



تابع مفصل و کاربرد آن در برآورد تغییرات مکانی شن و جرم مخصوص ظاهری خاک

احسان غجه‌پور^۱، وحیدرضا جلالی^۲، *اعظم جعفری^۳ و مجید محمودآبادی^۲

^۱ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد گروه علوم خاک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ^۲ دانشیار گروه علوم خاک، دانشگاه شهید باهنر کرمان،

^۳ استادیار گروه علوم خاک، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۱۳

چکیده

سابقه و هدف: ویژگی‌های خاک دارای تغییرات مکانی و زمانی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ می‌باشند. مطالعه این تغییرات، در سطح وسیع بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر است. به‌منظور تعیین سریع و قابل اعتماد ویژگی‌های خاک، تکنیک‌های درون‌یابی مختلفی توسعه و به‌کار گرفته شده است. از تکنیک‌های درون‌یابی که به‌طور گسترده در علوم مختلف به‌کار رفته است، می‌توان به انواع کریجینگ اشاره کرد. تابع مفصل، یکی از تکنیک‌های درون‌یابی جدیدی است که امروزه در علوم مانند هیدرولوژی کاربرد وسیعی پیدا کرده است. در پژوهش حاضر سعی شده است تغییرات مکانی برخی از ویژگی‌های فیزیکی خاک با استفاده از تابع مفصل مورد ارزیابی قرار گیرد و نتایج حاصل از آن با تکنیک‌های زمین‌آماری مختلف مقایسه گردد.

مواد و روش‌ها: به‌منظور اجرای پژوهش، نمونه‌برداری به روش شبکه‌بندی منظم، از منطقه‌ای به وسعت ۴۸۴ هکتار در ۱۰ کیلومتری غرب شهرستان بافت استان کرمان صورت گرفت و در نهایت، ۱۲۱ نمونه از لایه سطحی خاک جمع‌آوری شد. پس از هوا خشک نمودن نمونه‌ها جرم مخصوص ظاهری با استفاده از کلوخه تعیین گردید، سپس با عبور دادن نمونه‌های خاک از الک ۲ میلی‌متری، درصد شن اندازه‌گیری شد. برای درون‌یابی از چهار تابع مفصل ارشمیدسی شامل؛ توابع کلایتون، فرانک، گامبل و جو و تکنیک‌های زمین‌آماري شامل کریجینگ ساده، کریجینگ معمولی، کریجینگ شاخص و کریجینگ منفصل یا گسسته و روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) استفاده شد. تحلیل نتایج با استفاده از معیارهای میانگین ریشه دوم مربعات استاندارد (RMSE)، ضریب تبیین (R^2)، میانگین خطای مطلق (MAE) و میانگین خطای انحراف (MBE) صورت گرفت.

یافته‌ها: براساس توصیف آماری، توزیع متغیر جرم مخصوص ظاهری، نرمال و متغیر درصد شن، غیرنرمال تشخیص داده شد. به‌منظور برازش تابع مفصل بر داده‌ها، ابتدا تابع توزیع متغیرهای مورد مطالعه تعیین گردید. نتایج نشان داد متغیر شن از تابع توزیع Frechet (3P) و متغیر جرم مخصوص ظاهری از تابع Wakeby پیروی کردند. براساس ضریب همبستگی پیرسون، همبستگی بین جفت نقاط در فاصله کم‌تر از ۲۰۰۰ متر مشخص شد و فاصله بیش از ۲۰۰۰ متر به‌عنوان فاصله مستقل شناخته شد. مقایسه روش تابع مفصل و تکنیک‌های زمین‌آماري براساس ضریب

* مسئول مکاتبه: a.jafari@uk.ac.ir

تبیین (R^2) نشان داد مقدار این ضریب برای تابع مفصل برای متغیر شن ۶ درصد و برای جرم مخصوص ظاهری ۸ درصد بیش تر از تکنیک‌های مرسوم زمین‌آماری به دست آمد. همچنین مقادیر خطای حاصل از پیش‌بینی توسط تابع مفصل کم تر محاسبه شد که نشان از برتری نسبی عملکرد تابع مفصل در تخمین پارامترهای فیزیکی خاک دارد.

نتیجه‌گیری: نتایج این پژوهش نشان داد که توابع مفصل نتوانسته با دقت خیلی بالایی برآورد را انجام دهد، اگرچه تابع مفصل میانه نسبت به سایر تکنیک‌های زمین‌آماری، عملکرد بهتری در برآورد ویژگی‌های فیزیکی خاک دارد. از مهم‌ترین دلایل این برتری می‌توان به توانایی برازش تابع توزیع حاشیه‌ای بر داده‌ها در تابع مفصل اشاره کرد که در تکنیک‌های زمین‌آماری امکان برازش تابع توزیع حاشیه‌ای بر داده‌ها ممکن نیست. از دلایل دیگر می‌توان به توانایی بیان همبستگی بین داده‌ها در فواصل مختلف و عدم حساسیت تابع مفصل به داده‌های پرت نسبت به تکنیک‌های مرسوم زمین‌آماری را برشمرد. با توجه به ماهیت چولگی داده‌های خاک در طبیعت و همچنین ضرورت آنالیز و تفسیر دقیق تر داده‌های واقعی خاک بدون تغییر آن‌ها، تابع مفصل می‌تواند کاربرد وسیعی در تخمین ویژگی‌های خاک داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، تابع مفصل، تکنیک‌های درون‌یابی

مقدمه

خاک محیطی زنده، پویا و طبیعی با کارکردهای مفید فراوانی است که حیات بشر تا حدود زیادی به آن بستگی دارد. خاک مهم‌ترین جزء اکوسیستم است که تعادل فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی آن از اهمیت زیادی، جهت کارکرد مناسب اکوسیستم، برخوردار است (۲۴). در این رابطه، کیفیت برتر خاک بیانگر شرایط فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی بهینه می‌باشد، که منجر به تولید بهینه کمی و کیفی در محصولات می‌گردد (۱۵). ارتباط بین بخش‌های فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی باعث می‌شود که خاک یک محیط دائماً در حال تغییر و دارای پراکنش مکانی باشد (۲۷). به‌طور کلی ویژگی‌های خاک دارای تغییرات مکانی و زمانی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ می‌باشند (۷). پراکنش مکانی ویژگی‌های فیزیکی خاک برای مدیریت و برنامه‌ریزی مناسب آن به‌منظور بهره‌برداری مناسب، از اهمیت زیادی برخوردار است. از این‌رو، روش‌های زمین‌آماری به‌دلیل در نظر گرفتن همبستگی و ساختار مکانی داده‌های خاک مهم هستند، زیرا یکی

