



## پردازش AVO و وارون‌سازی معادله‌ی آکی و ریچاردز با استفاده از راه‌حل تیخونوف به منظور شناسایی

### لایه‌های گازدار

دنیا سلطانی<sup>۱</sup>، سعید مجددی فر<sup>۲\*</sup> و محسن همتی چگنی<sup>۲</sup>

۱- دانشجو کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک  
۲- استادیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک

دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۰۴؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۰۷

\* نویسنده مسئول مکاتبات: [mojeddifar@arakut.ac.ir](mailto:mojeddifar@arakut.ac.ir)

#### چکیده

این تحقیق داده‌های لرزه‌ای پیش از برانبارش یک مخزن گازی در کشور کانادا را استفاده نموده است؛ تا با استفاده از آنالیز دامنه در مقابل دورافت به شناسایی لایه‌های گازدار بپردازد. توصیف مخازن هیدروکربنی معمولاً توسط پارامترهای الاستیک مخزن (سرعت موج تراکمی، سرعت موج برشی، چگالی) انجام می‌گیرد؛ که بدست آوردن این پارامترها معمولاً پیچیدگی‌های ریاضی قابل توجهی دارند. بنابراین این تحقیق تلاش می‌کند به جای خود این پارامترها، از سری بازتابی پارامترهای الاستیک استفاده نماید؛ که برای این منظور از تقریب آکی و ریچاردز استفاده نموده است، تا سری بازتابی پارامترهای الاستیک مخزن را تخمین بزند. در حقیقت تحلیل سری بازتابی پارامترهای الاستیک مخزن به جای خود پارامترهای الاستیک مدنظر این تحقیق قرار گرفته است؛ تا با تحلیل آنها لایه‌های گازدار شناسایی شوند. از راه‌حل‌های کمترین مربعات و پایدارسازی تیخونوف به منظور وارون‌سازی معادله‌ی آکی و ریچاردز استفاده شد و با استفاده از آنالیز عدم قطعیت، روش تیخونوف به منظور مطالعه مخزن انتخاب گردید. همچنین یک مدل دو لایه‌ای فرض شد و داده‌های مصنوعی تولید گردید. روش مذکور بر روی داده‌های مصنوعی توانست لایه‌ی گازدار را شناسایی نماید. مقطع نشانگرهای سری بازتابی موج تراکمی، موج برشی، چگالی و مقاومت-صوتی در خط برداشت عمودی ۱۱۵۳، با استفاده از نرم‌افزار متلب تهیه شد. چاه L-30 بر روی خط برداشت عمودی ۱۱۵۳ قرار دارد؛ که لایه‌های گازدار در آن در بازه‌ی زمانی ۲۰۰۰ تا ۲۰۳۶ میلی‌ثانیه مشاهده شده است. نتایج نشان می‌دهد سری بازتابی موج برشی و چگالی نسبت به موج تراکمی، لایه‌های گازدار مخزن پنبوسکات را بهتر تفکیک می‌کنند. همچنین نشانگرهای مقاومت‌صوتی موج تراکمی و برشی به خوبی حضور گاز را در بازه‌ی ۲۰۰۰ تا ۲۰۳۶ میلی‌ثانیه تایید می‌کنند.

#### واژگان کلیدی

وارون‌سازی لرزه‌ای  
مقاومت صوتی  
آنالیز AVO  
کمترین مربعات  
تیخونوف

## ۱- مقدمه

AVO را به منظور تخمین اشباع‌شدگی بکار گرفتند و با آنالیز عدم قطعیت نتایج خود را ارزیابی نمودند (Tian et al., 2013). جلالی (۲۰۱۴) آنومالی‌های نشانگرهای لرزه‌ای تقریب شوی را در کنار نگاره‌های چاه مطالعه نمود؛ تا لایه‌های گازدار را اکتشاف نماید (Jalali, 2014). بختیاری و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از آنالیز AVO بیان نمودند که نشانگر عرض از مبدا تقریب شوی در زون‌های گازدار منطقه بیشترین مقدار و در زون‌های اشباع از آب کمترین مقدار را دارد و در زون‌های دارای نفت مقداری نزدیک به زون‌های گازدار را دارد. آنها همچنین با ترکیب نشانگر عرض از مبدا با نشانگر ضریب پواسون تلاش کردند هیدروکربن‌های منطقه را مطالعه نمایند (Bakhtiari et al., 2014). ماریو دی لوکا و همکاران (۲۰۱۴) با وارون‌سازی لرزه‌ای AVO، پارامترهای الاستیک زمین را بدست آوردند و به کمک آنها یک مدل سه‌بعدی برای پیش‌بینی زون‌های گازدار منطقه طراحی نمودند (Mario Di Luca et al., 2014). نیسار و همکاران (۲۰۱۵) از تقریب شوی استفاده نمودند؛ تا زون گازدار را در منطقه‌ی پنوبسکات شناسایی نمایند (Nisar et al., 2015). آنها با استفاده از نمودارهای متقاطع تقریب شوی درباره‌ی زون گازدار بحث نمودند. چی‌لو و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از تقریب آکی و ریچاردز، ارتباط ضریب بازتاب موج  $P$  ( $R_{PP}$ ) را با مشتق‌های جزئی  $V_s$ ،  $V_p$  و دانسیته بدست آوردند؛ تا روش جدیدی را با استفاده از روش تیخونوف برای تخمین پارامترهای الاستیک مخزن ارائه نمایند (Qi Lu et al., 2018). آنها روش تیخونوف را در کنار الگوریتم حداقل مربعات استفاده نمودند و به این نتیجه رسیدند که روش تیخونوف برای تخمین مناسب‌تر است. این تحقیق نیز از روش آکی و ریچاردز برای آشکارسازی لایه‌های گازدار در مخزن گازدار پنوبسکات استفاده نموده است. با این تفاوت که به جای محاسبه‌ی مستقیم پارامترهای الاستیک مخزن، نشانگرهای لرزه‌ای روش آکی و ریچاردز ( $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ ) و  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  و  $\frac{\Delta\beta}{\beta}$  محاسبه می‌شوند و با تفسیر آنها لایه‌های گازدار شناسایی می‌شوند. در تقریب آکی و ریچاردز،  $\frac{\Delta\rho}{\rho}$  سری بازتابی چگالی،  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  سری بازتابی موج تراکمی و  $\frac{\Delta\beta}{\beta}$  سری بازتابی موج برشی می‌باشند که نشانگرهای لرزه‌ای تقریب آکی و ریچاردز در آنالیز AVO نامیده می‌شوند. در تحقیقات اخیر تلاش شده است با استخراج پارامترهای الاستیک مخزن ( $V_s$ ،  $V_p$ ) و دانسیته) از تقریب آکی و ریچاردز، مخزن هیدروکربنی توصیف گردد. در صورتی که اگر ضریب بازتاب موج  $P$  ( $R_{PP}$ ) نسبت به اشباع‌شدگی گاز از خود حساسیت نشان دهد، انتظار می‌رود نشانگرهای لرزه‌ای آکی و ریچاردز نیز به حضور گاز از خود واکنش نشان دهند. بنابراین این مطالعه از الگوریتم‌های حداقل مربعات و پایدارساز تیخونوف استفاده می‌نماید تا  $\frac{\Delta\rho}{\rho}$  و  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  و  $\frac{\Delta\beta}{\beta}$  را با بیشترین صحت تخمین زند و تغییرات آنها را نسبت به اشباع‌شدگی گاز مطالعه کند. برای این منظور داده‌های لرزه‌ای پیش از برانبارش سه بعدی یک مخزن ماسه‌سنگی به نام پنوبسکات در کشور کانادا مورد استفاده قرار گرفت؛ تا با استفاده از وارون‌سازی AVO، نشانگرهای لرزه‌ای تقریب آکی و ریچاردز محاسبه شده و با استفاده از آنها لایه‌های گازدار تفسیر گردند. مراحل انجام پردازش داده‌های لرزه‌ای و آنالیز AVO

