

مدل سازی ریاضی و بررسی تاثیر مساحت دم افقی بر وضعیت پایداری بالگرد یک روتور اصلی در پرواز کروز

فاطمه قادری^{۱*} و فرید شاهمیری^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۰۵ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۲۵	در این مقاله تأثیر ابعاد دم افقی بر بهبود پاسخهای دینامیکی، خواص پایداری و میزان ارتقاء کیفیت و خوش دستی پرواز بالگردهای یک روتور اصلی در پرواز کروز بررسی می شود. این فرایند شامل استخراج مدل دینامیک غیرخطی شش درجه آزادی بر اساس روابط آیرودینامیک خطی و با فرض خطی بودن سرعت القایی روتور و دو درجه آزادی فلپینگ و فدرینگ برای بالگرد متشکل از یک روتور اصلی، روتور دم، دم افقی و عمودی، بدنه و سامانه پیشرانش است. استخراج مشتقات پایداری و کنترل بالگرد در شرایط تریم و بررسی تأثیر تغییر مساحت دم افقی بر پایداری بالگرد در پرواز کروز بیانگر روند مطالعات در مقاله حاضر است. نتایج حاصل نشان می دهد که افزایش مساحت دم افقی بالگرد تاثیر قابل ملاحظه ای بر شرایط تریم بالگرد مورد تحقیق ندارد، و نیازی به محاسبه شرایط تریم برای مقادیر مختلف مساحت دم افقی نیست. همچنین نتایج نشان می دهد که تغییر سایز دم افقی باعث بهبود پایداری طولی می شود، و با افزایش مساحت دم افقی تا سه برابر مقدار اولیه، قطبهای سیستم حلقه باز به ناحیه پایدار منتقل می شود و الزامات استاندارد (ADS-33E) برای پرواز در سطح یک پروازی که فراجش کمتر از ۳۰ درصد و زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه را اجابت می کند.
واژگان کلیدی: بالگرد یک روتور اصلی، مدل سازی دینامیکی، پرواز رو به جلو، پایداری و کنترل بالگرد.	

۱-مقدمه

به علت ماهیت پیچیده و ناپایداری شدید در نقاط تریم، مسئله پایداری بالگرد در فازهای پروازی مختلف از اهمیت ویژه ای برخوردار است. با توجه به کویل شدید میان درجات آزادی در فاز کروز، بحث پایداری در این فاز چالش برانگیزتر از فازهای دیگر پرواز بالگرد من جمله پرواز ایستا است. برای بررسی وضعیت پایداری نخستین گام مدل سازی دینامیکی است. سطح کاربردی مدل ریاضی استخراج شده به فرض های اعمال شده بستگی دارد که میانجیما در مرجع [۱] [عنوان کرد یکی از مهم ترین فرض های در نظر گرفته شده اعمال تاثیر فلپینگ پره در طراحی سیستم تقویت کنترل

است که تا قبل از این در مدل سازی دینامیکی از تاثیر آن صرف نظر می شد [۲]. از آنجا که یک بالگرد متشکل از اجزای مختلفی نظیر روتور اصلی، روتور دم، دم افقی و عمودی و بدنه است، نقطه شروع مدل سازی، مدل سازی اجزای آن است. پس از محاسبه نیروها و گشتاورهای هر یک از اجزا [۳] با توجه به تولید قابل توجه برآ و پسا توسط دم افقی به طور حتم تغییرات مساحت این جز بالگرد سهم عمده ای در تعیین وضعیت پایداری بالگرد دارد. در مرجع [۴]، به تاثیر افزایش مساحت دم افقی بر پایداری پرداخته شده است اما در این مرجع تغییر شرایط تریم با افزایش مساحت و همچنین ارضای ملزومات استاندارد

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: ghaderi.f41@gmail.com

۱. کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه مالک اشتر

۲. استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه مالک اشتر

$$R = \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \quad (9)$$

در روابط فوق (U, V, W) سرعت‌های خطی (P, Q, R) سرعت‌های زاویه‌ای (φ, θ, ψ) زوایای اوایلر، (X, Y, Z) نیروها و (L, M, N) بیانگر گشتاورهای آیرودینامیکی ناشی از اجزای مختلف بالگرد شامل روتور اصلی، روتور دم، دم افقی، دم عمودی و بدنه است.

در شرایط تریم یا تعادل برآیند کلیه نیروها و گشتاورهای ناشی از آیرودینامیک، گرانش و اینرسی ورودی به ازای های کنترل داده شده، صفر است. هدف از انجام تریم محاسبه ورودی‌های کنترلی لازمی است که بتواند شرایط تریم را ایجاد کند.

برای محاسبه پارامترهای شرایط تریم باید نرخ تغییرات بردارهای سرعت خطی و زاویه ای و نیز نرخ تغییرات زوایای اوایلر را برابر صفر قرار داد.

$$\dot{U} = \dot{V} = \dot{W} = 0$$

$$\dot{P} = \dot{Q} = \dot{R} = 0$$

$$\dot{\theta} = \dot{\varphi} = 0$$

اعمال این فرضیات و استفاده از روابط مرجع [۴] به معادلات زیر در شرایط تریم می‌انجامد.

$$X_M + X_T + X_H + X_V + X_F = G \cdot W \sin \theta \quad (10)$$

$$Y_M + Y_T + Y_H + Y_V + Y_F = -G \cdot W \sin \phi \quad (11)$$

$$Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F = -G \cdot W \cos \theta \quad (12)$$

$$R_M + Y_M b_M + Z_M \gamma_M + Y_T b_T + Y_V b_V + Y_F b_F + R_F = 0 \quad (13)$$

$$M_M - X_M b_M + Z_M l_M + M_T - X_T b_T + Z_T l_T - X_H b_H + Z_H l_H - X_V b_V + M_F + Z_F l_F - X_F b_F = 0 \quad (14)$$

$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = 0 \quad (15)$$

که در آن اندیس M معرف روتور اصلی و T روتور دم بالگرد H دم افقی V دم عمودی و F بدنه است.

در این معادلات مقادیر نیرو و گشتاور روتور اصلی، با استفاده از تئوری ممنتم-المان پره برای یک روتور اصلی با تعداد b پره برابر است؛

نظامی در نظر گرفته نشده است.

به دلیل پیچیدگی و دشواری مدلسازی دینامیکی بالگردها نیز روش‌های میان‌بر نظیر روش شبکه‌های عصبی [۵]، کنترل فازی [۶] و یا ترکیبی از این روش‌ها [۷ و ۸] برای کنترل بالگردها استفاده شده است.