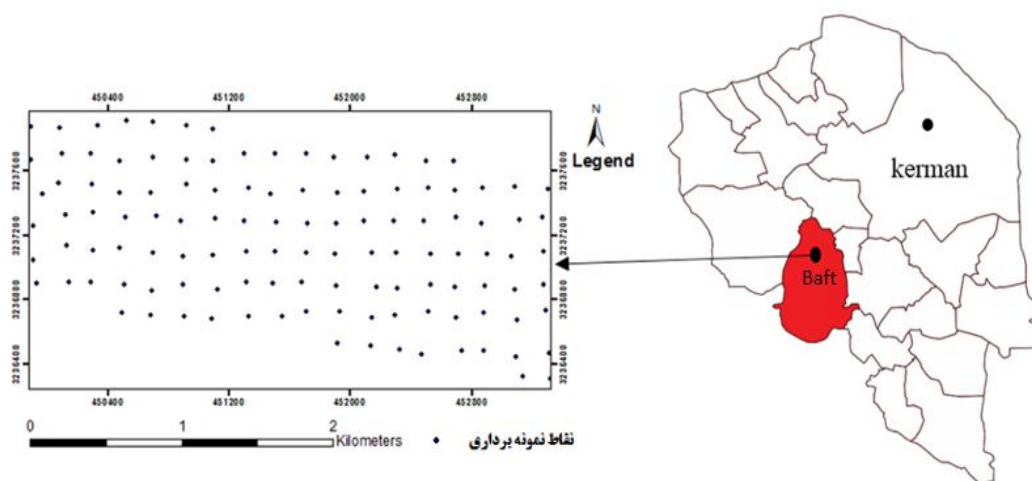
از خصوصیات مشترک ویژگی‌های محیطی از جمله خاک، پیوستگی مکانی آن‌ها است (۲۵). هدف عمومی بررسی‌های زمین‌آماری خاک، جمع‌آوری، تفسیر و تعمیم اطلاعات مربوط به توزیع مکانی ویژگی‌های آن است. به‌دلیل پیچیدگی توزیع مکانی بالا بودن تغییرات در خاک، استفاده از روش‌های برآورد مبتنی بر زمین‌آمار برای درون‌یابی ویژگی‌های فیزیکی خاک در نقاط نمونه‌برداری نشده ضروری به‌نظر می‌رسد. در این رابطه می‌توان از روش‌های زمین‌آماری شامل تخمین‌گرهای آماری غیرپارامتری مانند روش‌های میانگین متحرک وزنی و یا روش‌های پارامتری زمین‌آماری مانند کریجینگ و کوکریجینگ استفاده نمود (۲۴). اختلاف بین روش‌های مختلف که برای برآورد متغیرهای زمانی و یا مکانی یک متغیر استفاده می‌شود، در نحوه محاسبه عامل وزنی است که به نقاط اطراف نقطه مورد نظر اختصاص داده می‌شود (۱۴). این تجزیه و تحلیل‌های زمین‌آماری غالباً به کمک واریوگرام و یا تابع کوواریانس بیان می‌شود. این روش در کنار محاسن مذکور، معایبی نیز دارد.

مدت و دوره بازگشت بارش به صورت دو به دو موفق به استخراج منحنی‌های شدت-مدت - فراوانی برای منطقه‌ای در مالزی شدند (۲). هائو و سینگ (۲۰۱۳) به کمک مبحث آنتروپی و تابع مفصل موفق به پیش‌بینی جریان رودخانه با دقتی قابل قبول در رودخانه کلرادو شدند (۱۱). سالوادوری و دمیشله (۲۰۱۴) نیز با استفاده از توابع مفصل چندمتغیره اقدام به ارزیابی خشکسالی هیدرولوژیکی به صورت آبی در شمال ایتالیا نمودند (۲۲). با این وجود، هیچ مطالعه‌ای در زمینه کاربرد تابع مفصل در برآورد ویژگی‌های خاک صورت نگرفته است، بنابراین هدف از پژوهش حاضر، ارزیابی عملکرد تابع مفصل در پهنه‌بندی تغییرات مکانی و مقایسه آن با سایر تکنیک‌های مرسوم زمین‌آمار در پیش‌بینی برخی از ویژگی‌های فیزیکی خاک می‌باشد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و نمونه‌برداری خاک: منطقه مورد مطالعه در ۱۰ کیلومتری غرب شهرستان بافت در استان کرمان با طول جغرافیایی ۵۶ درجه و ۲۹ دقیقه تا ۵۶ درجه و ۳۱ دقیقه و عرض جغرافیایی ۲۹ درجه و ۱۵ دقیقه تا ۲۹ درجه و ۱۶ دقیقه واقع شده است (شکل ۱). منطقه مورد مطالعه تحت کاربری‌های کشاورزی، مرتع و صنعتی می‌باشد. ارتفاع منطقه مورد مطالعه به‌طور متوسط ۲۲۷۰ متر از سطح دریا، میانگین دمای سالانه ۱۶ درجه سانتی‌گراد و میانگین بارش سالانه منطقه ۲۴۷ میلی‌متر می‌باشد. هم‌چنین رژیم رطوبتی و حرارتی منطقه به ترتیب اریدیک ضعیف و ترمیک می‌باشد (۳).

مهم‌ترین ضعف این روش، شرایط نرمال بودن توزیع داده‌هاست که در شرایط طبیعی برای داده‌های مربوط به پراکنش خاک کم‌تر دیده می‌شود. داده‌های مربوط به ویژگی‌های فیزیکی خاک، اغلب دارای چولگی و کشیدگی می‌باشند، رویکردهای مرسوم در پهنه‌بندی با استفاده از روش‌های زمین‌آمار که نیاز به داده نرمال دارد، باعث کاهش دقت روش مذکور می‌گردد (۸). تابع مفصل به‌عنوان روشی نوین که نیاز به داده‌های نرمال ندارد، می‌تواند هم‌خوانی بیشتری با داده‌های خاک داشته باشد و باعث افزایش دقت پهنه‌بندی گردد (۸). در سال‌های اخیر استفاده از تابع مفصل در علوم مختلف گسترش پیدا کرده است. معظمی و همکاران (۲۰۱۴) پژوهشی بر روی میزان خطای حاصل از تخمین بارش با استفاده از تصاویر ماهواره‌ای و تجزیه و تحلیل عدم قطعیت با استفاده از تابع مفصل انجام دادند (۱۹). هم‌چنین پژوهشی در مورد تخمین مقدار بارش در ایستگاه‌های مفقود توسط بوردوسی و پگرام (۲۰۱۴) صورت گرفته است. در این پژوهش مقدار داده در ایستگاه مفقود بر اساس ایستگاه‌های مجاور با استفاده از تابع مفصل تخمین زده شد و نتایج این روش با روش‌هایی از جمله نزدیک‌ترین همسایگی، کریجینگ و فازی مقایسه شد که نتایج بیانگر دقت بالای این مدل نسبت به سایر مدل‌های مذکور بود (۵). هم‌چنین کونگ و همکاران (۲۰۱۴) با به‌کارگیری توابع بیشینه آنتروپی مفصل، اقدام به پیش‌بینی جریان ماهانه رودخانه‌ای در چین نمودند، مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش مورد استفاده با مقادیر مشاهداتی دال بر دقت بالای مدل مورد استفاده داشت (۱۶). آریف و همکاران (۲۰۱۲) با به‌کارگیری توابع مفصل دو متغیره، متغیرهای شدت،



شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه و نقاط نمونه برداری.

Figure 1. Location of the study area and sampling points.

برازش تابع توزیع حاشیه‌ای: به منظور برازش تابع مفصل بر داده‌ها، ابتدا باید تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب، بر داده‌ها برازش یابد. انواع مختلف توابع توزیع حاشیه‌ای وجود دارد که با توجه به تغییرات مکانی و ویژگی‌های آماری خصوصیت مورد بررسی، انواع تابع توزیع حاشیه‌ای بر آن برازش داده می‌شود و در نهایت براساس آزمون‌های نکویی یا Goodness of fit test بهترین مدل انتخاب می‌شود. به این منظور، از سه آزمون نکویی کلموگروف-اسمیرنف^۱، آندرسون-دارلینگ^۲ و کای اسکوئر^۳ استفاده گردید و بر اساس این سه آزمون، تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای هر پارامتر انتخاب گردید. در نهایت براساس تابع توزیع حاشیه‌ای خروجی برای هر پارامتر کدنویسی مختص آن تابع انجام گرفت (کدنویسی تابع مفصل بر اساس توابع توزیع حاشیه‌ای تغییر می‌کند). آزمون‌های مذکور در محیط نرم‌افزار آماری EasyFit5.5 صورت گرفت.

نمونه برداری خاک در منطقه‌ای به وسعت ۴۸۴ هکتار صورت گرفت، بدین منظور با استفاده از روش شبکه بندی، منطقه به طور کاملاً منظم به شبکه‌هایی تقسیم شد که مساحت هر شبکه ۴ هکتار بود. سپس از هر شبکه یک نمونه خاک و در مجموع ۱۲۱ نمونه از لایه سطحی خاک تهیه شد. برای تعیین نقاط نمونه برداری از نرم‌افزارهای Google Earth و Arcgis10.3 استفاده شد. نمونه‌های خاک پس از هوا خشک نمودن، از الک دو میلی متری عبور داده شد و برخی از ویژگی‌های فیزیکی خاک شامل بافت خاک به روش هیدرومتری (۶) (از درصد شن در پژوهش حاضر استفاده گردید)، جرم مخصوص ظاهری خاک (ρ_b) به روش کلوخه و پارافین (۱۰) اندازه‌گیری شد. توصیف آماری داده‌ها: توصیف آماری داده‌ها به منظور بررسی چگونگی توزیع آن‌ها و دست یابی به خلاصه‌ای از اطلاعات آماری داده‌های مورد نظر به کمک نرم‌افزار SPSS23.0 صورت گرفت. توزیع فراوانی با شاخص‌های میانگین، بیشینه، کمینه، چولگی، کشیدگی، ضریب تغییرات و انحراف معیار مورد بررسی قرار گرفت.