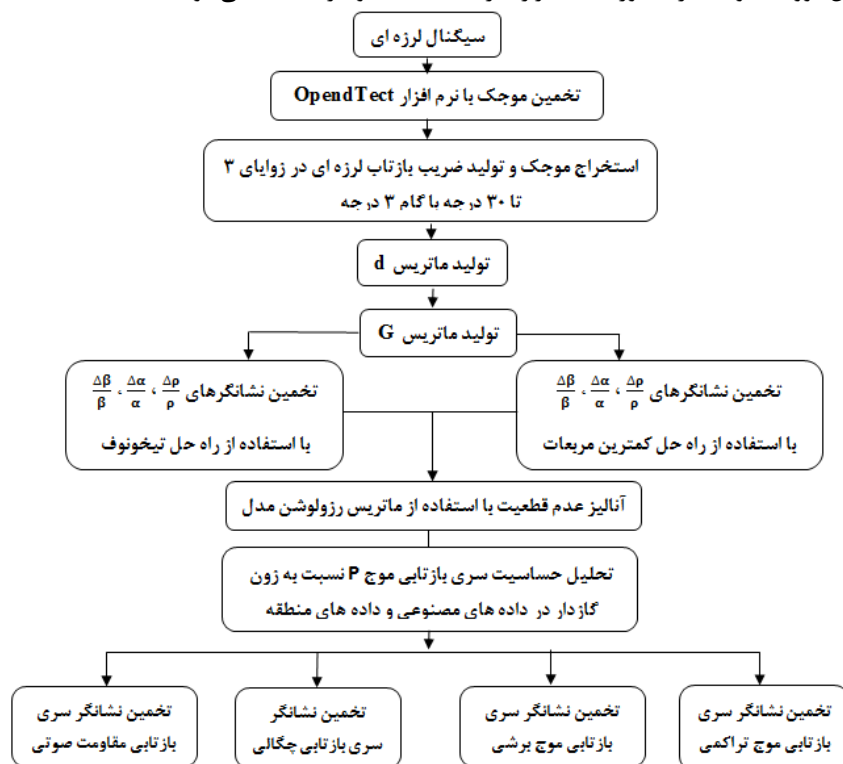
در بررسی و تخمین پارامترهای پتروفیزیکی مخازن هیدروکربنی، روش لرزه‌نگاری از جمله روش‌های ژئوفیزیکی متداول می‌باشد. دانسیته، سرعت امواج طولی ( $V_p$ ) و عرضی ( $V_s$ ) مهمترین پارامترهای الاستیکی زمین می‌باشند؛ که می‌توانند در روش‌های پردازش لرزه‌ای استخراج شوند و در اکتشافات هیدروکربنی نقش مهمی ایفا کنند. بدین منظور داده‌های بدست آمده از عملیات لرزه‌نگاری، به دو صورت پیش از برانبارش یا پس از برانبارش به منظور توصیف مخزن مورد استفاده قرار می‌گیرند (Downton, 2005). روش عمده‌ی پردازش لرزه‌ای پیش از برانبارش، آنالیز دامنه در مقابل دورافت (AVO) می‌باشد. تئوری AVO در حدود بیست سال پیش شناخته شده است. اولین تحقیق‌ها توسط زوپریتس (۱۹۱۹) انجام شد؛ که به معادلاتی درباره بازتاب و انکسار امواج کشسان در مرز بین دو جامد کشسان، همگن و همسانگرد منجر شد (Zoeppritz, 1919). معادلاتی که تغییر دامنه‌ی امواج لرزه‌ای در مقابل دورافت را بیان می‌کنند، به عنوان معادلات زوپریتس نامیده می‌شوند. این معادلات ضرایب بازتاب و عبور موج را به صورت تابعی از زاویه تابش بیان می‌کنند؛ اما این معادلات به درستی مشخص نمی‌کنند که چگونه دامنه با تغییر پارامترهای فیزیکی سنگ تغییر می‌کند. حل معادلات زوپریتس پیچیده است و نشان دادن اثر تغییرهای پارامترهای خاص، بر منحنی‌های ضریب بازتاب، با این معادلات بسیار مشکل است. از این رو، اولین کارها برای درک این معادلات و بازتاب‌های لرزه‌ای توسط موسکات و همکاران (۱۹۴۰) انجام شد. ایشان نتیجه گرفتند که انرژی بازتابی از سطوح مختلف الاستیکی با افزایش زاویه تابش کاهش خواهد یافت (Muskat et al., 1940). بیوت (۱۹۵۶) تئوری انتشار موج کشسان در لایه متخلخل را بسط داد (Biot, 1956). با ترکیب نتایج، ویلی و همکاران (۱۹۵۶) تخمین مقدار سرعت‌های موج  $P$  و  $S$  در سنگ‌های متخلخل اشباع از گاز را ممکن ساخت (Wyllie et al., 1956). کارهای نظری ایشان نشان داد که سرعت امواج  $P$  و  $S$ ، با تغییر نوع ماده اشباع‌کننده درون حفره‌های سنگ، به گونه‌ای متفاوت از یکدیگر تأثیر می‌پذیرد. حضور درصد اندکی از گاز در سنگ حفره‌داری مانند ماسه‌سنگ موجب کاهش سرعت موج  $P$  می‌شود؛ در حالی که سرعت موج  $S$  در اشباع‌شدگی بیشتر اندکی افزایش می‌یابد (Wyllie et al., 1956). تقریب‌های معادلات زوپریتس نسبت به معادلات کلی، ساده‌تر و عمومی‌تر هستند. در طی سال‌های گذشته، تعدادی از این تقریب‌ها برای معادله زوپریتس بدست آمده است و محققان مختلف به کمک تقریب‌های بدست آمده به مطالعه و اکتشاف هیدروکربن‌ها پرداختند. به عنوان مثال وکن و همکاران (۲۰۰۵) با وارون‌سازی معادلات AVO و ترکیب نشانگرهای لرزه‌ای معادلات شوی با نشانگر فاکتور سیال تلاش کردند محل دقیق لایه‌ی گازدار را شناسایی کنند (Veeken et al., 2005). پرویزی و همکاران (۲۰۱۱) تفسیر متقاطع نشانگرهای لرزه‌ای آنالیز AVO را با استفاده از تقریب شوی انجام دادند؛ تا زون‌های محلی گازدار منطقه‌ی مورد مطالعه‌ی خود را رصد نمایند (Parvizi et al., 2011). تیان و همکاران (۲۰۱۳) وارون‌سازی احتمالاتی

داده های مورد استفاده ی این تحقیق، داده های لرزه نگاری سه بعدی پیش از برنبارش می باشد؛ که توسط شرکت Science dGB Earth در اختیار قرار داده شده است. در مخزن پنوسکات دو چاه L-30 و B-41 حفاری شده؛ که چاه L-30 به مخزن گاز برخورد کرده، ولی در چاه B-41 گازی دیده نمی شود (Mandal et al., 2017). نمودارهای گاما، دانسیته و صوتی این دو چاه نیز در اختیار قرار گرفته و برای پردازش داده های لرزه ای استفاده شده است. خطوط برداشت اصلی (این لاین) از ۱۶۰۰-۱۰۰۰ با گام یک و خطوط برداشت عمودی (کراس لاین) از ۱۴۸۱-۱۰۰۰ با گام یک تغییر می کند. فاصله این لاین ها و کراس لاین ها از یکدیگر به ترتیب ۱۲ و ۲۵ متر می باشد. محدوده برداشت زمانی نیز از صفر تا ۶۰۰۰ میلی ثانیه با گام ۴ میلی ثانیه است؛ و سیگنال ثبت شده پس از ۳ ثانیه (در حدود ۵ کیلومتر) ضعیف می شود.

