

Two-qutrit Nonorthogonal Systems and their Entanglement Dynamics under XX Hamiltonian and DM Interaction¹

Mehrzaad Ashrafpour^{*2}, Hamdollah Salehi³ and Mehdi Khanzadeh⁴

Received: 2020.03.01

Accepted: 2020.07.27

Abstract

In this work, we study entanglement dynamics in a two-qutrit system under the XX Hamiltonian, in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and external magnetic field. Using the generalized concurrence as an entanglement measure, their entanglement dynamics are investigated by numerical computation and the appropriate graphs as a function of the parameters are depicted. The generalized concurrence measure changes for different values of interaction and non-phase coherence parameters can be investigated. It is observed that the entanglement dynamics variations range of these states is changed between maximum entanglement or no entanglement in qutrit systems, depending on the choice of the parameters involved.

keywords: *Entanglement Dynamics, Generalized Concurrence, Qutrit, Coherent State, DM Interaction.*

¹ DOI: 10.22051/jap.2020.30526.1157

² Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. (Corresponding Author). Email: mehrzadashrafpour@yahoo.com

³ Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. Email: salehi_h@scu.ac.ir

⁴ M.Sc. in Physics, Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. Email: mehdi779046@hotmail.co

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا
سال دهم، پیاپی ۲۰، بهار ۱۳۹۹

مقاله پژوهشی

دینامیک درهم تنیدگی حالت‌های غیرمتعامد دو کیوتریتی تحت هامیلتونی XX و برهمکنش اسپین-مدار^۱

مهرزاد اشرف پور*^۲، حمداله صالحی^۳ و مهدی خانزاده^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۷

چکیده

در این کار دینامیک درهم تنیدگی حالت‌های هم‌دوس دو کیوتریتی تحت هامیلتونی XX و برهمکنش دزیالوشینسکی-موریا و میدان مغناطیسی خارجی بررسی می‌شود. با استفاده از سنجۀ درهم تنیدگی کانکرنس تعمیم یافته، با محاسبات عددی و رسم نمودارهایی بر حسب پارامترهای تأثیرگذار، دینامیک درهم تنیدگی آن‌ها تجزیه و تحلیل می‌شود. تغییرات سنجۀ کانکرنس تعمیم یافته به ازای پارامترهای هم‌دوسی غیر هم‌فاز و اندرکنشی بررسی شد. دامنه تغییرات دینامیک درهم تنیدگی حالت معرفی شده به ازای پارامترهای تأثیرگذار در بازۀ صفر تا بیشینه درهم تنیدگی برای سامانه‌های کیوتریتی نوسان می‌کند.

واژگان کلیدی: دینامیک درهم تنیدگی، کانکرنس تعمیم یافته، کیوتریتی، حالت هم‌دوس، برهم‌کنش اسپین-مدار.

^۱ DOI: 10.22051/jap.2020.30526.1157

^۲ استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. (نویسنده مسئول).

mehrzadashrafpour@yahoo.com

^۳ دانشیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. salehi_h@scu.ac.ir