این تحقیق با هدف مدل‌سازی دینامیکی شش درجه آزادی به‌منظور بررسی تأثیر تغییر مساحت دم افقی بر پایداری بالگردهای یک روتور اصلی مجهز به روتور با ساختار لولایی با خروج از مرکزیت مشخص و با فرض دو درجه آزادی فلپینگ و فدرینگ برای پره‌های صلب و با احتساب فرض سرعت القایی یکنواخت در صفحه روتور اصلی ارائه می‌شود. در این راستا یک مدل آیرودینامیک خطی و مطلوب برای توصیف رفتار دینامیکی روتور اصلی، روتور دم، بدنه، دم افقی و عمودی و سایر اجزای گردنده بالگرد استخراج شده است که با تلفیق تئوری ممنتم و المان پره [۹] و در قالب معادلات دیفرانسیل غیر خطی بیان می‌شود. پس از تخمین شرایط تریم و استخراج مشتقات پایداری در پرواز رو به جلو، پایداری سیستم و همچنین کیفیت خوددستی بر اساس ملزومات استاندارد نظامی با تغییر سایز دم افقی تحلیل شد.

۲- مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل پایداری بالگرد

در اینجا برای استخراج معادلات حرکت شش درجه آزادی بدنه بالگرد فرض کرده دستگاه مختصات ثابت بدنه (x_B, y_B, z_B) واقع بر مرکز ثقل بالگرد و دستگاه مختصات اینرسی (x_I, y_I, z_I) واقع بر سطح زمین ثابت است. بر اساس قوانین کلاسیک نیوتن می‌توان نشان داد که معادلات حرکت شش درجه آزادی جسم صلب در فضا عبارت‌اند از [۱۰]:

$$m\dot{U} = VR - WQ - g \sin \theta + X \quad (1)$$

$$m\dot{V} = WQ - UR + g \sin \phi \cos \theta + Y \quad (2)$$

$$m\dot{W} = UQ - VP + g \cos \theta \cos \phi + Z \quad (3)$$

$$I_{xx}\dot{P} = (I_{yy} - I_{zz})QR + I_{xz}PQ + L \quad (4)$$

$$I_{yy}\dot{Q} = (I_{zz} - I_{xx})PR + I_{xz}(R^2 - P^2) + M \quad (5)$$

$$I_{zz}\dot{R} = (I_{xx} - I_{yy})PQ - I_{xz}QR + N \quad (6)$$

$$P = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (7)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \quad (8)$$

$$u_R = \mu \Omega R \cos \psi_b \quad (24)$$

که در آن سرعت القایی یکنواخت روتور اصلی (λ) با استفاده از رابطه زیر (بر اساس تئوری ممنتم) و با کمک روش حل تکرار نیوتن-رافسون محاسبه می‌شود؛

$$\lambda = \mu \tan \alpha_{NFP} + \frac{C_T^2}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}, \quad C_T = T / (\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2) \quad (25)$$

با جایگذاری این روابط در معادلات تریم ۱۰-۱۵، پارامترهای شرایط تریم قابل محاسبه‌اند.

وابستگی پارامترهای شرایط تریم به یکدیگر ایجاب می‌کند که محاسبات به صورت الگوریتم تکرار انجام شوند معادلات کلیدی در این محاسبات زاویه حمله صفحه مسیر نوک و تراست روتور هستند.

$$\alpha_{TPP} = -\tan^{-1} \left(\frac{D_F + H_M + H_T}{m - L_F} \right) \quad (26)$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{(m - L_F)^2 + (D_F + H_M + H_T)^2}} \quad (27)$$

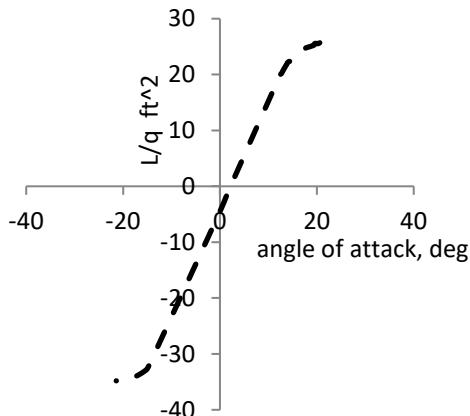
در این معادلات پسا و برآی بدنه با توجه به ابعاد بدنه به صورت تابعی از زاویه حمله بدنه (α_F) از نمودارهای ۱ و ۲ که بر اساس ابعاد بالگرد مورد نظر رسم شده‌اند محاسبه شدند:

$$L_F = q(L_F/q) \quad (28)$$

$$D_F = qf \quad (29)$$

$$\alpha_F = \alpha_{TPP} - i - a_{1s} - \Delta \alpha_{D,W} \quad (30)$$

در اینجا $\Delta \alpha_{D,W}$ به زاویه فروریزش (داون‌واش) ایجاد شده بر روی بدنه توسط روتور که در تونل باد به صورت تجربی به دست آمده، اشاره دارد همچنین f و a_{1s} به ترتیب بیانگر مساحت صفحه تخت معادل و زاویه فلپینگ طولی است.



شکل ۱- تغییرات برآی بدنه نسبت به زاویه حمله

$$X_M = \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left(\left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_P u_T - u_p^2 + C_d u_T^2 / a) dy \right] \sin \psi_b + \left[\frac{1}{2} \rho u_R^2 c dy C_d \right] \cos \psi_b \right) d\psi_b \quad (16)$$

$$Y_M = \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left(- \left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_P u_T - u_p^2 + C_d u_T^2 / a) dy \right] \cos \psi_b + \left[\frac{1}{2} \rho u_R^2 c dy C_d \right] \sin \psi_b \right) d\psi_b \quad (17)$$

$$Z_M = T = \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_T^2 - u_T u_P) dy \right] d\psi_b \quad (18)$$

$$L_M = \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R y \left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_T^2 - u_T u_P) dy \right] \sin \psi_b d\psi_b \quad (19)$$

$$M_M = - \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R y \left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_T^2 - u_T u_P) dy \right] \cos \psi_b d\psi_b \quad (20)$$

$$N_M = \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R y \left[\frac{1}{2} \rho a c (\theta u_P u_T - u_p^2 + C_d u_T^2 / a) dy \right] d\psi_b \quad (21)$$

در روابط فوق، C و θ پره، R شعاع پره، ρ دانسیته هوا، a شیب منحنی برآی ایرفویل است.