بنابراین، ابتدا زمین شناسی منطقه پنوسکات و داده های مورد استفاده معرفی می شوند و سپس آنالیز AVO و وارون سازی تیخونوف شرح داده می شود. پس از به کارگیری الگوریتم های حداقل مربعات و تیخونوف، عدم قطعیت روش های مذکور محاسبه می گردد و در ادامه تحلیل حساسیت ضریب بازتاب موج P نسبت به زون گازدار مطالعه می شود و روش وارون سازی AVO بر روی داده های مصنوعی انجام می گیرد و سپس نتایج بدست آمده از مخزن پنوسکات تفسیر می گردند.

## ۲- منطقه مورد مطالعه و داده های مورد استفاده

منطقه مورد مطالعه ی این تحقیق، یک مخزن گازدار ماسه سنگی به نام پنوسکات است؛ که در سواحل نووا اسکوشیا در کشور کانادا قرار دارد.



شکل ۱: روش کار شناسایی زون گازدار با استفاده از پردازش AVO بر اساس تقریب آکی و ریچاردز

آبانکی می باشند. سازند موهک به سمت داخل مجموعه و مایکمک هم به سمت داخل و هم به سمت خارج مجموعه قرار دارد. سازند وریل کانیون یک سازند تخریبی است، که معادل و خارج از مجموعه کربنات آبانکی می باشد. این سازند به صورت بین انگشتی با سازندهای آبانکی و مایکمک قرار گرفته است. سازند وریل کانیون همچنین بصورت بین انگشتی با سازند می سی سی گا در دوره کرتاسه است. سازند موهک از ماسه سنگ و سیلت فلدسپاتیک با لایه هایی از شیل و آهک در میان آنها تشکیل شده است. سازند مایکمک شامل ماسه های رودخانه ای است؛ که زبانه هایی از شیل (سازند وریل کانیون) در میان آنها شکل گرفته است و در زمان ژوراسیک پسین رسوب کرده اند. بخش پایینی سازند می سی سی گا شامل ماسه سنگ و لایه های نازک آهک همراه با بخش هایی از شیل خاکستری است. نشست

## ۳- زمین شناسی منطقه مورد مطالعه

حوضه اسکوشین در سواحل جنوب شرقی کشور کانادا در استان نووا اسکوشیا واقع شده و حدود ۳۰۰,۰۰۰ کیلومتر مربع گسترش دارد (Hansen et al., 2004). این حوضه به چهار بخش: لورنتین، آبانکی، سیبل و شلبورن تقسیم می شود. سازند آبانکی از دو بخش کربناتی (اسکتری و باکارو) تشکیل شده است؛ که با یک بخش شیلی (میساین) از یکدیگر جدا شده اند. به صورت جزئی تر شش دوره کربناتی شناسایی شده اند؛ که اسکتری به عنوان آبانکی ۱، میساین و باکاروی پایینی به عنوان آبانکی ۲ و چهار لایه باکاروی پسین، به عنوان آبانکی ۳ تا ۶ تعیین شده اند. سازند موهک و مایکمک، تخریبی و معادل با مجموعه کربنات

موج برشی در مرز مشترک دو لایه است (Chao Li et al., 2017). اگر ضرایب بازتاب امواج لرزه‌ای در زوایای کمتر از ۳۰ درجه در بردار  $d$  به عنوان داده‌های استخراج شده از مدل در نظر گرفته شود، خواهیم داشت:

$$d = [R_3 \ R_6 \ R_9 \ R_{12} \ R_{15} \ R_{18} \ R_{21} \ R_{24} \ R_{27} \ R_{30}]^T \quad (2)$$

بردار  $d$  ضرایب امواج لرزه‌ای در هر نقطه می‌باشد که به عنوان ماتریس داده‌های مدل در نظر گرفته می‌شود. داده‌های این ماتریس، مقدار ضرایب بازتاب از ۳ درجه تا ۳۰ درجه برای هر نقطه می‌باشند. ضرایب مجهول معادلات آکی و ریچاردز با استفاده از ماتریس  $m$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$m = \left[ \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \quad \frac{\Delta\beta}{\beta} \right]^T \quad (3)$$

بر اساس معادلات آکی و ریچاردز، ماتریس مدل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_1 & \frac{1}{2 \cos^2 \theta_1} & -\sin^2 \theta_1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_2 & \frac{1}{2 \cos^2 \theta_2} & -\sin^2 \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{10} & \frac{1}{2 \cos^2 \theta_{10}} & -\sin^2 \theta_{10} \end{bmatrix} \quad (4)$$

در این ماتریس،  $\theta$  زاویه تابش متغیر بین ۳ تا ۳۰ درجه است؛ بنابراین این ماتریس دارای بعد  $10 \times 3$  در هر نقطه از مخزن برای محاسبه پارامترهای الاستیک می‌باشد. در نهایت می‌توان معادله‌ی وارون‌سازی آکی و ریچاردز را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$d = G \cdot m \quad (5)$$

برای محاسبه ماتریس پارامترهای مدل خواهیم داشت:

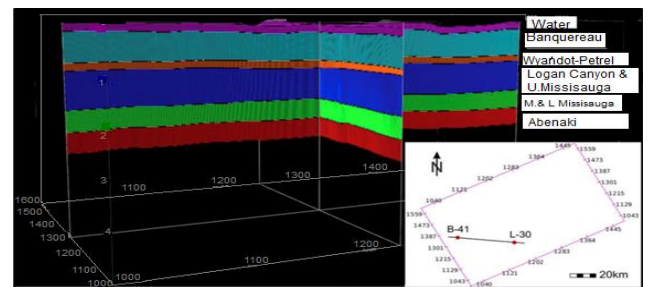
$$m = G^{-1} \cdot d \quad (6)$$

برای حل معادله‌ی بالا باید معکوس ماتریس  $G$  محاسبه شود؛ که برای این منظور از روش کمترین مربعات و پایدارسازی تیخونوف استفاده می‌گردد. در وارون‌سازی به روش کمترین مربعات از معادله‌ی  $\gamma$  استفاده می‌شود:

$$m_{ls} = (G^T G)^{-1} G^T d \quad (7)$$

این رابطه برای تخمین پارامترهای مجهول یک سیستم تعریف می‌شود؛ به گونه‌ای که خطای کل کمینه گردد (Zandt et al., 2009). مطالعات انجام شده توسط تیخونوف و آرسنین (۱۹۷۷) نشان می‌دهد که راه‌حل کمترین مربعات، پایداری لازم را در مقابل خطاهای وارد شده به داده‌های سیستم ندارد و به راحتی آنها را به فرایند تخمین پارامترهای مدل انتقال می‌دهد. به همین دلیل آنها تلاش کردند با تعریف یک پارامتر پایدارساز، راه‌حل کمترین مربعات را ارتقا دهند و روش پایدارساز تیخونوف را معرفی

رسوبات رودخانه‌ای-دلتایی در زمان کرتاسه نیز ادامه پیدا کرده و بخش‌های میانی و بالایی سازند می‌سی‌سی‌گا را شکل داده است (Wade et al., 1990). رسوب‌گذاری دلتایی بالای سازند می‌سی‌سی‌گا در زمان آپتین تا سنومانین (سازند لوگان کانیون) رخ داده است؛ اما پیشروی آرام و عمیق شدن تدریجی، باعث کاهش کلی در ضخامت لایه ماسه‌سنگ و کاهش سایز دانه‌ها شده است (Jansa et al., 1975). سازند لوگان کانیون به چهار زیر بخش تقسیم شده است که دو بخش از آن شیلی است: بخش‌های نسکپی و سیبل. رسوب‌گذاری شیل‌های دریایی سازند دوسون کانیون بر روی سازند لوگان کانیون ادامه پیدا کرد و با رسوب‌گذاری سازند وایندوت در دوره کرتاسه بالایی به حداکثر ارتفاع رسید (Chao Li et al., 2017). لایه نازک گچ بخش پترل در سازند دوسون کانیون در مطالعات لرزه‌ای حائز اهمیت است. درزه‌های پلیگونال که با مطالعات لرزه‌ای در سازند وایندوت دیده شده است؛ در گچ‌ها روی حاشیه اقیانوس اطلس در کانادا و دریای شمال متداول می‌باشند. رسوبات سنوزوییک، سازند بنکوئری را بر روی سازند وایندوت ایجاد کرده؛ که به عنوان سیستمی از رسوبات در آبهای عمیق، شامل مادستون، مارن و ماسه‌سنگ است (شکل ۲).