^۴ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

mehdi779046@hotmail.com

۱. مقدمه

بعد از انتشار مقاله EPR، درهم‌تنیدگی از اهمیت ویژه‌ای در مکانیک کوانتومی برخوردار شده و نقش مهمی در فرایند اطلاعات کوانتومی بازی می‌کند [۵-۱]. سامانه‌های حالت جامد به‌ویژه زنجیره‌های اسپینی یکی از گزینه‌های مناسب برای پردازش اطلاعات کوانتومی است. زنجیره‌های اسپینی را می‌توان به عنوان کانال برای ارتباطات کوانتومی کوتاه‌برد استفاده کرد [۶]. در سال‌های اخیر، در زمینه سامانه سه‌بعدی (کیوتربیتی) نیز تحقیقاتی انجام شده است. این بررسی‌ها نشان می‌دهد که این گونه سامانه‌ها برتری‌هایی بر سامانه‌های دوبعدی دارند. از جمله این برتری‌ها می‌توان وجود امنیت بیشتر در کدگذاری کوانتومی و قابلیت‌های بیشتر در گاه‌های کوانتومی و پروتکل‌های کوانتومی ایمن‌تر و بهتر را نام برد [۷-۹]. در این مقاله، دینامیک درهم‌تنیدگی برهم‌نهی‌هایی از حالت‌های همدوس اسپینی کیوتربیتی که تحت هامیلتونی XX در حضور اندرکنش اسپین-مدار (DM) و میدان خارجی هستند، بررسی می‌شود. برعکس برهمکنش هایزنبرگ که تمایل به موازی کردن اسپین‌های همسایه دارد، اثر برهم‌کنش DM در اسپین‌ها به گونه‌ای است که آن‌ها را در راستای عمود بر یکدیگر می‌چرخاند، که این چرخش باعث افزایش درهم‌تنیدگی در زنجیره‌های اسپینی می‌شود. این موضوع نه تنها برای اثر فرومغناطیس ضعیف بلکه در بررسی آرایش اسپینی در آثار پادفرومغناطیس هم اهمیت دارد [۱۰، ۱۱]. با بررسی و محاسبات سنجه‌آی-کانکرنس مربوط به هر حالت، پارامترهای اندرکنشی و همدوسی تأثیرگذار در تحول زمانی درهم‌تنیدگی هر یک از حالت‌های معرفی شده در این کار تجزیه و تحلیل می‌شود.

۲. توصیف مدل

سنجه‌به کاررفته در این پژوهش کانکرنس تعمیم‌یافته است [۱۲، ۱۳]، که برای یک سامانه دوجزئی شامل اجزاء A و B به صورت زیر تعریف می‌شود

$$IC(|\psi^{AB}\rangle) = \sqrt{2(1 - \text{tr}(\text{tr}_B|\psi^{AB}\rangle\langle\psi^{AB}|)^2)} \quad (1)$$

با نوشتن حالت چنین سامانه‌ای به صورت

$$|\psi^{AB}\rangle = \sum_{i,j} c_{i,j} |i^A, j^B\rangle \quad (2)$$

می‌توان IC را به صورت زیر بازنویسی کرد [۱۴]،

$$IC(|\psi^{AB}\rangle) = 2\sqrt{\sum_{i^A, j^A, i'^A, j'^A} |c_{i,j}c_{i',j'} - c_{i',j}c_{i,j'}|^2} \quad (3)$$

کانکرنس تعمیم‌یافته که در رابطه (۳) تعریف شده است، به عنوان معیار درهم‌تنیدگی سامانه‌های دوجزئی با ابعاد دلخواه استفاده می‌شود. مقدار آن برای حالت جدائی‌پذیر برابر صفر و برای حالت‌های کیوتربیتی با بیشینه درهم‌تنیدگی برابر $\sqrt{4/3}$ است.

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهراء، سال دهم، پیاپی ۲۰، بهار ۱۳۹۹ / ۷

علاوه بر این، مدل استفاده شده در این مقاله، مدل هایزنبرگ XX است. مدل هایزنبرگ XX در حضور اندرکنش اسپین مدار (DM) و میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی را به صورت زیر در نظر می گیریم،

$$H = \sum_i J (S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y) + B \cdot \sum_i \vec{S}_i + \vec{D} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_{i+1}) \quad (4)$$

که در آن، J پارامتر جفت شدگی بین نزدیک ترین همسایه ها در زنجیره اسپینی و جمع روی i نشان دهنده تعداد اسپین ها و جمله آخر برهم کنش جفت شدگی اسپین مدار است [۱۷-۱۵]. با انتخاب $B = B\hat{z}$ و $\vec{D} = D_z \hat{z}$ برای زنجیره دو کیوتربیتی خواهیم داشت:

$$H = J[(S^x \otimes S^x) + (S^y \otimes S^y)] + B(S_1^z \otimes I + I \otimes S_2^z) + iD_z (S^x \otimes S^y - S^y \otimes S^x) \quad (5)$$

که در آن S^x ، S^y و S^z عملگرهای اسپین واحد هستند.

