



مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته

عطا اسحق زاده^{۱*} و علیرضا حاجیان^۲

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران
۲- استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، اصفهان، ایران

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۱۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۰۱

* نویسنده مسئول مکاتبات: eshagh@alumni.ut.ac.ir

چکیده

ادامه فروسوی میدان پتانسیل نقش مهمی در تفسیر میدان‌های گرانی و مغناطیس دارد. بخاطر ناپایداری ذاتی ادامه فروسوی، روش‌های زیادی جهت ادامه فروسوی میدان‌های پتانسیل با پایداری و دقت بالا ارائه شده است. روش تنظیم تیخونوف یکی از این روش‌های قدرتمند می‌باشد. این روش بر پایه اقتباس فیلتر پایین گذر در حوضه طیفی فوریه بوسیله حل مسئله کمینه‌سازی می‌باشد. در این مقاله، ما یک عملگر تنظیم بهبود یافته برای ادامه فروسوی داده‌های میدان پتانسیل معرفی می‌نماییم. نخست، ما یک عدد موج ویژه به نام عدد موج قطع تعریف می‌نماییم تا طیف میدان پتانسیل را به دو بخش سیگنال و نوفه بر اساس طیف توان متوسط شعاعی داده‌های میدان پتانسیل، تقسیم نماید. سپس، از عملگر ادامه فروسوی مرسوم برای ادامه فروسوی سیگنال و از عملگر تنظیم تیخونوف برای تضعیف و حذف نوفه استفاده می‌شود. بعلاوه، پارامترهای عملگر تنظیم بهبود یافته که اهمیت فیزیکی واضحی در فرآیند ادامه فروسوی دارند، بوسیله عدد موج قطع تعریف می‌شود. جهت تعیین مقدار پارامتر α که در عملگر تنظیم تیخونوف استفاده می‌شود، نیاز است تا نرم C میدان پتانسیل محاسبه گردد. عملگر بهبود یافته نه تنها می‌تواند اثر نوفه با عدد موج بالا را حذف نماید، در عین حال از تضعیف سیگنال نیز جلوگیری می‌کند. در این مقاله ادامه فروسوی دو میدان گرانی مصنوعی، با و بدون نوفه تصادفی اضافه شده، و همچنین ادامه فروسوی میدان گرانی واقعی مربوط به کوه نمک واقع در استان قم، با هر دو عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته مورد تحلیل و مقایسه قرار می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهند که دقت عملگر تنظیم بهبود یافته از عملگر تنظیم تیخونوف بالاتر می‌باشد.

واژگان کلیدی

ادامه فروسوی
تنظیم تیخونوف
عدد موج قطع
عملگر تنظیم بهبود یافته
کوه نمک
نرم C

۱- مقدمه

معنی که درجه خطاها بین حل‌های روش تنظیم تیخونوف محاسبه می‌شود و حل‌های صحیح در نهایت نمی‌توانند همراه با پیشرفت خاصیت‌های هموارسازی، بهبود پیدا کرده باشند (Engl et al., 1996) و انتخاب پارامتر تنظیم.

در این مطالعه یک عملگر تنظیم بهبود یافته برای ادامه فروسو بر اساس ویژگی‌هایی از طیف میدان پتانسیل ارائه می‌شود. نخست با یک مثال غیر واقعی، عدد موجی که عدد موج قطع نامیده می‌شود، تعریف می‌گردد تا طیف میدان پتانسیل را به دو بخش تقسیم و پارامترهای تنظیم را تعیین نماید.

۲- ادامه فروسوی میدان پتانسیل

ادامه فروسوی تحلیلی، بعنوان انتگرال شناخته شده دریکله^۲، تعریف می‌گردد؛ و همچنین بعنوان معادله انتگرال فردهولم^۳ نوع اول نیز شناخته می‌شود (Blakely, 1995)

$$u(x, y, -h) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\xi, \eta, 0)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + h^2]^{3/2}} d\xi d\eta \quad (1)$$

بطوریکه $u(x, y, 0)$ و $u(x, y, -h)$ برترتیب داده میدان پتانسیل در یک سطح مشاهده‌ای پایین‌تر و در فاصله عمودی h از بالا می‌باشند. با بکار بردن تبدیل فوریه دو بعدی برای معادله (۱) نتیجه می‌شود:

$$U(\omega_x, \omega_y, -h) = e^{-h\omega_r} U(\omega_x, \omega_y, 0) \quad (2)$$

بطوریکه $U(\omega_x, \omega_y, 0)$ و $U(\omega_x, \omega_y, -h)$ برترتیب اشاره به تبدیل فوریه $u(x, y, 0)$ و $u(x, y, -h)$ دارد؛ ω_x و ω_y عدد موج در راستاهای x و y و $\omega_r = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ عدد موج شعاعی می‌باشد.

$e^{-h\omega_r}$ عملگر ادامه فروسو و برعکس آن برای عملگر ادامه فروسو می‌باشد. می‌توان نشان داد که برای ادامه فروسو، عدد موج‌های بزرگ، دامنه‌های بزرگ دارند و بنابراین هرگونه نوفه‌ای که در داده‌ها، با عدد موج بالا بروز پیدا کند، تفسیر عملیات از نظر عددی ناپایدار است. می‌توان با فرمول‌بندی فرآیند بعنوان یک مسئله وارون و استخراج یک عملگر تنظیم، بر این مشکل فائق آمد. عامل تنظیم تیخونوف بصورت زیر می‌باشد (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳؛ Li et al., 2013؛ Zeng et al., 2013):

$$R = \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} e^{h\omega_r} \quad (3)$$

که در آن α پارامتر تنظیم می‌باشد. واضح است که عملگر تنظیم شامل دو بخش می‌باشد: عملگر ادامه فروسوی سنتی $e^{h\omega_r}$ و فیلتر پایین گذر

ادامه فراسو یا فروسوی تحلیلی میدان‌های پتانسیل بعنوان ابزاری قدرتمند در انتقال سطح میدان‌های پتانسیل ژئوفیزیکی در نظر گرفته می‌شود. ادامه داده‌های میدان پتانسیل به بالای سطح اندازه‌گیری بعنوان ادامه فراسو و انتقال داده‌های میدان پتانسیل به سطحی پایین‌تر از سطح اندازه‌گیری به ادامه فروسو معروف می‌باشد. در طی پردازش و تفسیر داده میدان پتانسیل، ادامه فراسو، مولفه‌های منطفه‌ای در داده‌های اولیه را با تضعیف طول موج‌های مربوط به چشمه‌های کم عمق، افزایش می‌دهد. از ادامه فروسو اغلب جهت آشکار کردن چشمه‌های کم عمق با استخراج بی‌هنجاری‌های محلی و محاسبه عمق چشمه‌های بی‌هنجاری کم عمق مهم استفاده می‌شود. ادامه فراسو روشی پایدار می‌باشد، در حالی که عملگر معکوس آن یعنی ادامه فروسو، بی‌هنجاری‌های ژئوفیزیکی در میدان‌های پتانسیل را نوک تیز و باریک می‌کند و نتایج ناپایداری را در سطح‌های (عمق‌های) مختلف از ادامه فروسو، ارائه می‌دهد (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳؛ Blakely, 1995).

روش‌های بسیاری برای رفع این مشکل پیشنهاد شده است. روش‌های مستقیم مانند پنجره‌های صافی (فیلتر) (Ku et al., 1971)، تئوری فیلتر وینر (Pawłowski, 1995; Clarke, 1969; Trompat, et al., 2003)، روش عناصر مرزی (Xu, 2001)، روش لبه چند مقیاسی (Trompat et al., 2003)، روش‌های مشتق افقی یکپارچه و جبران (Cooper, 2004) و تئوری تنظیم تیخونوف (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳؛ Pašteka, et al., Li, et al., 2013؛ Ferguson, et al., 1988؛ al., 2012)، روش‌های تکرار، روش تقریبی سری تیلور را شامل می‌شوند (Zhang, et al., Peters, 1949; Fedi and Florio, 2002؛ Dampney, 1969)، روش‌هایی بر اساس تئوری لایه معادل (Li, Leão and Silva, 1989؛ Hansen and Miyazaki, 1984؛ Oliveira et al., 2013؛ and Oldenburg, 2010؛ Dmitriev, 1993) (Xia et al., 1993) بعلاوه چندین روش تکراری (Dmitriev, 2012؛ Guspi, 1987؛ Ma et al., 2013؛ Zeng et al., Xu et al., 2007؛ Strakhov and Devitsyn, 1965) (2013).

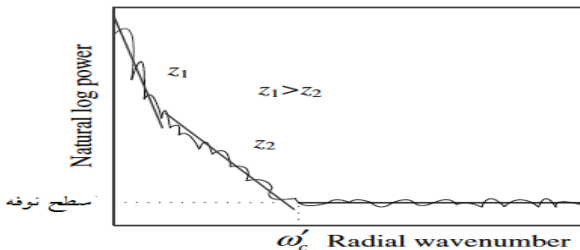
بر طبق تحلیل مقایسه‌ای انجام شده بوسیله (Zeng et al., 2013) و (Zhang, et al., 2013)، عملکرد روش تنظیم تیخونوف تقریباً بهتر از تمامی روش‌های تکرار می‌باشد. بعلاوه، بسیاری از روش‌های تکرار چندین اشکال ذاتی دارند. برای مثال، خاصیت نیمه همگرایی نتایج در تعداد تکرار و معیارهای توقف این روش‌های تکرار براحتی تعیین نمی‌شوند (خطای ادامه فروسوی این روش‌های تکرار در اولین تکرار افزایش می‌یابد و بعد از آن نیز در هر تکرار این خطا زیاد می‌شود). البته، روش تنظیم تیخونوف در عمل سختی‌هایی دارد، مثلاً اثر اشباع (بدین

2 Dirichlet integral
3 Fredholm integral

1 Spline function

بنابراین عدد موج قطع $\omega_c = e^{-2h\omega_c}$. اجازه می‌دهد تا فیلتر پائین گذر به 0.5 میل نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر منظم بهبود یافته در معادله (۴) بصورت زیر تغییر می‌کند (Zeng et al., 2013):

$$filter = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{if } \omega_r \leq \omega_c \\ \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \rightarrow \text{if } \omega_r > \omega_c \end{cases} \quad (5)$$



شکل ۱: طیف میدان پتانسیل برای چشمه‌هایی در دو عمق متفاوت z_1 و z_2 . شیب خطوط متناسب با عمق می‌باشند و شیب بیشتر عمق بیشتر را نشان می‌دهد. نوفه بخش صاف را ساخته است. عدد موج ω_c' بخش سیگنال را از نوفه جدا می‌کند.