1- Kolmogorov-Smirnov
2- Anderson-Darling
3- Chi-Squared

که تابع C را تابع مفصل گویند. تابع مفصل خانواده‌های متعددی دارد. در این میان تابع مفصل ارشمیدوسی به دلیل توانایی پوشش همبستگی مثبت و منفی داده‌ها، سهولت ایجاد آن‌ها و همچنین تعداد زیاد این خانواده کاربرد زیادی دارد که در پژوهش حاضر از خانواده تابع مفصل ارشمیدوسی استفاده شد (جدول ۱).

به منظور توصیف و تحلیل ساختارهای مکانی می‌توان از تابع مفصل به عنوان تابع توزیع دو متغیره برای نقاطی با فاصله مشخص استفاده نمود. بدین منظور لازم است که تابع توزیع حاشیه‌ای که بر متغیرهای ناحیه‌ای برازش یافته، برای تمامی نقاط در میدان تصادفی یکسان باشد (۱۷). بدین منظور ابتدا تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرهای ناحیه‌ای Z به داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس داده‌های مربوط به متغیرها که فاصله آن‌ها از یکدیگر $h \pm \Delta h$ است، جدا می‌گردد که در آن h فاصله مکانی دلخواه و Δh دامنه نوسان می‌باشد.

تابع مفصل و توصیف ساختار متغیرهای مکانی: در پژوهش حاضر به منظور برازش تابع مفصل مناسب از بسته copula تحت محیط برنامه‌نویسی نرم افزار آماری R استفاده گردید. این بسته توسط هوفرت و همکاران (۲۰۱۸) ارائه گردید. آخرین نسخه بسته copula که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفت، مربوط به ۲۰۱۸/۱۲/۱۹ می‌باشد (۱۲).

تابع مفصل ابزاری برای مدل‌سازی همبستگی بین چند متغیر تصادفی می‌باشد (۲۳). اسکالر (۲۰) بیان کرد که به جای بیان تابع توزیع دو متغیره F به صورت تابعی از چندک‌ها، می‌توان آن را به صورت تابعی از حاشیه‌ها یا احتمالات تجمعی u_i و u_j نوشت. همچنین نشان داد که اگر F کاملاً پیوسته باشد، تابع یگانه‌ای به صورت $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ وجود دارد به نحوی که:

$$C(u_i, u_j) = F(F_i^{-1}(u_i), F_j^{-1}(u_j)) \quad (۱)$$

جدول ۱- برخی از توابع مفصل ارشمیدوسی (۲۰).

Table 1. Some of the Archimedean copula functions (20).

حالات مرزی Border states	محدوده پارامتر Parameter range	تابع مولد (ϕ) Productive function	$C_\theta(u, v)$	نام Name
$C_{-1} = W$ $C_0 = \Pi$ $C_\infty = M$	$[-1, \infty) \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	$\max\left([u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{1/\theta}, 0\right)$	کلایتون Clayton
$C_{-\infty} = W$ $C_0 = \Pi$ $C_\infty = M$	$(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right)$	فرانک Frank
$C_1 = \Pi$ $C_\infty = M$	$[1, \infty)$	$(-\ln t)^\theta$	$\exp\left(-\left[(\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta\right]^{1/\theta}\right)$	گامبل Gumbel
$C_1 = \Pi$ $C_\infty = M$	$[1, \infty)$	$-\ln[1 - (1-t)^\theta]$	$1 - \left[(1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta (1-v)^\theta \right]^{1/\theta}$	جو Joe

تابع مفصل را برای هر جفت داده با فاصله $h \pm \Delta h$ می توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$C_h(u_1, u_2) = P[F_z(Z(x)) < u_1, F_z(Z(x+h)) < u_2] = C(F_z(Z(x)), F_z(Z(x+h))) \quad (2)$$

کاهش می دهد، امکان استفاده از سایر خانواده های تابع مفصل مانند ارشمیدسی را که انعطاف بالایی را دارند، میسر می سازد. عاس و همکاران (۲۰۰۹) روشی به منظور تبدیل تابع مفصل $n(n-1)/2$ متغیره به تابع مفصل دو متغیره ارائه کردند. این رویکرد امکان ترکیب توابع مفصل با خانواده های مختلف را فراهم می کند. در پژوهش فوق از دو نوع ساختار مختلف استفاده گردید که در این پژوهش از مدل موسوم به ساختار درختی متعارف استفاده گردید. ساختار کلی تابع چگالی مفصل ساختار درختی متعارف به صورت زیر می باشد (۱).

$$\prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j,j+i, \dots, j-1} \{F(x_j | x_1, \dots, x_{j-1}), F(x_{j+i} | x_1, \dots, x_{j-1})\} \quad (3)$$

تابع توزیع در نقطه مجهول به صورت زیر در نظر گرفت (۴).

$$C^{-1}(U_1 | F(x_2), \dots, F(x_{k+1}))|_{U_1=0.5} \quad (4)$$

مجهول می باشد.

$$Z_{median}(x_1) = F^{-1}(C_{k+1}^{-1}(0.5 | F(x_2), \dots, F(x_{k+1}))) \quad (5)$$

است (۴).

$$Z_{mean}(x_1) = \int_0^1 F^{-1}(u) c(u | F(x_2), \dots, F(x_{k+1})) du \quad (6)$$

در این پژوهش اعمال دامنه نوسان با توجه به این که فاصله نقاط یکسان بوده الزامی نیست. در نتیجه

که در آن، F_x تابع توزیع متغیر ناحیه ای Z می باشد که برای تمامی نقاط X یکسان می باشد.

با توجه به این که با تغییر فاصله، تابع مفصل برازش یافته به داده ها تغییر می یابد، جهت برازش یک مدل مناسب به داده ها ابتدا بر روی فواصل، بهترین تابع مفصل برازش داده می شود. در ادامه با طبقه بندی فاصله، برای هر طبقه از تابع مفصل ترکیبی از دو تابع مفصل ابتدا و انتهای طبقه فاصله به دست می آید.

رویکرد ارائه شده در این پژوهش بر اساس روش ارائه شده توسط عاس و همکاران (۲۰۰۹) می باشد (۱). این روش علاوه بر این که زمان محاسبات را

برای ارزیابی یک نقطه با استفاده از n نقطه اطراف آن بارسوس (۲۰۰۶) از تابع مفصل شرطی استفاده نمود و میانه تابع مفصل شرطی را به عنوان برآوردی از

حال اگر F تابع توزیع متغیر ناحیه ای باشد، برآورد نقطه مجهول به صورت معکوس تابع F در نقطه

همچنین تخمین نقطه ای مقدار متوسط از مقدار نامشخص با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه

می‌شود (۲۱). کریجینگ منفصل یا گسسته نیز روش غیرخطی کریجینگ است (۲۱). توضیحات کامل در مورد روش‌های کریجینگ در منبع (۲۱) ارائه شده است.

ارزیابی عملکرد مدل‌ها: در نهایت دقت برآورد تابع منفصل و انواع تکنیک‌های کریجینگ شامل کریجینگ ساده، کریجینگ معمولی، کریجینگ شاخص و کریجینگ منفصل یا گسسته و روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) با معیارهای میانگین ریشه دوم مربعات استاندارد (RMSE)، ضریب تبیین (R^2)، میانگین خطای مطلق (MAE) و میانگین خطای انحراف (MBE) ارزیابی شد.