هم چنین می توان حالت های همدوس اسپینی را در صورت زیر تعریف کرد [۱۸]:

$$|\alpha, j\rangle = \frac{1}{(1+|\alpha|^2)^j} \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{m+j}^{\frac{1}{2}} \alpha^{j+m} |j, m\rangle \quad (6)$$

که در آن، $|j, m\rangle$ ویژ بردارهای عملگر تکانه زاویه ای J_z و J^2 با ویژه مقادیر m و $j(j+1)$ هستند. برای $j = 1$ داریم:

$$|\alpha, 1\rangle = \frac{1}{(1+|\alpha|^2)} (|-1\rangle + \sqrt{2} \alpha |0\rangle + \alpha^2 |1\rangle) =: |\alpha\rangle \quad (7)$$

که در آن داریم

$$|1, 0\rangle =: |0\rangle, |1, 1\rangle =: |1\rangle, |1, -1\rangle =: |-1\rangle \quad (8)$$

یکی از ساده ترین حالت های خالص درهم تنیده دو کیوتربیتی را که از برهم نهی حالت های جدایی پذیر همدوس ناشی شده است، می توان به صورت زیر نوشت،

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} (\cos \theta |\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle + e^{i\varphi} \sin \theta |\alpha'\rangle \otimes |\beta'\rangle) \quad (9)$$

که در آن، با غیر هم فاز در نظر گرفتن پارامترهای همدوسی جمله دوم در برهم نهی بالا $(\alpha' = -i\alpha, \beta' = -i\beta)$ و همچنین برای کاهش پارامترهای مجهول با قرار دادن $\alpha = \beta$ در نهایت در فضای هیلبرت $H_1 \otimes H_2$ برای $|\psi\rangle$ داریم:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}(1+|\alpha|^2)^2} \begin{pmatrix} \alpha^4 (\cos \theta + e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \sqrt{2} \alpha^3 (\cos \theta + i e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \alpha^2 (\cos \theta - e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \sqrt{2} \alpha^3 (\cos \theta + i \sqrt{2} \alpha^3 e^{i\varphi} \sin \theta) \\ 2\alpha^2 (\cos \theta - e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \sqrt{2} \alpha (\cos \theta - i e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \alpha^2 (\cos \theta - e^{i\varphi} \sin \theta) \\ \sqrt{2} \alpha (\cos \theta - i e^{i\varphi} \sin \theta) \\ (\cos \theta + e^{i\varphi} \sin \theta) \end{pmatrix} \quad (10)$$

۸ / دینامیک درهم‌تنیدگی حالت‌های غیرمتعامد دو کیوتربیتی تحت هامیلتونی XX و برهمکنش اسپین-مدار

در رابطه (۱۰)، N ضریب بهنجارش است و به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$N = \frac{1}{(1+|\alpha|^2)^4} [(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \cos 2\theta \cos \varphi) + 4\alpha^2(1 + \sin 2\theta \sin \varphi) + 5\alpha^4(1 - \sin 2\theta \cos \varphi) + \alpha^4(1 - \sin 2\theta \cos \varphi) + 4\alpha^6(1 - \sin 2\theta \sin \varphi) + \alpha^8(1 + \sin 2\theta \cos \varphi)] \quad (11)$$

با اثر عملگر تحول زمانی، حالت وابسته به زمان به صورت زیر به دست می‌آید،

$$|\psi(t)\rangle = U|\psi\rangle \quad (12)$$

که در آن، $U = e^{-iHt}$ و H در رابطه (۵) تعریف شده است. اکنون می‌توان حالت تحول یافته زمانی $|\psi\rangle$ ، یعنی $|\psi(t)\rangle$ را، به دست آورد:

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}(1+|\alpha|^2)^2} \begin{pmatrix} \alpha^4(\cos\theta + e^{i\varphi}\sin\theta)e^{-iBt} \\ \sqrt{2}\alpha^3(\cos\theta + ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{-\frac{iBt}{2}} + \sqrt{2}\alpha^3(\cos\theta + i\sqrt{2}\alpha^3e^{i\varphi}\sin\theta)e^{(-iI+D_2)t} \\ 2\alpha^2(\cos\theta - e^{i\varphi}\sin\theta)e^{(-iI+D_2)t} \\ \sqrt{2}\alpha^3(\cos\theta + ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{-i(I+D_2)t} + \sqrt{2}\alpha^3(\cos\theta + i\sqrt{2}\alpha^3e^{i\varphi}\sin\theta)e^{-\frac{iBt}{2}} \\ \alpha^2(\cos\theta - e^{i\varphi}\sin\theta)e^{-i(I+D_2)t} + \alpha^2(\cos\theta - e^{i\varphi}\sin\theta)e^{(-iI+D_2)t} \\ \sqrt{2}\alpha(\cos\theta - ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{-\frac{iBt}{2}} + \sqrt{2}\alpha(\cos\theta - ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{(-iI+D_2)t} \\ 2\alpha^2(\cos\theta - e^{i\varphi}\sin\theta)e^{-i(I+D_2)t} \\ \sqrt{2}\alpha(\cos\theta - ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{-i(I+D_2)t} + \sqrt{2}\alpha(\cos\theta - ie^{i\varphi}\sin\theta)e^{-\frac{iBt}{2}} \\ (\cos\theta + e^{i\varphi}\sin\theta)e^{iBt} \end{pmatrix} \quad (13)$$

با استفاده از رابطه (۱۳) و محاسبه C_{ij} های معرفی شده در رابطه (۳) و جایگذاری رابطه (۱۱) در آن، می‌توان آی-کانکرنس را برای حالت تحول یافته تحت هامیلتونی معرفی شده با رابطه (۵) محاسبه کرد.

۳. نتایج

الف. بررسی تحول زمانی درهم‌تنیدگی

در ابتدا، برای رابطه (۹) به ازای مقادیر حقیقی α ، β' و β' با بیشینه‌سازی بیشینه آی-کانکرنس برابر 1.154579963 است (که البته کمتر از $\sqrt{4/3}$ یعنی بیشینه مقدار آی-کانکرنس برای کیوتربیتی‌های کاملاً درهم‌تنیده است) و به ازای مقادیر زیر حاصل می‌شود:

$$\alpha = 3.532156924, \beta = 1.148824352, \alpha' = 0.8703574747, \beta' = 0.2829832198, \\ \theta = 0.02189286263, \phi = -0.0004427410911, \\ j = 2.572762964, D_z = 0.9646244345$$

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهراء، سال دهم، پیاپی ۲۰، بهار ۱۳۹۹ / ۹

هم‌چنین، با فرض $(\alpha' = -i\alpha, \beta' = -i\beta)$ ، بیشینه آی-کانکرنس برابر 1.1180339631 به دست می‌آید و به ازای مقادیر زیر حاصل می‌شود:

$$\alpha = 54.37159935326909, \beta = -0.000018246662752784085$$

$$\theta = 0.04302901950985002, \phi = -1.5727047105935013$$

$$j = 0.33720521305431295, D_z = 0.9999789309980838$$

اکنون با فرض $\alpha = \beta$ که سبب ایجاد حالت تحول یافته بیان شده در معادله (۱۳) شد و به دست آوردن کانکرنس تعمیم یافته برای این حالت، با بیشینه سازی روی کانکرنس تعمیم یافته مربوط به حالت معرفی شده در رابطه (۱۳) بیشینه آن برابر 1.14895426 است، که به ازای مقادیر زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = -0.8608674558787428, \theta = -1.8871161074734208$$

