

محاسبه سفتی معادل در یک یاتاقان ژورنال به روش تحلیلی برای مدلسازی ارتعاشی

عباس رهی^{۱*} و تینا حداد^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۹/۰۳ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	بیشتر تجهیزاتی که در صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرند دارای محورهای دوار هستند. در طراحی محورهای دوار پیش‌بینی ارتعاشات سیستم به منظور کاهش و جلوگیری از ارتعاش آن از اهمیت بسیاری برخوردار است. یکی از المان‌های مهم که تأثیر زیادی در نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارتعاشی محورهای دوار دارد، نحوه مدلسازی یاتاقان‌های آن است. در این میان یاتاقان‌های ژورنال نیز در صنعت دارای اهمیت و کاربرد فراوانی هستند. در این مقاله ابتدا با استفاده از تئوری هیدرودینامیک رینولدز، معادله فشار فیلم روانکار در هر موقعیت زاویه‌ای از یاتاقان محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از تعریف سفتی و رابطه آن با نیرو و فشار، مقدار سفتی معادل فیلم روانکار در یاتاقان ژورنال بر حسب تابعی پیوسته از موقعیت زاویه‌ای یاتاقان، به روش تحلیلی استخراج می‌شود. در نهایت با حل معادلات حاکم، سفتی معادل برای یک نمونه یاتاقان ژورنال محاسبه می‌شود. همچنین سفتی محاسبه شده اعتبار سنجی شده و عوامل خطا روی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. روابط تحلیلی استخراج شده می‌تواند کمک مناسبی به طراح یاتاقان‌های ژورنال در خصوص درک چگونگی رفتار تغییر مقدار سفتی یاتاقان با توجه به مقدار تغییرات پارامترهای اصلی سیستم ارائه نماید. نتایج نشان می‌دهد که مقدار سفتی بر واحد طول محیطی یاتاقان ژورنال با مقدار ویسکوزیته روانکار، سرعت زاویه‌ای، طول و توان دوم شعاع یاتاقان رابطه مستقیم و با توان سوم لقی شعاعی یاتاقان ژورنال رابطه معکوس دارد.
واژگان کلیدی: محورهای دوار، یاتاقان ژورنال، سفتی معادل، تئوری هیدرودینامیک رینولدز، مدلسازی ارتعاشی.	

۱- مقدمه

یکی از انواع یاتاقان‌های مهم در ماشین آلات صنعتی، یاتاقان‌های ژورنال می‌باشد. در این نوع یاتاقان به منظور کاهش اصطکاک و جلوگیری از گرم شدن قطعات از یک لایه روانکار استفاده می‌شود. در طراحی یاتاقان‌های ژورنال معمولاً از حالت روانکاری هیدرودینامیک استفاده می‌شود. روانکاری هیدرودینامیک به این معنی است که در یاتاقان سطوح تحمل کننده بار به وسیله یک لایه روانکار نسبتاً ضخیم از هم جدا می‌شوند تا از تماس فلز با فلز جلوگیری نماید. رفتار حالت پایداری که در روانکاری هیدرودینامیک

حاصل می‌شود را می‌توان با قوانین مکانیک سیالات توضیح داد [۱]. بوریس آکسمن [۲] رفتار فیلم روغن به صورت تجربی و آزمایشگاهی را بررسی کردند. او در پژوهش خود به معرفی دستگاهی پرداخت که توسط آن رفتار فیلم روغن در یاتاقان ژورنال کوتاه را آزمایش کرده است تا بتواند علاوه بر فشار شعاعی، فشار محوری را نیز اندازه‌گیری کند (مقدار تغییرات فشار محوری در یاتاقان‌های بلند قابل توجه نیست). او همچنین یک یاتاقان با ابعاد مشخص را توسط بارها و فشارهای ورودی مختلف بررسی کرد. با توسعه توربین‌ها و ژنراتورهای گول پیکر، یاتاقان‌های ژورنال با

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: a_rahi@sbu.ac.ir

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

۲. دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

یاتاقان های ژورنال و اثر یاتاقان ژورنال با چهار لب را بر روی رفتار دینامیکی غیرخطی یک روتور صلب بررسی کردند. آنها به دلیل پیچیده بودن معادلات حاکم بر رفتار فیلم روانکار گازی، از روش المان محدود و روش عددی رانگ-کوتا به طور همزمان برای حل معادلات استفاده کردند.

