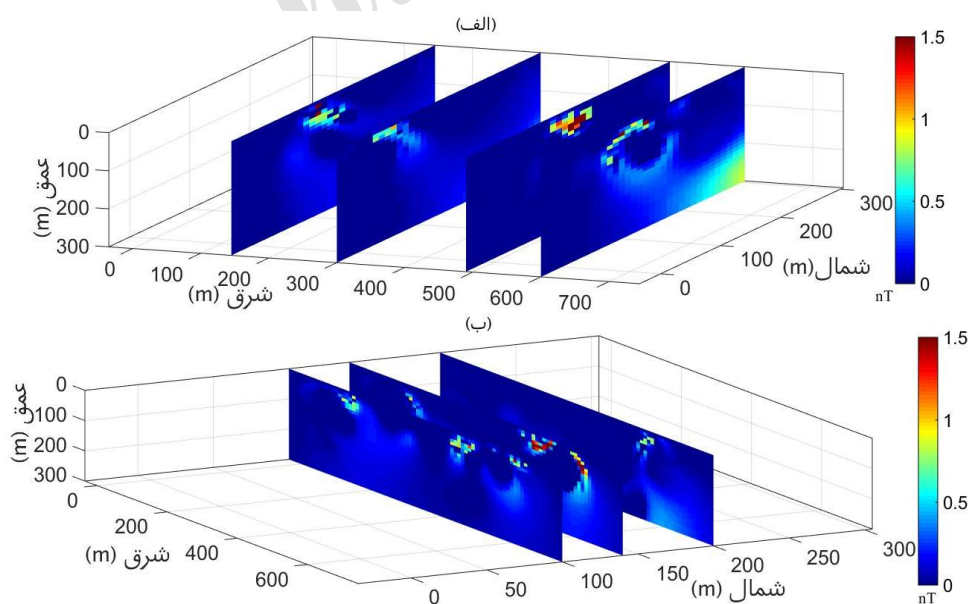
شکل ۶: نقشه آنومالی باقیمانده.



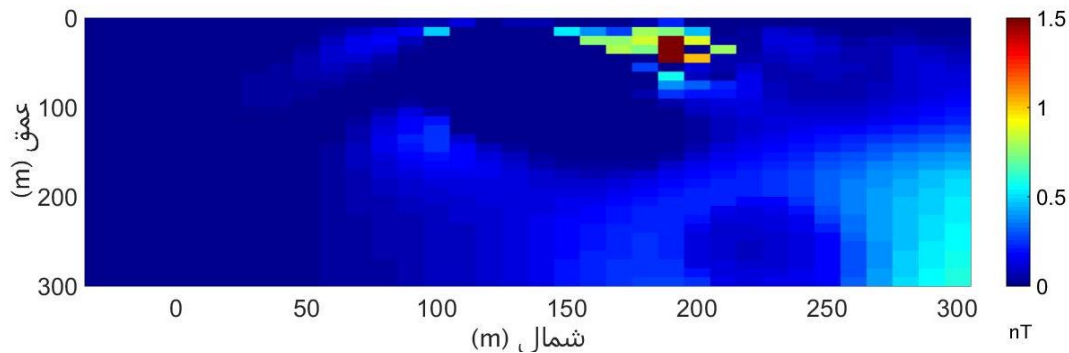
شکل ۷: نمای سه‌بعدی از مدل‌سازی محدوده مورد مطالعه در ناحیه تیغ نو آب. توده‌هایی که خودپذیری بالای ۱ دارند نمایش داده شده‌اند.