$$\phi = 1.0667391496404794, j = 1.463573473502911$$

$$D_z = 1.646201481301577 \times 10^{-7}$$

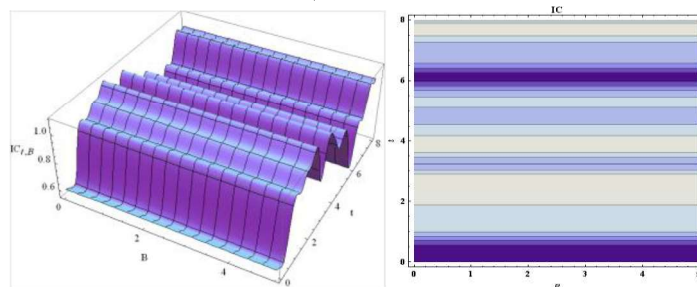
کمترین مقدار آی-کانکرنس نیز با کمینه سازی روی کانکرنس مربوط به حالت معرفی شده در رابطه (۱۳) برابر صفر است، که به ازای مقادیر زیر حاصل می‌شود:

$$\alpha = -3.809540517999054 \times 10^{-10}, \theta = 0.5166558356475567$$

$$\phi = -0.5291027394545363, j = 1.6964156181263952$$

$$D_z = 0.6110707954006921$$

اکنون اثر میدان B را در درهم تنیدگی سامانه بررسی می‌کنیم. در شکل (۱) نمودار آی-کانکرنس بر حسب B و t و با جایگذاری $D_z = j = 1, \phi = 0, \alpha = 1$ و $\theta = -\pi/4$ و نمودار پربندی آن رسم شده است. درهم تنیدگی با شروع زمان افزایشی است اما در ادامه کم و زیاد می‌شود و این مجموعه فرینه‌ها با زمان تکرار می‌شود. همان طور که مشاهده می‌کنید دامنه تغییرات سنجه در بازه ۰/۶ تا مقدار بیشینه برای یک سامانه کیوتربیتی است و مرگ ناگهانی درهم تنیدگی مشاهده نمی‌شود. در ادامه، در پارامتر برهم نهی $\theta = -\pi/4$ و ثابت‌هایی که در بالا انتخاب شده بود تحول سامانه بررسی و برای این پارامتر برهم نهی دامنه تغییرات سنجه کانکرنس تعمیم یافته کوچک‌تر از حالت قبل شده و در بازه ۰/۹ تا مقدار بیشینه سنجه برای سامانه‌های کیوتربیتی تغییر می‌کند و هم‌چنین مثل حالت قبل مرگ ناگهانی درهم تنیدگی مشاهده نشد.

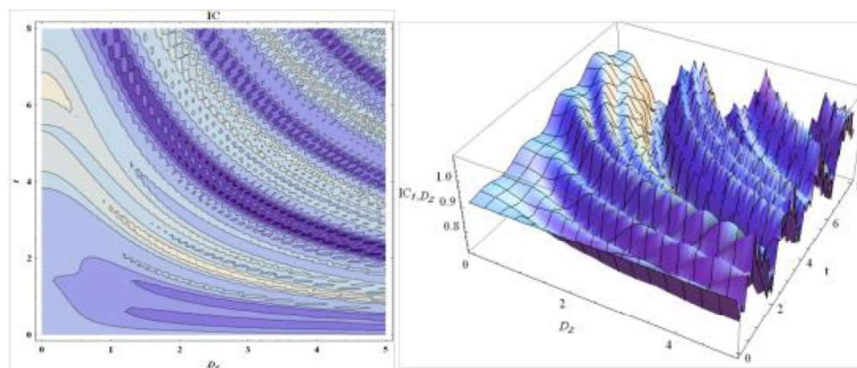


شکل ۱ نمودار آی-کانکرنس بر حسب (B, t) و به ازای $D_z = j = 1, \phi = 0, \alpha = 1$ و $\theta = -\pi/4$.