$C_d = 0.0087 - 0.0216\alpha + 0.4\alpha^2$ ضریب پسای ایرفویل، α زاویه حمله ایرفویل (رادیان)، (u_T, u_R, u_P) مولفه‌های سرعت المان دیفرانسیلی پره به ضخامت dy و فاصله y از مرکز دوران روتور اصلی در سرعت Ω رادیان بر ثانیه است (سرعت بالگرد برابر V_∞ است) است (شکل ۱)، یعنی؛

$$u_T = \Omega y + \mu \Omega R \sin \psi_b, \quad (22)$$

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha_{NFP}}{\Omega R}$$

$$u_P = y \left(\frac{d\beta}{d\psi} \right) + \mu \Omega R \beta \cos \psi_b + \lambda \Omega R, \quad (23)$$

$$\beta = a_0 - a_{1s} \cos \psi_b - b_{1s}$$

$$m(\dot{w} + U_1 q + Q_1 u + V_1 p + P_1 v + g\theta \cos\Phi_1 \sin\theta_1 + g\phi \cos\Phi_1 \cos\theta_1) = \left(\frac{\partial Z}{\partial u} u + \dots\right)_M + (\dots)_T + (\dots)_H + (\dots)_V + (\dots)_F \quad (33)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}(P_1 q + Q_1 p) + (I_{zz} - I_{yy})(R_1 q + Q_1 r) = \left(\frac{\partial M}{\partial u} u \dots\right)_M + (\dots)_T + (\dots)_H + (\dots)_V + (\dots)_F \quad (34)$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(P_1 r + R_1 p) + I_{xz}(2P_1 p - 2R_1 r) = \left(\frac{\partial L}{\partial u} u \dots\right)_M + (\dots)_T + (\dots)_H + (\dots)_V + (\dots)_F \quad (35)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(P_1 q + Q_1 p) + I_{xz}(Q_1 r + R_1 q) = \left(\frac{\partial N}{\partial u} u \dots\right)_M + (\dots)_T + (\dots)_H + (\dots)_V + (\dots)_F \quad (36)$$

که در آن:

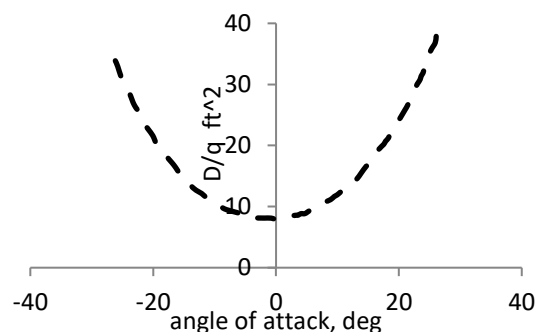
$$p = \dot{\phi} - \dot{\Psi}_1 \theta \cos\theta_1 - \dot{\psi} \sin\theta_1 \quad (37)$$

$$q = -\dot{\theta}_1 \phi \sin\Phi_1 + \dot{\theta} \cos\Phi_1 + \dot{\Psi}_1 \phi \cos\theta_1 \cos\Phi_1 - \dot{\Psi}_1 \theta \sin\theta_1 \sin\Phi_1 + \dot{\psi} \cos\theta_1 \sin\Phi_1 \quad (38)$$

$$r = -\dot{\Psi}_1 \phi \cos\theta_1 \sin\Phi_1 - \dot{\Psi}_1 \theta \sin\theta_1 \cos\Phi_1 + \dot{\psi} \cos\theta_1 \cos\Phi_1 - \dot{\theta}_1 \phi \cos\Phi_1 - \dot{\theta} \sin\Phi_1 \quad (39)$$

در روابط بالا، اندیس (۱) مقدار متغیر در شرایط پرواز تریم و سایر متغیرها نشانگر اغتشاشات در مولفه‌های سرعت خطی (u, v, w) و زاویه‌ای (p, q, r) بالگرد در دستگاه مختصات بدنه است.

اندیس M معرف روتور اصلی و T روتور دم بالگرد H دم افقی V دم عمودی و F بدنه است. همچنین θ_{0M} زاویه گام کالکتیو روتور اصلی، θ_{0T} کالکتیو روتور دم، A_1 زاویه گام سایکلک طولی و B_1 سایکلک عرضی است که به عنوان ورودی‌های کنترل (فرمان‌های ورودی خلبان) در نظر گرفته می‌شوند. در روابط فوق نیروها و گشتاورها از مشتقات پایداری که بیانگر تغییرات نیروها و گشتاورهای طولی (X, Z, M) و عرضی (Y, L, N) نسبت به تغییر



شکل ۲- تغییرات پسای بدنه نسبت به زاویه حمله

در تحقیق حاضر الگوریتم تریم با استفاده از روابط ۲۶-۳۰ به صورت پروسه تکرار در شرایط:

$$G.W = 20000lb, \Omega R = 650 ft/sec, \rho = 0.002378, \mu = 0.3$$

با فرضیات زیر استخراج شد:

تکرار اول	تکرارهای بعدی
$H = H_0$	$H_n = (H_0 + H_{n-1})$
$\alpha_F = 0$	$\alpha_{Fn} = (\alpha_F)_n$

نتایج حاصل شده به ازای مساحت دم افقی $54ft^2, 36ft^2, 18ft^2$ به ترتیب در جداول ۱-۳ آمده است.

پس از محاسبه نقاط تریم برای خطی سازی معادلات غیر خطی ۱-۹ بر اساس قوانین کلاسیک نیوتن و تئوری اغتشاشات جزئی می‌توان نشان داد که معادلات خطی سازی شده در دستگاه مختصات بدنه بالگرد عبارت‌اند از:

$$m(\dot{u} - V_1 r - R_1 v + W_1 q + Q_1 w + g\theta \cos\theta_1) = \left(\frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial w} w + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial p} p + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \theta_{0M}} \theta_{0M} + \frac{\partial X}{\partial \theta_{0T}} \theta_{0T} + \frac{\partial X}{\partial A_1} A_1 + \left(\frac{\partial X}{\partial B_1} B_1\right)_M + \left(\frac{\partial X}{\partial u} u + \dots\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial B_1} B_1\right)_T + \left(\frac{\partial X}{\partial u} u + \dots\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial B_1} B_1\right)_H + \left(\frac{\partial X}{\partial u} u + \dots\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial B_1} B_1\right)_V + \left(\frac{\partial X}{\partial u} u + \dots + \frac{\partial X}{\partial B_1} B_1\right)_F \quad (31)$$

$$m(\dot{v} + U_1 r + R_1 u - W_1 p - P_1 w + g\theta \sin\Phi_1 \sin\theta_1 - g\phi \cos\Phi_1 \cos\theta_1) = \left(\frac{\partial Y}{\partial u} u + \dots\right)_M + (\dots)_T + (\dots)_H + (\dots)_V + (\dots)_F \quad (32)$$

$\Omega_t R_t$	سرعت خطی روتور دم	۱۹۸ متر بر ثانیه
N_t	تعداد پره دوتور دم	۳
σ_t	صلبیت روتور دم	۰/۱۴۶
A_{bt}	مساحت پره های روتور دم	۱/۸ متر مربع
θ_{tw}	پیش خطی روتور دم	-۰/۰۸۷ رادیان
γ_t	عدد لاک روتور دم	۴
S_H	مساحت دم افقی	۱/۶۷ متر مربع

جدول ۲- مشتقات پایداری

مشتق پایداری	مقدار برای بالگرد مثال	واحد
$\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)_M = -\rho A_b (\Omega R)^2 \left\{ \left[\frac{\partial c_H}{\partial \mu} + \frac{\partial c_H}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu} + (a_{1s} + i_M) \frac{\partial c_T}{\partial \mu} \right] \frac{\partial \mu}{\partial u} + \left[\frac{\partial c_H}{\partial \lambda'} + \frac{\partial c_H}{\partial a_{1s}} \frac{\partial a_{1s}}{\partial \lambda'} + (a_{1s} + i_M) \right] \frac{\partial \lambda'}{\partial u} \right\}$	۱۲	ثانیه/فوت/پوند
$\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)_H = \frac{2}{V} X_H + \left(\frac{q_H}{q}\right) q A_H \alpha_H \left\{ (\alpha_H - \alpha_{L0}) \left[1 - \frac{2a_H(1 + \delta_i)}{\pi A \cdot R} \right] + (\alpha_H - i_H) \right\} \frac{\partial \alpha_H}{\partial u}$	۰	ثانیه/فوت/پوند
$\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)_V = \frac{2}{V} [X_V + 2\Delta D_V]$	۰	ثانیه/فوت/پوند
$\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)_F = \frac{2}{V} X_F$	۸	ثانیه/فوت/پوند

سرعت‌های خطی و زاویه‌ای طولی و عرضی است، به دست آمده‌اند .