توسط جهان‌تیغ (۱۳۹۰) گسترش عمقی توده‌های محدوده مورد مطالعه با استفاده از فیلتر ادامه فراسو حدود ۸۰ متر، تخمین عمق مرکز آنومالی توسط اویلر دوبعدی ۴۵ متر، عمق تخمینی مرکز آنومالی توسط زاویه تیلت ۴۴ متر، تخمین عمق متوسط توسط اویلر سه‌بعدی ۵۰ متر بوده و روش آنالیز طیفی دو آنومالی کلی در اعماق ۴۵ و ۵۰ متری نشان داده است. از طرف دیگر مطالعات مقاومت ویژه و پلاریزاسیون القایی نیز برای این محدوده انجام شده است که علی‌رغم عمق تجسس کم، موقعیت قرارگیری آنومالی را به خوبی مشخص می‌کند. در مطالعه‌ای که ژولیده‌سر و همکاران (۱۳۹۲) در این محدوده انجام دادند، سه توده متراکم با گسترش عمقی از نزدیکی سطح تا ۸۰ الی ۱۰۰ متری و شکل دایک ماندندی را نشان داد. بررسی‌های آماری که بر روی داده‌های مقاومت ویژه و پلاریزاسیون القایی انجام شد. توده غنی و متراکمی را به علت همبستگی منفی موجود بین دو دسته داده مشخص کرده است. این نتایج نیز مؤید نتایج به دست آمده در این مقاله است.

برای بررسی بهتر نتایج وارون‌سازی، از برش‌های افقی و قائم استفاده شده است (شکل‌های ۸ و ۹). شکل (۸-الف) برش‌های عمود بر راستای شرقی و شکل (۸-ب) برش‌های عمود بر راستای شمالی را نشان می‌دهند. سعی بر این شده است؛ که این برش‌ها بر روی آنومالی‌ها زده شوند. از بین سه آنومالی سطحی، مدل بازسازی شده برای آنومالی که در شرق محدوده قرار دارد ابعاد بزرگ‌تری داشته و گسترش عمقی بیشتری دارد. این گسترش از نزدیکی سطح شروع شده و تا عمق حدود ۸۰ متری ادامه دارد. در اعماق بیشتر آغستگی‌ای از ناهنجاری دیده می‌شود؛ که با در نظر گرفتن شدت آنومالی ایجاد و گسترش آنومالی سطحی، قابل توجه نیست. شکل ۹ نمایش دو بعدی از یک برش در راستای شمال را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه ابعاد مکعب‌های مورد استفاده ۱۰ متر است، گسترش عمقی ۱۰ الی ۸۰ متری در این شکل مشهود است. گسترش افقی آنومالی حدود ۷۰ متر بوده و در فاصله حدود ۱۵۰ الی ۲۲۰ متری از اول شبکه قرار دارد. سایر مکعب‌هایی که خودپذیری کمتر از ۰/۵ دارند به عنوان ناهنجاری در نظر گرفته نشده است. در مطالعات قبلی



شکل ۸: برش‌هایی از مدل‌های به دست آمده از وارون‌سازی داده‌های شکل ۶ با استفاده از الگوریتم ۱. (الف) مقاطع عمود بر راستای شرقی و در فواصل ۱۴۵، ۳۰۰، ۴۹۰ و ۶۰۰ متر از مبدأ مختصات محلی. (ب) مقاطع عمود بر راستای شمال در فواصل ۱۰۰، ۱۴۰ و ۲۰۰ متر از مبدأ مختصات محلی.