به منظور منظم کردن تابع ادامه فروسو بدون فیلتر بالاگذر یا پایین‌گذر کردن داده‌ها، نیاز است تا پارامترهای تنظیم، یعنی α و ω_c ، که تابع ادامه را باریک می‌کنند، از نزدیک عدد موج ω_c' شروع شوند. بنابراین فیلتر پائین گذر تنظیم می‌تواند مقادیر بیشتری از سیگنال و مقادیر کمتری از نوفه را حفظ نماید. با این درک بنظر می‌رسد که منطقی باشد تا در معادله (۴) عدد موج قطع (برش) ω_c را برابر عدد موج ω_c' فرض نماییم. ضمناً برای سادگی، می‌توانیم بنویسیم $\alpha = e^{-2h\omega_c}$. بنابراین عدد موج قطع ω_c اجازه می‌دهد تا فیلتر پائین گذر به 0.5 میل نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر منظم بهبود یافته در معادله (۴) بصورت زیر تغییر می‌کند (Zeng et al., 2013):

$$filter = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{if } \omega_r \leq \omega_c \\ \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \rightarrow \text{if } \omega_r > \omega_c \end{cases} \quad (5)$$

بطوریکه ω_c بوسیله طیف توان میانگین شعاعی مشخص می‌شود. در این مقاله داده‌های میدان گرانی مدل‌های مصنوعی با دو روش تنظیم تیخونوف و روش تنظیم بهبود یافته مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهند گرفت و نتایج با هم مقایسه می‌شوند.

۳- انتخاب پارامتر α فیلتر

کلید صافی (فیلتر) پائین گذر تنظیم در معادله (۴) انتخاب پارامتر α فیلتر می‌باشد. در مطالعات قبلی، Pašteka, et al (۲۰۱۲) استفاده از معیار نرم C که بسیار به مفهوم معیار منحنی L نزدیک می‌باشد را پیشنهاد کردند تا بصورت بهینه مقدار پارامتر تنظیم را تعریف نماید. Li et al (۲۰۱۳) و Zeng et al (۲۰۱۳) از معیار منحنی L برای انتخاب پارامتر تنظیم بهینه استفاده کردند. طرز کار این دو روش برای انتخاب

تنظیم $\frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}}$. مشخص است که فیلتر پائین گذر تنظیم، اثر مولفه‌های عدد موج بزرگ را تضعیف می‌کند و پایداری و ثبات عملگر تنظیم را تامین می‌نماید. برای ساده‌سازی، همانطور که می‌دانیم، میدان پتانسیل مشاهده‌ای را اغلب می‌توان به دو میدان پتانسیل طول موج بزرگ مربوط به چشمه عمیق و میدان پتانسیل طول موج کوتاه مربوط به چشمه کم عمق تقسیم نمود. اثر چشمه‌های عمیق‌تر در بخش عدد موج‌های پائین طیف و چشمه‌های کم عمق و نوفه سفید در بخش عدد موج‌های بالای طیف نمود پیدا می‌کند. در این مطالعه، اثر میدان پتانسیل چشمه‌های عمیق‌تر بعنوان سیگنال بررسی می‌شود. بخش‌های دیگر طیف، چشمه‌های کم عمق را نشان می‌دهند؛ همچنین نوسانات مربوط به خطای اندازه‌گیری بعنوان مولفه‌های نامطلوب میدان پتانسیل کلی در این بخش بررسی می‌گردد و بطور کلی نوفه فرض می‌شوند. بطور طبیعی، اگر بخواهیم یک فیلتر پائین گذر تنظیم بهتری را طراحی نماییم، انتظار می‌رود تا همه بخش‌های سیگنال عبور کند، بطوریکه بخش‌های مربوط به نوفه را حذف و خنثی نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته بصورت زیر پیشنهاد شده است (Zeng et al., 2013):

$$filter = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{if } \omega_r \leq \omega_c \\ \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} \rightarrow \text{if } \omega_r > \omega_c \end{cases} \quad (4)$$

بطوریکه ω_c عدد موج قطع می‌باشد که طیف میدان پتانسیل را به دو بخش تقسیم می‌کند.

Spector and Grant (۱۹۷۰) مشخص کردند که طیف میدان پتانسیل یک شکل ویژگی خاصی دارد که تابع اثر عمق چشمه بی-هنجاری است. شکل ۱ یک مثال فرضی برای طیف توان میانگین شعاعی میدان پتانسیل را نشان می‌دهد. چشمه‌های عمیق‌تر مطابق با دامنه طیف شیب‌دارتر هستند. نوفه در عدد موج بالاتر طیف میدان پتانسیل واقع است. طیف دارای خطوطی باشیب‌های مختلف است، بطوریکه خطوط شیب‌دار سیگنال و خط بدون شیب نوفه را مشخص می‌کند. بنابراین لزوم استفاده از تقریب روش کمترین مربعات خطی برای طیف مقتضی است. بخش سیگنال از طیف با یک خط راست برازش داده می‌شود تا از بخش نوفه جدا گردد. بخش نوفه شیب تقریباً صفر دارد. این دو بخش برازش داده شده در عدد موج ω_c' با هم برخورد می‌نمایند.

به منظور منظم کردن تابع ادامه فروسو بدون فیلتر بالاگذر یا پایین‌گذر کردن داده‌ها، نیاز است تا پارامترهای تنظیم، یعنی α و ω_c ، که تابع ادامه را باریک می‌کنند، از نزدیک عدد موج ω_c' شروع شوند. بنابراین فیلتر پائین گذر تنظیم می‌تواند مقادیر بیشتری از سیگنال و مقادیر کمتری از نوفه را حفظ نماید. با این درک بنظر می‌رسد که منطقی باشد تا در معادله (۴) عدد موج قطع (برش) ω_c را برابر عدد موج ω_c' فرض نماییم. ضمناً برای سادگی، می‌توانیم بنویسیم

محاسبه اثر گرانی کره از معادله زیر استفاده شده است (Telford, 1917)

$$\Delta g_z = \frac{4}{3} \pi G \left(\frac{\Delta \rho a^3}{z^2} \right) \left[\frac{1}{1+(x/z)^2} \right]^{3/2} \quad (8)$$

همچنین جهت محاسبه اثر گرانی مکعب با ابعادی که بین مختصات (Z_1, Y_1, X_1) و (Z_2, Y_2, X_2) قرار دارد از معادله زیر استفاده شده است (Gerken, 1989):

$$g = G \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \arctg \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (9)$$

که در آن

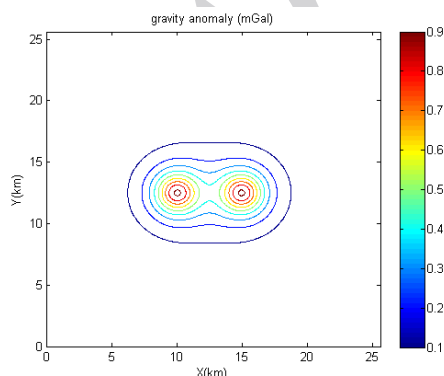
$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k$$

در دو معادله اخیر، G ثابت جهانی گرانش، ρ تباین چگالی، z عمق و a شعاع چشمه بی‌هنجاری می‌باشد.

۵-۱ مدل مصنوعی کروی

شکل ۲ اثر گرانی دو کره همگن در عمق ۲۰۰۰ متری، بترتیب با شعاع و تباین چگالی ۵۰۰ متر و 1000 kg/m^3 را نشان می‌دهد. ابعاد شبکه 25×25 کیلومتر و فاصله داده برداری ۵۰ متر می‌باشد. داده برداری در روی یک سطح صاف به ارتفاع $h=0$ صورت پذیرفته است. مختصات مرکز کره‌ها در نقطه $(10000, 12500)$ و $(15000, 12500)$ متر قرار دارد. در شکل ۳ پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز دو کره، نشان داده شده است. هدف گسترش میدان گرانی تا عمق ۱۰۰۰ متر می‌باشد؛ عبارتی سطح داده برداری تا عمق ۱۰۰۰ متر پایین برده شود. جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۴).



شکل ۲: اثر گرانی دو کره همگن در عمق ۲۰۰۰ متری، بترتیب با شعاع و تباین چگالی ۵۰۰ متر و 1000 kg/m^3 را نشان می‌دهد.

پارامتر تنظیم بصورت خلاصه در زیر شرح داده می‌شود.

نخست، مقادیر استفاده شده از پارامتر α تنظیم که در یک سری هندسی که با نسبت بزرگتر از یک تغییر می‌کنند، با مقادیر بسیار کوچک شروع و مقادیر نسبتاً بزرگ خاتمه می‌یابد. سپس بعد از انجام ادامه فروسو با α های مختلف بصورت تکرار، پارامترهای تنظیم بهینه بوسیله بعضی از ویژگی‌های منحنی‌ها بدست می‌آیند. برای مثال، کمترین مقدار از منحنی نرم C ، نقطه زاویه (گوشه) یا نقطه بیشترین انحنای منحنی L . بنابراین محاسبه پارامتر تنظیم بهینه با این روشها، فرآیند وقت‌گیری بحساب می‌آیند. در این مقاله انتخاب بهینه پارامتر فیلتر بوسیله بررسی مشخصه‌های طیف داده‌های میدان پتانسیل حاصل می‌شود.

الگوریتم محاسبه پارامتر آلفا بصورت زیر می‌باشد:

- ۱) محدوده آلفا و مقدار ارتفاع فروسو مشخص می‌شود
- ۲) برای هر آلفا با استفاده از روش تیخونوف ادامه فروسو محاسبه می‌گردد
- ۳) اختلاف بین دو میدان پتانسیل ادامه فروسو شده‌ی متوالی محاسبه می‌گردد
- ۴) نرم C بخش ۳ محاسبه می‌شود
- ۵) نرم C های محاسبه شده در برابر آلفاها ترسیم می‌گردد
- ۶) آلفای متناسب با کوچکترین نرم C بعنوان پارامتر تنظیم روش ادامه فروسوی تیخونوف (آلفای بهینه) در نظر گرفته می‌شود

۴- روش مقایسه نتایج حاصل از ادامه فروسو

جهت مقایسه کمی نتایج حاصل از ادامه فروسو با دو روش تنظیم تیخونوف و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته، خطاهای بین میدان پتانسیل ادامه فروسو شده U_{con} و میدان پتانسیل واقعی U_{tr} در همان ارتفاعی ادامه فروسو با استفاده از خطای جذر میانگین مربعات محاسبه می‌گردد

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (U_{tr} - U_{con})^2} \quad (6)$$

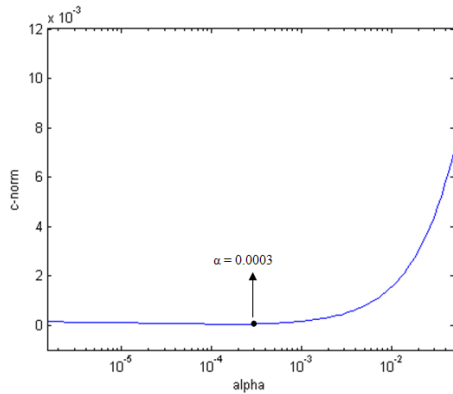
و خطای نسبی

$$RE = \frac{\|U_{tr} - U_{con}\|_2}{\|U_{tr}\|_2} \quad (7)$$

که M و N بترتیب شماره‌های ردیف و ستون از داده میدان پتانسیل می‌باشند.