تعدادی از مشتقات پایداری و مقادیر آن ها برای بالگرد مورد تحقیق با مشخصات مندرج در جدول ۱، در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۱- مشخصات فیزیکی بالگرد نمونه

پارامتر	معادل فارسی	مقدار (SI)
W	وزن برخاست بالگرد	۹۰۷۱ کیلوگرم
R	شعاع پره	۹/۱ متر
A	مساحت روتور	۲۶۲/۶ متر مربع
ΩR	سرعت خطی	۱۹۸ متر بر ثانیه
c	وتر	۰/۶ متر
N	تعداد پره	۴
σ	صلبیت	۰/۰۸۵
A_b	مساحت پره ها	۲۲/۳ متر مربع
	ایر فویل	۰۰۱۲ ناکا
θ_{tw}	پیش خطی	-۰/۱۷ رادیان
e_f	فاصله هاب تا لولا	۰/۰۵
b_H	طول دم افقی	۲/۷۴ متر
AR_H	نسبت منظری دم افقی	۴/۵
c_t/c_r	نسبت باریک شونده گی دم افقی	۰/۷۱
S_V	مساحت دم عمودی	۳/۰۶ متر مربع
b_V	طول دم عمودی	۲/۳۴ متر
AR_V	نسبت منظری دم عمودی	۱/۹
I_{yy}	ممان اینرسی حول محور پیچ	۱۶۸۵ کیلوگرم متر مربع
I_1	ممان اینرسی فلپینگ	۱۲۱ کیلوگرم متر مربع
γ	عدد لاک	۸/۱
R_t	شعاع پره روتور دم	۱/۹۸ متر
A_t	مساحت روتور دم	۱۲/۳۵ متر مربع

$\left(\frac{\partial M}{\partial w}\right)_M = \left(\frac{\partial M}{\partial a_{1s}}\right) \left[\frac{\partial a_{1s}}{\partial \lambda'} \frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial a_{1s}}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial u} \right] - X_u b_M + Z_u l_M$	۴۹۵	ثانیه/ فوت/ پیوند. فوت.
$\left(\frac{\partial M}{\partial w}\right)_H = - \left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)_H b_H + \left(\frac{\partial Z}{\partial u}\right)_H l_H$	۳۲۷	ثانیه/ فوت/ پیوند. فوت.
$\left(\frac{\partial M}{\partial w}\right)_F = \frac{2}{V} M_F + q \frac{\partial(M/q)}{\partial \alpha_F} \frac{\partial \alpha_F}{\partial u}$	۳۷۴	ثانیه/ فوت/ پیوند. فوت.

$\left(\frac{\partial X}{\partial w}\right)_M = -\rho A_b (\Omega R)^2 \left[\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial \lambda'} + C_T / \sigma \frac{\partial a_{1s}}{\partial \lambda'} + (a_{1s} + i_M) \right] \frac{\partial \lambda'}{\partial w}$	۵	ثانیه/ فوت/ پیوند
$\left(\frac{\partial X}{\partial w}\right)_H = \left(\frac{q_H}{q}\right) q A_H a_H \left\{ (\alpha_H - \alpha_{L0}) \left[1 - \frac{2a_H(1 + \delta_i)}{\pi A R} \right] + (\alpha_H - i_H) \right\} \frac{\partial \alpha_H}{\partial u}$	۱	ثانیه/ فوت/ پیوند
$\left(\frac{\partial X}{\partial w}\right)_F = (L_F - q \frac{\partial f}{\partial \alpha_F}) \frac{\partial \alpha_F}{\partial w}$	۲	

برای سهولت بررسی پایداری، نمایش ماتریسی معادلات ۲۱-۲۹ در شرایط تریم در زیر آورده شده است.

$$\begin{bmatrix} -ms + \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial X}{\partial w} & \left(\frac{\partial X}{\partial q} - mU_1\theta_1\right)s - mg & \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial X}{\partial p} s & \frac{\partial X}{\partial r} s \\ \frac{\partial Z}{\partial u} & \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial w} - m\right)s + \frac{\partial Z}{\partial w}\right] & \left(\frac{\partial Z}{\partial q} + mU_1\right)s & \frac{\partial Z}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial p} s & \frac{\partial Z}{\partial r} s \\ \frac{\partial M}{\partial u} & \frac{\partial M}{\partial w} s + \frac{\partial M}{\partial w} & -I_{yy}s^2 + \frac{\partial M}{\partial q} s & \frac{\partial M}{\partial v} & \frac{\partial M}{\partial p} s & \frac{\partial M}{\partial r} s \\ \hline \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial w} & \frac{\partial Y}{\partial q} s & -ms + \frac{\partial Y}{\partial v} & \left[\left(\frac{\partial Y}{\partial p} + mU_1\theta_1\right)s + mg\right] & \left(\frac{\partial Y}{\partial r} - mU_1\right)s \\ \frac{\partial L}{\partial u} & \frac{\partial L}{\partial w} & \frac{\partial L}{\partial q} s & \frac{\partial L}{\partial v} & -I_{xx}s^2 + \frac{\partial L}{\partial p} s & \frac{\partial L}{\partial r} s \\ \frac{\partial N}{\partial u} & \frac{\partial N}{\partial w} & \frac{\partial N}{\partial q} s & \frac{\partial N}{\partial v} & \frac{\partial N}{\partial p} s & -I_{zz}s^2 + \frac{\partial N}{\partial r} s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ w(s) \\ \theta(s) \\ v(s) \\ \phi(s) \\ \psi(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial X}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial X}{\partial A_1} & \frac{\partial X}{\partial B_1} \\ \frac{\partial Z}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial Z}{\partial A_1} & \frac{\partial Z}{\partial B_1} \\ \frac{\partial M}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial M}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial M}{\partial A_1} & \frac{\partial M}{\partial B_1} \\ \hline \frac{\partial Y}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial Y}{\partial A_1} & \frac{\partial Y}{\partial B_1} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial L}{\partial A_1} & \frac{\partial L}{\partial B_1} \\ \frac{\partial N}{\partial \theta_{0M}} & \frac{\partial N}{\partial \theta_{0r}} & \frac{\partial N}{\partial A_1} & \frac{\partial N}{\partial B_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{0M} \\ \theta_{0r} \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \quad (۴۰)$$