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)}{n} \right]^{0.5} \times \frac{100}{\bar{O}} \quad (7)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{O})^2} \quad (8)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |P - O|}{n} \quad (9)$$

$$MBE = \frac{\sum_{i=1}^n (P - O)}{n} \quad (10)$$

که در آن‌ها، P_i مقادیر برآورد شده، \bar{O} مقدار متوسط پارامتر مشاهده شده، O_i مقدار اندازه‌گیری شده و n تعداد نمونه‌ها است. در صورتی که مقدار اندازه‌گیری شده و برآورد شده با هم برابر باشند مقدار عددی RMSE، MAE و MBE برابر با صفر و مقدار عددی R^2 برابر با یک خواهد بود. در پایان، نقشه پهنه‌بندی بر اساس مناسب‌ترین روش درون‌یابی رسم گردید.

پس از به‌دست آمدن بهترین تابع منفصل برای هر فاصله (براساس بیش‌ترین شاخص MLE و پارامتر تابع منفصل θ)، با استفاده از روش پیشنهادی توسط عاس و همکاران (۲۰۰۹)، توابع منفصل پنج متغیره با استفاده از رابطه ۴ ساخته شدند و در نهایت با استفاده از رابطه‌های ۵ و ۶ که به‌ترتیب برای تخمین نقاط مجهول بر اساس میانه و میانگین داده‌ها می‌باشد. از چهار تابع منفصل کلاستون، جو، گامبل و فرانک، تابع منفصل میانگین و میانه محاسبه شد (۱).

تجزیه و تحلیل زمین‌آماری: در تجزیه و تحلیل‌های زمین‌آماری برای تعیین بهترین مدل با کم‌ترین خطا، نیم‌تغییرنمای داده‌ها در محیط نرم‌افزار GS+ 5.1 ترسیم شد. سپس مقدار اثر قطعه‌ای (C0)، آستانه (C+C0) و دامنه تأثیر (A0) به‌دست آمده در محیط نرم‌افزار Arcgis10.3 به محیط نرم‌افزار GS+ 5.1 انتقال داده شد. سپس برای این‌که بتوان مقایسه جامع و کامل‌تری از تابع منفصل نسبت به تکنیک‌های زمین‌آماری به‌دست آورد، دقت برآورد انواع روش‌های کریجینگ شامل کریجینگ ساده، کریجینگ معمولی، کریجینگ شاخص، کریجینگ منفصل یا گسسته و روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) محاسبه گردید.

کریجینگ ساده نسبت به کریجینگ معمولی در شرایطی که معمولاً اطلاعات قبلی در مورد میانگین متغیر موجود باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد (۲۱). کریجینگ معمولی مربوط به یک متغیر منفرد، به‌عنوان یکی از قوی‌ترین و پرکاربردترین روش‌های تخمین زمین‌آماری محسوب می‌گردد، این روش هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در داده‌ها روند وجود داشته باشد. بدین معنی که واریوگرام ترسیم شده برای تغییر مکانی به یک آستانه مشخصی نرسیده و با افزایش فاصله افزایش یابد. در این حالت از تخمین‌گرهای غیرخطی مانند کریجینگ عام استفاده

نتایج و بحث

Sandy loam با ۷۵ درصد پوشش تشکیل می‌دهد. هم‌چنین مقدار میانگین جرم مخصوص ظاهری ۱/۵۲ می‌باشد. مقدار بیشینه جرم مخصوص ظاهری ۱/۹۵ به‌دست آمد که این عدد مربوط به کاربری صنعتی است و علت آن احتمالاً به عبور و مرور وسایل نقلیه سنگین مربوط می‌شود. پس از انجام تست نرمالیته کولموگراف- اسمیرنوف، مشخص شد پارامتر شن دارای توزیع غیرنرمال ($P=۰/۰۰۳$) و پارامتر جرم مخصوص ظاهری ($P=۰/۰۵۸$) دارای توزیع نرمال می‌باشند.

توصیف آماری داده‌ها: جهت محاسبات آماری لازم است داده‌های مورد آزمایش که به‌صورت داده‌های خام هستند، منظم گردند. جدول ۲ آمار توصیفی ویژگی‌های فیزیکی اندازه‌گیری شده نمونه‌های خاک را نشان می‌دهد. مقدار میانگین شن در منطقه ۶۰/۳۹ درصد می‌باشد در مجموع ۶ کلاس بافت خاک شامل Sandy clay loam (۱ درصد)، Sandy clay loam (۱۰ درصد)، loam (۵ درصد)، Sandy loam (۷۵ درصد) و loamy sand (۹ درصد) در منطقه تشخیص داده شد، که بافت خاک غالب را کلاس

جدول ۲- توصیف آماری متغیرهای شن و جرم مخصوص ظاهری خاک در منطقه مورد مطالعه.

Table 2. Statistical descriptive of soil sand and bulk density in the study area.

پارامتر	واحد	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات (%)	چولگی	کشیدگی
Parameter	Unit	Minimum	Maximum	Average	Standard deviation	Coefficient of variation (%)	Skewness	Kurtosis
شن	%	30.7	81.4	60.39	10.67	17.66	-0.32	3.33
جرم مخصوص ظاهری	$g\ cm^{-3}$	1.11	1.95	1.52	0.17	11.18	-0.28	0.08
Bulk density (ρ_b)								

شن در گروه تغییرپذیری متوسط و جرم مخصوص ظاهری در گروه تغییرپذیری کم قرار گرفتند. برآزش تابع توزیع حاشیه‌ای: به‌منظور برآزش تابع مفصل مکانی، ابتدا بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای برای هر ویژگی، با استفاده از سه آزمون نکوئی کلموگروف- اسمیرنوف، آندرسون- دارلینگ و کای اسکوئر انتخاب گردید و در جدول ۳ نشان داده شده است.

برای بیان تغییرپذیری ویژگی‌های خاک از شاخص ضریب تغییرات استفاده شد. بر اساس تقسیم‌بندی ارائه شده توسط ویلدینگ (۱۹۹۵) بر مبنای مقادیر ضریب تغییرات، ویژگی‌های مورد مطالعه را می‌توان به سه گروه تقسیم کرد: ویژگی‌هایی با تغییرپذیری کم (ضریب تغییرات کم‌تر از ۱۵)، ویژگی‌هایی با تغییرپذیری متوسط (ضریب تغییرات ۱۵ تا ۳۵) و ویژگی‌هایی با تغییرپذیری زیاد (ضریب تغییرات بیش‌تر از ۳۵) (۲۶). بنابراین متغیر درصد

جدول ۳- توابع توزیع حاشیه‌ای برازش یافته بر داده‌ها.

Table 3. The margin distribution functions fitted on data.