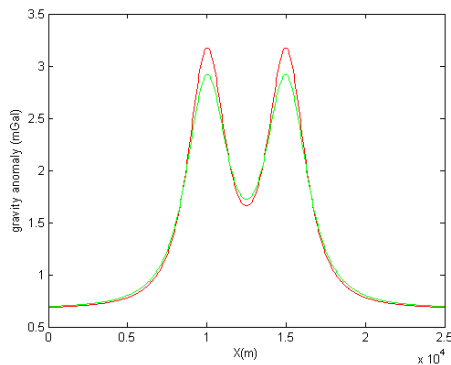
۵- بررسی مدل‌های مصنوعی

در این بخش میدان‌های گرانی مصنوعی محاسبه شده برای چشمه‌های هندسی کروی و مکعب مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرند. جهت



شکل ۵: منحنی نرم c محاسبه شده برای مدل شکل ۲ جهت تعیین

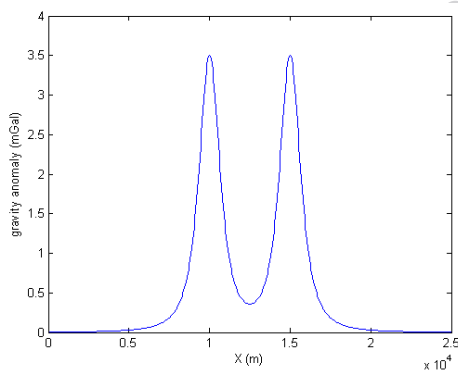
مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۶: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم

تیخونوف (منحنی سبز) و تنظیم بهبود یافته (منحنی قرمز) برای

پروفیل گرانی شکل ۳

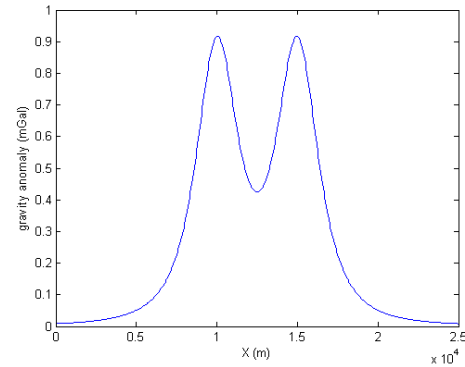


شکل ۷: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل شکل ۳ در حالتی که

سطح داده برداری در عمق ۱۰۰۰ متری زمین واقع شده باشد

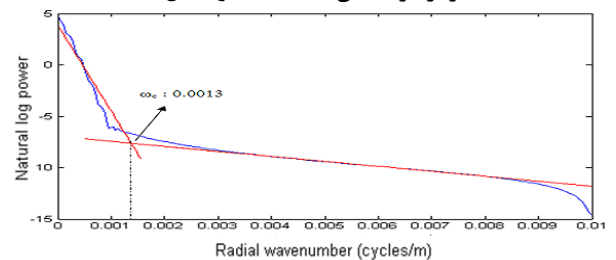
جدول ۱: نتایج تحلیل خطا برای مدل کروی

عملگر	پارامتر فیلتر (α)	RMSE (mGal)	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۳	۰/۴۶۲	۱/۰۳
بهبود یافته	۰/۰۰۱۳	۰/۰۲۱۸	۰/۴۳۷



شکل ۳: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل عبور کننده از بالای

مرکز کره نشان داده شده در شکل ۲



شکل ۴: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای

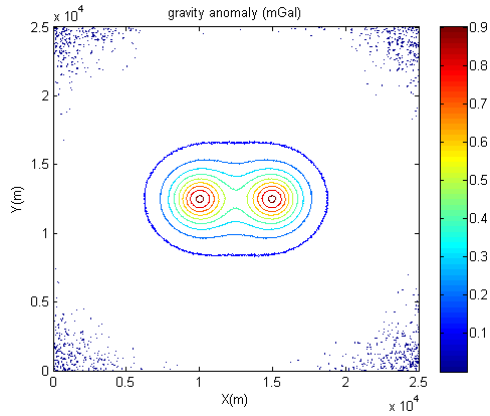
مدل شکل ۲. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار

عدد موج قطع ۰/۰۰۱۳ بدست آمده است.

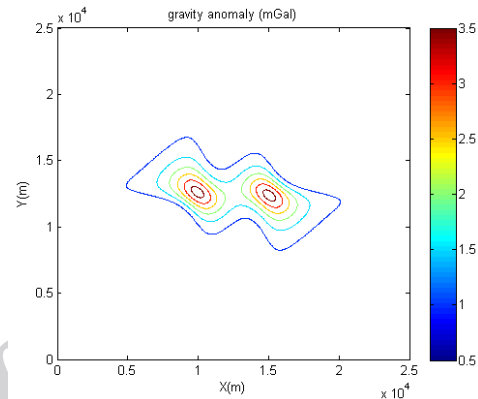
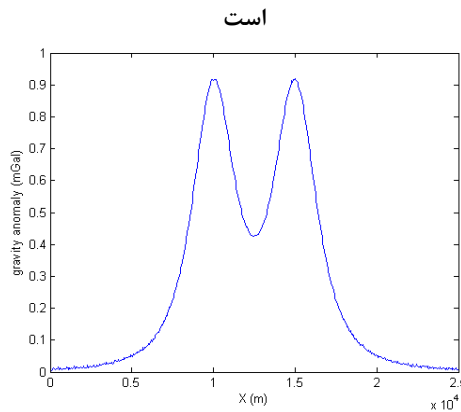
همانطور که در شکل ۴ دیده می‌شود، محل تلاقی خطوط برازش داده شده، عدد موج قطع می‌باشد یعنی پارامتر روش بهبود یافته که عدد ۰/۰۰۱۳ بدست آمده است. جهت ادامه فروسو با روش تنظیم تیخونوف نیاز به تخمین پارامتر α می‌باشد. بدین منظور محدوده آلفا را بین 10^{-6} تا 10^{-1} در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۵ نشان داده شده است. واحد نرم C میلی‌گال می‌باشد. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه ۰/۰۰۰۳ حاصل شده است. نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۳ در شکل ۶ نشان داده شده است. خط سبز رنگ حل با روش تیخونوف و خط قرمز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. همچنین تغییرات میدان گرانی واقعی در طول پروفیل شکل ۳ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۱۰۰۰ متری واقع شده باشد (بعبارتی دیگر عمق چشمه بی‌هنجاری ۱۰۰۰ متر باشد)، در شکل ۷ نمایش داده شده است. همانطور که قبلاً ذکر شد، داده‌های شکل ۷ جهت تحلیل خطا با استفاده از رابطه‌های ۶ و ۷ مورد نیاز می‌باشد.

نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری در جدول ۱ آورده شده است.

اسحق زاده و حاجیان، مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته. صفحات ۱۰۷-۱۲۵.

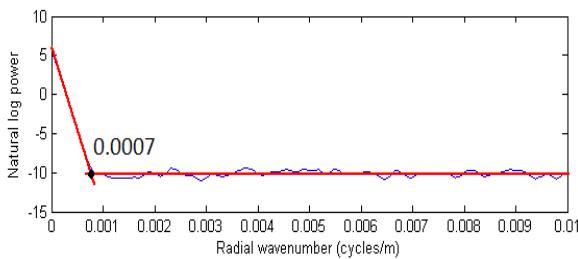


شکل ۹: داده گرانی شکل ۲ که به آن ۵ درصد نوفه تصادفی اضافه شده



شکل ۸: میدان گرانی فروسو شده شکل ۲ تا عمق ۱۰۰۰ متر، محاسبه شده با روش ادامه فروسوی تنظیم بهبود یافته

شکل ۱۰: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز کره در شکل ۹



شکل ۱۱: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۱۰. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۷ بدست آمده است.

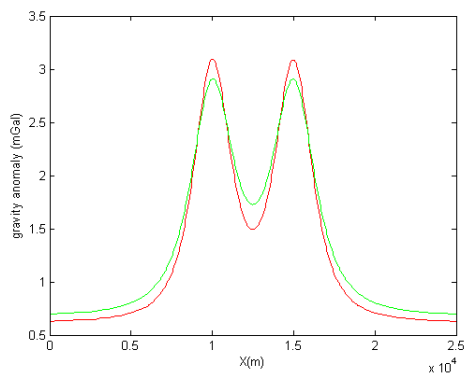
نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۱۰ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری در جدول ۲ آورده شده است.

نتایج تحلیل خطا با توجه به جدول ۱ نشان می‌دهد که روش تنظیم بهبود یافته نسبت به روش تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر می‌باشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۱۰۰۰ متری زمین نزدیک‌تر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرآیند ادامه فروسوی میدان گرانی نشان می‌دهد. شکل ۸ میدان گرانی فروسو شده شکل ۲ تا عمق ۱۰۰۰ متر را نشان می‌دهد که با عملگر تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.

۵-۲ مدل مصنوعی کروی نوفه‌دار

جهت بررسی بیشتر کارایی دو روش ادامه فروسوی معرفی شده، به داده گرانی شکل ۲، ۵ درصد نوفه تصادفی اضافه گردید (شکل ۹). در این حالت نیز پردازش ادامه فروسو به عمق ۱۰۰۰ متر مورد نظر می‌باشد. شکل ۱۰ تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز کره را نشان می‌دهد.

جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۱). همانطور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، عدد موج‌های مربوط به نوفه و طول موج‌های کوچک بزرگ می‌باشند و خط برازش داده شده به روش کمترین مربعات دارای شیب تقریبی صفر می‌باشد. همانطور که قبلاً نیز گفته شد، محل تلاقی خطوط برازش، عدد موج قطع می‌باشد و طیف داده‌های گرانی را به دو بخش طول موج‌های بزرگ و کوچک تقسیم می‌کند. برای این مدل عدد موج قطع ۰/۰۰۰۷ بدست آمده است. محدوده آلفا را بین 10^{-8} تا $0/01$ در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه $0/0002$ حاصل شده است.

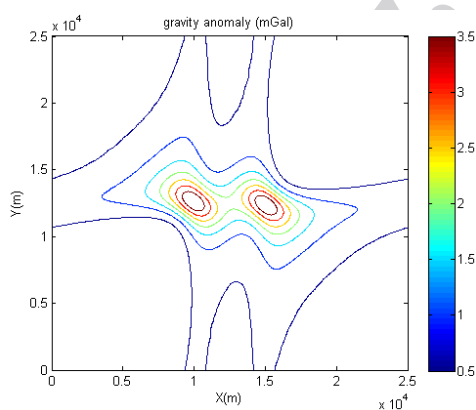


شکل ۱۳: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۱۰.