طولی و عرضی خطای قابل توجهی را در محاسبات ایجاد می کند معادلات به صورت کوپل بررسی شدند.
جدول ۴ - نتایج تخمین شرایط تریم به ازای مساحت دم افقی $36ft^2$ (۳/۳۴ متر مربع)

پارامتر	مرحله اول	مرحله دوم	مرحله سوم
زاویه حمله بدنه، رادیان (نقطه شروع)	۰	۰/۰۹۲	-۰/۰۹۵
نیروی برای بدنه، نیوتن	-۱۸۲۹/۸۱	۳۰۹۱/۳۳۶	-
نیروی پسای بدنه، نیوتن	۳۹۰۲/۱۵۷	۳۹۹۱/۲۸۸	۴۰۱۰/۷۳۹
نیروی پسای روتور اصلی، نیوتن (نقطه شروع)	۸۰۵/۱۲۸	۹۴۱/۸۶۶	۱۳۵۶/۷۰۷
نیروی پسای روتور دم، نیوتن (نقطه شروع)	۵۳/۳۸	۱۴۷/۰۵۸	۱۴۸/۱۲۵
زاویه صفحه گذرنده از نوک پره های روتور اصلی، نیوتن	-۰/۰۵۱۹	-۰/۰۵۴۰	-۰/۰۵۸۹
نیروی پسای روتور اصلی، نیوتن	۹۴۱/۷۴	۱۳۵۶/۷۰۷	۱۳۵۸/۶۲
نیروی پسای روتور دم، نیوتن	۱۴۷/۰۵۸	۱۴۸/۱۲۵	۱۳/۶۸۶
زاویه حمله بدنه، رادیان	-۰/۰۹۲	-۰/۰۹۵	-۰/۱
تراست روتور دم، نیوتن	۳۲۲۲/۰۲۳	۳۲۴۴/۳۱	۳۳۵۳/۹۵۹
زاویه گام سایکلیک طولی، رادیان			-۰/۰۴۱
زاویه گام سایکلیک عرضی، رادیان			۰/۰۹

با جایگذاری عددی ماتریس ۴۰ برای بالگرد مورد تحقیق ماتریس ۴۱ حاصل شد.

معادله مشخصه دترمینان ماتریس فوق به ازای مساحت دم افقی $18 ft^2$:

$$s^8 + 10.19s^7 + 31.43s^6 + 65.27s^5 + 52.74s^4 - 68.81s^3 + 3.86s^2 + 3.10s - 0.066 = 0 \quad (42)$$

که ریشه های معادله مشخصه عبارتند از:

$$p_1 = [-2.38 \pm 6.70i - 0.855 \pm 2.84i - 0.189 \quad 0.021 \quad 0.292 \quad 0.521]$$

جدول ۳ - نتایج تخمین شرایط تریم به ازای مساحت دم افقی $18ft^2$ (۱/۶۷ متر مربع)

پارامتر	مرحله اول	مرحله دوم	مرحله سوم
زاویه حمله بدنه، رادیان (نقطه شروع)	۰	-۰/۰۹۲	-۰/۰۹۵
نیروی برای بدنه، نیوتن	-۱۸۲۹/۸۱	-۳۰۹۱/۳۳۶	-۲۲۸۰/۷۵
نیروی پسای بدنه، نیوتن	۳۹۰۲/۱۵۷	۳۹۹۱/۲۸۸	۴۰۱۰/۹۶۱
نیروی پسای روتور اصلی، نیوتن (نقطه شروع)	۸۰۵/۱۲۸	۹۴۳/۲	۱۳۵۳/۸۶
نیروی پسای روتور دم، نیوتن (نقطه شروع)	۵۳/۳۷۸	۱۴۵/۸۵۷	۱۴۶/۹۶۹
زاویه صفحه گذرنده از نوک پره های روتور اصلی، نیوتن	-۰/۰۵۲۴	-۰/۰۵۴۶	-۰/۰۵۹۴
نیروی پسای روتور اصلی، نیوتن	۰/۰۷۶۶	۰/۰۷۴۹	۰/۰۷۵
نیروی پسای روتور دم، نیوتن	۹۴۳/۲	۱۳۵۳/۸۶	۱۳۸۳/۰۴۱
زاویه حمله بدنه، رادیان	۱۴۵/۸۵۷	۱۴۶/۹۶۹	۱۵۲/۴۴
تراست روتور دم، نیوتن	۳۱۹۷/۹۱۵	۳۲۲۰/۷۷۹	۳۳۳۱/۴۹۵
زاویه گام سایکلیک طولی، رادیان			-۰/۰۴
زاویه گام سایکلیک عرضی، رادیان			۰/۰۸۹

۳- نتایج

مقایسه داده های جداول ۳-۵ نشان داد که تغییر مساحت دم افقی تاثیری کمتر از ۵ درصد بر نقاط تریم دارد. از این رو می توان از تغییرات آن صرف نظر کرد.

پس از محاسبه نقاط تریم، از آنجا که در پرواز رو به جلو بر خلاف پرواز ایستا (Hover) [۱۱] جداسازی معادلات

جدول 5 - نتایج تخمین شرایط تریم به ازای مساحت دم افقی
 $54ft^2$ (۵/۰۱ متر مربع)

پارامتر	مرحله اول	مرحله دوم	مرحله سوم
زاویه حمله بدنه، رادیان(نقطه شروع)	۰	۰/۰۹۲	-۰/۰۹۵
نیروی برای بدنه، نیوتن	-۱۸۲۹/۸۱	۳۰۹۱/۳۳۶	-۳۲۷۸/۹۱۷
نیروی پسی بدنه، نیوتن	۳۹۰۲/۱۵۷	۳۹۹۱/۲۸۸	۴۰۱۰/۷۳۹
نیروی پسی روتور اصلی، نیوتن(نقطه شروع)	۸۰۵/۱۲۸	۹۴۱/۸۶۶	۱۳۵۶/۷۰۷
نیروی پسی روتور دم، نیوتن(نقطه شروع)	۵۳/۳۷۸	۱۴۷/۰۵۸	۱۴۸/۱۲۵
زاویه صفحه گذرنده از نوک پره های روتور اصلی، نیوتن	-۰/۰۵۱۹	-۰/۰۵۴۰	-۰/۰۵۸۹
نیروی پسی روتور اصلی، نیوتن	۹۴۱/۷۴	۱۳۵۶/۷۰۷	۱۳۵۸/۶۲۱
نیروی پسی روتور دم، نیوتن	۱۴۷/۰۵۸	۱۴۸/۱۲۵	۱۳/۶۸۶
زاویه حمله بدنه، رادیان	-۰/۰۹۲	-۰/۰۹۵	-۰/۱
تراست روتور دم، نیوتن	۳۲۲۲/۰۲۴	۳۲۴۴/۳۱	۳۳۵۳/۹۵۹
زاویه گام سایکلیک طولی، رادیان			-۰/۰۴۱
زاویه گام سایکلیک عرضی، رادیان			۰/۰۹

در شکل های (۱۲-۱۵) خروجی ها به ازای مساحت دم افقی $54ft^2$ رسم شده اند. در این نمودارها پایداری محرز است و همچنین کیفیت خوشدستی مطابق با استاندارد نظامی ADS-33E برای پرواز در سطح یک در پرواز رو به جلو است.