شکل ۲: سازند می‌سی‌سی‌گا حاوی گاز در مخزن پنبوسکات. مکان چاه-های B41 و L30 در مخزن گازی مشاهده می‌شود.

#### ۴- آنالیز AVO با تقریب آکی و ریچاردز

معادلات آکی و ریچاردز به صورت رابطه (۱) بدست آمده است:

$$R(\theta) = \frac{1}{2} [1 - \sin^2 \theta] \frac{\Delta\rho}{\rho} + \left[ \frac{1}{2 \cos^2 \theta} \right] \frac{\Delta\alpha}{\alpha} - [\sin^2 \theta] \frac{\Delta\beta}{\beta} \quad (1)$$

به طوری که  $R(\theta)$  ضریب بازتاب موج P در زاویه  $\theta$  است. تقریب آکی و ریچاردز در زوایای کمتر از ۳۰ درجه مطابقت بالایی با معادله‌ی زوپریتس دارند. بنابراین داده‌های لرزه‌ای پیش از برنبارش در زوایای ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱، ۲۴، ۲۷، ۳۰ درجه به منظور تخمین نشانگرهای لرزه‌ای مقاومت صوتی بکار گرفته می‌شوند. از رابطه‌ی (۱) مقادیر  $\frac{\Delta\rho}{\rho}$  و  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  و  $\frac{\Delta\beta}{\beta}$  که به ترتیب سری بازتابی چگالی، سری بازتابی موج تراکمی و سری بازتابی موج برشی می‌باشند (صورت و مخرج کسر به ترتیب اختلاف و میانگین چگالی و سرعت‌های لایه بالایی و لایه‌ی پایینی در مرز مشترک است)؛ برای هر نقطه از مخزن محاسبه می‌گردند. سری بازتابی چگالی بیانگر میزان تغییر چگالی، سری بازتابی موج تراکمی بیانگر میزان تغییر سرعت موج تراکمی و سری بازتابی موج برشی، بیانگر میزان تغییر سرعت

$$m_{tikh} = (G^T G + \delta^T \delta)^{-1} G^T d \quad (19)$$

که در آن  $\delta$  برابر است با:

$$\delta = \alpha I \quad (20)$$

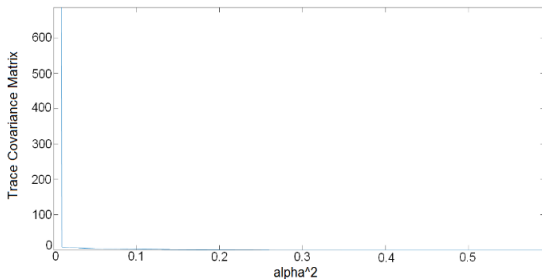
با جای گذاری در رابطه (۱۹):

$$m_{tikh} = (G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T d \quad (21)$$

که  $\alpha$  مقداری است که با سعی و خطا بدست می آید و  $I$  یک ماتریس واحد است. راه حل محاسبه  $\alpha$ ، استفاده از منحنی های  $L$  است. این منحنی ها از طریق ماتریس کوواریانس و ماتریس رزولوشن مدل بدست می آیند. همان طور که پیشتر توضیح داده شد، ماتریس کوواریانس مدل، ماتریسی است که درایه های اصلی آن واریانس تک تک پارامترهای تخمینی است. همواره در بهترین حالت واریانس که همان خطاست، باید برابر صفر باشد. بنابراین رد این ماتریس که جمع قطر اصلی آن است، باید برابر صفر باشد. در مورد راه حل تیخونوف، ماتریس کوواریانس مدل به صورت رابطه (۲۲) تعیین می شود:

$$[COVM] = [(G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T] [(G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T]^T \quad (22)$$

سپس باید نموداری رسم شود که در محور افقی  $\alpha^2$  و در محور عمودی آن رد کوواریانس مدل رسم شود همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده است،  $\alpha$  در بهترین حالت مقداری است که رد ماتریس معادله (۲۲) برابر صفر شود (Tikhonov et al., 1977; Eshaghzadeh et al., 2019; Abbasi et al., 2018).



شکل ۳: نمودار  $\alpha^2$  بر حسب رد ماتریس کوواریانس مدل راه حل تیخونوف

همچنین ماتریس رزولوشن مدل بکار گرفته می شود؛ که مقدار  $\alpha^2$  را به گونه ای تنظیم کند که پاسخ تخمین زده شده به پاسخ واقعی نزدیک تر شود. اگر پاسخ واقعی با  $m^{tru}$  نشان داده شود و پاسخ تخمین زده شده با  $m^{est}$  بیان گردد، آنگاه با فرض این که مقدار  $m^{tru}$  مشخص است داریم:

$$m^{tru} = G^{-1} \cdot d \quad (23)$$

$$d = G \cdot m^{tru} \quad (24)$$

در وارون سازی مقدار  $m$  که از طریق راه حل تیخونوف بدست می آید، مقدار  $m^{est}$  برابر است با:

$$m^{est} = (G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T d \quad (25)$$

نمودند. به منظور مقایسه ی کارایی راه حل پایدار ساز تیخونوف با راه حل کمترین مربعات، آنالیز عدم قطعیت بکار گرفته می شود. با محاسبه ی ماتریس کوواریانس مدل می توان عدم قطعیت روش های وارون سازی را مطالعه نمود. ماتریس کوواریانس مدل، ماتریسی مربعی می باشد؛ که ابعاد آن با پارامترهای مجهول مساله برابر است. بنابراین این ماتریس برای معادله ی آکی و ریچاردز دارای ابعاد  $3 \times 3$  می باشد و درایه های اصلی آن واریانس تک تک پارامترهای تخمینی است و این بدان معناست که راه حل وارون ساز ایده آل روشی است که درایه های قطر اصلی ماتریس کوواریانس مدل مرتبط با آن مقداری نزدیک صفر داشته باشند. ماتریس کوواریانس مدل روش کمترین مربعات در ادامه تعریف می شود:

$$m_{ls} = (G^T G)^{-1} G^T d = Xd \quad (8)$$

$$X = (G^T G)^{-1} G^T \quad (9)$$

$$[COVM] = XX^T \quad (10)$$

ماتریس کوواریانس مدل برای راه حل کمترین مربعات از طریق معادله ی (۱۰) محاسبه گردید که در ذیل ارائه شده است:

$$[COV_{Ls}] = \begin{bmatrix} 5.5376 & -5.594 & -6.433 \\ -5.594 & 5.6524 & 6.5025 \\ -6.433 & 6.5025 & 7.4927 \end{bmatrix} \quad (11)$$

همان طور که در رابطه (۱۱) مشاهده می شود، مقادیر قطر اصلی ماتریس کوواریانس مدل که با رنگ قرمز نشان داده شده اند؛ واریانس تخمین پارامترهای مجهول تقریب آکی و ریچاردز ( $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ ،  $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ ،  $\frac{\Delta \beta}{\beta}$ ) می باشند؛ که نسبتاً واریانس بالایی را نشان می دهد و باید روش پایدار ساز تیخونوف را استفاده نمود، تا واریانس تخمین کمتری بدست آید

## ۵- وارون سازی تیخونوف

در روش تیخونوف برای تخمین پارامترهای مدل (ماتریس  $m$ ) از کمینه سازی تابع هدف ذیل استفاده می شود (Tikhonov et al., 1977; Mohammadi et al., 2019).