میشرا [۱۴] در سال ۲۰۱۳ مدلسازی ریاضی بر مبنای روش تفاضل محدود به منظور بررسی پایداری یاتاقان ژورنال با فیلم روغن و با در نظر گرفتن اثرات دمایی و غیرنیوتنی بودن سیال را ارائه کرد. در سال ۲۰۱۴، چاسالوریس و دوهنال [۱۵] ایده استفاده از یاتاقان ژورنال با هندسه متغیر را برای کاهش ارتعاشات سیستم روتور-یاتاقان مطرح کردند. دهانده و پانده [۱۶] در سال ۲۰۱۶، با استفاده از روش CFD سه بعدی و در نظر گرفتن جریان چند فازی، به شبیه سازی یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی با در نظر گرفتن اندرکنش جامد و سیال و کاویتاسیون پرداختند. کانتی و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۶، شبیه سازی شبه سه بعدی به همراه صحنه گذاری تجربی را برای بررسی یاتاقان های ژورنال چند تیکه به همراه در نظر گرفتن دینامیک سیال، روتور و برهم کنش بین آنها، انجام دادند. بومپوس و نیکولوپولوس [۱۸] در سال ۲۰۱۶، عملکرد یک یاتاقان ژورنال چند تیکه را شبیه سازی و بررسی کردند. آنها نشان دادند که بهبود ضریب میرایی به اندازه ۳۸ درصد، می تواند ظرفیت بارگذاری یاتاقان ژورنال را تا ۹٫۷ درصد افزایش دهد. در سال ۲۰۱۶، لی و همکاران [۱۹]، یک روش آزمایشگاهی بر اساس بار دینامیکی معادل برای شناسایی ضرایب فیلم روغن ارائه کردند. آنها ضرایب میرایی و سفتی یاتاقان ژورنال را با استفاده از روش حداقل مجذور مربعات استخراج کردند. رانا و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۶، به روش تئوری و عددی ضرایب میرایی و سفتی و همچنین مشخصه های عملکرد یاتاقان ژورنال مخروطی شکل را مطالعه کردند.

حسینی و آبیاری [۲۱] در سال ۲۰۱۶، تأثیر نوسانات اجباری محور بر پروفیل فشار هیدرودینامیک در یک یاتاقان ژورنال ساده را با استفاده از نرم افزار تجاری انسیس-فلوئنت مورد مطالعه قرار دادند. علیحیدری و همکاران [۲۲] در سال ۲۰۱۸، عملکرد یاتاقان های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور دولب با بافت های استوانه ای ایجاد شده در نواحی مختلف پوسته مطالعه کرد. آنها معادله رینولدز حاکم بر