مطابق با این استاندارد برای پرواز در سطح یک در پرواز رو به جلو زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه و درصد فراجش کمتر از ۳۰ تعیین شده است [۱۳] (شکل ۱۶).

شکل های (۱۲-۱۵) نشان می دهد با سه برابر کردن مساحت دم افقی متغیرهای طولی حالت u, w, q, θ هر کدام در زمان کمتر از ۵ ثانیه پایدار شده اند و همچنین درصد فراجش آنها کمتر از ۳۰ است که مطابق با استاندارد لازم برای پرواز رو به جلو در سطح یک است.

که وجود مقادیر ویژه مثبت بیانگر ناپایداری سیستم است. همچنین ریشه ها به ازای مساحت دم افقی $54ft^2$ و $36ft^2$ ؛

$$p2 = [-1.95 \pm 6.30i - 0.55 \pm 1.4i - 0.12 \ 0.02 \ 0.21 \ 0.49]$$

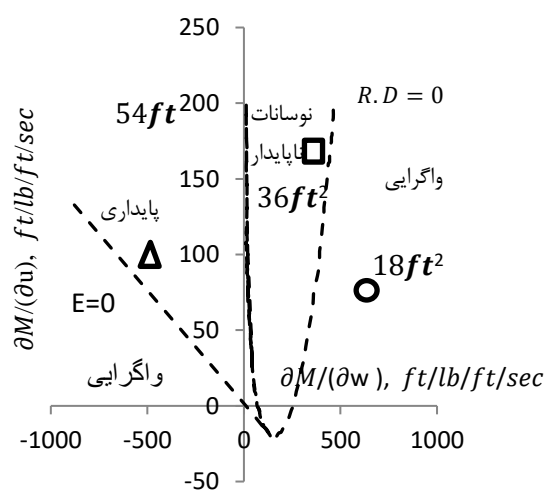
$$p3 = [-.98 \pm 4.70i - 0.45 \pm .87i - 0.1 - 0.009 - 0.19 - 0.21]$$

ملاحظه می شود که با سه برابر کردن مساحت دم افقی ریشه ها منفی هستند که بر پایداری سیستم دلالت دارد.

در ترسیم نمودار پایداری که بر اساس دو مشتق پایداری سرعت $\frac{\partial M}{\partial u}$ و پایداری زاویه حمله $\frac{\partial M}{\partial w}$ که وابسته به ابعاد دم افقی هستند [۱۲]، مرز بین پایداری و ناپایداری را خطوط $R.D = 0, E = 0$ (معیار تشخیص روث) مشخص می کنند، که ترم E نیز از ترکیب دو مشتق $\frac{\partial M}{\partial w}, \frac{\partial M}{\partial u}$ حاصل شده است؛

$$E = \frac{\partial M}{\partial w} \frac{\partial Z}{\partial u} - \frac{\partial M}{\partial u} \frac{\partial Z}{\partial w} \quad (۴۳)$$

در نتیجه نمودار پایداری برای بالگرد با مشخصات مندرج در جدول ۱ به صورت زیر ترسیم شد؛



شکل ۳ - نمودار پایداری [۴]

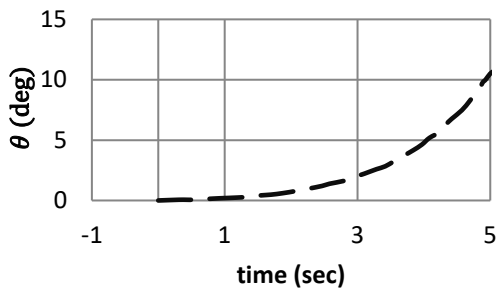
همان طور که ملاحظه می شود با تغییر مساحت دم تا ۳ برابر پایداری حاصل شده است.

ناپایداری سیستم در شکل های (۴-۷) که پاسخ های دینامیکی سیستم با مساحت دم افقی $18ft^2$ به ازای ورودی پله نشان می دهد، مشخص است. در شکل های (۸-۱۱) نیز خروجی ها را به ازای ورودی پله با مساحت دم افقی $36ft^2$ نشان داده است که بیانگر ناپایداری طولی هستند.

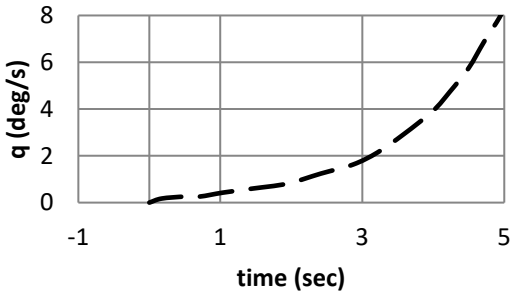
² angle of attack stability

¹ speed stability

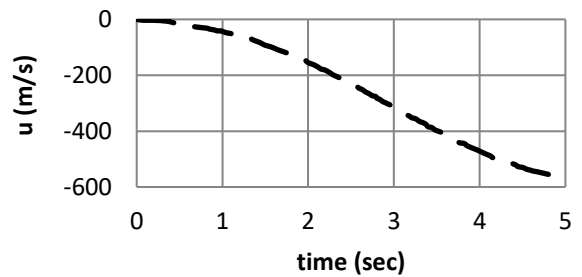
$$\begin{bmatrix}
 -621s^2 - 20 & -8s & 3865s - 20000 & -1s & -659s & 0 \\
 43s & -621s^2 - 290s & 120273s & 0 & 0 & -1846s \\
 115s & 14s^2 + 542s & -400000s^2 - 50281s & -11s & 12900s & 0 \\
 \hline
 4s & -13s & -574s & -621s^2 - 90s & -3775s + 200000 & -119698s \\
 30s & -263s & -11418s & -95s & -5000s^2 - 33738s & 6912s \\
 130s & 99s & 0 & 1017s & 6909s & -35000s^2 - 56119s \\
 \hline
 6727 & -12845 & 1506 & -18601 \\
 110919 & 0 & 0 & 0 \\
 -326946 & 0 & -29480 & -364158 \\
 \hline
 5668 & -12845 & -16638 & -1635 \\
 92745 & -77070 & -325703 & -32014 \\
 -376161 & 475265 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u(s) \\
 w(s) \\
 \theta(s) \\
 \hline
 v(s) \\
 \phi(s) \\
 \psi(s)
 \end{bmatrix}
 \quad (41)$$