۱۰ / دینامیک درهم‌تنیدگی حالت‌های غیرمتعامد دو کیوتریتی تحت هامیلتونی XX و برهمکنش اسپین-مدار

و نمودار پربندی آن.

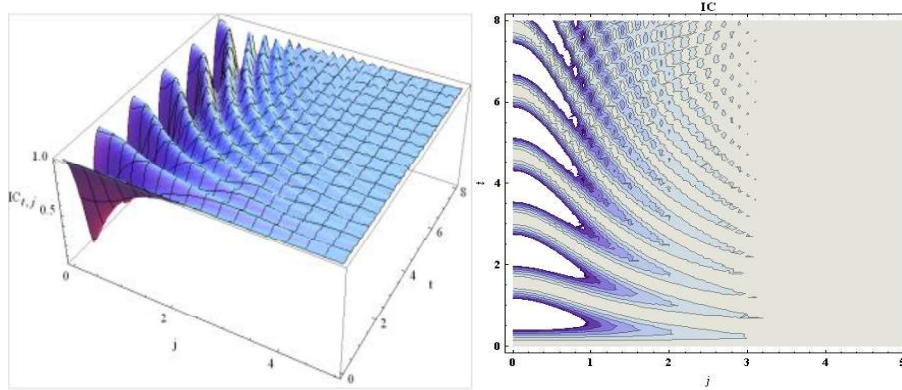
در شکل (۲) نمودار آی-کانکرنس بر حسب D_z و t و نمودار پربندی آن رسم شده است. مطابق انتظار، با افزایش D_z ، آی-کانکرنس افزایش می‌یابد زیرا با توجه به ویژگی‌های اثر دزیالوشنسکی-موریا، این اثر درون‌ساختاری باعث افزایش همبستگی‌های اجزاء تشکیل‌دهنده سامانه می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌کنید، تغییرات سنجه کانکرنس تعمیم‌یافته در بازه $0/7$ تا بیشینه درهم‌تنیدگی سامانه‌های کیوتریتی در حال نوسان است. مطابق این شکل برای D_z / j های کوچک مقدار سنجه، در ابتدای تحول شروع به افزایش می‌کند و دامنه تغییرات آن در بازه $0/9$ تا مقدار بیشینه سنجه برای سامانه‌های کیوتریتی است. اما برای مقادیر بزرگ D_z / j در شروع تحول مقدار درهم‌تنیدگی کاهش می‌یابد و دامنه تغییرات آن در بازه $0/7$ تا مقدار بیشینه سنجه برای سامانه‌های کیوتریتی نوسان می‌کند. بررسی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که هر چه از پارامتر همدوسی بیشینه‌کننده به ازای ثابت‌های در نظر گرفته شده برای نمودار (۲)، دور شویم (برای $\alpha < 1$ یا $\alpha > 1$) بازه تغییرات درهم‌تنیدگی سامانه مورد مطالعه افزایش می‌یابد.



شکل ۲ آی-کانکرنس بر حسب D_z و t به ازای $B = j = 1$ و $\phi = \frac{\pi}{4}$ و $\theta = \pi/4$ ، $\alpha = 1$ و نمودار پربندی آن.

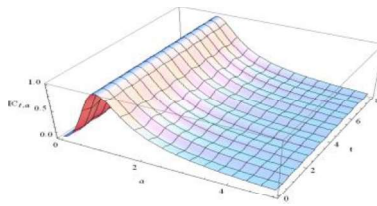
برای بررسی چگونگی تأثیر پارامتر تبدیلی زدر شکل (۳)، نمودار آی-کانکرنس بر حسب t و D_z به ازای ثابت‌های $B = D_z = 1$ و $\phi = \pi$ ، $\alpha = 0.05$ و $\theta = \pi/4$ و نمودار پربندی آن رسم شده است. افزایش ز ابتدا باعث افزایش درهم‌تنیدگی و در ادامه تغییرات آن با گذشت زمان به سمت ثابت شدن می‌رود.