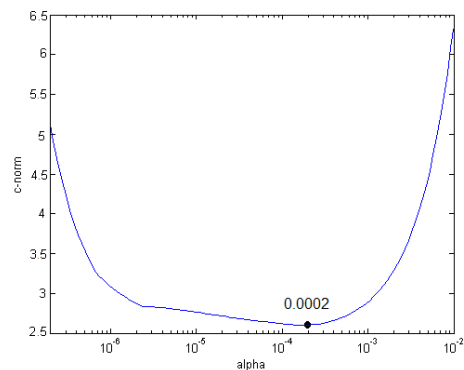
جدول ۲: نتایج تحلیل خطا برای مدل کروی نوفه‌دار

عملگر	پارامتر فیلتر	RMSE (mGal)	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۲	۰/۹۶۲	۱/۲۷
بهبود یافته	۰/۰۰۰۷	۰/۸۵۳	۰/۸۶۸

موج‌های شعاعی برازش داده شد. محل تلاقی این خطوط مقدار عدد موج قطع $\omega_c = ۰/۰۰۰۹$ را مشخص می‌کند.



شکل ۱۴: میدان گرانی فروسو شده شکل ۳-۲۲ تا عمق ۱۰۰۰ متر، محاسبه شده با روش تنظیم بهبود یافته



شکل ۱۲: منحنی نرم C محاسبه شده برای مدل شکل ۹ جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

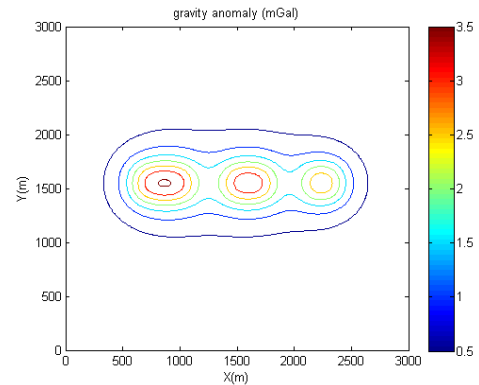
برای مدل کروی نوفه‌دار نیز با توجه به جدول ۲ نتایج تحلیل خطا نشان می‌دهد که عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر می‌باشد و مقدار گرانی حاصل شده از روش ادامه فروسوی بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۱۰۰۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرآیند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان می‌دهد. شکل ۱۴ میدان گرانی فروسو شده شکل ۹ تا عمق ۱۰۰۰ متر را نشان می‌دهد که با عملگر تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.

۵-۳ مدل مصنوعی مکعب

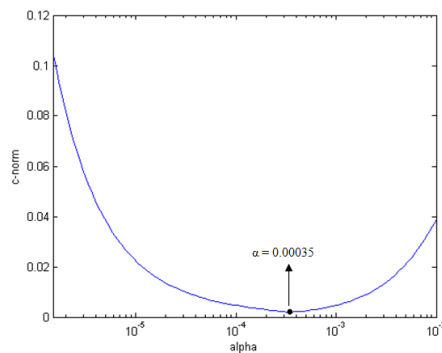
شکل ۱۵ اثر گرانی سه مکعب همگن، بترتیب از چپ به راست با ابعاد $(۳۰۰ \times ۳۰۰ \times ۳۰۰)$ متر، $(۴۰۰ \times ۳۰۰ \times ۳۰۰)$ متر و $(۵۰۰ \times ۳۰۰ \times ۳۰۰)$ متر در عمق ۱۰۰ متری و با تباین چگالی ۱۰۰۰ kg/m^3 را نشان می‌دهد. ابعاد شبکه ۳×۳ کیلومتر و فاصله داده برداری ۱۰ متر می‌باشد. داده برداری در روی یک سطح صاف به ارتفاع $h=0$ صورت پذیرفته است. مختصات مرکز مکعب‌ها بترتیب از چپ به راست در نقاط $(۱۵۵۰, ۸۵۰)$ ، $(۱۶۰۰, ۱۵۵۰)$ و $(۱۵۵۰, ۲۲۵۰)$ متر قرار دارد. در شکل ۱۶، پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز مکعب‌ها، نشان داده شده است. هدف ادامه فروسو میدان گرانی تا عمق ۵۰ متر می‌باشد؛ عبارتی سطح داده برداری تا عمق ۵۰ متر پایین برده شود. جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۷). خطوط کمترین مربعات (خط‌های قرمز رنگ در شکل ۱۷) به مقادیر عدد

و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۱۶ در شکل ۱۹ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. همچنین تغییرات میدان گرانی واقعی در طول پروفیل شکل ۱۶ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۵۰ متری واقع شده باشد (بعباری دیگر عمق چشمه بی‌هنجاری ۵۰ متر باشد)، در شکل ۲۰ نمایش داده شده است.

نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری در جدول ۳ آورده شده است.

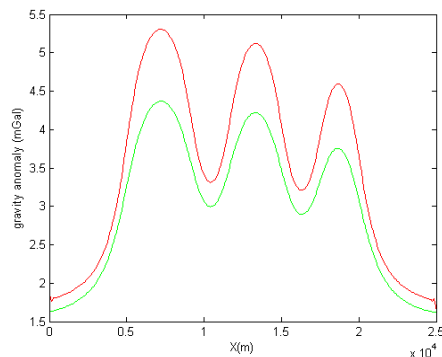


شکل ۱۵: اثر گرانی سه مکعب همگن، بترتیب از چپ به راست با ابعاد (۳۰۰×۳۰۰×۳۰۰) متر، (۴۰۰×۳۰۰×۳۰۰) متر و (۵۰۰×۳۰۰×۳۰۰) متر در عمق ۱۰۰ متری و با تباین چگالی 1000 kg/m^3

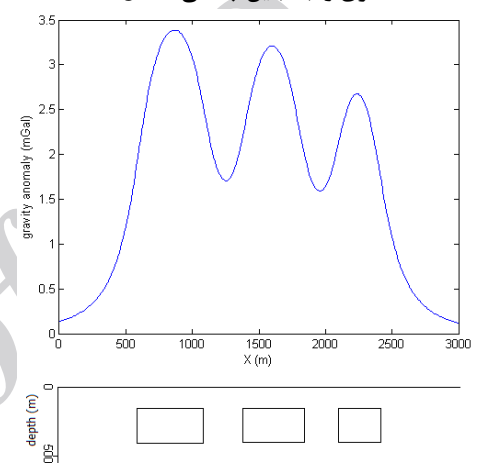


شکل ۱۸: منحنی نرم C محاسبه شده برای مدل شکل ۱۵ جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

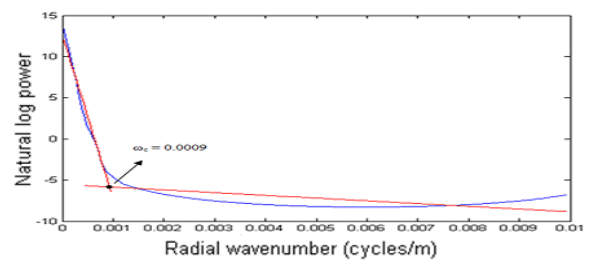
با توجه به جدول ۳ نتایج تحلیل خطا نشان می‌دهد که روش تنظیم بهبود یافته نسبت به روش تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر می‌باشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۵۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته کارایی بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرایند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان می‌دهد.



شکل ۱۹: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۱۶.



شکل ۱۶: پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز مکعب ها. موقعیت و ابعاد مکعب ها در شکل نشان داده شده است

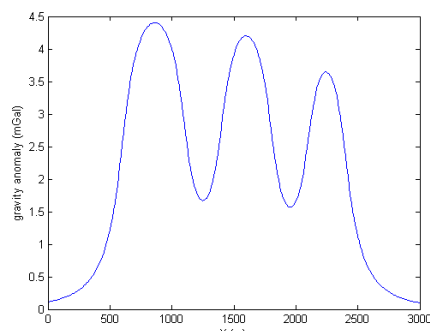


شکل ۱۷: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۱۵. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع 0.0009 بدست آمده است

جهت ادامه فروسو با استفاده از عملگر تنظیم تیخونوف نیاز به تخمین پارامتر α می‌باشد. بدین منظور محدوده آلفا را بین 10^{-6} تا 0.1 در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۱۸ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) 0.00035 حاصل شده است. نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف

فصل نامه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۴). همانطور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، مقدار عدد موج‌های مربوط به نوفه و طول موج‌های کوچک، بزرگ می‌باشند و خط برازش داده شده به روش کمترین مربعات دارای شیب تقریبی صفر می‌باشد. همانطور که قبلاً نیز گفته شد، محل تلاقی خطوط برازش، عدد موج قطع می‌باشد و طیف داده‌های گرانی را به دو بخش طول موج‌های بزرگ و کوچک تقسیم می‌کند. برای این مدل عدد موج قطع 0.0008 بدست آمده است.

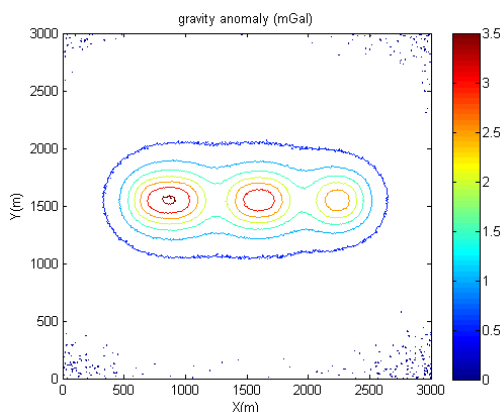


شکل ۲۰: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل شکل ۱۶ در حالتی که

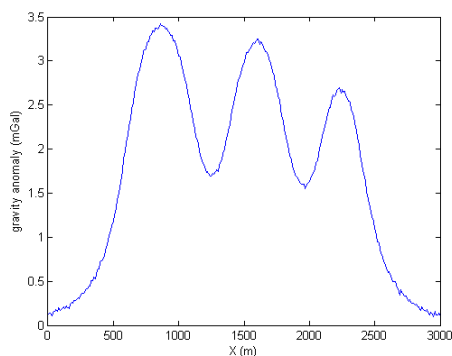
سطح داده برداری در عمق ۵۰ متری زمین واقع شده باشد

جدول ۳: نتایج تحلیل خطا برای مدل مکعب

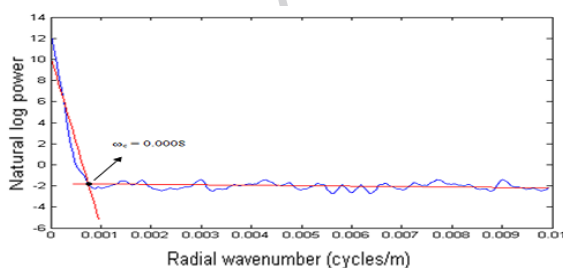
عملگر	پارامتر فیلتر	RMSE (mGal)	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۳۵	۰/۵۰۶۴	۰/۱۳۹۴
بهبود یافته	۰/۰۰۰۹	۰/۲	۰/۰۵۵



شکل ۲۲: داده گرانی شکل ۱۵ که به آن ۸ درصد نوفه تصادفی اضافه شده است

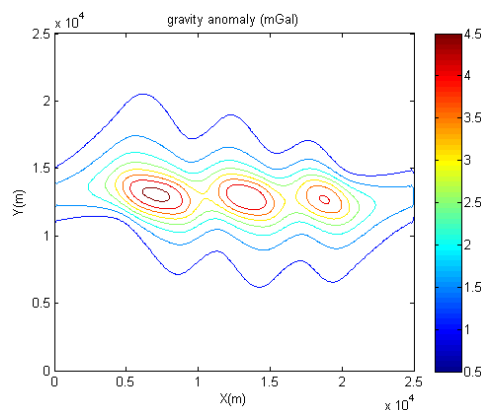


شکل ۲۳: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز مکعب‌ها در شکل ۲۲



شکل ۲۴: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۲۲ خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع 0.0008 بدست آمده است.

