

Research Paper

# The Effect of Plasma Flow on the Longitudinal Standing Waves in Magnetic Flux Tubes with a Perturbation Approach<sup>1</sup>

Karam Bahari<sup>2</sup>

Received: 2021.05.16

Revised: 2021.07.15

Accepted: 2021.08.11

## Abstract

In this paper, the standing magnetohydrodynamic slow waves in the magnetic flux tubes are investigated under coronal conditions. The temperature and equilibrium plasma density of the tube is assumed to be homogeneous and constant and the compressive viscosity is considered as the damping mechanism. Also, the plasma flow is considered in the flux tube. Assuming that the damping rate to be much smaller than the oscillation frequency of the waves, the perturbation method is used to solve the problem. The oscillation frequency and the eigenfunctions are found from the first-order perturbation while the damping rate is determined from the second-order perturbation. To increase the flow speed makes the oscillation frequency decreases and the damping rate increases. Also, increasing each of the flow speed and background temperature of the tube, decreases the ratio of the damping time to the oscillation period. But this ratio increases due to the increasing the length of the tube. The results found here are consistent with the theoretical results obtained earlier. Also, the obtained results can justify some observational cases.

**Keywords:** *Solar Corona, Magnetic Fields, Oscillations.*

---

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/jjap.2021.36119.1212

<sup>2</sup> Assistant Professor, Physics Department, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: karam.bahari@gmail.com

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۳۲ - ۴۶

مقاله پژوهشی

## اثر جریان پلاسما بر امواج طولی ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی با رهیافت اختلالی<sup>۱</sup>

کرم بهاری<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۲۶

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۰

### چکیده

در این مقاله، امواج مغناطو (مانیتو) هیدرودینامیکی آرام را در لوله‌های شار مغناطیسی تحت شرایط وابسته به تاج خورشید بررسی می‌کنیم. دما و چگالی پلاسماى زمینه لوله را همگن و ثابت و چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میرایی فرض می‌کنیم. همچنین جریان پلاسما را نیز در لوله در نظر می‌گیریم و با فرض بر این که آهنگ میرایی بسیار کوچک‌تر از بسامد نوسان امواج است، روش اختلال را برای حل معادلات حرکت به کار می‌گیریم. بسامد نوسان و ویژه‌توابع نوسان از تقریب مرتبه اول اختلال و آهنگ میرایی از تقریب مرتبه دوم اختلال به دست می‌آید. افزایش تندی جریان در لوله باعث کاهش بسامد نوسان و افزایش آهنگ میرایی می‌شود. همچنین افزایش هر یک از موارد تندی جریان و دمای زمینه لوله، سبب کاهش نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج می‌شود، اما افزایش طول لوله این نسبت را زیاد می‌کند. نتایج به دست آمده از این مطالعه با نتایج نظری که از پیش در این زمینه در اختیار

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/ijap.2021.36119.1212

<sup>2</sup> استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. Email: karam.bahari@gmail.com

است، همخوانی دارد. همچنین نتایج به دست آمده در این پژوهش می تواند شماری از یافته های مشاهداتی را توجیه کند.

**واژگان کلیدی:** تاج خورشید، میدان های مغناطیسی، نوسان ها.

## ۱. مقدمه

از زمان بهره برداری از ماهواره های تریس<sup>۳</sup> و سوهو<sup>۴</sup> شواهد مشاهداتی زیادی مبنی بر وجود امواج مغناطو (مانیتو) هیدرودینامیکی<sup>۵</sup> آرام در جو خورشید به دست آمده است. تغییرات دوره ای چگالی در منابع [۱] و [۲] به امواج رونده آرام تعبیر شده است. این تغییرات دوره ای چگالی ابتدا با استفاده از مطالعه داده های دریافت شده توسط ماهواره سوهو آشکارسازی شد [۳، ۴، ۵]. امواج آرام ممکن است به هر دو صورت ایستاده (ایستا) و رونده (دوان) در جو خورشید وجود داشته باشند. امواج رونده در لگه های خورشید و ناحیه پای لوله های تاج<sup>۶</sup> مشاهده شده اند، در حالی که امواج ایستاده در لوله های داغ تاج خورشید آشکارسازی شده اند. مطالعات بسیاری در باره انتشار و میرایی امواج مغناطو هیدرودینامیکی آرام صورت گرفته است [۶، ۷، ۸، ۹]. رفتار امواج آرام رونده و ایستاده در لوله های ایستای یک بعدی با دمای یکنواخت و در حضور رسانش گرمایی و چسبندگی تراکمی بررسی شده است [۸]. همچنین در این مقاله نشان داده شده است که رسانش گرمایی عامل اصلی میرایی امواج آرام در حلقه های تاج خورشید است. یکی از مسائل مهم در مطالعه امواج مغناطو هیدرودینامیکی، بررسی طبیعت این امواج است. این امواج، بسته به این که نیروی بازگرداننده غالب در آنها چه نیرویی است، دسته بندی می شوند [۱۰]. اگر نیروی بازگرداننده غالب نیروی تنش مغناطیسی باشد، موج را موج آلفنی و چنانچه نیروی بازگرداننده غالب نیروی گرادیان فشار مغناطیسی و حرارتی باشد، آن را موج مغناطو هیدرودینامیکی سریع می نامند. در یک پلاسمای همگن و نامحدود، نسبت نیروهای بازگرداننده بستگی به جهت گیری بردار موج نسبت به میدان مغناطیسی زمینه دارد. مثلاً در انتشار موازی با میدان مغناطیسی زمینه، نیروی تنش مغناطیسی، نیروی غالب است، در حالی که در انتشار عمود بر میدان مغناطیسی، نیروی گرادیان فشار، نیروی غالب است. مطالعه طبیعت امواج مغناطو هیدرودینامیکی در لوله های تاج خورشید با بررسی نیروهای بازگرداننده انجام شده است [۱۱، ۱۲، ۱۳]. امواج