اندازه های بزرگتر از قبل تولید شدند و نیاز به تعیین پارامترهای استاتیکی و دینامیکی آنها در شرایط کلی به وجود آمد. در سال ۱۹۹۸ جیانگ و همکاران [۳] آزمایش بر روی یاتاقان ژورنال با شعاع ۵۵۰ میلی متر را انجام دادند. این توربین در آن زمان، بزرگترین توربین در کشور چین بود. آنها برای بررسی پایداری و اندازه گیری ضرایب سفتی و میرایی فیلم روغن و ارتعاشات مجموعه توربین-ژنراتور، تجهیزات دیگری به آزمایش اضافه کردند و سپس نتایج حاصل از آزمایش را با مقدار تئوری آن مقایسه کردند. هوری [۴] در سال ۲۰۰۶، به بررسی تئوری هیدرودینامیک روانکاری، اصول یاتاقان های ژورنال، ناپایداری محور یاتاقان، تولید گرما و افزایش دمای روانکار پرداخت. در سال ۲۰۰۹ والکنن [۵] در رساله دکتری خود موضوع فشار سیال در یاتاقان ژورنال هیدرودینامیک را بررسی کرد. هدف از مطالعه او، تعیین فشار در یک یاتاقان ژورنال واقعی تحت یک شرایط واقعی بود. برای این منظور، با استفاده از شبیه سازی و محاسبات عددی، فشار فیلم روغن یاتاقان در شرایط واقعی و رابطه آن با سایر پارامترها مشخص شد. همچنین فشار فیلم روغن توسط سنسورهای نوری که داخل یاتاقان تعبیه شده بود اندازه گیری شد. مهم ترین تفاوتی که بین فشار اندازه گیری شده از آزمایش و شبیه سازی شده مشاهده گردید، بزرگتر بودن ناحیه پرفشار در حالت اندازه گیری نسبت به حالت شبیه سازی بود. این نتایج می تواند در گسترش و اعتبارسنجی روش های ریاضی برای مطالعه یاتاقان های ژورنال استفاده شود. در سال ۲۰۱۱، ولفینگر [۶] انواع یاتاقان های ژورنال به همراه روابط بین پارامترهای هر کدام را بررسی کرد و سپس نتایج دو عامل فشار و دما، به ازای تغییر نوع روغن و یاتاقان را ارائه داد. هی و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۵ نحوه مدلسازی فیلم روغن یاتاقان های ژورنال را مطالعه کردند. همچنین داده های تجربی مربوط به سفتی و میرایی معادل برای یاتاقان های ژورنال در مراجع [۸ و ۹] ارائه شده است.

رشیدی [۱۰ و ۱۱] در سال ۲۰۱۰، رفتار غیرخطی دینامیکی یک روتور صلب با یاتاقان های ژورنال غیرمدور دو لب و با روانکار گازی را مطالعه کرد. او به دلیل رفتار غیرخطی فیلم روانکار گازی و پیچیدگی مسئله، از روش المان محدود و روش رانگ-کوتا برای حل معادلات حاکم استفاده کرد. همچنین در سال های ۲۰۱۰ و ۲۰۱۲، رشیدی و همکاران [۱۲ و ۱۳]، اثر تعداد لب ها در

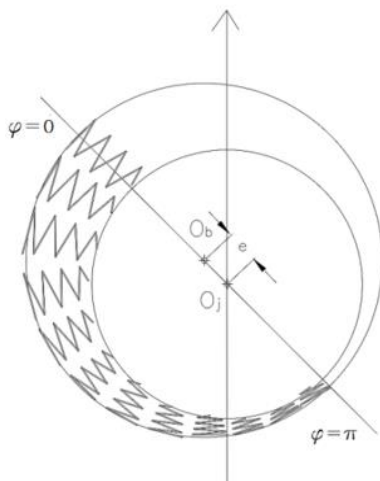
رابطه تحلیلی استخراج شده به مهندسان طراح در این حوزه، کمک می‌کند تا درک و برآورد اولیه مناسبی از رفتار ارتعاشی سیستم در زاویه‌هایی به غیر از جهت‌های اصلی سیستم داشته باشند و سپس برای بررسی رفتار دقیق‌تر سیستم از ابزارهای عددی استفاده کنند. در این پژوهش برای این منظور ابتدا معادله فشار فیلم روانکار در هر موقعیت زاویه‌ای با استفاده از تئوری هیدرودینامیک رینولدز برای جریان یک بعدی استخراج می‌شود. سپس سفتی معادل فیلم روانکار در یاتاقان ژورنال به صورت پیوسته بر حسب موقعیت زاویه‌ای محور استخراج شده و با حل معادلات حاکم، مقدار سفتی معادل برای یک نمونه یاتاقان ژورنال مطالعه می‌شود. همچنین به منظور بررسی صحت معادلات تحلیلی استخراج شده، مقدار ضرایب سفتی محاسبه شده در جهت‌های اصلی xx و yy ، با نتایج تجربی ارایه شده در مرجع [۸]، مقایسه می‌شود.

۲- استخراج سفتی معادل فیلم روانکار (روغن)

با فرض آنکه رابطه بین نیرو و تغییر طول در راستای شعاعی یک یاتاقان ژورنال در یک المان از روانکار به صورت خطی باشد، مطابق شکل (۱)، می‌توان هر جزء از فیلم روانکار را به صورت یک فنر خطی به صورت زیر در نظر گرفت:

$$F = KX \quad (1)$$

که در آن X تغییر طول و K سفتی فنر خطی است.