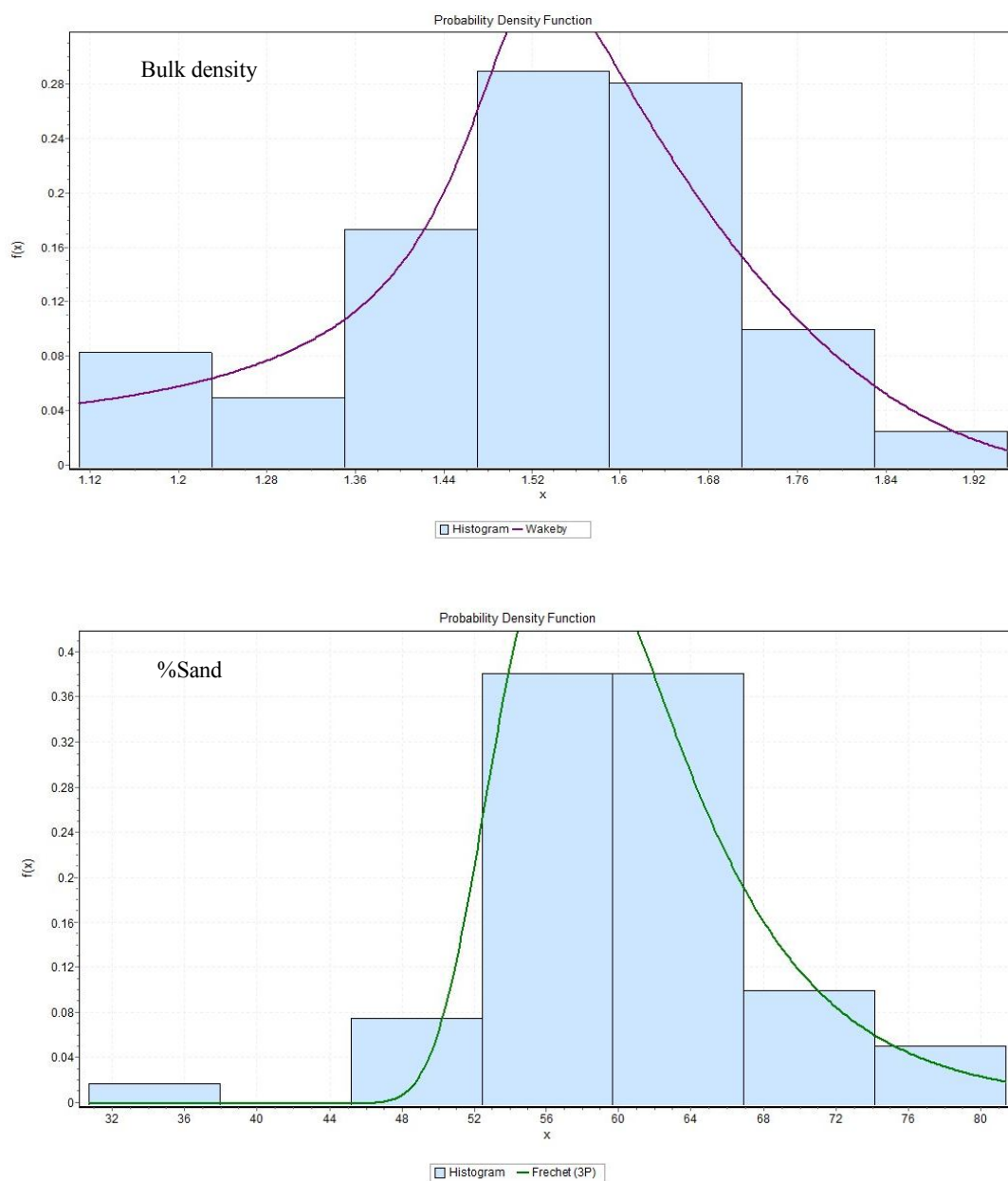
مقدار آماره در آزمون کای اسکوئر Amount statistic in the chi-square test	مقدار آماره در آزمون آندرسون- دارلینگ amount of statistic in the Anderson-Darling test	مقدار آماره در آزمون کلموگروف- اسمیرنف Amount of statistic in the Kolmogorov-Smirnov test	تابع توزیع حاشیه‌ای Margin distribution function	پارامتر Parameter
13.177	1.842	0.102	Frechet (3p)	شن (%) (%Sand)
2.370	0.477	0.074	Wakeby	جرم مخصوص ظاهری (Bulk density) ρ_b (gr.cm ⁻³)

نوسان لحاظ نمی‌شود. بنابراین فاصله پایه ۴۰۰ تا ۲۰۰۰ متر به‌عنوان فاصله نقاط در نظر گرفته شده است که فاصله نقاط بر اساس فاصله پایه، در این دامنه تقسیم شدند. پس از تعیین فاصله نقاط، بهترین تابع مفصل برای هر پارامتر انتخاب گردید. بهترین توابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای هر پارامتر در جدول‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است.

طبق جدول‌های ۵ و ۶، مقدار شاخص حداقل میانگین خطا (MLE) و پارامتر تابع مفصل (θ) با افزایش فاصله کاهش پیدا کرده است که نشان‌دهنده کاهش ضریب همبستگی با فاصله است. آماره MLE معیاری برای برآورد پارامترهای یک مدل آماری و پارامتر تابع مفصل (θ) معیاری برای سنجش همبستگی با فاصله است. نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج گنجعلیخانی و همکاران (۲۰۱۵) و بارسوس (۲۰۰۶) همخوانی دارد (۴ و ۸).

براساس مقدار آماره سه آزمون کلموگروف- اسمیرنف، آندرسون- دارلینگ و کای اسکوئر، متغیرهای شن و جرم مخصوص ظاهری به‌ترتیب از تابع توزیع حاشیه‌ای Frechet (3p) و Wakeby پیروی کردند. با توجه به توزیع و پراکندگی متغیرهای مورد بررسی، توابع Frechet سه‌پارامتری و Wakeby از بین توابع توزیع متعددی که وجود دارد، بهترین برازش را داشتند. شکل ۲ برازش توابع توزیع بر متغیرهای شن و جرم مخصوص ظاهری را نشان می‌دهد. همچنین جدول ۴ توابع توزیع را براساس آزمون نکوئی برای جرم مخصوص ظاهری نشان می‌دهد.

برازش تابع مفصل بر جفت نقاط: به‌منظور برازش تابع مفصل در جفت نقاط ابتدا باید جفت نقاط با فاصله مکانی $h \pm \Delta h$ جدا و دسته‌بندی گردند. همان‌طور که در بخش مواد و روش‌ها به آن اشاره گردید، چون فاصله تمام نقاط یکسان بوده است دامنه



شکل ۲- برازش تابع توزیع Wakeby و Frechet (3p) بر درصد شن و جرم مخصوص ظاهری خاک.

Figure 2. Frechet (3P) and Wakeby distribution functions fitted on soil sand percent and bulk density.

جدول ۴- آزمون نکویی توابع توزیع براساس کولموگراف اسمیرنوف، آندرسون دارلینگ و کای اسکور برای خصوصیت جرم مخصوص ظاهری.

Table 4. Goodness of fit test based on Kolmogorov Smirnov, Anderson Darling and Chi-Squared for bulk density.

کای- اسکور Chi-Squared		آندرسون- دارلینگ Anderson- Darling		کلموگروف- اسمیرنوف Kolmogorov Smirnov		تابع توزیع Distribution function	
رتبه Rank	آماره Statistic	رتبه Rank	آماره Statistic	رتبه Rank	آماره Statistic		
11	2.3701	8	0.47736	12	0.07458	Beta	1
13	2.6976	4	0.34991	5	0.0623	Burr	2
10	1.9394	5	0.40759	7	0.06845	Burr (4P)	3
22	6.0735	35	1.3672	17	0.08664	Cauchy	4
56	1244.9	59	83.571	59	0.70792	Chi-Squared	5
							6
							.
							.
							58
1	2.37015	1	0.47726	1	0.07499	Wakeby	59
12	2.4286	10	0.50686	4	0.05727	Weibull	60
8	1.8934	11	0.50953	13	0.0755	Weibull(3P)	61

جدول ۵- بهترین تابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای شن.

Table 5. The best copula and Pearson correlation coefficient of pairs of points at the specified intervals for sand.

پارامتر تابع مفصل (θ) Copula parameter (θ)	حداقل میانگین خطا Mean Least Error (MLE)	تابع مفصل copula	ضریب همبستگی پیرسون Pearson correlation coefficient	تعداد جفت نقاط Number of pairs of points	فاصله (متر) Distance (m)
5.124	24.34	فرانک (Frank)	0.60	215	400
4.351	18.97	جو (Joe)	0.45	188	800
1.508	15.75	گامبل (Gumbel)	0.27	160	1200
1.123	12.92	فرانک (Frank)	0.16	134	1600
-	-	مستقل (Independent)	0.08	95	2000

جدول ۶- بهترین تابع مفصل و ضریب همبستگی پیرسون جفت نقاط در فواصل مشخص برای جرم مخصوص ظاهری.

Table 6. The best copula and Pearson correlation coefficient of pairs of points at the specified intervals for bulk density.

پارامتر تابع مفصل (θ) Copula parameter (θ)	حداقل میانگین خطا Mean Least Error (MLE)	تابع مفصل copula	ضریب همبستگی پیرسون Pearson correlation coefficient	تعداد جفت نقاط Number of pairs of points	فاصله (متر) Distance (m)
5.189	25.11	فرانک (Frank)	0.63	215	400
5.001	20.90	جو (Joe)	0.42	188	800
2.167	16.17	گامبل (Gumbel)	0.20	160	1200
2.159	12.98	فرانک (Frank)	0.12	134	1600
-	-	مستقل (Independent)	0.01	95	2000

بیشترین میزان همبستگی حاصل می‌شود. هر چند که کاربر می‌تواند تمام مراحل اجرای تابع مفصل را بررسی کند.