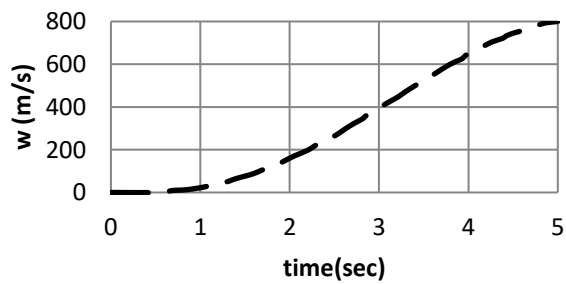
شکل ۶ - پاسخ دینامیکی q به ورودی سایکلک عرضی (مساحت دم افقی 18 ft^2 (1.67 m^2))



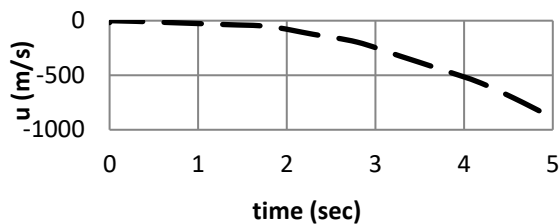
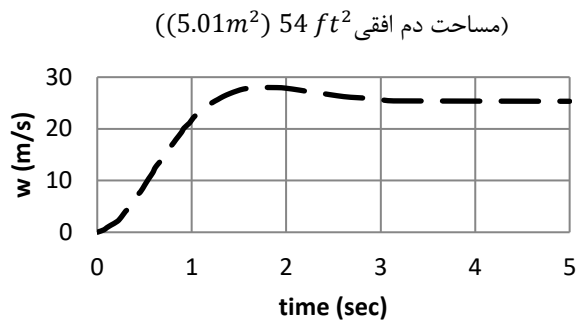
شکل ۷ - پاسخ دینامیکی θ به ورودی پله (step) (مساحت دم افقی 18 ft^2 (1.67 m^2))



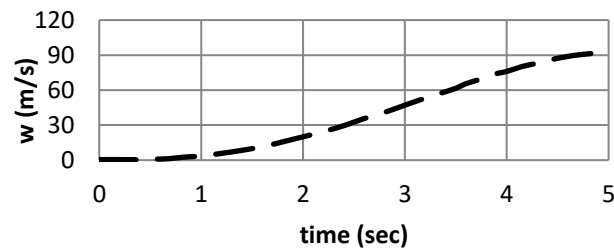
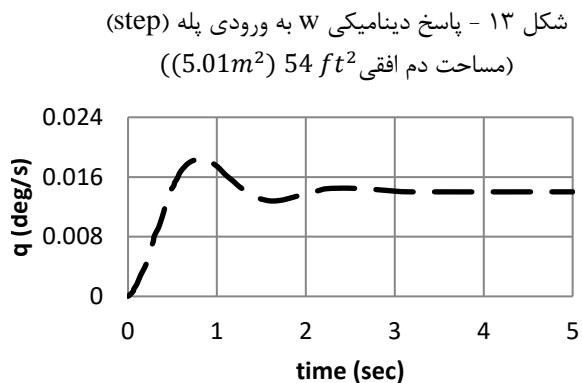
شکل ۴ - پاسخ دینامیکی u به ورودی پله (step) (مساحت دم افقی 18 ft^2 (1.67 m^2))



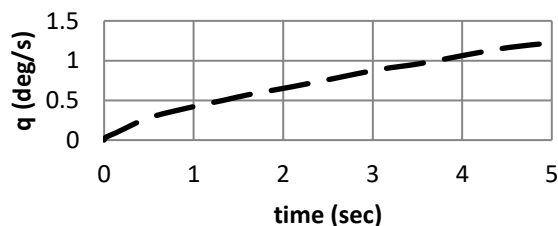
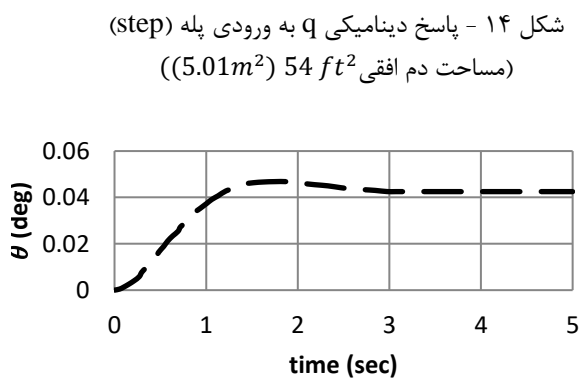
شکل ۵ - پاسخ دینامیکی w به ورودی پله (step) (مساحت دم افقی 18 ft^2 (1.67 m^2))



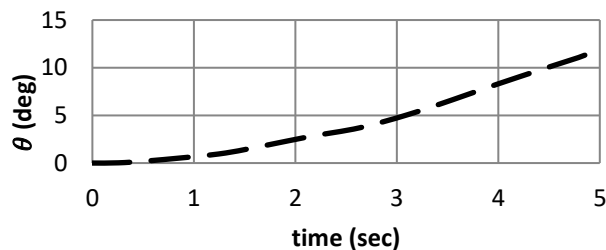
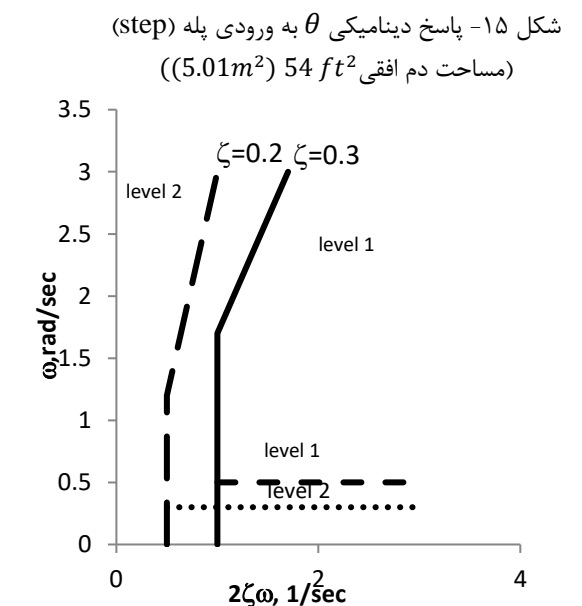
شکل ۸- پاسخ دینامیکی u به ورودی پله (step)
 مساحت دم افقی 36 ft^2 (3.34 m^2)



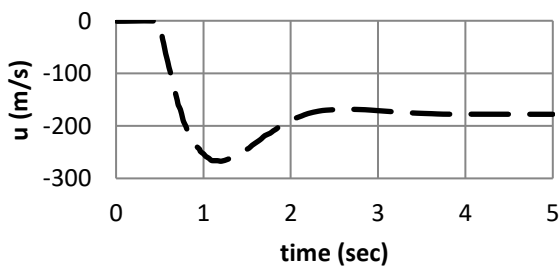
شکل ۹- پاسخ دینامیکی w به ورودی پله (step)
 مساحت دم افقی 36 ft^2 (3.34 m^2)