شکل ۲۱ میدان گرانی فروسو شده شکل ۱۵ تا عمق ۵۰ متر را نشان می‌دهد که با روش تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.



شکل ۲۱: میدان گرانی فروسو شده شکل ۱۵ تا عمق ۵۰ متر، محاسبه شده با عملگر تنظیم بهبود یافته

۴-۵ مدل مصنوعی مکعب نوفه دار

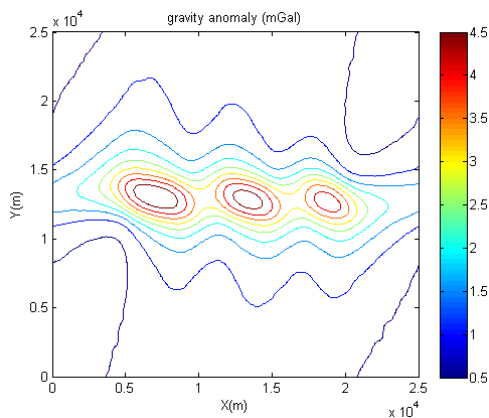
جهت بررسی بیشتر کارایی دو روش ادامه فروسوی معرفی شده، به داده گرانی شکل ۱۵، ۸ درصد نوفه تصادفی اضافه گردید (شکل ۲۲). در این حالت نیز انتقال میدان گرانی با روش ادامه فروسو به عمق ۵۰ متر مورد نظر می‌باشد.

شکل ۲۳ تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز مکعب‌ها را نشان می‌دهد.

اسحق زاده و حاجیان، مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته. صفحات ۱۰۷-۱۲۵.

با توجه به جدول ۴ نتایج تحلیل خطا، می‌توان دریافت که عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر می‌باشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۵۰ متری زمین نزدیک‌تر است. در نتیجه روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به روش تنظیم تیخونوف در فرایند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان می‌دهد.

شکل ۲۷ میدان گرانی فروسو شده شکل ۲۲ تا عمق ۵۰ متر را نشان می‌دهد که با روش تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.



شکل ۲۷: میدان گرانی فروسو شده شکل ۲۲ تا عمق ۵۰ متر، محاسبه شده با روش تنظیم بهبود یافته

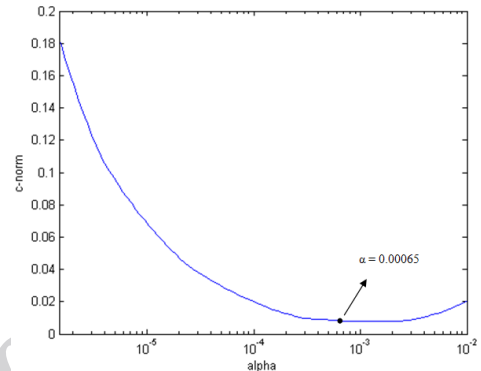
۶- موقعیت منطقه مورد مطالعه (کوه نمک)

منطقه مورد نظر در منطقه ۳۹ شمالی مختصات UTM، بین طول‌های ۴۶۶۰۰۰ تا ۴۷۶۵۰۰ متر شرقی و عرض‌های ۳۸۴۰۰۰ تا ۳۸۵۰۰۰۰ متر شمالی، در یک منطقه ۱۰۵۰۰×۱۰۰۰۰ متر در شمال غربی شهر قم قرار دارد. شکل ۲۸ موقعیت و مورفولوژی منطقه مورد نظر که چهار گوشه آن با مکان‌های قرمز رنگ مشخص شده است را نسبت به شهرهای اطراف، در نرم‌افزار گوگل ارث نشان می‌دهد.

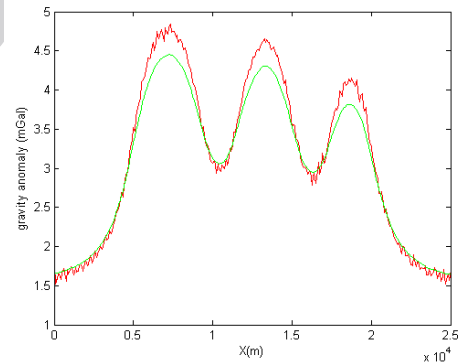


شکل ۲۸: موقعیت منطقه مورد مطالعه نسبت به شهر. کوه نمکی که در نتیجه بالا آمدن نمک حاصل شده است نیز نشان داده شده است.

محدوده آلفا را بین 10^{-6} تا 0.1 در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۲۵ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه 0.00065 حاصل شده است. نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۲۳ در شکل ۲۶ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری در جدول ۴ آورده شده است.



شکل ۲۵: منحنی نرم C محاسبه شده برای مدل شکل ۲۲ جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۲۶: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۲۳.

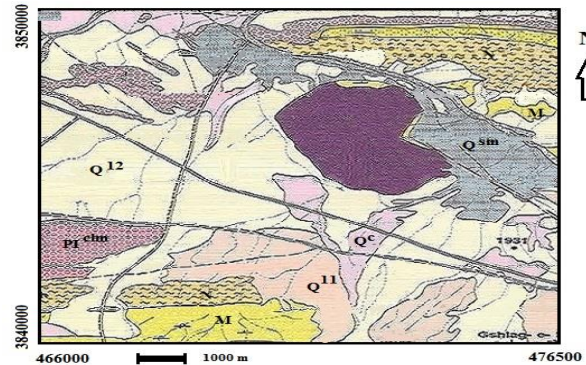
جدول ۴: نتایج تحلیل خطا برای مدل مکعب نوفه‌دار

عملگر	پارامتر فیلتر	RMSE (mGal)	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۶۵	۰/۳۰۱۱	۰/۱۶۵۵
بهبود یافته	۰/۰۰۰۸	۰/۰۹۷۹	۰/۰۵۳۹

۷- زمین شناسی منطقه مورد مطالعه

از نگاه زمین شناسی و پهنه های ساختاری - رسوبی استان قم بخشی از قلمروی ساختاری ایران مرکزی است که مورفولوژی حاکم بر آن شامل مجموعه ای از رشته کوهها و دشتهای نیمه موازی با روند شمال غربی جنوب شرقی است. دشت شمال باختری استان قسمتی از پایانه شمال غربی زمین های پست قم - اردکان است که بوسیله تپه ماهورها و بلندی های کوشک نصرت به دو شاخه تقسیم گردیده که بخش شمالی آن دریاچه حوض سلطان را در بر دارد. مورفولوژی حاکم بر بخش مرکزی استان (پیرامون استان قم) نمایی تپه ماهوری دارد در حالیکه بلندی های غرب - جنوب غربی قسمتی از رشته کوههای آتشفشانی ارومیه - بزمان است که بلندی آن در بعضی نقاط تا حدود ۳۰۰۰ متر از سطح دریا می رسد (آقابیانی، ۱۳۸۳).

بررسی واحدهای تکتونواستراتیگرافی نشان می دهد که کهن ترین رخنمون های سنگی استان قم مجموعه ماگمایی ائوسن و جوان تر است که بصورت بخشی از نوار آتشفشانی ارومیه - بزمان در نواحی باختری استان برونزد دارد. رخنمون های کربناته آهکی سازند قم به سن الیگوسن - میوسن نشان می دهد که در این زمان دریا برای آخرین بار نواحی کم ارتفاع استان قم را پوشانده و ته نشست های اساساً آهکی و مارنی سازند قم بجای گذاشته شده است. در اواخر میوسن زیرین رسوب های ستر قاره ای - کولابی سازند قرمز بالایی جانشین رخساره های دریایی قم گردیده و ضمناً نموده های آتشفشانی نوژن در طی دو فاز، با دو سیمای متفاوت شکل گرفته ان (آقابیانی، ۱۳۸۳).



شکل ۲۹: نقشه زمین شناسی منطقه مورد بررسی. Q^{sm} : نمک و رس سیلتی. Q^{12} : پادگانه آبرفتی جوان. Q^c : کفه رسی. Q^{11} : پادگانه های آبرفتی کهن. PI^{chm} : کنگلومرا با میان لایه هایی از ماسه سنگ و رس. M : مارن، شیل و ماسه سنگ حفره دار. N : مجموعه ای از کنگلومرا، ماسه سنگ، شیل و مارل قرمز رنگ (برگرفته شده از نقشه ۱/۱۰۰۰۰۰ قم، سازمان زمین شناسی کشور)

از نظر لیتولوژی، منطقه تحت مطالعه شامل مارنهایی با رنگ قرمز (ناشی از رسوبگذاری در محیط اکسیدان قاره ای) ، سبز ، سبز مایل به کرم با دانه هایی به ابعاد سیلت تا ماسه و رگه هایی از گچ و نمک دیده

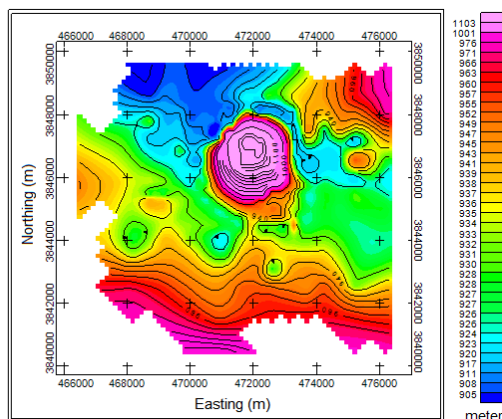
فصل نامه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

می شود و در ادامه شامل تناوبی از شیل های سیلتی قرمز و سبز رنگ ، مارنهایی ژیبس دار ، ماسه سنگ های قرمز قهوه ای ژیبس دار ، جریانهای آندزیتی و زیکولار (به همراه حفرات پر شده با کلسیت و کلریت) و مواد آذرآوری می باشد (آقابیانی، ۱۳۸۳). شکل ۲۹ نقشه زمین شناسی منطقه کوه نمک را نشان می دهد.