$$\min \|Gm - d\|^2 + \|\delta m\|^2 \quad (12)$$

که در این رابطه مقدار  $\|Gm - d\|^2$  و  $\|\delta m\|^2$  به ترتیب برابر است با:

$$\|Gm - d\|^2 = (Gm - d)^T (Gm - d) \quad (13)$$

$$\|\delta m\|^2 = (\delta m)^T (\delta m) \quad (14)$$

اگر از رابطه ی (۱۳) و (۱۴) بر حسب  $m$  مشتق گرفته شود، به ترتیب برابر می شوند با:

$$J = (Gm - d)^T (Gm - d) \quad (15)$$

$$\frac{dJ}{dm} = m_{ls} = (G^T G)^{-1} G^T \quad (16)$$

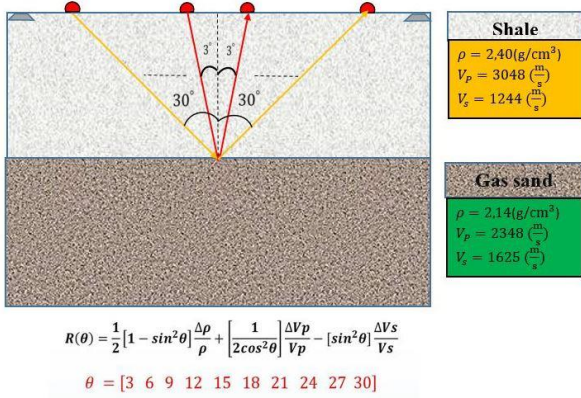
$$Y = (\delta m)^T (\delta m) \quad (17)$$

$$\frac{dY}{dm} = \delta^T \delta \quad (18)$$

که با جای گذاری در رابطه ی (۱۲) و کمینه شدن کل عبارت، در نهایت مقدار  $m_{tikh}$  بدست می آید:

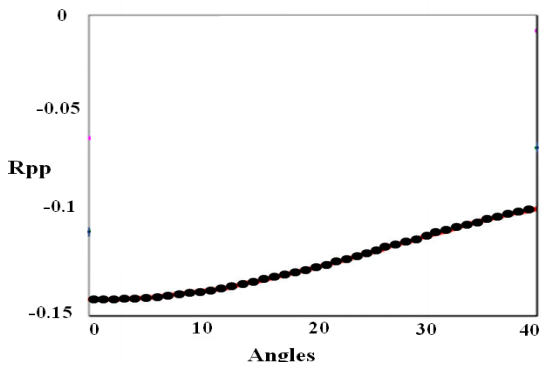


به منظور ارزیابی روش وارون‌سازی بکار گرفته شده و حساسیت نشانگرهای مورد مطالعه به زون گازدار یک مدل دو لایه‌ای از زمین همانند شکل ۵ فرض می‌شود. در شکل ۵، مشخصات الاستیک دو لایه فرض شده ارائه شده است.



شکل ۵: مشخصات الاستیک مدل دولایه‌ای فرض شده برای داده‌های لرزه‌ای مصنوعی.

به منظور مطالعه‌ی حساسیت سری بازتابی موج P به ماسه سنگ گازدار، یک مدل دولایه‌ای در نظر گرفته شد؛ که یک لایه‌ی ماسه‌سنگی گازدار در زیر یک لایه‌ی شیلی قرار دارد. سرعت موج P، سرعت موج S و دانسیته در لایه‌ی شیلی برابر  $3048 \text{ m/s}$ ،  $1244 \text{ m/s}$  و  $2.40 \text{ g/cm}^3$  در نظر گرفته شد و در لایه‌ی گازدار برابر  $2348 \text{ m/s}$ ،  $1625 \text{ m/s}$  و  $2.14 \text{ g/cm}^3$  فرض شد. ضریب بازتاب موج P با استفاده از معادله‌ی زوپریتس محاسبه شد؛ که به ازای زوایای مختلف در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶: مقدار ضریب بازتاب موج P به ازای زوایای مختلف در مرز ورود به لایه گازدار در داده‌های مصنوعی لرزه‌ای.

براساس مطالعات لاگ چاه L-30، در ۲۰۰۰ میلی ثانیه لایه‌ی گازدار ماسه‌سنگی مشاهده شده است. بنابراین به منظور مطالعه‌ی حساسیت ضریب بازتاب موج P ( $R_{pp}$ ) با استفاده از تقریب آکی و ریچاردز، پنج نقطه در مرز لایه‌ی گازدار منطقه در نظر گرفته شد؛ تا حساسیت آن در مقابل زوایای مختلف تابش بررسی گردد. با استفاده از تقریب آکی و ریچاردز،  $R_{pp}$  در خطوط برداشت ۱۱۷۷، ۱۲۳۰، ۱۲۹۰، ۱۳۰۷ و ۱۳۳۰ در مرز

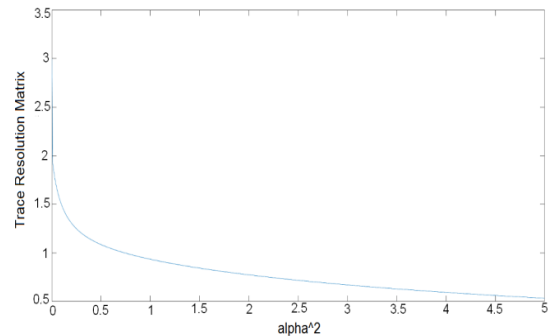
با جای‌گذاری رابطه‌ی (۲۴) در رابطه‌ی (۲۵):

$$m^{est} = (G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T G m^{tru} \quad (26)$$

در بهترین حالت اگر  $m^{est} = m^{tru}$  باشد، باید عبارت آتی برابر ماتریس I باشد:

$$R = (G^T G + \alpha^2 I)^{-1} G^T G = I \quad (27)$$

پس رد ماتریس R باید برابر ۳ باشد. مشابه روشی که در ماتریس کوواریانس مدل مطرح شد، نمودار  $\alpha^2$  بر حسب رد ماتریس R را رسم کرده که بهترین حالت  $\alpha$  جایی است که رد برابر سه باشد (شکل ۴).



شکل ۴: نمودار  $\alpha^2$  بر حسب رد ماتریس رزولوشن مدل راه حل تیخونوف

نمودارهای شکل ۳ و ۴ منحنی‌های L نامیده می‌شوند و باید مقدار  $\alpha^2$  را از نمودار شکل ۳ به گونه‌ای بدست آورد، که مقدار ماتریس کوواریانس مدل برابر صفر شود. یعنی باید کمترین مقدار  $\alpha^2$  از این نمودار انتخاب شود. از سوی دیگر مقدار  $\alpha^2$  از نمودار شکل ۴ باید به گونه‌ای انتخاب شود که مقدار ماتریس رزولوشن مدل برابر ۳ شود؛ که برای تحقق این شرط باید بیشترین مقدار را برای  $\alpha^2$  در نظر گرفت. بنابراین می‌توان گفت بهترین جواب در گوشه‌ی نمودارهای شکل‌های ۳ و ۴ وجود دارد. بدین ترتیب مقدار  $\alpha^2$  با توجه به گوشه‌های هر دو نمودار برابر با ۰/۰۷ در نظر گرفته شد و با استفاده از این عدد، نشانگرهای لرزه‌ای  $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ ،  $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$  و  $\frac{\Delta \beta}{\beta}$  برای هر نقطه در مخزن بدست آمد. همچنین مقدار ماتریس کوواریانس مدل برای راه‌حل تیخونوف پس از تعیین مقدار  $\alpha^2$  محاسبه گردید؛ که برابر است با:

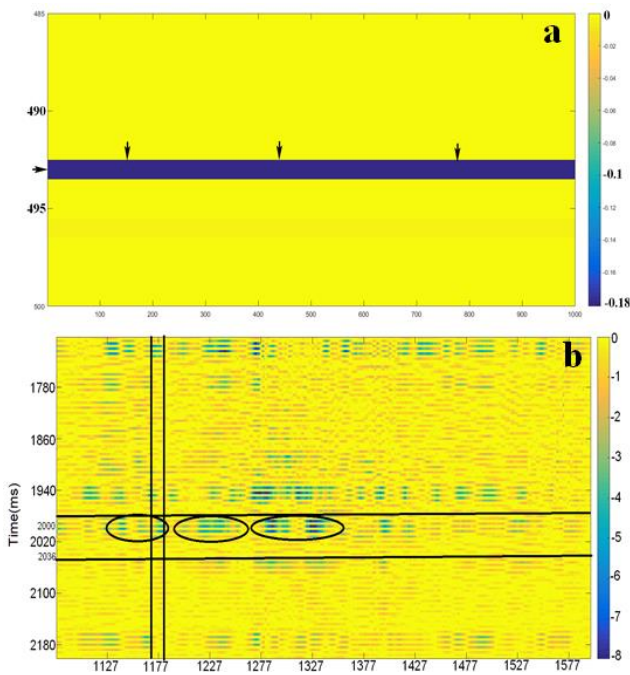
$$[COV_{tikh}] = \begin{bmatrix} 1.1803 & -0.5279 & 1.4640 \\ -0.5279 & 0.4534 & -0.8383 \\ 1.4640 & -0.8383 & 1.9980 \end{bmatrix} \quad (28)$$

با مقایسه رابطة (۲۸) و (۱۱) می‌توان عدم قطعیت روش حداقل مربعات را با روش تیخونوف مقایسه نمود. واریانس تخمین در راه‌حل تیخونوف نسبت به راه‌حل کمترین مربعات کاهش چشم‌گیری نشان می‌دهد. بنابراین در ادامه نشانگرهای لرزه‌ای تقریب آکی و ریچاردز با استفاده از روش تیخونوف محاسبه گردید.

## ۶- وارون‌سازی داده‌های مصنوعی لرزه‌ای

تعیین نشانگر سری بازتابی سرعت موج تراکمی در شکل ۸ برای داده‌های مصنوعی و داده‌های واقعی پنوسکات نشان داده شده است.

در شکل ۸-a، محل ورود به لایه‌ی گازدار در داده‌های مصنوعی با پیکان-های سیاه رنگ نشان داده شده؛ که نشان می‌دهد سری بازتابی سرعت موج تراکمی منفی شده است. چاه L-30 که دارای موقعیت خط برداشت (این لاین) ۱۱۷۷ و خط برداشت عمودی (کراس لاین) ۱۱۵۳ در منطقه پنوسکات می‌باشد، در فاصله‌ی ۲۰۰۰ تا ۲۰۳۶ میلی‌ثانیه آثار گاز در آن مشاهده شده است (Campbell et al., 2015).



شکل ۸: نشانگر سری بازتابی موج تراکمی، (a) داده‌های مصنوعی، (b) داده‌های مخزن پنوسکات.

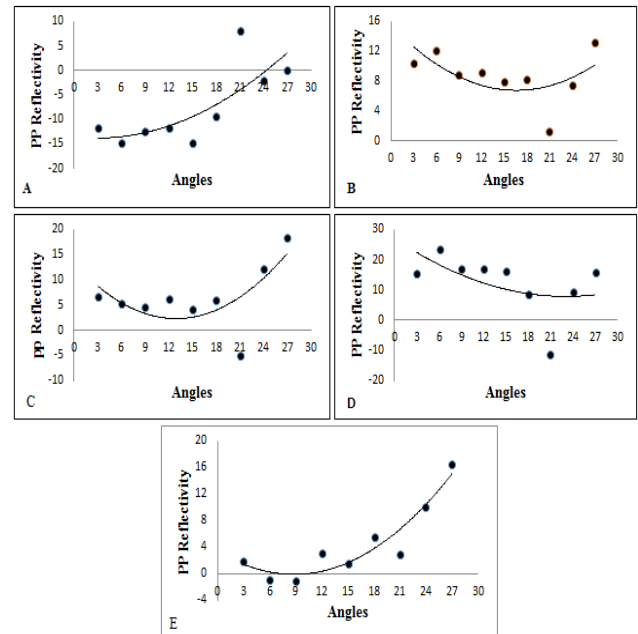
بنابراین انتظار می‌رود در این بازه آنومالی‌های لرزه‌ای مشاهده شوند. موقعیت چاه L-30 در شکل ۸ با خط مشکی نشان داده شده است. در شکل ۸ مقادیر منفی سری بازتابی موج تراکمی (رنگ آبی) که آنومالی‌های گازدار را نشان می‌دهد، در بازه‌ی ۲۰۰۰ تا ۲۰۳۶ میلی‌ثانیه مشاهده می‌شود.

### ۷-۲- نشانگر سری بازتابی موج برشی

حضور گاز عامل افزایش سرعت موج برشی و در نتیجه افزایش سری بازتابی سرعت موج برشی می‌گردد. در لایه‌ی گازدار، سری بازتابی سرعت موج برشی یک مقدار مثبت خواهد بود. شکل ۹ مقادیر نشانگر سری بازتابی سرعت موج برشی را به روش وارون‌سازی تیخونوف بر روی داده‌های مصنوعی و داده‌های مخزن پنوسکات در خط برداشت عمودی ۱۱۵۳ نشان می‌دهد. همان‌طور که ذکر شد، انتظار می‌رود در ورود به لایه‌ی گازدار سرعت موج برشی افزایش یابد. بنابراین مقدار مثبت (رنگ زرد) در شکل ۹ بیانگر این موضوع است که روش تیخونوف توانسته لایه‌ی

۲۰۰۰ میلی‌ثانیه به ازای زوایای مختلف بدست آمد و در شکل ۷ نشان داده شد.

تغییرات  $R_{pp}$  بر روی داده‌های مصنوعی در ورود به لایه‌ی گازدار (شکل ۶) نشان می‌دهد که در زوایای نزدیک به ۳۰ درجه، مقدار  $R_{pp}$  شروع به افزایش می‌کند. در داده‌های منطقه‌ی پنوسکات در ۲۰۰۰ میلی‌ثانیه نیز این رفتار براساس نمودارهای شکل ۷ مشاهده می‌شود.



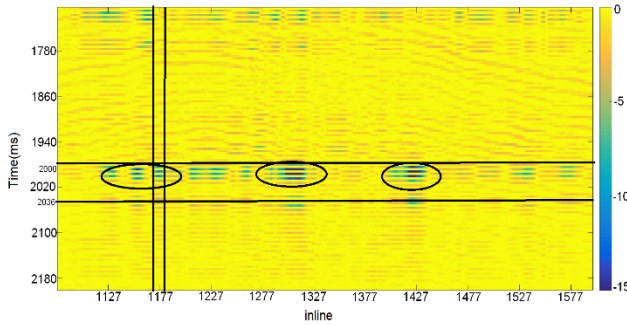
شکل ۷: مقدار ضریب بازتاب موج P به ازای زوایای مختلف در مرز ورود به لایه‌ی گازدار در خطوط برداشت اصلی A: ۱۱۷۷، B: ۱۳۳۰، C: ۱۲۹۰، D: ۱۳۰۷ و E: ۱۳۳۰.

### ۷- تفسیر نشانگرهای لرزه‌ای پردازش AVO

داده‌های پیش از برانبارش لرزه‌ای در ده زاویه از ۳ تا ۳۰ درجه از خط برداشت عمودی (کراس لاین) ۱۱۵۳ از مخزن پنوسکات در نرم‌افزار OpenDtect استخراج شدند و پس از استخراج موجک لرزه‌ای از داده‌ها، وارون‌سازی آنها با راه‌حل تیخونوف در نرم‌افزار متلب برنامه‌نویسی شد و نشانگرهای  $\frac{\Delta\beta}{\beta}$  و  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  در خط برداشت عمودی ۱۱۵۳ محاسبه شدند.