شکل ۹: سطح مقطع عمود بر راستای شرقی و در فاصله ۵۵۰ متری مبدأ مختصات محلی.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتمی برای وارون‌سازی تَنک و بزرگ مقیاس داده‌های مغناطیسی توسعه داده شد. استفاده از قید فشردگی در عبارت تنظیم سبب شد که الگوریتم به سمت بازسازی مدل‌هایی با مرزهای تیز و گسسته سوق پیدا کند. با انتقال روابط از فضای مدل به فضای داده سرعت اجرای الگوریتم بهبود زیادی یافت. همچنین روش گرادیان مزدوج برای حل عددی مسئله مورد استفاده قرار گرفت. مدلی با ابعاد بزرگ شامل دایک شیب‌دار، دایک قائم، توده بزرگ عمیق و توده کوچک مورد استفاده قرار گرفت. نتایج وارون‌سازی این مدل با استفاده از الگوریتم ارائه شده نمایش داده شد. سرعت اجرای بالای الگوریتم و تَنکی فضای مدل حاصل، دلالت بر صحت و توانایی الگوریتم ارائه شده دارد. شیب، خودپذیری، موقعیت، مرزهای افقی و قائم تا حد قابل قبولی بازسازی شدند. در پایان الگوریتم ارائه شده برای وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی منطقه تیغ‌نواب بیرجند در استان خراسان جنوبی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج وارون‌سازی گسترش عمقی از سطح تا ۸۰ متری را برای آنومالی موجود در این ناحیه تخمین زد. این نتایج انطباق خوبی با دیگر بررسی‌های صورت گرفته در این منطقه داشت. در این محدوده یک توده بارز دیده می‌شود که ارزش بررسی‌های بیشتر اکتشافی را دارد و پیشنهاد می‌شود بر روی این آنومالی که در قسمت شرق محدوده قرار دارد یک حفاری تا عمق حداقل ۱۰۰ متری صورت گیرد. کدهای مورد استفاده در این مقاله در نرم‌افزار متلب نوشته شده است و نزد نویسنده رابط موجود است.

## ۶- سپاس‌گزاری

نویسندگان از آقای دکتر غلامرضا نوروزی به علت در اختیار قرار دادن داده‌های مغناطیسی سنجی محدوده تیغ‌نواب کمال تشکر را دارند.

## ۷- منابع

جهان تیغ، م.، ۱۳۹۰، تخمین عمق آنومالی مغناطیسی با استفاده از

روش اویلر در منطقه درح استان خراسان جنوبی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند.

ژولیده‌سر، ف.، نوروزی، غ. ح. و جهان تیغ، م.، ۱۳۹۲، بررسی اندیس معدنی درح با استفاده از مدل‌سازی وارون داده‌های ژئوفیزیکی (M، Rs و IP)، مجله انجمن ژئوفیزیک، ۷ (۲)، ۵۵-۷۷.

عباس زاده، ز.، وطن‌خواه، س. و ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۴، وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی‌سنجی در فضای داده با استفاده از قید فشردگی، مجله فیزیک زمین و فضا، ۴۱ (۳)، ۴۵۳-۴۶۲.

Blakely, R.J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press, Cambridge.

Boulianger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraint in 3D gravity inversion, Geophysical Prospecting, 49, 265-280.

Farquharson, C.G., 2008, Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions, Geophysics, 73(1), K1-K9.

Hansen, P.C., 1998, Rank-Deficient and Discrete ill-Posed Problems, SIAM, Philadelphia.

Last, B.J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48, 713-721.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, Geophysics, 61 (2), 394-408.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1998, 3D inversion of gravity data, Geophysics, 63, 109-119.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 2003, Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method, Geophysical Journal International, 152 (2), 251-265.

Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients. Geophysics, 62 (4), 1132-1142.

- Tarantola, A., 2005, Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation, SIAM, Philadelphia, U.S.A.
- Vatankhah, S., Ardestani, V.E. and Renaut, R.A., 2014, Automatic estimation of the regularization parameter in 2-D focusing gravity inversion: application of the method to the Safo manganese mine in northwest of Iran, Journal of Geophysics and Engineering.
- Vatankhah, S., Renaut, R.A. and Ardestani, V.E., 2016, 3-D Projected L1 inversion of gravity data, <http://arxiv.org/abs/1601.00114>, Submitted.
- Zhdanov, M.S., 2002, Geophysical inverse theory and regularization problems, Elsevier, Amsterdam.
- Pilkington, M., 2009, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints, Geophysics, 74, L7-L15.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S., 1999, Focusing geophysical inversion images, Geophysics, 64, 874-887.
- Rao, D.B. and Babu, N.R., 1991, A rapid method for three dimensional modeling of magnetic anomalies, Geophysics, 56, 1729-1737.
- Siripunvaraporn, W. and Egbert, G., 2000, An efficient data-subspace inversion method for 2-D magnetotelluric data, Geophysics, 65, 791-803.
- Sun, J. and Li, Y., 2014, Adaptive Lp inversion for simultaneous recovery of both blocky and smooth features in geophysical model, Geophysical Journal International, 197, 882-899.