تجزیه و تحلیل‌های زمین‌آماری: در جدول ۷ مدل‌های برازش داده شده بر نیم تغییرنمای تجربی پارامترهای مورد مطالعه نشان داده شده است. براساس جدول ۷ بهترین مدل برازش داده شده بر نیم تغییرنمای هر دو پارامتر مدل کروی می‌باشد. هم‌چنین براساس تقسیم‌بندی جردن و همکاران (۲۰۱۸) نسبت اثر قطعه‌ای به آستانه $(C0/C0+C)$ را می‌توان برای ارزیابی ساختار مکانی داده‌ها مورد بررسی قرار داد. وقتی این نسبت کم‌تر از ۰/۲۵ باشد متغیر دارای ساختار مکانی قوی می‌باشد، بین ۰/۲۵-۰/۷۵ ساختار مکانی متوسط و بزرگ‌تر از ۰/۷۵ ساختار مکانی ضعیف می‌باشد (۱۳). بنابراین متغیر درصد شن دارای همبستگی مکانی متوسط و پارامتر جرم مخصوص ظاهری دارای همبستگی مکانی قوی می‌باشند. به‌طور کلی، وابستگی مکانی قوی خصوصیات خاک به فاکتورهای درونی مانند بافت خاک، مواد مادری و مینرالوژی و وابستگی مکانی ضعیف به فاکتورهای خارجی مانند شخم، کوددهی و عملیات مدیریتی دیگر مربوط می‌شود (۲۸). به‌نظر می‌رسد پارامتر شن تحت‌تأثیر عملیات خارجی مثل جابجایی قرار گرفته باشد.

برای هر فاصله چهار تابع کلایتون، فرانک، جو و گامبل برازش داده شد. هر کدام از این توابع که براساس شاخص MLE و پارامتر تابع مفصل θ (براساس بیش‌ترین مقدار) برازش بهتری داشته باشد، برای آن فاصله انتخاب می‌شود. بنابراین به‌دلیل این‌که برای هر فاصله، سایر توابع نسبت به تابع کلایتون برازش بهتری داشته‌اند، تابع کلایتون انتخاب نشده است (جدول‌های ۵ و ۶). لازم به ذکر است میزان همبستگی بین نقاط در فواصل بالاتر از ۲۰۰۰ متر به مقدار تقریباً ثابتی رسیده، به‌عبارت دیگر، در این فاصله، جفت نقاط هیچ‌گونه همبستگی نشان ندادند، بنابراین امکان برازش تابع بر این نقاط وجود نداشت و از تابع مفصل که مربوط به داده‌های مستقل می‌باشد، برای برازش بر نقاط با فاصله ۲۰۰۰ متر استفاده گردید.

همان‌طور که در جداول بالا مشخص است با افزایش فاصله مقدار ضریب همبستگی کاهش پیدا کرده است. با اجرای تابع مفصل، به‌طور خودکار میزان همبستگی به‌عنوان تابعی از فاصله تعیین و در هر فاصله میانگین خطای تخمین هم محاسبه می‌شود. کاربر می‌تواند با توجه به روند تغییرات پارامتر با فاصله، فواصل را تغییر دهد به شرط این‌که بیش‌ترین همبستگی را در آن فاصله به‌دست آورد. در اکثر مواقع، با اجرای تابع مفصل و انتخاب خودکار فاصله،

جدول ۷- مدل‌های برازش داده شده بر نیم تغییرنمای تجربی پارامترهای مورد مطالعه.

Table 7. The models fitted on the Variogram of the studied parameters.

همبستگی مکانی Spatial correlation	R ²	C0/C0+C	A0	C0+C	C0	مدل Model	پارامتر Parameter
متوسط Medium	0.39	0.40	1000	60	24	کروی Spherical	شن (%) (%Sand)
قوی Strong	0.36	0.15	1200	0.04	0.006	کروی Spherical	جرم مخصوص ظاهری (Bulk density) ρ_b (gr cm ⁻³)

C0: اثر قطعه‌ای، C+C0: آستانه، A0: دامنه تأثیر و C0/C0+C: نسبت اثر قطعه‌ای به آستانه

تعیین گردید. نتایج اعتبارسنجی مدل‌ها در جدول‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است.

نتایج اعتبارسنجی مدل‌های پیش‌بینی‌کننده: براساس معیارهای اعتبارسنجی MAE ، R^2 ، $RMSE$ و MBE ، بهترین مدل برای برآورد مکانی هر پارامتر

جدول ۸- نتایج اعتبارسنجی تکنیک‌های درونیابی مختلف برای پیش‌بینی پارامتر شن.

Table 8. The validation results of different interpolation techniques for prediction of the sand percent.

MBE	MAE	R^2	RMSE	تکنیک‌های درونیابی Interpolation techniques
-0.18	3.15	0.43	9.53	وزندهی عکس فاصله (IDW)
-0.027	3.02	0.47	9.19	کریجینگ معمولی (Ordinary Kriging)
0.018	2.72	0.54	8.62	کریجینگ ساده (Simple Kriging)
-0.022	2.78	0.50	8.67	کریجینگ شاخص (Universal Kriging)
0.019	2.73	0.53	8.63	کریجینگ مفصل (Disjunctive Kriging)
0.011	2.30	0.60	8.41	تابع مفصل میانه (Median copula)
0.014	2.33	0.58	8.46	تابع مفصل میانگین (Average copula)

جدول ۹- نتایج اعتبارسنجی تکنیک‌های درونیابی مختلف برای پیش‌بینی پارامتر جرم مخصوص ظاهری (ρ_b).

Table 9. The validation results of different interpolation techniques for prediction of the ρ_b parameter.

MBE	MAE	R^2	RMSE	تکنیک‌های درونیابی Interpolation techniques
-0.001	0.081	0.54	7.51	وزندهی عکس فاصله (IDW)
0.009	0.080	0.55	7.50	کریجینگ معمولی (Ordinary Kriging)
-0.005	0.076	0.63	6.89	کریجینگ ساده (Simple Kriging)
-0.0008	0.080	0.56	7.42	کریجینگ شاخص (Universal Kriging)
-0.002	0.082	0.54	7.51	کریجینگ مفصل (Disjunctive Kriging)
-0.0004	0.022	0.71	6.50	تابع مفصل میانه (Median copula)
-0.0005	0.028	0.68	6.64	تابع مفصل میانگین (Average copula)

کریجینگ ساده ندارد. نتایج نشان می‌دهد تکنیک‌های زمین‌آماری و تابع مفصل در تخمین پارامتر جرم مخصوص ظاهری عملکرد بهتری نسبت به پارامتر شن داشتند و در این مورد، تابع مفصل، تخمین

با وجود این‌که تابع مفصل به‌ویژه با استفاده از میانه برآورد بهتری نسبت به تکنیک‌های مرسوم زمین‌آماری داشته اما اختلاف فاحشی از نظر خطای تخمین نسبت به تکنیک‌های زمین‌آماری به‌ویژه

عملکرد تابع مفصل و تکنیک‌های درون‌یابی دیگر در تخمین خصوصیات خاک، سهولت برازش مدل‌های زمین‌آماری و پیچیدگی برازش تابع مفصل باشد. یکی از دلایل دیگر کارایی نسبی تابع مفصل را توانایی بیان همبستگی بین داده‌ها در چندک‌های مختلف به صورت جداگانه در برازش تابع مفصل دانست (۴). منطقی به نظر می‌رسد که توانایی و کارایی تابع مفصل در تخمین خصوصیات خاک با تغییرپذیری و چولگی زیاد مورد آزمون قرار بگیرد تا بتوان در مورد عملکرد آن با عدم قطعیت کم‌تری صحبت کرد.