<sup>3</sup> TRACE

<sup>4</sup> SOHO

<sup>5</sup> magnetohydrodynamic

<sup>6</sup> corona

مغناطوهیدرودینامیکی در لوله‌های شار مغناطیسی با توجه به نحوه جابجایی لوله از حالت تعادل نیز دسته بندی می‌شوند. اگر اختلال (موج) ایجاد شده در لوله دارای عدد موج سمتی  $m = 1$  باشد، محور لوله را جابجا می‌کند و موج کینکی<sup>۷</sup> نامیده می‌شود. در صورتی که عدد موج سمتی  $m = 0$  باشد، نوسان‌ها متقارن خواهد بود و محور لوله جابه‌جا نمی‌شود که به این موج، موج سوسیسی گفته می‌شود. امواج با عدد موج سمتی بزرگ‌تر از  $m = 1$  امواج شیاری نامیده می‌شوند.

در این مقاله فرض می‌کنیم که میدان مغناطیسی زمینه، یک لوله صلب فراهم می‌کند که هیچ گونه اختلالی در شکل لوله و میدان مغناطیسی زمینه به وجود نمی‌آید و پلازما در این لوله حرکت رفت و برگشتی انجام می‌دهد. به این موج، موج مغناطوهیدرودینامیکی آرام یا موج طولی گفته می‌شود. در دو دهه گذشته، میرایی امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام از جهات نظری و مشاهداتی مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. در منابع [۱۴] و [۱۵] مشاهده امواج رونده مغناطوهیدرودینامیکی آرام در لوله‌های تاج خورشید گزارش شده است که در آنها زمان میرایی امواج را از مرتبه دوره تناوب موج اندازه گرفته‌اند. نویسندگان مقاله [۱۶] میرایی امواج رونده آرام را در لوله‌های تاج خورشید گزارش کرده‌اند. آنها دوره تناوب این امواج را از چند دقیقه تا چند ده دقیقه به دست آوردند و مشاهده کردند که به سرعت میرا می‌شوند و آهنگ میرایی آنها به بسامد نوسان بستگی دارد. اغلب مطالعات تحلیلی و عددی نشان می‌دهد که میرایی امواج رونده و ایستاده آرام را می‌توان با مدل‌سازی یک‌بعدی خطی یا غیرخطی لوله‌ها توضیح داد. برای مثال در منابع [۷] و [۱۷] نشان داده شده است که در تقریب غیرخطی، رسانش گرمایی می‌تواند باعث میرایی شدید امواج مغناطوهیدرودینامیکی ایستاده شود. همچنین نشان داده شده است که در تقریب خطی، اثر هریک از موارد رسانش گرمایی یا چسبندگی تراکمی به‌تنهایی برای توجیه میرایی مشاهده شده کافی نیست [۱۸].

بستگی سرعت فاز و زمان میرایی امواج آرام به بسامد نوسان با مطالعه داده‌های دریافتی از ماهواره سوهور مشاهده شده است [۱۹]. در این مطالعه سرعت فاز، طول میرایی و زمان میرایی به ترتیب در بازه‌های  $38 - 79 \text{ kms}^{-1}$ ،  $23 - 68 \text{ Mm}$  و  $7 - 21 \text{ min}$  به دست آمده است. همچنین نشان داده شده است که با افزایش دوره تناوب، زمان میرایی نیز به آرامی زیاد می‌شود. در منبع [۲۰]، امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام در لوله‌های تاج خورشید در ناحیه‌های فعال دارای لگه

<sup>7</sup> kink

خورشیدی و بدون لکه خورشیدی مطالعه شده است. مقادیر مربوط به کمیت‌های فیزیکی امواج، همانند طول و زمان میرایی با نتایج نظری همخوانی دارد، هرچند برای لوله‌های شار مغناطیسی باز در ناحیه‌های فعال بدون لکه خورشیدی، بستگی بعضی کمیت‌های فیزیکی به دوره تناوب با نتایج نظری حاصل از مغناطوهیدرودینامیک خطی همخوانی ندارد. همچنین نوسان‌های عرضی در لوله‌های تاج خورشید مشاهده شده است که در آن بستگی نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به دامنه نوسان موج گزارش شده است [۲۱]. دوره تناوب و زمان میرایی این امواج به ترتیب در بازه‌های ۱۵/۸۰ - ۱۲/۲۵ و ۲۱/۴۶ - ۱۱/۷۶ به دست آمده و مشاهده شده است که با افزایش دامنه امواج، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به آرامی کاهش می‌یابد. اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت و لایه‌بندی چگالی و فشار بر نوسان‌های امواج آرام بررسی شده است [۲۲]. نشان داده شده است که ارتفاع مقیاس فشار و تغییرات دما در طول لوله، عوامل تعیین کننده (مرتبه اول) برای نوسان‌های مدهای آرام هستند، در حالی که اثر ناهمگنی میدان مغناطیسی را می‌توان یک عامل مرتبه دوم در نظر گرفت. نویسندگان مقاله [۲۳] امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام را در حضور لایه‌بندی چگالی و در لوله‌های با دمای غیر یکنواخت مطالعه کردند و نشان دادند که چسبندگی تراکمی، یکی از عوامل موثر در میرایی این امواج است و می‌تواند نسبت زمان میرایی به دوره تناوب را که از مشاهده به دست آمده است، توجیه کند. به تازگی، میرایی امواج آرام در لوله‌های تاج خورشید توسط نویسندگان دیگری نیز مطالعه شده است [۲۴] و [۲۵]. برای مرور امواج مغناطوهیدرودینامیک آرام به [۲۶] مراجعه شود.