شکل ۱۰ - پاسخ دینامیکی q به ورودی سایکلک
 مساحت دم افقی 36 ft^2 (3.34 m^2)

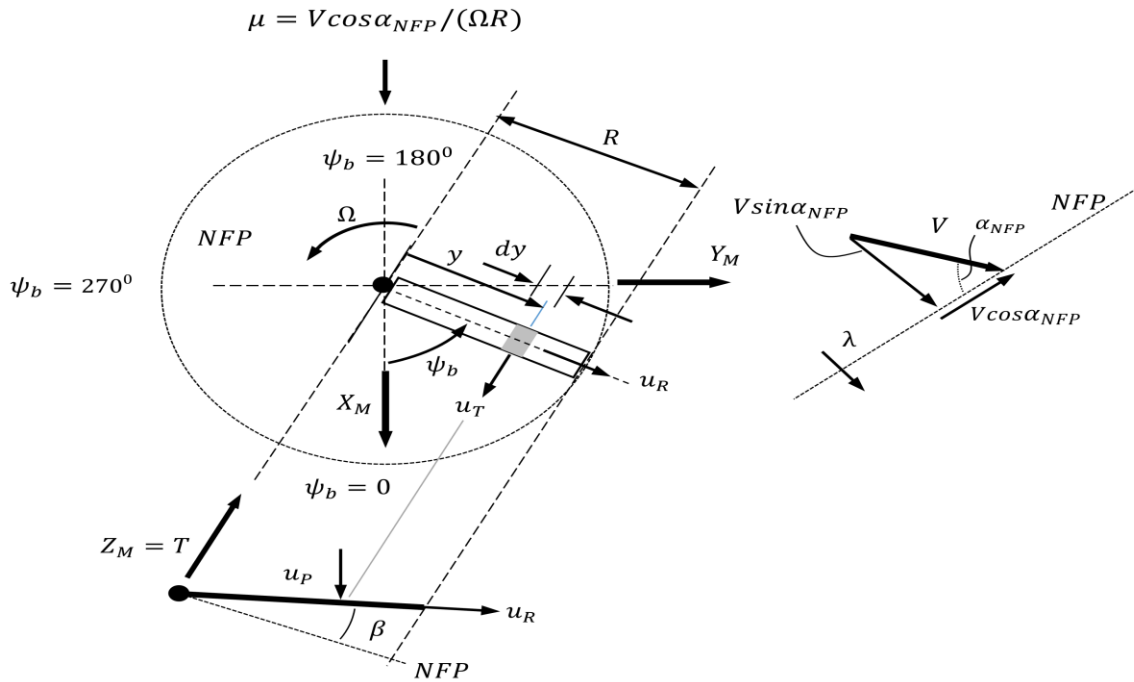


شکل ۱۱ - پاسخ دینامیکی θ به ورودی پله (step)
 مساحت دم افقی 36 ft^2 (3.34 m^2)



شکل ۱۲ - پاسخ دینامیکی u به ورودی پله (step)

شکل ۱۶- محدوده سطوح پروازی در پرواز رو به جلو



شکل ۱۷- مولفه های سرعت، نیروهای و گشتاور های روتور اصلی

پرداخته شد، که نتایج حاصل نشان داد که با افزایش مساحت دم افقی تا سه برابر پایداری برای بالگرد مورد بررسی حاصل شد همچنین نتایج حاصل از شبیه سازی به خوبی ملزومات استاندارد نظامی که مطابق با آن برای پرواز سطح یک در پرواز روبه جلو درصد فراجاهش کمتر از ۳۰ و زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه تعیین شده است، را اجابت می کند.

۴- نتیجه گیری

این تحقیق با هدف مدل سازی دینامیکی شش درجه آزادی بالگردهای یک روتور اصلی مجهز به روتور با ساختار لولایی با خروج از مرکزیت مشخص و با فرض دو درجه آزادی فلپینگ و فدرینگ برای هر پره و همچنین فرض سرعت القایی یکنواخت در صفحه روتور اصلی ارائه شده است. پس از تخمین شرایط تریم و استخراج مشتقات پایداری، به تحلیل پایداری طولی سیستم با تغییر سایز دم افقی

مراجع

- [1] K. Miyajima, "Analytical design of a high performance stability and control augmentation system for a hingeless rotor helicopter," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 24, No. 3, 1979, pp. 29-36.
- [2] C. W. Ellis, "Effects of rotor dynamics on helicopter automatic control system requirements," Aeronaut. Eng. Rev, 1953, Vol. 12, No. 7.
- [3] W. Johnson, "Technology Drivers in the Development of CAMRAD II", In American helicopter society aeromechanics specialists conference, San Francisco, California, 1994.
- [4] R. W. Prouty, Helicopter performance, stability, and control, PWS Engineering, University of Michigan, 1995.
- [5] S. Suresh, and N. Sundararajan, "An on-line learning neural controller for helicopters performing highly nonlinear maneuvers," Applied Soft Computing, Vol. 12, No. 1, 2012, pp. 360-371.
- [6] B. Kadmiry, P. Bergsten, and D. Driankov, "Autonomous helicopter control using fuzzy gain scheduling", in Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA, IEEE International Conference on, Vol. 3, 2001, pp. 2980-2985.

[۷] عبدا... عباسی و سمانه آقاعمو، "طراحی کنترل تطبیقی II برای پایداری سیستم های آشوبناک با وجود نامعینی در مدل"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۲، بهار ۱۳۹۷، صفحه ۱۵-۱۵.

[۸] حمید نوری سولا، بهار احمدی، عسگر عزیزی و امیر ریخته گر غیائی، "مقاوم سازی سیستم شناور مغناطیسی با استفاده از کنترل کننده خطی ساز فیدبک گام به عقب با رویکرد اغتشاش غیرخطی"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۴۹، تابستان ۱۳۹۶، صفحه ۲۹-۳۸.

[۹] مهدی بقائی، حسین شاهوردی و محمود هاشمی نژاد، "مدل سازی آیروهیدروالاستیک توربین بادی با سکوی پایه کششی"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۰، شماره ۳۰، پاییز ۱۳۹۱، صفحه ۱-۱۷.

[10] G. Vladislav, Dynamic model for a miniature aerobatic helicopter, Handbook of unmanned aerial vehicles, 2015, pp. 279-306.

[11] A. A. Wahab, R. Mamat, and S. S. Shamsudin, "Control system design for an autonomous helicopter model in hovering using pole placement method," in Proceedings of the 1st Regional Conference on Vehicle Engineering and Technology, 2006, pp. 3-5.

[12] C. P. Sanders, P. A. DeBitetto, E. Feron, H. F. Vuong, and N. Leveson, "Hierarchical control of small autonomous helicopters," in Decision and Control, Proceedings of the 37th IEEE Conference on, 1998, vol. 4, 1998, pp. 3629-3634.

[13] J. A. Franklin, Dynamics, control, and flying qualities of V/STOL aircraft, Aiaa, 2002.