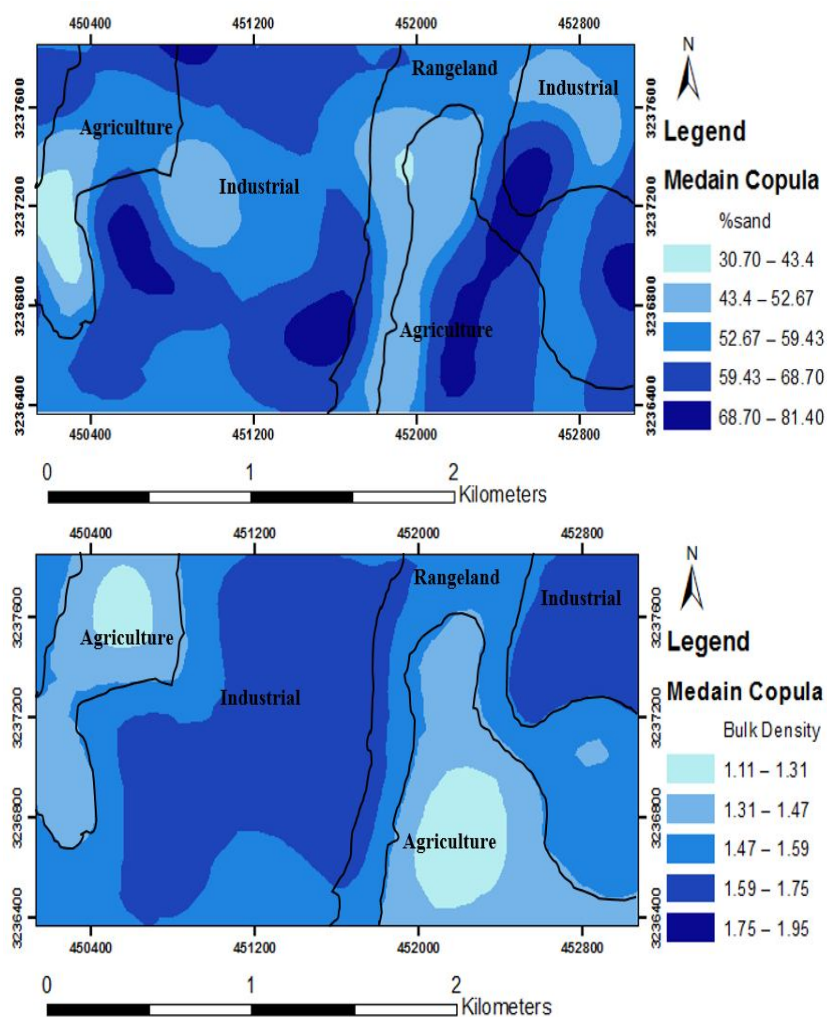
پهنه‌بندی با استفاده از تابع مفصل: نقشه پهنه‌بندی متغیرهای مورد مطالعه بر اساس تابع مفصل میانه در شکل ۳ نشان داده شده است. به منظور درک بهتر تغییرات مکانی متغیر مورد بررسی با کاربری‌های منطقه، نقشه کاربری اراضی و نقشه تغییرات مکانی متغیر مورد مطالعه تلفیق شدند (شکل ۳).

شکل ۳ نشان می‌دهد تغییر متغیر جرم مخصوص ظاهری با تغییر کاربری‌ها همراه است، به طوری که در کاربری کشاورزی مقدار جرم مخصوص ظاهری به دلیل افزایش ماده آلی (۱/۵ درصد) و در نتیجه افزایش تخلخل کاهش پیدا کرده است (۱۸). بیش‌ترین مقدار جرم مخصوص ظاهری در کاربری صنعتی مشاهده شده است که علت آن را می‌توان به عبور و مرور وسایل سنگین و فعالیت‌های صنعتی مرتبط دانست. تغییرات متغیر شن وابسته به کاربری نبوده و به صورت متناوب در منطقه تغییر کرده است. تغییرات متغیر شن شاید تحت تأثیر پارامترهای توپوگرافی مانند شیب منطقه مورد مطالعه باشد.

دقیق‌تری را ارائه کرده است. احتمالاً مزایای تابع مفصل از جمله حساس نبودن به داده پرت، عدم نیاز به داده‌های با توضیح نرمال و همخوانی بیش‌تر با داده‌های خاک از دلایل برتری نسبی تابع مفصل در تخمین پارامترهای مورد مطالعه می‌باشد. نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج حاصل از پژوهش‌های بارسوس (۲۰۰۶)، لی (۲۰۱۰)، گرلر و پیسما (۲۰۱۱) و گنجعلیخانی و همکاران (۲۰۱۵) که از تابع مفصل در پهنه‌بندی کیفیت آب‌های زیرزمینی استفاده کرده بودند، همخوانی دارد (۴، ۸، ۹ و ۱۷).

پایین بودن دقت برآورد توسط تکنیک‌های زمین‌آمار و تابع مفصل احتمالاً به دلیل آنالیز هم‌زمان نمونه‌های خاک از کاربری مختلف کشاورزی، صنعتی و مرتع است. مدیریت‌های مختلف در این کاربری‌ها به‌عنوان فاکتور خارجی تأثیرگذار بر شرایط خاک احتمالاً باعث تغییر خصوصیات خاک در فواصل کم شده و بر توانایی تخمین تکنیک‌های درون‌یابی تأثیر گذاشته است.

یکی از دلایل عملکرد مناسب تابع مفصل در مقایسه با سایر تکنیک‌های مرسوم درون‌یابی را برازش تابع توزیع حاشیه‌ای می‌دانند که در مدل‌های زمین‌آماری امکان برازش تابع توزیع حاشیه‌ای وجود ندارد (۸). برازش تابع توزیع حاشیه‌ای امکان پوشش همه تغییرات متغیر مورد بررسی را فراهم می‌آورد. به‌عبارت دیگر، انتخاب تابع توزیع حاشیه‌ای که تشریح‌کننده تغییرات متغیر مورد بررسی است، عملکرد تابع مفصل را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین شاید یکی از عوامل عدم وجود اختلاف فاحش بین



شکل ۳- نقشه پهنه‌بندی پارامترهای مورد مطالعه بر اساس تکنیک تابع مفصل میانه؛ (a) شن و (b) جرم مخصوص ظاهری.
Figure 3. Zoning map of the studied parameters based on the Median copula, a) sand and b) bulk density.

ظاهری داشته و برآورد آن‌ها با خطای کم‌تری همراه است. با توجه به نتایج حاصله از این پژوهش می‌توان به توانایی تابع مفصل در برآورد پارامترهای خاک پی برد که صحت این امر با عنایت به یافته‌های حاصل از پژوهش سایر پژوهشگران در پهنه‌بندی خصوصیات هیدرولوژی که رفتاری مشابه با خاک دارند، مورد تأیید قرار می‌گیرد.

نتیجه‌گیری کلی

در پژوهش حاضر پهنه‌بندی برخی از ویژگی‌های فیزیکی خاک به کمک تابع مفصل مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از این روش با انواع تکنیک‌های زمین‌آمار مقایسه گردید. براساس معیارهای اعتبارسنجی مشخص شد که تابع مفصل نسبت به روش‌های مرسوم زمین‌آمار عملکرد نسبی بهتری در برآورد متغیرهای شن و جرم مخصوص