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهراء، سال دهم، پیاپی ۲۰، بهار ۱۳۹۹ / ۱۱



شکل ۳ نمودار آی-کانکرنس بر حسب j و t به ازای $B = D_z = 1$ و $\phi = \pi$ ، $\alpha = 0.05$ و $\theta = \pi/4$ و نمودار پربندی آن.

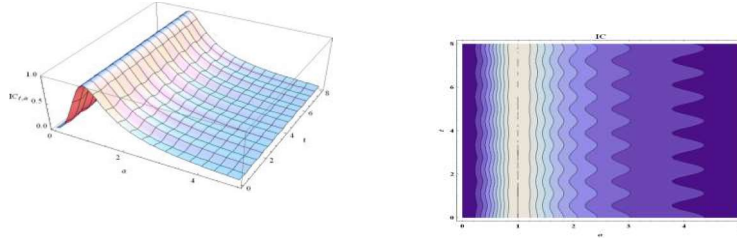
شکل (۴) نمودار آی-کانکرنس بر حسب (α, t) و به ازای $\theta = \pi/4$ ، $\phi = 0$ ، $B = D_z = j = 1$ را نشان می دهد.



شکل ۴ نمودار آی-کانکرنس بر حسب (α, t) به ازای $\theta = \pi/4$ ، $\phi = 0$ ، $B = D_z = j = 1$.

مطابق انتظار، بیشینه آی-کانکرنس با گذشت زمان به ازای مقدار مشخص $\alpha = 1$ برابر یک است، که وابسته به زمان نیست. با دور شدن از پارامتر همدوسی بیشینه کننده $\alpha = 1$ مقدار درهم تنیدگی کاهش و با گذشت زمان در دامنه های کوچکی نوسان می کند. در شکل (۵)، نمودار آی-کانکرنس بر حسب (α, t) به ازای $B = D_z = j = 1$ و $\theta = -\pi/4$ ، $\phi = \pi$ و نمودار پربندی آن نیز نشان داده شده است. همانطور که در شکل های (۴) و (۵) می بینید، تغییر پارامتر برهم نهی θ و ϕ به اندازه $\Delta\phi = \pi$ و $\Delta\theta = \pi$ هیچ تغییری در دینامیک درهم تنیدگی حالت معرفی شده در این کار ایجاد نمی کند. زیرا با توجه به رابطه (۹) تغییری در برهم نهی حالت های همدوس معرفی شده ایجاد نمی کند.

۱۲ / دینامیک درهم‌تنیدگی حالت‌های غیرمتعامد دو کیوتربیتی تحت هامیلتونی XX و برهمکنش اسپین-مدار



شکل ۵ نمودار آی-کانکرنس بر حسب (α, t) به ازای $(\theta = -\pi/4, \phi = \pi, B = D_z = j = 1)$ و نمودار پربندی آن.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، دینامیک درهم‌تنیدگی برهم‌نهی از حالت‌های همدوس دو کیوتربیتی با پارامترهای همدوسی غیر هم فاز در حضور برهم‌کنش DM و میدان مغناطیسی بررسی شد. دینامیک درهم‌تنیدگی حالت معرفی شده در این کار را به صورت توابعی از متغیرهای ذریعته بررسی و برای این برهم‌نهی، بیشترین میانگین IC در $\alpha = 1$ به دست آمد؛ با دور شدن از α های بیشینه‌کننده در هر جهتی میانگین IC کاهش می‌یابد. با فرض تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت در تک تک اجزاء سامانه، مشاهده شد که افزایش میدان در یک زمان معین تأثیری در میزان درهم‌تنیدگی ندارد. بنابراین، حضور میدان خارجی هیچ‌گونه تغییری در درهم‌تنیدگی کل سامانه نخواهد گذاشت. هم‌چنین، تأثیر میدان‌های داخلی در درهم‌تنیدگی نشان داد که با تغییر D_z درهم‌تنیدگی سامانه به صورت نوسانی در بازه کمینه و بیشینه سنج استفاده شده در این کار تغییر و مرگ ناگهانی درهم‌تنیدگی مشاهده نمی‌شود و افزایش D_z میانگین درهم‌تنیدگی را در یک بازه زمانی کاهش می‌دهد.