در منابع [۲۷] و [۲۸] اثر کاهش دمای لوله (سرمایش لوله) بر نوسان‌های آرام بررسی شده و رسانش گرمایی به‌عنوان عامل اصلی میرایی در نظر گرفته شده است. در این مطالعات نشان داده شده است که سرمایش لوله باعث تقویت موج و افزایش دامنه و رسانش گرمایی باعث میرایی آن می‌شود. در لوله‌های سرد، اثر سرمایش لوله به اثر رسانش گرمایی غلبه می‌کند و با گذشت زمان موج تقویت می‌شود؛ اما در لوله‌های داغ، اثر رسانش گرمایی بیشتر است و دامنه موج با گذشت زمان کاهش می‌یابد. نویسندگان مقاله [۲۹] امواج آرام را در لوله‌های سرد شونده مطالعه کردند و علاوه بر رسانش گرمایی، چسبندگی تراکمی را نیز به‌عنوان عامل میرایی در نظر گرفتند. آنها نشان دادند که در حضور هم‌زمان رسانش گرمایی و چسبندگی تراکمی، امواج آرام سریعتر میرا می‌شوند و حتی در لوله‌های داغ، تأثیر چسبندگی تراکمی بر میرایی امواج، قابل مقایسه با اثر رسانش گرمایی است.

در این مقاله برای اولین بار اثر جریان پلازما را بر بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج مغناطوئیدرودینامیکی آرام ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی بررسی می‌کنیم. در این‌جا همانند مطالعات گذشته چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میرایی در نظر می‌گیریم و برای سادگی از لایه‌بندی چگالی و سرمایش لوله صرف نظر می‌کنیم. در بخش بعد، مدل لوله و معادلات حاکم بر نوسان‌های لوله را معرفی می‌کنیم. سپس با استفاده از روش اختلال به حل معادلات حرکت می‌پردازیم و با استفاده از شرایط مرزی، بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج را به دست می‌آوریم. در بخش ۳ به بحث درباره نتایج به دست آمده می‌پردازیم و بخش ۴ را به نتیجه‌گیری اختصاص می‌دهیم.

## ۲. مبانی نظری

در این بخش ابتدا به معرفی مدل در نظر گرفته شده برای لوله و معادلات حرکت می‌پردازیم و سپس معادلات حرکت را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم.

### ۱-۲ مدل لوله

یک لوله شار مغناطیسی را به صورت یک لوله استوانه‌ای با سطح مقطع دایره‌ای و ثابت (بدون انبساط لوله) در نظر می‌گیریم و دستگاه مختصات استوانه‌ای را برای مطالعه نوسان‌های آن انتخاب می‌کنیم؛ به گونه‌ای که محور  $z$  منطبق بر محور لوله باشد. طول لوله برابر  $L$  است و دو انتهای آن در  $z = 0$  و  $z = L$  قرار می‌گیرد. برای سادگی، از اثر لایه‌بندی چگالی صرف نظر می‌کنیم. بنابراین چگالی لوله مستقل از  $z$  است. این مطلب در مورد لوله‌هایی صادق است که طول آنها کم و یا دمای آنها زیاد است. همچنین دمای لوله را در تمام لوله یکسان و ثابت فرض می‌کنیم و با  $T$  نشان می‌دهیم و مطابق شرایط تاج خورشید، محیط لوله را یک محیط با بتای<sup>۸</sup> صفر در نظر می‌گیریم، به این معنا که نسبت فشار حرارتی تعادلی در لوله،  $P_0$ ، بسیار کوچک‌تر از فشار مغناطیسی تعادلی،  $B^2/2\mu_0$ ، است. در این رابطه  $B$  میدان مغناطیسی یکنواخت و  $\mu_0$  تراوایی مغناطیسی خلاء است. فرض بتای صفر این امکان را به ما می‌دهد که در بررسی امواج مغناطوئیدرودینامیکی آرام، فشار اختلالی ایجاد شده بر اثر تراکم گاز را در برابر فشار مغناطیسی تعادلی، ناچیز در نظر بگیریم به گونه‌ای که بتوانیم از اختلالات میدان مغناطیسی صرف نظر کنیم و لوله را به صورت یک لوله صلب فرض کنیم. بنابراین نوسان‌های لوله به نوسان‌های یک‌بعدی در طول لوله تبدیل می‌شود که پلازما فقط در راستای خطوط میدان نوسان می‌کند. به همین دلیل