۸- پردازش و تحلیل میدان گرانی

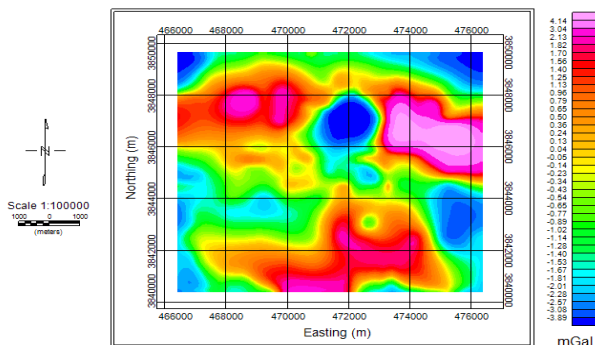
شکل ۳۰ نقشه توپوگرافی منطقه تحت بررسی را نشان می دهد. یک بالآمدگی در نتیجه صعود نمک در این شکل کاملاً مشهود می باشد. با توجه به شکل ۲۹ مشخص است که این بالآمدگی در رسوبات بین ارتفاعات شمال شرقی و جنوب غربی حادث شده است. شکل ۳۱ بی هنجاری بوگه منطقه مورد مطالعه را بعد از اعمال تصحیحات لازم نشان می دهد. منطقه دارای یک روند افزایش در مقدار گرانی از جنوب غربی به سمت شمال شرقی را نشان می دهد. با کم کردن اثر بی هنجاری منطقه ای از آنومالی بوگه، نقشه بی هنجاریهای محلی باقیمانده را با استفاده از نرم افزار ژئوسافت ترسیم نمودیم (شکل ۳۲).

در منطقه مورد مطالعه لایه ها و توده های گچ و نمک که دارای چگالی حجمی کمتری از رسوبات پیرامون خود می باشند، بوفور یافت می شود. اثر گرانی این توده های کم چگال در روی نقشه بی هنجاری محلی بصورت آنومالی منفی آشکار می شود (شکل ۳۲). با توجه به شکل ۳۲ چندین بی هنجاری منفی در منطقه مورد نظر آشکار شده است که بی هنجاری منفی شمالی مربوط به کوه نمک می باشد.

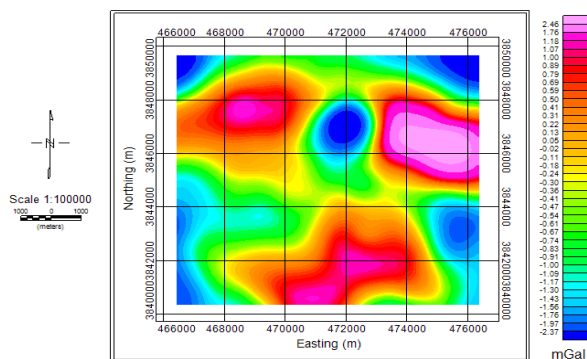


شکل ۳۰: نقشه توپوگرافی منطقه تحت بررسی. بخش بالآمدگی بر اثر فشار نمک در حال صعود به وضوح مشخص می باشد

اسحق زاده و حاجیان، مقایسه پایداری روش ادامه فرسوسی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته. صفحات ۱۰۷-۱۲۵.



شکل ۳۳: نقشه ادامه فراسوی ۱۰۰ متر

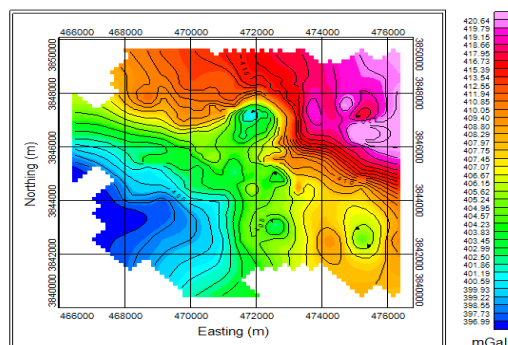


شکل ۳۴: نقشه ادامه فراسوی ۵۰۰ متر

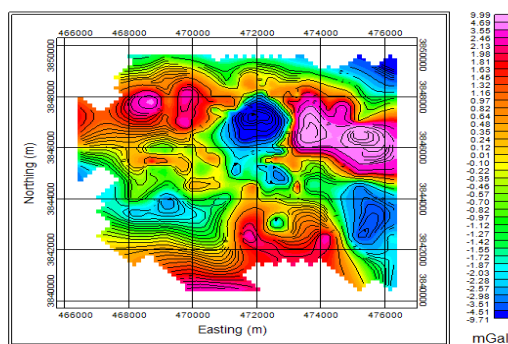
فراسو شده‌ی شکل های ۳۳ و ۳۴، سطح اساس اندازه‌گیری گرانی را بترتیب به اندازه ۱۰۰ و ۵۰۰ متر کاهش دهیم، عبارتی ادامه فرسوسی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر که در واقع داده‌ها را به همان سطح اصلی داده برداری گرانی انتقال می‌دهیم. بنابراین انتظار داریم که به نقشه تقریبی بی‌هنجاری باقیمانده و مهم‌تر از آن به گستره تغییرات میدان گرانی در روی ارتفاع صفر یعنی همان تغییرات میدان گرانی باقی مانده شکل ۳۲ برسیم.

بدین منظور نیاز است تا نخست جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردد. لازم بذکر است که قبل از محاسبه عدد موج قطع و در ادامه محاسبه پارامتر α ، ۵ درصد نوفه تصادفی به داده‌های گرانی فراسو شده اضافه گردید تا از اثر یکنواختی و همواری میدان کمی کاسته شود. محاسبات عدد موج قطع و پارامتر آلفا برای داده نوفه‌دار صورت پذیرفت.

شکل های ۳۵ و ۳۶ بترتیب نمودار طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی محاسبه شده برای میدان فراسو شده ۱۰۰ و ۵۰۰ متر را نشان می‌دهند. محل تلاقی خطوط برازش داده شده (خطوط قرمز رنگ) در شکل های اخیر، عدد موج قطع ω_c می‌باشد که بترتیب برای میدان گرانی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، 0.00085 و 0.00075 حاصل شده است. جهت یادآوری قابل ذکر است که عدد موج قطع در روش تنظیم بهبود یافته بعنوان یک فیلتر عمل می‌کند.



شکل ۳۱: نقشه بی‌هنجاری گرانی بوگه منطقه کوه نمک



شکل ۳۲: نقشه بی‌هنجاری گرانی باقی مانده منطقه کوه نمک

۱-۸- ادامه فرسوسی میدان گرانی فراسو شده

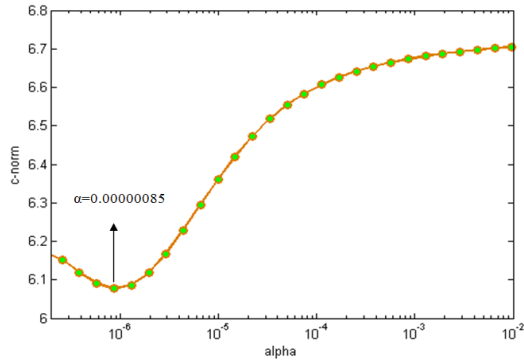
جهت بررسی کارایی و پاسخ فیلترهای فرسوسی بررسی شده در بخش‌های قبلی، با استفاده از نرم افزار ژئوسافت، سطح اساس میدان گرانی محلی منطقه مورد بررسی را تا ارتفاع‌های ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر از سطح زمین، افزایش می‌دهیم. نتیجه اعمال ادامه فراسوی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، بترتیب در نقشه‌های شکل ۳۳ و ۳۴ قابل مشاهده می‌باشد.

با اعمال فیلتر ادامه فراسو، بی‌هنجاری‌هایی با طول موج‌های کوچک‌تر حذف، و بی‌هنجاری‌های بزرگ‌تر (دارای طول موج بزرگتر) بهتر آشکار می‌شوند. در نتیجه نقشه‌های حاصل از ادامه فراسو هموارتر و یکنواخت‌تر می‌باشند و اختلاف بین بیشترین مقادیر مثبت و منفی کاهش می‌یابد. در واقع اثر ادامه فراسو مشابه صافی (فیلتر) پائین‌گذر می‌باشد.

بنابراین با افزایش ارتفاع، اثر میدان گرانی کاهش پیدا می‌کند. این امر در نقشه‌های فراسوی ۱۰۰ و ۵۰۰ متر شکل های ۳۳ و ۳۴ بخوبی قابل مشاهده می‌باشد.

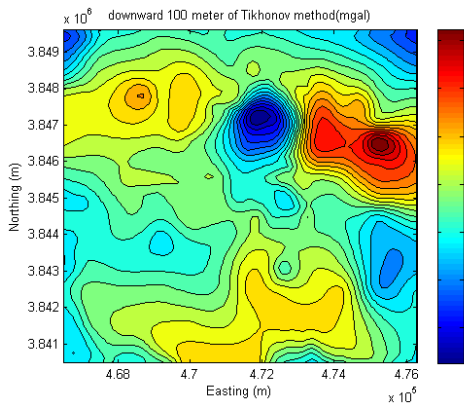
اعمال فیلتر فرسوسی دقیقاً اثری عکس فرایند ادامه فراسو بر روی میدان گرانی دارد و مشابه فیلتر بالا گذر عمل می‌کند. در نتیجه باعث افزایش اختلاف بین مقدار بیشینه و کمینه میدان گرانی می‌شود.

در ادامه با استفاده از روش‌های ادامه فرسوسی تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته و اعمال این روش‌ها بر روی داده‌های میدان گرانی

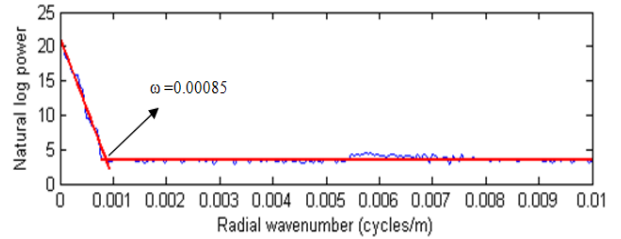


شکل ۳۸: منحنی نرم C محاسبه شده برای میدان فراسو شده‌ی ۵۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

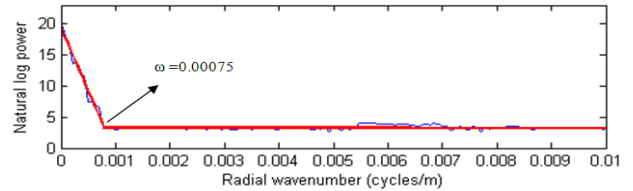
نتیجه ادامه فرسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی فراسو شده‌ی ۱۰۰ متر، با عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکل‌های ۳۹ و ۴۰ و نتیجه ادامه فرسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی فراسو شده‌ی ۵۰۰ متر، با عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکل‌های ۴۱ و ۴۲ نشان داده شده است. همانطور که در نقشه‌های حاصل از ادامه فرسوی (شکل‌های ۳۹ الی ۴۰) دیده می‌شود، نتایج حاصل از دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته بسیار شبیه هم می‌باشند. جهت بررسی دقت دو نقشه ادامه فرسوی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی بین نقشه‌های فرسوی و نقشه میدان گرانی باقی مانده محاسبه گردید و نتایج در جدول‌های ۵ و ۶ آورده شده است.



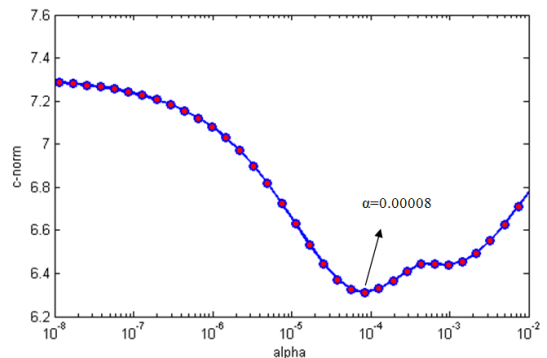
شکل ۳۹: ادامه فرسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۳ با عملگر تنظیم تیخونوف



شکل ۳۵: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان فراسو شده ۱۰۰ متر. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۸۵ بدست آمده است.