Archive of SID



## Sparse inversion of magnetic data in data space, application of the method on the data from Tigh Nuo Ab area in south of Birjand

Farshad Joulidehsar<sup>1</sup> and Saeed Vatankhah<sup>2\*</sup>

1- Ph.D. Candidate, School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 24 July 2016; Accepted: 3 October 2016

Corresponding author: svatan@ut.ac.ir

### Keywords

Magnetic Survey  
3D Inversion  
Data Space  
Conjugate Gradient  
Tigh Nuo Ab

### Extended Abstract

#### Summary

This paper introduces a sparse inversion methodology for large-scale magnetic survey data. The minimum support constraint is used in the stabilizer term and leads to models with sharp boundaries. The subsurface under the survey area is divided into a large number of cubes with fixed geometry and unknown susceptibility. In this case, the number of model parameters is much larger

than the number of data. Then, transforming from the model space to the data space yields a much smaller system of equations that can be solved quickly. The conjugate gradient algorithm is used to obtain the numerical solution of this system of equations. The proposed algorithm has been applied on a synthetic model consisting of multiple bodies, and also, on real data from Tigh Nuo Ab area in south of Birjand, Iran. Both synthetic and real cases have demonstrated the efficiency of the presented algorithm.

### Introduction

Nowadays, inversion algorithms are widely used for the interpretation of magnetic survey data. The associated formulation for the inversion of the data is ill-posed so that regularization is needed. This introduces reasonable stabilizing conditions on the solution and leads to a unique solution. Furthermore, desired characteristics for a reconstructed solution can be obtained by incorporating specific constraints in the stabilization term. Specifically, for potential field data inversion, it is standard to use a compactness constraint introduced by Last and Kubik (1983) or its extension known as the minimum support constraint, which has been developed by Portniaguine and Zhdanov (1999). In this paper, we adopt the use of the minimum support constraint that leads to a model with sharp boundaries and blocky features. For large-scale magnetic data, the inversion process is always challenging and powerful computational algorithms are required to make the solution process feasible. Here, the data-space inversion methodology is used to reduce the computational time.

### Methodology and Approaches

The subsurface domain is divided into a large number of fixed cubes with unknown susceptibility values. Here, the number of the cubes is  $M$  and the number of the data is  $N$ , in which  $N \ll M$ . A general objective function that includes the data misfit and stabilizer terms is minimized and yields the regularized inverse solution. Depth weighting matrix and minimum support constraint are incorporated in the stabilizer term, so that the recovered model is not emphasized near the surface and will have sharp boundaries and blocky features. To deal with the non-linearity introduced by the minimum support constraint, a model-space iteratively reweighted least squares algorithm is used. We transform the solution of the inverse problem from the model space to the data space, which leads to a system of equations with dimension  $N \times N$  rather than the original  $M \times M$ . This makes it possible to obtain a solution of the large-scale magnetic inverse problem. Furthermore, the numerical solution of the resulting linear systems is obtained using the conjugate gradient algorithm.

### Results and Conclusions

A model, comprising of four different bodies, is used to test the efficiency of the presented algorithm. The data are generated at 3500 stations and are contaminated with random noise. The subsurface domain is discretized into 52500 cubes. The data-space inversion process is completed in less than one minute. The recovered model has sharp boundaries and is close to the original model. Finally, the algorithm is used on magnetic data over Tigh Nuo Ab area located in south of Birjand, Iran. The results show that the subsurface anomaly is extended to a depth of 80 m.