شکل ۱- مدل‌سازی فیلم روانکار در یک یاتاقان ژورنال به صورت یک فنر پیوسته

مطابق شکل (۲)، ابتدا برای یک المان از فیلم روانکار با زاویه $d\varphi$ ، مقدار سفتی را محاسبه کرده و سپس با انتگرال‌گیری در ناحیه‌ای که فشار مثبت است، مقدار سفتی معادل یاتاقان محاسبه می‌شود. در المان در نظر گرفته شده

روانکاری هیدرودینامیکی را با توجه به تغییرات ضخامت فیلم روانکار در اثر هندسه اصلاح و سپس آن را با استفاده از روش المان محدود حل کردند. در سال ۲۰۱۸، زمانثانی و همکاران [۲۳]، تأثیر پارامترهای طراحی بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب را با روانکار غیرنیوتنی شبیه‌سازی شده با مدل سیال پاورلا، به روش عددی المان‌های محدود مورد بررسی قرار دادند. رفیعیان و نوروزی [۲۴] اثر نشیمنگاه یاتاقان در یک سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه را مطالعه کردند. آنها سیستم روتور-یاتاقان را به صورت پیوسته و نشیمنگاه را به صورت جرم و فنر معادل مدلسازی، و سپس از روش تقریبی مودهای فرضی و المان محدود برای حل معادلات حاکم استفاده کردند. زنگانه و همکاران [۲۵] تأثیر تکیه‌گاه ویسکوالاستیک را بر ارتعاش محوری بررسی کردند. همچنین علی بیکی و رضا مهریار [۲۶] یک مدل دو بعدی برای بررسی عملکرد ترموهیدرودینامیکی در یاتاقان ژورنال استوانه‌ای با تغذیه فشاری را ارایه دادند. مرور پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که به دلیل پیچیدگی معادلات حاکم، معمولاً برای حل مسایل ارتعاشی محوره‌های دوار دارای یاتاقان‌های ژورنال، از روش‌های عددی استفاده می‌شود. همچنین بر کسی پوشیده نیست که در تحلیل ارتعاشی ماشین آلات دوار مقدار سفتی یاتاقان‌های محور تأثیر زیادی بر تعیین مشخصه‌های ارتعاشی آن دارد. در شبیه‌سازی‌ها و بررسی ارتعاش محوره‌های دوار دارای یاتاقان‌های ژورنال، معمولاً مقدار سفتی یاتاقان‌های ژورنال در جهت‌های اصلی xx ، yy و xy (مطابق شکل ۹) با استفاده از روش‌های تجربی و یا عددی تعیین و محاسبه می‌شود. ولی به هر حال معمولاً درک صحیح و کاملی از رفتار سفتی یاتاقان ژورنال در موقعیت‌های زاویه‌ای دیگر وجود ندارد.

در این مقاله، سفتی معادل یاتاقان ژورنال بر واحد طول محیطی یاتاقان ژورنال به صورت پیوسته و تابعی از موقعیت زاویه‌ای محور به روش تحلیلی استخراج می‌شود تا بر اساس آن بتوان اثر زاویه و تأثیر پارامترهای اصلی سیستم بر مقدار سفتی معادل یاتاقان را در موقعیت زاویه‌ای مختلف محاسبه کرد و به این ترتیب درک بهتری از رفتار ارتعاشی سیستم داشت. هر چند که برای استخراج روابط تحلیلی نیاز است از فرض‌های ساده کننده استفاده شود ولی با این وجود رابطه استخراج شده می‌تواند الگوی رفتار سفتی یاتاقان ژورنال در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف یاتاقان را بیان کند.