شکل ۳۶: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان فراسو شده ۵۰۰ متر. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۷۵ بدست آمده است. همانطور که قبلاً گفته شد، جهت ادامه فرسوی با روش تنظیم تیخونوف نیاز به تخمین پارامتر α می‌باشد. بدین منظور محدوده آلفا را بین 10^{-8} تا 10^{-1} در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده برای میدان فراسو شده ۱۰۰ و ۵۰۰ متر بترتیب در شکل‌های ۳۷ و ۳۸ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی‌ها، مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) بترتیب برای میدان فراسو شده‌ی ۱۰۰ و ۵۰۰ متر جهت ادامه فرسوی با عملگر تیخونوف تا عمق ۱۰۰ و ۵۰۰ متری ۰/۰۰۰۰۰۸ و ۰/۰۰۰۰۰۰۸۵ حاصل شده است. واحد نرم C میلی گال می‌باشد.



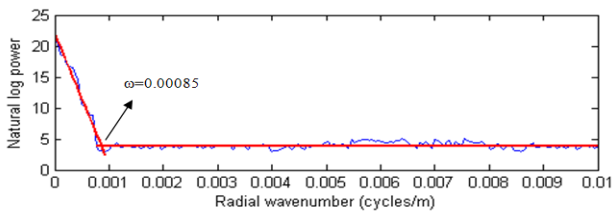
شکل ۳۷: منحنی نرم C محاسبه شده برای میدان فراسو شده‌ی ۱۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

جدول ۶: نتایج تحلیل خطا برای نقشه ادامه فروسوی ۵۰۰ متر

عملگر	پارامتر فیلتر	RMSE	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۰۰۰۸۵	۴/۵۷۸	۹/۴۶
بهبود یافته	۰/۰۰۰۰۷۵	۴/۵۶۷	۹/۴۲

۸-۲ ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده

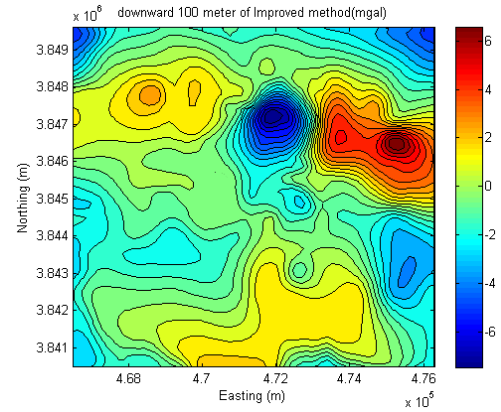
در بخش قبلی میدان‌های گرانی را با استفاده از روش تبدیل فوریه در نرم افزار ژئوسافت ادامه فراسو داده و با استفاده از دو روش فروسوی تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود پیدا کرده، سطح داده برداری را به سطح اساس (ارتفاع صفر) انتقال دادیم. در این بخش قصد داریم تا داده گرانی باقی مانده شکل ۳۲ را با استفاده از هر دو عملگر به عمق ۱۰۰ متر انتقال بدهیم (ادامه فروسوی ۱۰۰ متر). در این حالت بدلیل وجود جرم در داخل زمین، میدان گرانی از قانون پواسون تبعیت می‌کند. نخست عدد موج‌های شعاعی محاسبه و نمودار طیف داده گرانی باقی مانده در مقابل عدد موج ترسیم می‌گردد (شکل ۴۳).



شکل ۴۳: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان گرانی باقی مانده. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۰۸۵ بدست آمده است

محدوده آلفا را بین 10^{-8} تا $0/01$ در نظر می‌گیریم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده برای میدان گرانی باقی مانده در شکل‌های ۴۴ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی، مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) برای میدان گرانی باقی مانده جهت ادامه فروسو با روش تیخونوف تا عمق ۱۰۰ متر، ۰/۰۰۰۰۸۵ حاصل شده است.

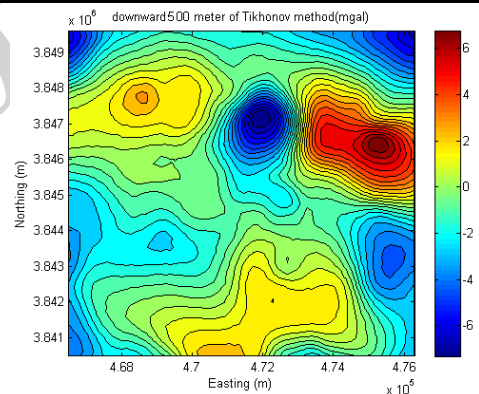
نقشه‌های ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده شکل ۳۲ با استفاده از دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکل‌های ۴۵ و ۴۶ نشان داده شده است.



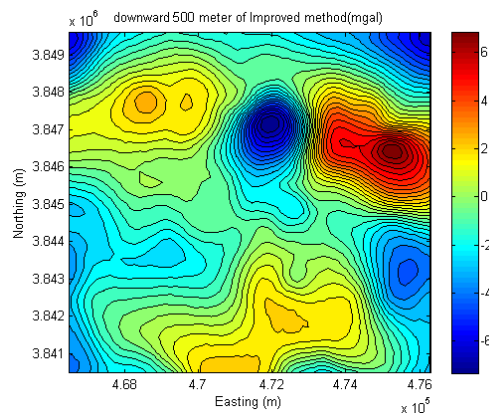
شکل ۴۰: ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۳ با عملگر تنظیم بهبود یافته

جدول ۵: نتایج تحلیل خطا برای نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر

عملگر	پارامتر فیلتر	RMSE (mGal)	RE %
تیخونوف	۰/۰۰۰۰۰۸	۰/۲۳۱	۱/۵
بهبود یافته	۰/۰۰۰۰۸۵	۰/۲۱۸	۱/۴



شکل ۴۱: ادامه فروسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۴ با عملگر تنظیم تیخونوف



شکل ۴۲: ادامه فروسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۴ با عملگر تنظیم بهبود یافته

فصل نامه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

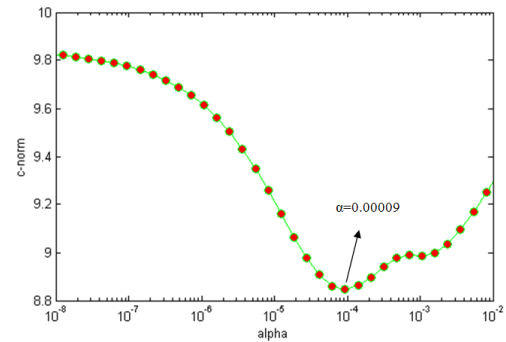
بررسی و مقایسه قرار گرفته شده است. عملگر تنظیم بهبود یافته بر اساس عدد موج قطع بعنوان معیار حذف یکسری از طول موج‌های کوچک‌تر از آن که در میدان گرانی وجود دارند، عمل می‌کند. بنابراین انتظار می‌رود که در میدان‌های فروسو شده با استفاده از عملگر تنظیم بهبود یافته، طول موج‌های کوچک و نوفه کمتری نسبت به ادامه فروسوی متداول و ادامه فروسو با استفاده از عملگر تنظیم تیخونوف، بروز پیدا نماید.

نتایج تحلیل خطا برای مدل‌های مصنوعی، با و بدون نوفه تصادفی اضافه شده به داده‌های گرانی که در جدول‌های ۱ الی ۴ آورده شده است، نشان می‌دهند که مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی محاسبه شده بین مقادیر میدان گرانی فروسو شده بوسیله عملگر تنظیم بهبود یافته و میدان گرانی واقعی مورد انتظار در عمق مشابه، کمتر از مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی محاسبه شده بین مقادیر میدان گرانی فروسو شده بوسیله عملگر تنظیم تیخونوف و میدان گرانی واقعی مورد انتظار در عمق مشابه، می‌باشد. بنابراین روش ادامه فروسوی تنظیم بهبود یافته دارای کارایی و نیز دقت قابل قبولی می‌باشد و از طرفی نسبت به روش تنظیم تیخونوف حساسیت کمتری به نوفه دارد.

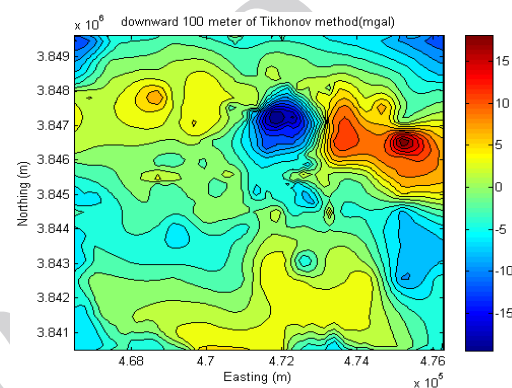
نتایج تحلیل خطا برای میدان‌های گرانی واقعی فروسو شده تا ارتفاع صفر که به ارتفاع ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر انتقال پیدا کرده بودند (شکل‌های ۳۹، ۴۰، ۴۱ و ۴۲) عملکرد بهتر روش تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. این ادامه فروسو در خارج از سطح زمین که جرم وجود ندارد، صورت پذیرفته است. شکل‌های ۴۵ و ۴۶، میدان گرانی انتقال یافته تا عمق ۱۰۰ متر بترتیب توسط عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته را نشان می‌دهند. از آنجایی که این انتقال سطح میدان در داخل زمین که جرم وجود دارد صورت پذیرفته است، طول موج‌های کوچک و نوفه در این نقشه‌ها نمایان می‌شوند. اما بوضوح می‌توان دید که نقشه ادامه فروسوی حاصل شده از عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به نقشه ادامه فروسوی حاصل شده از عملگر تنظیم تیخونوف، هموارتر بوده و طول موج‌های کوچک و نوفه، تظاهر کمتری پیدا کرده‌اند. این مهم در نقشه‌های ادامه فروسوهای انجام شده در خارج از سطح زمین نیز قابل تشخیص می‌باشد.

در نقشه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰ متر اثر بی‌هنجاری منفی گنبد نمکی (کوه نمک) بخوبی دیده می‌شود، اما بی‌هنجاری‌های منفی دیگر تا حدود زیادی تضعیف شده‌اند که نشان می‌دهد عمق کوه نمک از ۱۰۰ متر بیشتر است.