۵. تقدیر و تشکر

این تحقیق توسط دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران [Grant No. Scu.Sp98.479] پشتیبانی شد.

منابع

- [1] Audretsch J., *Entangled World: The Fascination of Quantum Information and Computation*, WILLY-VCH, Verlag GmbH, (2006).
- [2] Jafarpour M. and Ashrafpour M., "An Entanglement Study of Superposition of Qutrit Spin-Coherent States"; *Journal of Sciences* **22**, No.2, 165-169(2011).
- [3] Sabour A., Jafarpour M. and Ashrafpour M., "Dynamics of localizable entanglement in a qutrit chain with Dzyaloshinskii-Moriya interaction", *Quantum Inf. Process.* **12**, 1287-1297(2013).
- [4] Jafarpour M. and Sabour A., "A useful strong lower bound on two-qubit concurrence", *Quantum Inf. Process*, DOI 10.1007/s11128-011-0288-0 (2011).

- [5] Naji A. and Jafarpour M., "Squeezing and entanglement in multi-qutrit systems", *Quantum Inf. Process.* DOI 10.1007/s11128-013-0574-0 (2013).
- [6] S. Bose, "Quantum Communication through an Unmodulated Spin Chain", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 207901(2003).
- [7] Cerf N. J., Bourennane M., A. Karlsson, and N. Gisin, "Security of quantum key distribution using d-Level systems", *Phys. Rev. Lett* **88**, 127902 (2002).
- [8] Durt T., Cerf N. J., Gisin N., and Zukowski M., "Security of quantum key distribution with entangled qutrits", *Phys. Rev. A* **67**, 012311 (2003).
- [9] Jafarpour M. and Ashrafpour M., "Entanglement dynamic of a two-qutrit system under DM interaction and the relevance of the initial state", *Quantum Inf. Process.* **12**, 761-772 (2012).
- [10] Anderson P. W., "Antiferromagnetism theory of superexchange interaction", *Phys. Rev.* **79**, 350 (1950).
- [11] Aristov D. N, Maleyev S. V., "Spin chirality induced by the Dzyaloshinskii- Moriya interaction and polarized neutron scattering", *Phys. Rev. B* **62**, R751-R754 (2000).
- [12] Rungta P., Buzek V., Caves C. M., Hillery M., and Milburn G. J., "Universal state inversion and concurrence in arbitrary dimensions", *Phys. Rev. A* **64**, 042315 (2001).
- [13] Rungta P., Caves C. M., "I-concurrence and tangle for isotropic states", *arXiv: quant-ph/0208002v1* (2002).
- [14] Huang Y, Qiu D., "Concurrence vectors of multipartite states based on coefficient matrices", *Quantum Inf. Process.* **11**, 235-234(2011).
- [15] Dzialoshinski I., "A Thermodynamic theory of weak ferromagnetism of antiferromagnetics", *J. Phys. Chem. Solid* **4**, 241-255(1958).
- [16] Moriya T., "New mechanism of anisotropic superexchange interaction", *Phys. Rev. Lett* **4**, 228-230 (1960).
- [17] Moriya T., "Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism", *Phys. Rev.* **120**, 91-98(1960).
- [18] Radcliffe J. M., "Some properties of coherent spin states", *J. Phys. A* **4**,313(1971).