<sup>8</sup> beta

همانند [۲۸] و [۲۹] می توان این امواج را امواج طولی نامید. همچنین فرض می کنیم که جریان یکنواخت و ثابت  $U$  نیز در لوله وجود داشته باشد. می خواهیم اثر جریان زمینه را بر بسامد نوسان های طولی و میرایی آنها و همچنین بر نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج بررسی کنیم. همانند [۲۸] چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میراکننده امواج در نظر می گیریم. معادلات حرکت برای امواج طولی به صورت زیر است:

$$\frac{D\rho_1}{Dt} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\rho_0 Dv}{Dt} = -\frac{\partial P_1}{\partial z} + \frac{4}{3}v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\frac{DP_1}{Dt} - c_s^2 \frac{D\rho_1}{Dt} = 0 \quad (3)$$

در این معادلات  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z}$  مشتق کامل را نشان می دهد و  $\rho_1$ ،  $\rho_0$ ،  $v$  و  $P_1$  به ترتیب، نشان دهنده چگالی زمینه، مقادیر اختلالی چگالی پلاسما، سرعت و فشار گاز است. همچنین  $v = v_0 \times T^{5/2}$  چسبندگی تراکمی است که در آن  $v_0$  از مرتبه  $10^{-17}$  و  $c_s = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$  سرعت صوت در محیط است.

## ۲-۲ پاسخ معادلات حرکت

در این بخش، به حل معادلات حرکت امواج طولی (۱) تا (۳) می پردازیم و با استفاده از شرایط مرزی در دو انتهای لوله، بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج را به دست می آوریم. نخست با حذف  $P_1$  و  $\rho_1$  از این معادلات برای سرعت اختلالی به معادله زیر می رسم:

$$\frac{D^2 v}{Dt^2} - \frac{4}{3} \frac{v}{\rho_0} \frac{D}{Dt} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

با توجه به این که کمیت های تعادلی لوله به زمان بستگی ندارند و ما به دنبال یافتن مدهای نوسانی لوله هستیم که با گذشت زمان میرا می شوند، می توانیم وابستگی زمانی تمام کمیت های اختلالی را به صورت  $Exp[-i\omega t]$  در نظر بگیریم که در آن  $\omega = \omega^{(1)} + i\omega^{(2)}$  یک کمیت مختلط است. در این جا کمیت مثبت  $\omega^{(1)}$  بسامد نوسان را نشان می دهد و  $\omega^{(2)}$  یک کمیت منفی و قدر مطلق آن، بیانگر آهنگ میرایی امواج است. همچنین سرعت اختلالی را به صورت مجموع مرتبه های اول و دوم اختلال به صورت  $v = v^{(1)} + v^{(2)}$  می نویسیم. انتخاب نمادگذاری مزبور به

این دلیل است که با فرض میرایی ضعیف یعنی  $|\omega^{(2)}| \gg |\omega^{(1)}|$ ، بتوان معادلات حرکت را به روش اختلال حل کرد. در این صورت بسامد نوسان از مرتبه اول اختلال و آهنگ میرایی از مرتبه دوم اختلال به دست می‌آید. روشی که در این جا به کار می‌بریم همانند روشی است که در منبع [۳۰] برای مطالعه اثر جریان بر میرایی امواج کینک استفاده شده است. اما از آنجا که معادلات حرکت در این مقاله با معادلات حرکت در [۳۰] متفاوت‌اند، از این رو مراحل یافتن پاسخ‌ها را به طور کامل توضیح می‌دهیم. برای استفاده از روش اختلال، نخست  $V$  را برابر صفر فرض می‌کنیم و در سرعت اختلالی و بسامد نوسان فقط جمله‌های مرتبه اول را نگه می‌داریم. با این فرض معادله (۴) در تقریب اول اختلال به صورت زیر درمی‌آید:

$$(c_s^2 - U^2) \frac{d^2 v^{(1)}}{dz^2} + 2i \omega^{(1)} U \frac{dv^{(1)}}{dz} + \omega^{(1)2} v^{(1)} = 0 \quad (5)$$

این معادله دو پاسخ مستقل دارد که ترکیب خطی آنها چنین است:

$$v^{(1)}(z) = e^{-ihz} (v_+^{(1)} e^{iqz} + v_-^{(1)} e^{-iqz}) \quad (6)$$

که در آن  $h$  و  $q$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q = \frac{\omega^{(1)} c_s}{c_s^2 - U^2}, \quad h = \frac{\omega^{(1)} U}{c_s^2 - U^2} \quad (7)$$

با توجه به این که دو انتهای لوله در محیط چگال شید سپهر<sup>۹</sup> قرار دارد، دامنه نوسان در دو انتهای لوله باید صفر باشد. بنابراین شرایط مرزی در دو انتهای لوله یعنی در  $z = 0$  و  $z = L$  باید به صورت زیر باشد:

$$v^{(1)}(z) \Big|_{z=0} = v^{(1)}(z) \Big|_{z=L} = 0 \quad (8)$$

با اعمال شرط مرزی در  $z = 0$  بر روی پاسخ داده شده در معادله (۶) به دست می‌آوریم:

$$v_+^{(1)} = -v_-^{(1)} \quad (9)$$

و با استفاده از این نتیجه و شرط مرزی در  $z = L$  داریم:

$$q = \frac{n\pi}{L} \quad (10)$$

که در آن  $n$  یک عدد صحیح و نشان‌دهنده مد نوسانی است. از معادلات (۷) و (۱۰) می‌توان بسامد نوسان را به دست آورد:

<sup>9</sup> Photosphere



$$\omega_n^{(1)} = \frac{n\pi}{Lc_s}(c_s^2 - U^2) \quad (11)$$

در نبود جریان پلاسما، بسامد نوسان برای مد پایه به صورت  $\omega^{(1)} = \frac{\pi c_s}{L}$  در می‌آید و این همان چیزی است که انتظار داریم؛ زیرا دوره تناوب مد پایه را می‌توان برابر با زمان رفت و برگشت موج بین پایه‌های لوله (که برابر  $P = \frac{2L}{c_s}$  است) در نظر گرفت و این با بسامد به دست آمده در این جا برای مد پایه در نبود جریان همخوانی دارد. همان طور که معادله (۱۱) نشان می‌دهد، وجود جریان پلاسما باعث می‌شود که بسامد نوسان کاهش پیدا کند. در این حالت نیز می‌توان دوره تناوب مد پایه را برابر زمان رفت و برگشت موج بین دو انتهای لوله در نظر گرفت. در حالتی که جهت جریان پلاسما و جهت انتشار موج یکی باشد، سرعت انتشار موج برابر  $c_s + U$  و در حالتی که جهت جریان پلاسما و جهت انتشار موج خلاف هم باشند، سرعت انتشار موج برابر  $c_s - U$  است. در این صورت، زمان رفت و برگشت موج بین دو انتهای لوله برابر است با:

$$P = \frac{2Lc_s}{c_s^2 - U^2} \quad (12)$$

که با رابطه (۱۱) همخوانی دارد.

در تقریب مرتبه دوم در معادله (۴)،  $v$  را ننگه می‌داریم. همچنین مرتبه دوم سرعت اختلالی و بسامد نوسان را وارد می‌کنیم. آنگاه با توجه به اختلال مرتبه دوم برای این معادله، داریم:

$$(c_s^2 - U^2) \frac{d^2 v^{(2)}}{dz^2} + 2i\omega^{(1)}U \frac{dv^{(2)}}{dz} + \omega^{(1)2}v^{(2)} = -\frac{4iv\omega^{(1)}U}{3\rho_0} \frac{d^3 v^{(1)}}{dz^3} - 2\omega^{(1)}\omega^{(2)}v^{(1)} - 2i\omega^{(2)}U \frac{dv^{(1)}}{dz} \quad (13)$$

اگر سمت راست این معادله صفر باشد، یک پاسخ بدیهی آن  $v^{(2)} = v^{(1)}$  خواهد بود. در این مقاله برای یافتن ویژه حالت‌های نوسان لوله به معادله (۶) که ویژه حالت‌ها را تا مرتبه اول اختلال می‌دهد، اکتفا می‌کنیم و از معادله (۱۳) تنها برای یافتن بسامد نوسان تا مرحله دوم اختلال استفاده می‌کنیم. بدین منظور معادله (۱۳) را در  $v^{(1)*}$ ، که در آن \* همیوگ مختلط را نشان می‌دهد، ضرب می‌کنیم و در بازه  $z = 0$  تا  $z = L$  انتگرال جزء به جزء می‌گیریم. به کمک معادله (۵) و همچنین شرایط مرزی معادله (۸) می‌توان نشان داد که انتگرال سمت چپ صفر می‌شود. با توجه

به این که تنها مجهول سمت راست معادله  $\omega^{(2)}$  است، با انتگرال‌گیری شبیه آنچه بیان شد، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\omega^{(2)} = -\frac{8\nu}{12\rho_0} \frac{\omega^{(1)}(h^2 + q^2) + U(h^3 + 3hq^2)}{\omega^{(1)} + hU} \quad (14)$$

اگر  $h$  و  $q$  را از معادله (۷) و  $\omega^{(1)}$  را از معادله (۱۱) در معادله (۱۴) جاگذاری کنیم، به نتیجه ساده زیر می‌رسیم:

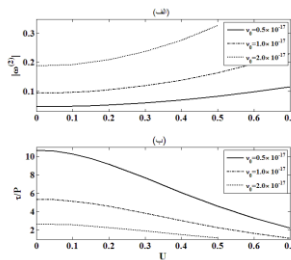
$$\omega^{(2)} = -\frac{8\nu}{12\rho_0} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \left(1 + 3\frac{U^2}{c_s^2}\right) \quad (15)$$

### ۳. نتایج عددی و بحث

در این بخش، با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۵) به بررسی بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج آرام و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی آن می‌پردازیم. نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱ و ۲ برای مد پایه و در شکل ۳ برای اولین مد برانگیخته رسم شده‌اند. در این نمودارها  $c_s$ ،  $L_0 = 100Mm$  و  $\frac{c_s}{L_0}$  را به ترتیب به عنوان واحد سرعت، واحد طول و واحد بسامد در نظر