هر دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته تا حد زیادی پایداری میدان گرانی را در ادامه فروسو حفظ می‌نمایند. با توجه به نتایج ادامه فروسوی میدان گرانی واقعی می‌توان گفت که کارایی این عملگرها برای انتقال میدان‌های گرانی هوایی برداشت شده تا سطح زمین تقریباً یکسان می‌باشد. اما در انتقال میدان گرانی واقعی به عمق زمین، بخصوص زمانی که سطح نوفه در داده‌ها زیاد باشد، برتری عملگر تنظیم

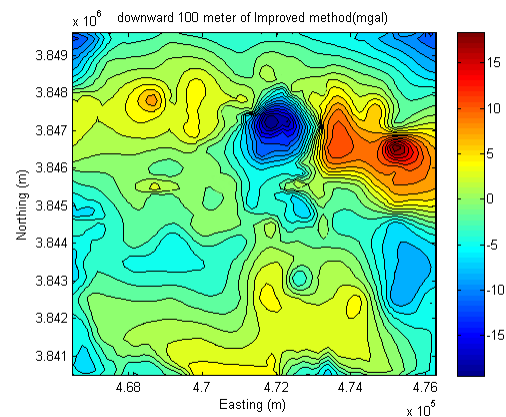


شکل ۴۴: منحنی نرم c محاسبه شده برای انتقال میدان گرانی باقی مانده به عمق ۱۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۴۵: نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده با

استفاده از روش تنظیم تیخونوف



شکل ۴۶: نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده با

استفاده از روش تنظیم بهبود یافته

۹- بحث و نتیجه گیری

هر خطای موجود و شاید غیر مشهود در داده‌های گرانی اندازه‌گیری شده، ممکن است در میدان فروسوی محاسبه شده، بصورت خیلی بزرگ و واضح آشکار گردد و حتی دارای تغییرات غیر واقعی باشد (بلکلی، ۱۹۹۵). در این مقاله دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای افزایش پایداری جواب‌های ادامه فروسوی میدان گرانی، مورد

linear filtering in gravity problems. *Geophysics* 36, 1174-1203.

بهبود یافته به عملگر تنظیم تیخونوف کاملا مشهود است.

۱۰- منابع

Leão, J.W., Silva, J.B., 1989, Discrete linear transformations of potential field data. *Geophysics* 54, 497-507.

آقائاتی، علی. ۱۳۸۳، زمین شناسی ایران، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

Li, Y.G., Oldenburg, D.W., 2010, Rapid construction of equivalent sources using wavelets. *Geophysics* 75, L51-L59.

Li, Y.G., Devriese, S.G., Krahenbuhl, R.A., Davis, K., 2013, Enhancement of magnetic data by stable downward continuation for UXO application. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 51, 3605-3614.

Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.H., 2013, A stable downward continuation of airborne magnetic data: A case study for mineral prospectivity mapping in Central Iran. *Comput. Geosci.* 52, 269-280.

Liu, D.J., Hong, T.Q., Jia, Z.H., Li, J.S., Lu, S.M., Sun, X.F., Xu, S.Z., 2009, Wave number domain iteration method for downward continuation of potential fields and its convergence. *Chin. J. Geophys.* 52, 1599-1605 (in Chinese).

Blakely, R.J., 1995, *Potential theory in gravity and magnetic applications.* Cambridge University Press.

Clarke, G.K., 1969, Optimum second-derivative and downward-continuation filters. *Geophysics* 34, 424-437.

Ma, G., Liu, C., Huang, D., Li, L., 2013, A stable iterative downward continuation of potential field data. *J. Appl. Geophys.* 98, 205-211.

Cooper, G., 2004, The stable downward continuation of potential field data. *Explor. Geophys.* 35, 260-265.

Oliveira Jr., V.C., Barbosa, V.C., Uieda, L., 2013, Polynomial equivalent layer. *Geophysics* 78, G1-G13.

Dampney, C., 1969, The equivalent source technique. *Geophysics* 34, 39-53.

Pašteka, R., Karcol, R., Kušnirák, D., Mojzeš, A. 2012, EGCONT: AMATLAB b sed program for stable downward continuation of geophysical potential fields using Tikhonov regularization. *Comput. Geosci.* 49, 278-289.

Dmitriev, V., Dmitrieva, I., 2012, Iterative method for analytical continuation of the gravity field. *Comput. Math. Model.* 23, 51-55.

Pawlowski, R.S., 1995, Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement. *Geophysics* 60, 390-398.

Engl, H.W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996, *Regularization of inverse problems,* vol. 375. Springer.

Peters, L.J., 1949, The direct approach to magnetic interpretation and its practical application. *Geophysics* 14, 290-320.

Fedi, M., Florio, G., 2002, A stable downward continuation by using the ISVD method. *Geophys. J. Int.* 151, 146-156.

Spector, A., Grant, F.S., 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics* 35, 293-302.

Ferguson, J.F., Felch, R.N., Aiken, C.L., Oldow, J.S., Dockery, H., 1988, Models of the Bouguer gravity and geologic structure at Yucca Flat, Nevada. *Geophysics* 53, 231-244.

Strakhov, A.V., Devitsyn, V.N., 1965, The reduction of observed values of a potential field to values at a constant level. *Akad. Nauk USSR Izv Fiziki Zemli* 4, 256-261.

Gerkense A.J.C., 1989, *Foundation of exploration Geophysics.*

Trompat, H., Boschetti, F., Hornby, P., 2003, Improved downward continuation of potential field data. *Explor. Geophys.* 34, 249-256.

Guspi, F., 1987, Frequency-domain reduction of potential field measurements to a horizontal plane. *Geoexploration* 24, 87-98.

Wang, B.Z., 2006, 2D and 3D potential-field upward continuation using splines. *Geophys. Prospect.* 54, 199-209.

Hofmann - Wellenhof. B and Moritz H. 2006, *Physical Geodesy - Verlag, Wien.*

Hansen, R.O., Miyazaki, Y., 1984, Continuation of potential fields between arbitrary surfaces. *Geophysics* 49, 787-795.

Ku, C.C., Telford, W.M., Lim, S.H., 1971, The use of

فصلنامه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱
plane. Geophys. Prospect. 55, 883–889.

Zeng, X.N., Li, X.H., Su, J., Liu, D.Z., Zou, H.X., 2013, An adaptive iterative method for downward continuation of potential-field data from a horizontal plane. Geophysics 78, J43–J52.

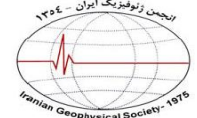
Zhang, H.L., Ravat, D., Hu, X.Y., 2013, An improved and stable downward continuation of potential field data: The truncated Taylor series iterative downward continuation method. Geophysics 78, J75–J86.

Xia, J.Z., Sprowl, D.R., Adkins-Heljeson, D., 1993, Correction of topographic distortions in potential-field data: A fast and accurate approach. Geophysics 58, 515–523.

Xu, S.Z., 2001, The boundary element method in geophysics. Soc. Explor. Geophys. 9.

Xu, S.Z., Yang, J.Y., Yang, C.F., Xiao, P.F., Chen, S.C., Guo, Z.h, 2007, The iteration method for downward continuation of a potential field from a horizontal

Archive of SID



Comparison of the stability of the downward continuation of gravity field by using the Tikhonov regularization and improved regularization operators

Ata Eshaghzadeh^{1*} and Alireza Hajian²

1. Graduate student of geophysics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

2. Department of Physics, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran

Received: 1 July 2017; Accepted: 22 November 2017

Corresponding author: eshagh@alumni.ut.ac.ir

Keywords

C-norm
Cutoff wavenumber
Downward continuation
Improved regularization operator
Kohe Namak
Tikhonov regularization

Extended Abstract

summary

Downward continuation of potential field data plays an important role in interpretation of gravity and magnetic data. For its inherent instability, many methods have been presented to downward continue stably and precisely. The Tikhonov regularization approach is one of the most robust. It is based on a low-pass filter derivation in the Fourier spectral domain, by means of a minimization problem solution. In this manuscript, we propose an improved regularization operator for downward continuation of potential field data. First, we simply define a special wavenumber named the cutoff wavenumber to divide the potential field spectrum into the signal part and the noise part based on the radially averaged power spectrum of potential field data. Next, we use the conventional downward continuation operator to downward continue the signal and the Tikhonov regularization operator to suppress the noise. Moreover, the

parameters of the improved operator are defined by the cutoff wavenumber which has an obvious physical significance. For computing the α parameter, it is necessary that the C-norm of the potential field must be calculated. The improved operator can not only eliminate the influence of the high-wavenumber noise but also avoid the attenuation of the signal. Experiments through synthetic gravity and real gravity data from Kohe Namak region, Ghom province, Iran show that the downward continuation precision of the proposed operator is higher than the Tikhonov regularization operator.

Introduction

The analytical continuation of potential fields is recognized as being a powerful tool in the transformation of geophysical potential fields (mainly in gravity and geomagnetic fields). Continuation of the potential field data above the level of measurement is known as upward continuation and in the opposite direction (below the level of measurement but must be above sources), it is known as downward continuation. During the potential field data processing and interpretation, upward continuation is often used to enhance the regional components in the original data by attenuating shallow surface sources manifestation and downward continuation is often used to enhance the detection of shallower sources by extracting the local anomalies and calculate the depth of the important shallowest sources. From the point of view of potential theory, upward continuation is a stable transformation and it can be performed for any reasonable height level in the source free area (in the Fourier spectral domain, it is a low pass filter). A problem occurs in the case of downward continuation, as this is an unstable operation (e.g., Parker, 1977). It has been analytically derived from potential field theory by various authors (e.g., Baranov, 1975; p. 47–49), that we can only continue downwards an interconnected potential field function to the depth of its nearest source (its upper edge).

Methodology and Approaches

The Tikhonov regularization operator has the following form (Abedi et al., 2013; Li et al., 2013; Zeng et al., 2013):

$$R = \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega}} \cdot e^{h\omega}, \quad (1)$$

where α is the regularization parameter. If we want to design a better regularization low-pass filter, it is desired to all-pass the signal parts while at the same time suppressing the noise parts. As a result, we proposed the following

improved regularization low-pass filter:

$$filter = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{if } \omega_r \leq \omega_c \\ \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} \rightarrow \text{if } \omega_r > \omega_c \end{cases} \quad (2)$$

where ω_c is the cutoff wavenumber which divides the potential field spectrum into two parts. The signal part of the spectrum is fit separately from the noise. At last, the noise is constrained to have zero slope, and both solutions are constrained to merge at the wavenumber ω_c' . Slope and intercept of the signal and mean noise level are fit by least squares to spectral samples partitioned at ω_c' . In order to regularize the downward continuation function without overfiltering or underfiltering the data, it is necessary to choose the regularization parameters, α and ω_c , which taper the continuation function beginning near the wavenumber ω_c' . The improved regularization low-pass filter in Eq. (2) changes into:

$$filter = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{if } \omega_r \leq \omega_c \\ \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \rightarrow \text{if } \omega_r > \omega_c \end{cases} \quad (3)$$

where ω_c is decided by the radially averaged power spectrum.

Results and Conclusions

The downward continuation of potential field data is an inverse problem that requires the use of regularization theory, especially when the noise is present in the data. In this manuscript, we presented an improved regularization operator and regularization parameter choice method to accomplish the downward continuation of potential field data based on the characteristic of the potential field spectrum. We demonstrate the proposed operator on noise corrupted gravity model and real aeromagnetic anomalies, and the results show that the proposed regularization operator can obtain more precise results compared to the Tikhonov regularization operator.

Archive of SID