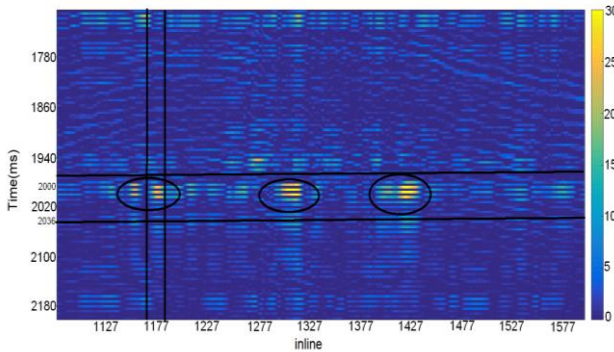
#### ۷-۱- نشانگر سری بازتابی موج تراکمی

در محیط گازی انتظار می‌رود با کاهش دانسیته، سرعت موج تراکمی ( $V_p$ ) افزایش یابد؛ ولی از طرفی افزایش گاز باعث کاهش ضریب بالک ( $K$ ) به صورت معنادار می‌شود و در نتیجه کاهش  $V_p$  را به دنبال خواهد داشت. بنابراین هنگام وارد شدن به لایه‌ی گازدار سرعت موج تراکمی نسبت به لایه‌ی بالای کمتر خواهد بود؛ که موجب منفی شدن سری بازتابی سرعت موج تراکمی می‌شود. در مقابل، هنگام خروج از لایه‌ی گازدار، مثبت شدن سری بازتابی سرعت موج تراکمی باید اتفاق افتد. نتایج حاصل از وارون‌سازی AVO براساس راه‌حل پایدارساز تیخونوف برای



شکل ۱۱: نشانگر سری بازتابی مقاومت صوتی موج تراکمی

نشانگر مقاومت صوتی موج برشی در هنگام ورود به لایه‌ی گازدار افزایش می‌یابد و مقداری مثبت را نشان می‌دهد. شکل ۱۲ این نشانگر را که با راه‌حل تیخونوف در خط برداشت عمودی ۱۱۵۳ بدست آمده، نشان می‌دهد. بر اساس شکل ۱۲، آنومالی مقاومت صوتی موج برشی (رنگ زرد) در محدوده‌ی گازدار مشاهده می‌شود.

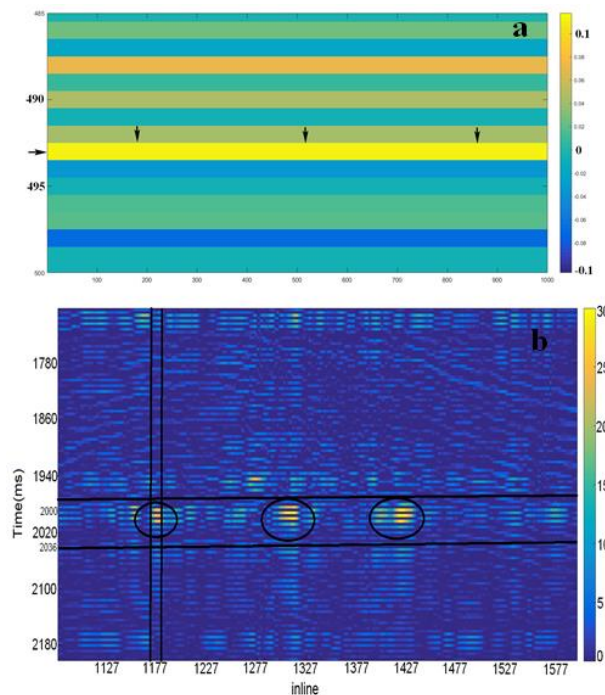


شکل ۱۲: نشانگر سری بازتابی مقاومت صوتی موج برشی

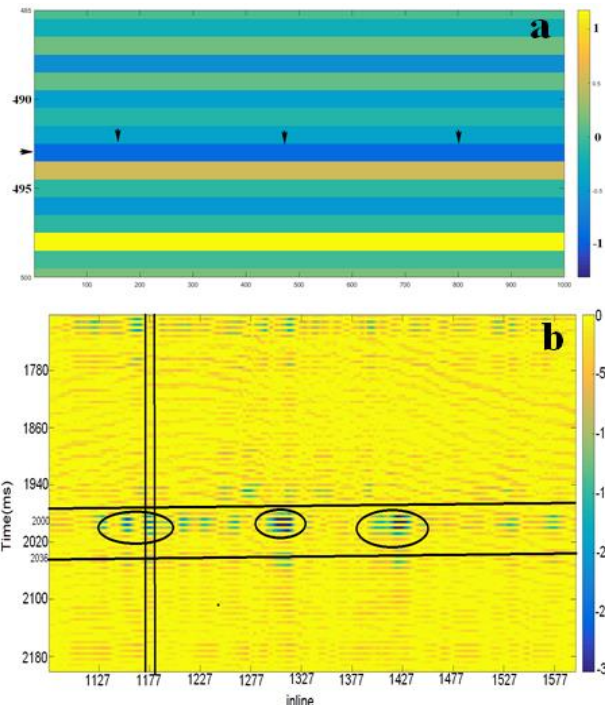
### ۸- نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد علاوه بر خود پارامترهای الاستیک (دانسیته، سرعت امواج طولی ( $V_p$ ) و عرضی ( $V_s$ ))، می‌توان از سری بازتابی این پارامترها نیز برای توصیف مخزن استفاده نمود. سری بازتابی موج برشی و سری بازتابی چگالی با تفکیک بهتری نسبت به سری بازتابی موج تراکمی لایه‌ی گازدار نشان می‌دهند. همچنین تقریبی از نشانگرهای مقاومت صوتی موج تراکمی و موج برشی در خط برداشت عمودی ۱۱۵۳، با استفاده از سری‌های بازتابی تخمین زده شده، به عمل آمد. نتایج نشانگر آن است که مقاومت صوتی موج تراکمی در لایه‌ی گازدار افت کرده و مقاومت صوتی موج برشی در هنگام ورود به لایه‌ی گازدار افزایش داشته است؛ که این آنومالی‌ها وجود گاز در بازه‌ی ۲۰۰۰ تا ۲۰۳۶ میلی‌ثانیه را تایید می‌کنند. بنابراین نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که، می‌توان با استفاده از وارون‌سازی تقریب آکی و ریچاردز به کمک راه‌حل تیخونوف، لایه‌های گازدار منطقه را آشکارسازی نمود.

گازدار را نشان دهد.



شکل ۹: نشانگر سری بازتابی موج برشی، (a) داده‌های مصنوعی، (b) داده‌های مخزن پنوبسکات.



شکل ۱۰: نشانگر سری بازتابی چگالی، (a) داده‌های مصنوعی، (b) داده‌های مخزن پنوبسکات.



Vajihe Jalali, Seismic AVO Attributes and Rock Physics in Hydrocarbon Exploration, MSc Thesis, Eastern Mediterranean University, North Cyprus, 2014.

Sadeq Rahim Bakhtiari, Ehsan Farahbakhsh, Rasoul Hamidzadeh Moghadam, Application of AVO Attributes and Fluid Replacement in Determining AVO Anomaly; Case Study of Aboozar Oil Field, Iran, Journal of Tethys: Vol. 2, No. 3, 242-253.

Mario Di Luca, Trino Salinas, Juan F. Arminio, Gabriel Alvarez, Pedro Alvarez, Francisco Bolivar, and William Marín, Seismic inversion and AVO analysis applied to predictive-modeling gas-condensate sands for exploration and early production in the Lower Magdalena Basin, Colombia, The Leading Edge, 2014, 746-756.

Nisar Ahmed, Pervez Khalid, Shahid Ghazi and Abdul Waheed Anwar, AVO forward modeling and attributes analysis for fluid's identification: a case study Acta Geodaetica et Geophysica, 50(4), 377-390, 2015.