گرفته‌ایم. در شکل ۱، آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی،  $\tau = \frac{1}{|\omega^{(2)}|}$ ، به دوره تناوب برای مقادیر مختلف چسبندگی تراکمی به عنوان تابعی از جریان زمینه رسم شده است. برای پارامترهای دیگر لوله در این شکل داریم  $L = L_0$  و  $T = 6MK$ . همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب چسبندگی تراکمی، آهنگ میرایی موج، افزایش و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب موج کاهش می‌یابد. بین این نتایج با آنچه در منابع [۲۸] و [۲۹] به دست آمده، سازگاری خوبی برقرار است. شکل ۱-الف همچنین نشان می‌دهد که با افزایش تندی جریان پلاسما، آهنگ میرایی زیاد می‌شود، به گونه‌ای که با افزایش تندی جریان از صفر تا ۰.۷ آهنگ میرایی به بیش از دو برابر مقدار اولیه می‌رسد. اما آن‌طور که از شکل ۱-ب بر می‌آید، با افزایش تندی جریان پلاسما، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب با شدت بیشتری کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که با افزایش تندی جریان از صفر تا ۰.۷ این نسبت به کمتر از یک پنجم مقدار اولیه می‌رسد. این کاهش شدید به این دلیل است که با افزایش تندی پلاسما، علاوه بر افزایش آهنگ میرایی که به کاهش زمان میرایی منجر می‌شود، بسامد نوسان نیز کاهش می‌یابد که خود افزایش دوره تناوب را

نتیجه می‌دهد. به‌عنوان نمونه، برای  $v_0 = 1 \times 10^{-17}$  و  $U = 0$  داریم  $\frac{\tau}{P} = 11.7$  یعنی موج آرام پس از ۱۱.۷ نوسان میرا می‌شود، در حالی که برای  $v_0 = 1 \times 10^{-17}$  و  $U = 0.7$  داریم  $\frac{\tau}{P} = 2.2$ ، یعنی برای این جریان موج آرام پس از ۲.۲ نوسان میرا می‌شود. این نتایج نشان می‌دهند که میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی در حضور جریان پلاسما می‌تواند نتایج حاصل از مشاهدات رصدی گزارش شده در [۱۴] و [۱۵] را توجیه کند. اما مقدار به‌دست آمده در این جا برای نسبت زمان میرایی به دوره تناوب، بزرگ‌تر از مقادیر به‌دست آمده در [۱۹] و [۲۰] است، به نظر می‌رسد با در نظر گرفتن مقادیر بزرگ‌تر  $v_0$  بتوان این مقادیر مشاهداتی را توجیه کرد؛ اما قابل ذکر است که برای مقادیر بزرگ‌تر  $v_0$  با افزایش جریان، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب آن‌قدر کاهش می‌یابد که دیگر شرط  $|\omega^{(2)}| \gg \omega^{(1)}$  برقرار نیست و در این حالت روش معرفی شده در این مقاله را باید با احتیاط به کار برد. در چنین حالتی که شرایط به‌کارگیری روش اختلال برقرار نیست، با حل معادلات حرکت به صورت عددی می‌توان آهنگ میرایی بزرگ‌تری به‌دست آورد؛ به‌گونه‌ای که بتوان مشاهدات انجام شده توسط [۱۹] و [۲۰] را توجیه کرد. بررسی این مسأله را به آینده موکول می‌کنیم.

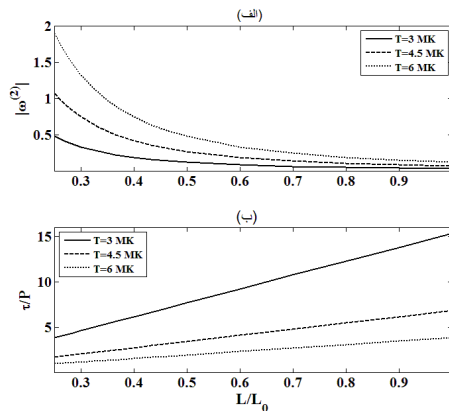


شکل ۱ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب مد پایه امواج آرام برای مقادیر مختلف چسبندگی تراکمی به صورت تابعی از تندی جریان زمینه. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از:

$$T = 6MK \quad \text{و} \quad L = L_0 = 100Mm$$

آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به عنوان تابعی از طول لوله در شکل ۲ رسم شده است. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از  $U = 0.3$  و  $v_0 = 1 \times 10^{-17}$  همان طور که از معادله (۱۵) انتظار داریم، آهنگ میرایی متناسب