منابع

1. Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., and Bakken, H. 2009. Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and economics*. 44: 2. 182-198.
2. Ariff, N.M., Jemain, A.A., Ibrahim, K., and Wan Zin, W.Z. 2012. IDF relationships using bivariate copula for storm events in Peninsular Malaysia. *J. Hydrol.* 470-471: 158-171.
3. Banai, M. 1998. Soil Moisture and Temperature Regime Map of Iran. Soil and Water Research Institute, Ministry of Agriculture, Iran.
4. Bárdossy, A. 2006. Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters. *Water Resources Research*. 42: 1-12.
5. Bárdossy, A., and Pegram, G. 2014. Infilling missing precipitation records – A comparison of a new copula-based method with other techniques. *J. Hydrol.* 519: 1162-1170.
6. Bouyoucos, G.J. 1962. Hydrometer method improved for making particle size analysis of soils. *Agron. J.* 54: 5. 464-465.
7. Foroughifar, H., Jafarzadah, A.A., Torabi Gelsefidi, H., Aliasgharzadah N., Toomanian, N., and Davatgar, N. 2011. Spatial Variations of Surface Soil Physical and Chemical Properties on Different Land forms of Tabriz Plain, Water and Soil Science. 21: 3. 1-21. (In Persian)
8. Ganjalikhani, M., Zounemat Kermani, M., Rezapur, M., and Rahnama, M. 2016. Evaluation of Copula Performance in Groundwater Quality Zoning Case Study: Kerman and Ravar region. Iran. *J. Soil Water Res.* 47: 3. 551-560. (In Persian)
9. Gräler, B., and Pebesma, E. 2011. The pair-copula construction for spatial data: a new approach to model spatial dependency. *Procedia Environmental Sciences*. 7: 1. 206-211.
10. Grossman, R.B., and Reinsch, T.G. 2002. Bulk density and linear extensibility. P 202-228. In: J.H. Dane and G.C. Topp (eds.) *Methods of Soil Analysis, Part 4. Physical Methods*. Soil Sci. Am. Book Series No. 5. ASA and SSSA, Madison, WI.
11. Hao, Z., and Singh, V.P. 2013. Modeling multisite streamflow dependence with maximum entropy copula. *Water Resources Research*. 49: 10. 7139-7143.
12. Hofert, M., Kojadinovic, I., Maechler, M., Yan, J., and Nešlehová, G. 2018. Copula: Multivariate Dependence with Copulas. R package (Version 0.999-19). URL: <http://CRAN.R-project.org/package=copula> (19.12.2018).
13. Jordan, S., Jannoura, G.R., Jordan, G., Buerkert, A., and Joergensen, R.G. 2018. Spatial variability of soil properties in the floodplain of a river oasis in the Mongolian Altay Mountains. *Geoderma*. 330: 99-106.
14. Khosravi, Y., and Abbasi, E. 2016. Spatial Analysis of Environmental Data Using Geostatistics, 280p. (In Persian)
15. Kinyangi, J. 2007. Soil health and soil quality: a review. Ithaca, USA, Cornell University, Draft publication. Available on: <http://www.cornell.edu>; Accessed on: www.worldaginfo.org. Accessed 15 Feb 2010
16. Kong, X.M., Huang, G.H., Fan, Y.R., and Li, Y.P. 2014. Maximum entropy - Gumbel-Hougaard copula method for simulation of monthly streamflow in Xiangxi River, China. *Stochastic Environ. Res. Risk Assessment*. 14: 2. 1-14.
17. Li, J. 2010. Application of copulas as a new geostatistical tool. Doctoral thesis, University of Stuttgart, Faculty of Civil and Environmental Engineering. PhD Thesis.
18. Lovland, P., and Webb, J. 2003. Is there a critical level of organic matter in the agricultural soils of temperate regions: a review. *Soil and Tillage Research*. 70: 1. 1-18.
19. Moazami, S., Golian, S., Kavianpour, M.R., and Hong, Y. 2014. Uncertainty analysis of bias from satellite rainfall estimates using copula method. *Atmospheric Research*. 137: 145-166.
20. Nelsen, R.B. 2007. An introduction to copulas. Springer Series in Statistics. 2nd Edition. Springer. 272p.

21. Oliver, M.A., and Webster, R. 2015. Basic steps in geostatistical: The Variogram and Kriging. Springer. 100p.
22. Salvadori, G., and De Michele, C. 2014. Multivariate real-time assessment of droughts via copula-based multi-site Hazard Trajectories and Fans. *J. Hydrol.* 526: 101-115.
23. Schmidt, T. 2007. Coping with copulas. In *Copulas - From Theory to Application in Finance*, J. Rank (ed.), 3-34, Risk Books, London.
24. Sokouti Oskooei, R., Mahdian, M., Mahmoodi, S., and Masihabadi, M. 2010. Spatial variability of some soil characteristics in Uromieh Plain, watershed engineering and management. 2: 3. 161-169.
25. Wang, G., Gertner, G., Parysow, P., and Anderson, A.B. 2000. Spatial Prediction and uncertainty analysis of topographic factors for the revised universal soil loss equation (RUSLE), *J. Soil Water Cons.* 55: 3. 114-123.
26. Wilding, L.P. 1985. Spatial variability: its documentation accommodation and implication to soil surveys. P 166-194. In: D.R. Nielsen and J. Bouma (eds.) *Soil Spatial Variability*. Pudoc. The Netherlands.
27. Yemefack, M., Rossiter, D.G., and Yomgang, R.N. 2005. Multi-scale characterization of soil variability within an agricultural landscape mosaic system in southern Cameroon. *Geoderma.* 125: 117-143.
28. Zheng, H., Wu, J., and Zhang, S. 2009. Study on the spatial variability of farmland soil nutrient based on the kriging interpolation. AICI, International conference on artificial intelligence and computational intelligence, November 7-8, Shanghai, China, 4: 550-555.



Copula function and its application to estimate sand and bulk density of soil

E. Ghojehpour¹, V.R. Jalali², *A. Jafari³ and M. Mahmoodabadi²

¹M.Sc. Graduate, Dept. of Soil Science, Shahid Bahonar University of Kerman,

²Associate Prof., Dept. of Soil Science, Shahid Bahonar University of Kerman,

³Assistant Prof., Dept. of Soil Science, Shahid Bahonar University of Kerman

Received: 05.06.2019; Accepted: 01.03.2020

Abstract

Background and Objectives: Spatial and temporal variations of soil characteristics occur in large and small scales. Study of these variations is very time-consuming and costly especially in large scales. In order to the fast and reliable determination of soil properties, various interpolation techniques have been developed and applied. The most widely used interpolation techniques in various sciences is the Kriging types. The copula function is one of the new interpolation techniques that are widely used in sciences such as hydrology. Thus, the aim of this study was to evaluate the spatial variations of some soil physical properties using copula function and to compare with geostatistics techniques.

Materials and Methods: Sampling by regular networking was done in an area of 484 ha located in 10 km from the west of Baft city, Kerman province and finally, 121 surface soil samples were collected. After air drying, the apparent bulk density was determined using the Hunk, then the soil samples were passed through a 2 mm sieve to determine the percentage of sand. To interpolate, four functions of the Archimedean copula including the Clayton, Frank, Gumbel and Joe functions, and geostatistics techniques including simple, ordinary, universal and disjunctive Kriging and the Inverse Distance Weighting (IDW) method were used. The results were analyzed using Root Mean Square Error (RMSE), determination coefficient (R^2), Mean Absolute Error (MAE) and Mean Bias Error (MBE).

Results: Based on the descriptive statistics, soil bulk density and soil sand followed a normal and skewed distribution, respectively. In order to fit the copula function, the distribution functions of the studied variables were firstly determined. The results showed that the sand and bulk density followed the Frechet (3P) and Wakeby distribution functions, respectively. Also, based on the Pearson correlation coefficient, the correlation between pairs of points was determined in distances less than 2000 m and distances more than 2000 m were known as an independent distance. The estimation efficiency based on the determination coefficient (R^2) showed that value of determination coefficient for copula function for the sand variable, 6% and for bulk density 8%, more than conventional geostatistics techniques were obtained. Also, the estimation error of copula function was minimum that indicate good performance of copula function to estimate the spatial variation of soil physical properties.

Conclusion: The results of study showed that copula function, especially the median copula, have the better performance for estimation the studied soil properties. One of the most important reasons for this superiority is the ability to fit the marginal distribution function on the data in copula, while it is not possible in geostatistics techniques. Other reasons include the ability to express the correlation between the data at different intervals and the lack of sensitivity to outlier data in copula relative to conventional geostatistics techniques. Due to the skewness nature of soil data, as well as the need for more accurate analysis and interpretation of actual soil data, copula functions can be widely used to estimate of soil properties.

Keywords: Copula, Interpolation techniques, Prediction

* Corresponding Author; Email: a.jafari@uk.ac.ir