Qi Lu, Chao Song and Cai Liu, A new prestack three-parameter amplitude variation with offset inversion method, Journal of Geophysics and Engineering, 15, 1300-1309, 2018.

Mandal, A. and E. Srivastava, Enhanced structural interpretation from 3D seismic data using hybrid attributes: New insights into fault visualization and displacement in Cretaceous formations of the Scotian Basin, offshore Nova Scotia. Marine and Petroleum Geology, 2017.

Hansen, D.M., et al., Development of a major polygonal fault system in Upper [6].Cretaceous chalk and Cenozoic mudrocks of the Sable Subbasin, Canadian Atlantic margin. Marine and Petroleum Geology, 2004. 21 (9): p. 1205-1219.

Wade, J. and B. MacLean, The geology of the southeastern margin of Canada. Geology of the continental margin of eastern Canada: Geological Survey of Canada, Geology of Canada, 1990. 2: p. 167-238.

Jansa, L. and J. Wade, Geology of the continental margin off Nova Scotia and Newfoundland. Offshore geology of eastern Canada, 1975. 2: p. 74-30.

Chao Li, J. Zhang, Bayesian AVO inversion with consistent angle parameters. Journal of Applied Geophysics, 139 (2017) 246-256.

Zandt, et al., Inverse Problems in Geophysics Geos 567. 2009.

Tikhonov AN, Arsenin VY., Solution of Ill-posed problems. New York: Winston-Wiley.1977.

Mohammadi, N., Rahami, H., Gholami, A., Comparison of surface wave tomography results using the first order Tikhonov regularization and Yanovskaya-Ditmar (1990) method, JRAG, 2019, Vol5, No1.

Eshaghzadeh, A., Gholami, A., Comparison of the stability of the downward continuation of gravity field by using the Tikhonov regularization and improved regularization

جدول ۱: راهنمای نمادها

نماد	عنوان
$\rho$	چگالی
$\alpha$	سرعت موج تراکمی
$\beta$	سرعت موج برشی
$R(\theta)$	ضریب بازتاب موج تراکمی در زاویه $\theta$
$R$	ماتریس رزولوشن مدل
$R_p$	مقاومت صوتی موج تراکمی
$R_s$	مقاومت صوتی موج برشی
$d$	ماتریس داده‌های مدل
$G$	ماتریس مدل
$m$	ماتریس پارامترهای مدل
$m_{ts}$	ماتریس پارامترهای مدل کمترین مربعات
$m_{tikh}$	ماتریس پارامترهای مدل تیخونوف
$m^{tru}$	مقدار واقعی پارامترهای مدل
$m^{est}$	مقدار تخمینی پارامترهای مدل
$COV_m$	ماتریس کوواریانس مدل
$COV_{ts}$	ماتریس کوواریانس مدل کمترین مربعات
$COV_{tikh}$	ماتریس کوواریانس مدل تیخونوف

## ۹- منابع

Downton, J. E., Seismic parameter estimation from AVO inversion, 2005.

Zoeppritz, K., On the reflection and propagation of seismic waves at discontinuities. Erdbebenwellen VIIIB, 1919: p. 66-84.

Muskat, M. and M. Meres, Reflection and transmission coefficients for plane, 1940.

Biot, M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. The Journal of the acoustical Society of America, 1956. 28 (2): p. 179-191.

Wyllie, M.R.J., A.R. Gregory, and L.W. Gardner, Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media. Geophysics, 1956. 21 (1): p. 41-70.

P.C.H., Veeken and M. Rauch-Davies, AVO attribute analysis and seismic reservoir characterization, First Break, Vol 24, No 2, 2006. pp. 41-52.

Roohollah Parvizi, Gholam Hossain Norouzi and Fereydoun Sahabi, Amplitude versus Offset (AVO) Technique for Light Hydrocarbon Exploration: A Case Study I.J.M.G.E., Vol. 45, No.1, 2011, PP. 81-86.

Tian Jun, Wu Guocheng and Zong Zhaoyun Robust three term AVO inversion and uncertainty analysis. Oil Geophysical Prospecting, 48, 443-9, 2013.

- Margrave, G. F., Lawton, D. C., and Stewart, R. R. (1998). Interpreting channel sands with 3c-3d seismic data. *The Leading Edge*, 17 (4): 509-51.
- Russell, B., 1988- Introduction to seismic inversion methods, The SEG course notes series.
- Xiangchun Wang. And Dongyang Pan., "Application of AVO attribute inversion technology to gas hydrate identification in the Shenhu Area, South China sea", 2016.
- operators, *JRAG*, 2019, Vol5, No1.
- Abbasi, M., Gholami, A., Bayesian linearized AVO inversion for prediction of Rock Parameters, *JRAG*, 2019, Vol.4, No.2.
- Campbell, T.J., et al., Interpretation of the Penobscot 3D seismic volume using constrained sparse spike inversion, Sable sub-Basin, offshore Nova Scotia. *Marine and Petroleum Geology*, 2015. 68: p. 73-93.



## AVO analysis and inversion of Aki & Richards equation using Tikhonov solution in order to identify gas-bearing layers

Donya Soltani<sup>1</sup>, Saeed Mojeddifar<sup>2\*</sup> and Mohsen Hemmati Chegeni<sup>2</sup>

1. M.Sc. Student of Mining Engineering, Department of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran.

2. Assistant Professor, Department of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran.

Received: 24 April 2019; Accepted: 26 February 2020

Corresponding author: [mojeddifar@yahoo.com](mailto:mojeddifar@yahoo.com)

### Keywords

Seismic inversion  
Acoustic impedance  
AVO analysis  
Least square  
Tikhonov regularization

### Summary

This work used the prestack seismic data of Penobscot reservoir in Canada to identify gas-bearing layers using amplitude versus offset (AVO) processing. Prestack seismic data was used in ten different angles from 3 to 30 degrees to estimate the reflection coefficients of compressional velocity, shear velocity, density and acoustic impedance. Least square and Tikhonov regularization solutions were applied to invert the Aki & Richards equation. Model covariance matrix showed that Tikhonov regularization had less variance of estimation in comparison to least square solution. Therefore, Tikhonov method was used to calculate the seismic attributes in the studied cross-line.

The results showed that reflection coefficient of shear velocity and density could accurately differentiate gas-bearing layers.

### Introduction

The information driven from wells are capable of determining the reservoir characteristics more precisely and distinctly than seismic data, but such data show much lower resolution horizontally. Therefore, seismic data have gained attention due to their better lateral resolution and their ability to provide the structural information for geologists. The objective of seismic AVO (amplitude variation with offset) inversion is to achieve the physical and elastic properties of subsurface layers using the prestack gathers. Its theory is based on Zoeppritz equations, which provides exact descriptions of the AVO phenomena at elastic interfaces. However, it is too complicated to obtain stable seismic inversion results. Thus, the approximation proposed by Aki and Richards is widely used in inversions.

### Methodology and Approaches

Aki and Richards approximation has three unknown seismic attributes (the reflection coefficients of compressional velocity, shear velocity and density), which should be derived from seismic data. This study applies the algebra technique to obtain the unknown parameters. A typical feature of inverse problems is that they are ill-posed, and a unique solution may not exist and small errors in the data may cause large variations in the estimation of inverse modeling parameters. One of the best known and most used regularization methods is Tikhonov regularization. This research work estimates the seismic attributes in the Penobscot region using Tikhonov regularization.

### Results and Conclusions

Well L30 was drilled in Cross-line 1153 and gas-bearing layers were found in time range of 2000-2036 ms. In general, gas layers could decrease P-wave velocity and slightly increase S-wave velocity. Therefore, the variation of the P-wave and S-wave reflection with offset can be used as a direct hydrocarbon indicator. The reflection coefficient of shear velocity and density could detect the gas layers with high accuracy.