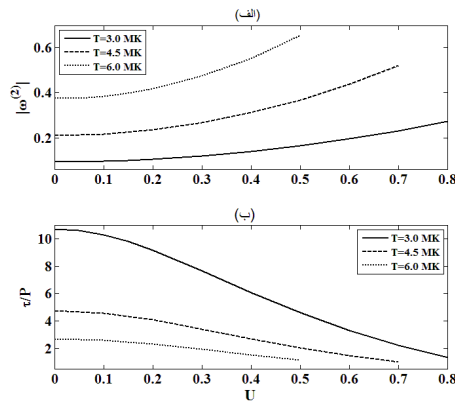
با  $\frac{1}{L^2}$  است و ضریب تناسب از طریق سرعت صوت به دما بستگی دارد. این مسأله با نتایج نشان داده شده در شکل همخوانی دارد. همچنین از معادله (۱۱) مشخص است که دوره تناوب متناسب با طول لوله است. بنابراین نسبت زمان میرایی به دوره تناوب باید به صورت خطی با طول لوله ارتباط داشته باشد و این با نتایج نشان داده شده در شکل سازگار است. مهم‌ترین نتیجه‌ای که از شکل ۲ می‌توان گرفت، این است که میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی در لوله با دمای بالا و طول کم، بیشترین اهمیت را دارد. نتایج نشان داده شده در این شکل با نتایج شکل (۵) مقاله [۲۳] همخوانی دارد. همچنین این نتیجه که امواج با دوره تناوب بیشتر، زمان میرایی بزرگ‌تری دارند، در توافق با مشاهدات گزارش شده در [۱۹] است، هرچند که در این جا امواج ایستاده (ایستا) مطالعه شده است. در حالی که در مرجع [۱۹] امواج رونده (دوان) گزارش شده است. در آن مقاله نیز اشاره شده که زمان میرایی امواج مشاهده شده با افزایش دوره تناوب افزایش می‌یابد.



شکل ۲ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب مد پایه امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به صورت تابعی از طول لوله. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از  $\nu_0 = 1 \times 10^{-17}$  و  $U = 0.3$ .

آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب اولین مد برانگیخته امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به عنوان تابعی از تندی جریان در شکل ۳ رسم شده است. در این شکل پارامترهای دیگر لوله عبارت است از  $\nu_0 = 1 \times 10^{-17}$  و  $L = L_0$ . نتایج این نمودار نشان می‌دهد که همانند موج حالت پایه، چسبندگی تراکمی در میرا کردن اولین مد برانگیخته نیز بسیار مؤثر

است؛ به طوری که نسبت زمان میرایی به دوره تناوب ممکن است به کمتر از دو برسد. در مورد بستگی این نسبت به عدد  $n$  می توان با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۵) به سادگی نشان داد که این نسبت متناسب با  $\frac{1}{n}$  است. این نتیجه را می توان با مقایسه نمودار خط چین در شکل ۱-ب و با نمودار نقطه چین در شکل ۳-ب نیز به دست آورد.



شکل ۳ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب اولین مد برانگیخته امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به صورت تابعی از تندی جریان زمینه. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از  $v_0 = 1 \times 10^{-17}$

$$L = L_0 \text{ و}$$

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله، امواج طولی را در لوله های تاج خورشید مطالعه کردیم. یک لوله شار مغناطیسی با چگالی پلاسمای یکنواخت، دمای ثابت و همچنین با جریان پلازما را به عنوان مدلی برای لوله در نظر گرفته ایم. فرض کرده ایم که خطوط شار مغناطیسی همانند یک لوله صلب عمل می کنند و هیچ اختلالی در میدان مغناطیسی زمینه به وجود نمی آید و نوسان های پلازما تنها در راستای خطوط میدان مغناطیسی صورت می گیرد. معادلات مغناطوهیدرودینامیکی خطی حاکم بر نوسان های پلازما را به عنوان معادلات حرکت در نظر گرفته و با استفاده از روش اختلال، پاسخ معادلات حرکت را به دست آورده ایم. بسامد نوسان و ویژه توابع نوسان از تقریب مرتبه اول و آهنگ میرایی از تقریب مرتبه دوم به دست می آیند. نتایج به دست آمده را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- (۱) وجود جریان زمینه باعث کاهش بسامد نوسان امواج ایستاده نسبت به حالتی می‌شود که در لوله جریانی وجود نداشته باشد؛
- (۲) جریان پلازما سبب افزایش آهنگ میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی و کاهش نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج می‌شود، به گونه‌ای که نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به دست آمده در این پژوهش می‌تواند مقادیر رصدی گزارش شده را توجیه کند؛
- (۳) با افزایش طول لوله، آهنگ میرایی، متناسب با توان دوم عکس طول لوله کاهش می‌یابد و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب، متناسب با طول لوله افزایش می‌یابد. بنابراین چسبندگی تراکمی در میرایی امواج طولی در لوله‌های کوتاه‌تر و با دمای بیشتر مؤثرتر است. این نتیجه با نتایج مشاهداتی همخوانی دارد و
- (۴) چسبندگی تراکمی در حضور جریان پلازما مدهای برانگیخته امواج طولی را بیشتر از مد پایه میرا می‌کند. نسبت زمان میرایی به دوره تناوب متناسب با  $\frac{1}{n}$  است.

## ۵. تقدیر و تشکر

نویسنده مقاله از داوران محترم تشکر و قدردانی می‌کند، چرا که آنها با نظرات سازنده خود باعث ارتقای مقاله شدند.

## منابع

- [1] De Moortel, I., Ireland, J. and Walsh, R. W., Observation of oscillations in coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 355, 23-26, (2000).
- [2] Ogradowczyk, R., Murawski, K. and Solanki, S. K., Slow magnetoacoustic standing waves in a curved solar coronal slab. *Astronomy and Astrophysics*, 495, 313-318, (2009).
- [3] Ofman, L., Romoli, M., Poletto, G., Noci, G. and Kohl, J. L., Ultraviolet coronagraph spectrometer observations of density fluctuations in the solar wind. *ApJ*, 491, 111-114, (1997).
- [4] DeForest, C. E., and Gurman, J. B., Observation of quasi-periodic compressive waves in solar polar plumes. *ApJ*, 510, 217-220, (1998).
- [5] Ofman, L., Nakariakov, V. M. and DeForest, C. E., Slow magnetosonic waves in coronal plumes. *ApJ*, 514, 441-447, (1999).
- [6] Nakariakov, V. M., Verwichte, E., Berghmans, D. and Robbrecht, E., Slow magnetoacoustic waves in coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 362, 1151-1157, (2000).
- [7] Ofman, L. and Wang, T., Hot Coronal loop oscillations observed by SUMER: slow magnetosonic wave damping by thermal conduction. *ApJ*, 580, 85-88, (2000).

- [8] De Moortel, I. and Hood, A. W., The damping of slow MHD waves in solar coronal magnetic *Astronomy and Astrophysics*, 408, 755-765, (2003).
- [9] Verwichte, E., Haynes, M., Arber, T. D. and Brady, C. S., Damping of slow MHD coronal loop oscillations by shocks. *ApJ*, 685, 1286-1290, (2008).
- [10] Aschwanden, M. J., *Physics of the Solar Corona*, Springer, Berlin, (2005).
- [11] Goossens, M., Terradas, J., Andries, J., Arregui and I., Ballester, J. L., On the nature of kink MHD waves in magnetic flux tubes. *Astronomy and Astrophysics*, 503, 213-223, (2009).
- [12] Bahari, K. and Khalvandi, M. R., The effect of a twisted magnetic field on the nature of kink MHD waves. *Solar Physics*, 292, 192-202, (2017).
- [13] Bahari, K. and Ebrahimi, Z., The nature of kink MHD waves in the solar corona: magnetic twist and phase mixing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*.497, 1135 -1142, (2020).
- [14] Wang, T. J., Solanki, S. K., Innes, D. E., Curdt, W. and Marsch, E., Slow-mode standing waves observed by SUMER in hot coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 402, 17-20, (2003).
- [15] Wang, T. J., Solanki, S. K., Innes, D. E. and Curdt, W., Initiation of hot coronal loop oscillations: spectral features. *Astronomy and Astrophysics*, 435, 753-764, (2005).
- [16] Krishna Prasad1, S., Banerjee, D., and Van Doorselaere, T., Frequency-dependent damping in propagating slow magneto-acoustic waves. *ApJ*, 789, 118-127, (2014).
- [17] Mendoza-Briceño, C. A., Erdélyi, R., and Sigalotti, L. D., The effects of stratification on oscillating coronal loops. *ApJ*, 605, 493-502, (2004).
- [18] Sigalotti, L. D., Mendoza-Briceño, C. A. and Luna-Cardozo, M., Dissipation of standing slow magnetoacoustic waves in hot coronal loops. *Solar Physics*, 246, 187-212, (2007).
- [19] Abedini, A., Phase speed and frequency-dependent damping of longitudinal intensity oscillations in coronal loop structures observed with AIA/SDO. *Astrophys Space Sci*, 361, 133-143, (2016).
- [20] Abedini, A., Period dependence of physical quantities of slow magnetoacoustic waves in coronal loop structures of active regions with and without sunspots. *J. Astrophys. Astr.*, 42, 16-33, (2021).
- [21] Abedini, A., Observations of excitation and damping of transversal oscillations in coronal loops by AIA/SDO. *Solar Physics*, 293, 22-36, (2018).
- [22] Abedini, A. and Safari, H., The effect of non-uniform magnetic field on the slow mode oscillations. *New Astronomy*, 16, 317-322, (2011).
- [23] Abedini, A., Safari, H. and Nasiri, S., Slow-mode oscillations and damping of hot solar coronal loops. *Soalr physics*, 280, 137-151, (2012).
- [24] Duckenfield, T. J., Kolotkov, D. Y. and Nakariakov, V. M., The effect of magnetic field on the damping of slow waves in the solar corona. *Astronomy and Astrophysics*, 646, A155-167, (2021).
- [25] Prasad, A., Srivastava, A. K. and Wang, T. J., Role of compressive viscosity and thermal conductivity on the damping of slow waves in the coronal loops with and without heating cooling imbalance. *Solar Physics* 296, 20-54, (2021).
- [26] Wang, T., Ofman, L., Yuan, D., Reale, F., Kolotkov, D. Y., and Srivastava, A. K., Slow-mode magnetoacoustic waves in coronal loops. *Space Sci Rev*, 217, 34-88, (2021).
- [27] Al-Ghafri, K. S. and Erdelyi, R., Effect of variable background on an oscillating hot coronal loop. *Soalr Physics*, 283, 413-428, (2013).
- [28] Al-Ghafri, K. S., Ruderman, M. S., Williamson, A., and Erdelyi, R., longitudinal magnetohydrodynamics oscillations in dissipative, cooling coronal loops. *The Astrophysical Journal*, 786, 36-43, (2014).
- [29] Bahari, K. and Shahhosini, N., The effect of compressive viscosity and thermal conduction on the longitudinal MHD waves. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 478, 342-350, (2018).

- [30] Ruderman, M. S. and Petrukhin, N. S., Effect of siphon flow on resonant damping of kink oscillations in magnetic flux tubes. *Astronomy and Astrophysics*, 631, 31-44, (2019).