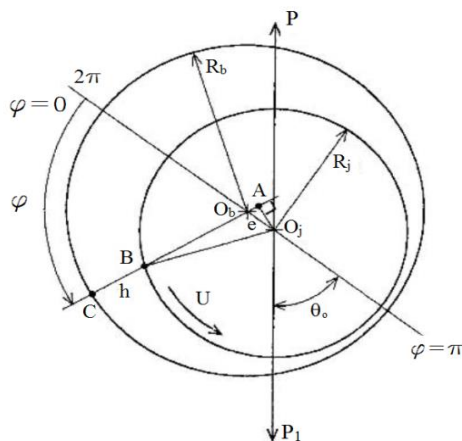
زاویه φ تعیین شود که در بخش بعدی به آن پرداخته می-شود.

۳- استخراج معادله فشار و ضخامت فیلم روانکار

شکل ۳ سطح مقطع یاتاقان ژورنال دایروی را نشان می-دهد. نقطه O_b مرکز یاتاقان و O_j مرکز محور (ژورنال) است. شعاع داخلی یاتاقان و شعاع محور و سرعت خطی سطح محور است. تفاضل شعاع محور از شعاع داخلی یاتاقان، لقی شعاعی یاتاقان نامیده می-شود و با c نشان داده می-شود:

$$c = R_b - R_j \quad (۸)$$

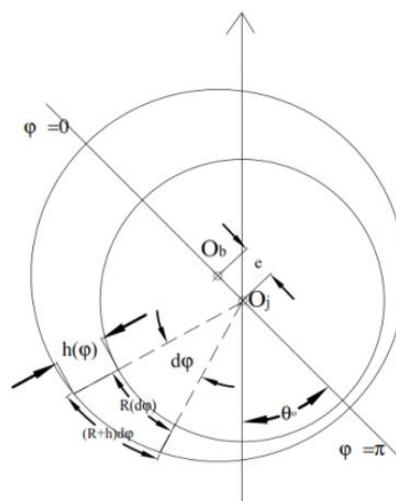
فیلم روانکار فضای لقی شعاعی یاتاقان را پر می-کند. P_I نیروی حاصل از بار خارجی روی محور و P برآیند فشار عکس العمل فیلم روانکار است. از آنجایی که فیلم روانکار باید بار اعمالی را تحمل کند پس P و P_I با یکدیگر برابر هستند. مطابق شکل (۳)، مرکز محوری که تحت بار، داخل یاتاقان می-چرخد از مرکز یاتاقان در جهت مورب رو به پایین جابجا می-شود و با راستای بارگذاری، زاویه θ_0 تشکیل می-دهد. زاویه θ_0 از راستای بارگذاری اندازه گیری می-شود. فاصله بین مرکز یاتاقان تا مرکز محور $O_b O_j$ $e =$ خروج از مرکز نام دارد و به نسبت آن به لقی شعاعی $(\varepsilon = \frac{e}{c})$ ، نسبت خروج از مرکز گویند. مقدار نسبت خروج از مرکز بین صفر و یک قرار دارد. در حالت $\varepsilon = 0$ محور و یاتاقان هم مرکز هستند و در حالت $\varepsilon = 1$ یاتاقان با محور در تماس است. در محدوده $\varphi=0 \sim \pi$ در شکل (۳)، فیلم روانکار در جهت چرخش محور کاهش می-یابد، در حالی که در بازه $\varphi=\pi \sim 2\pi$ مقدار آن افزایش می-یابد. در محدوده ای که فیلم روانکار در جهت چرخش محور کاهش می-یابد، فشار فیلم روانکار مثبت است.



شکل ۳- سطح مقطع یاتاقان ژورنال ساده [۴]

در شکل (۲)، برای تغییر طول معادل المان به اندازه Δh در جهت شعاعی یاتاقان ژورنال، داریم:

$$F = K(\Delta h) \quad (۲)$$



شکل ۲- المان فیلم روانکار در یاتاقان ژورنال

از طرف دیگر می-توان مقدار نیرو را بر حسب تغییر فشار در المان از فیلم روانکار، به صورت زیر بیان کرد:

$$F = \Delta P \cdot A \quad (۳)$$

که در آن ΔP تغییر فشار در المان در نظر گرفته شده می-باشد. با جایگذاری معادله (۳) در (۲) نتیجه می-شود:

$$K = \frac{\Delta P}{\Delta h} A \quad (۴)$$

مساحت المان در نظر گرفته شده را می-توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$dA = (R d\varphi)L \quad (۵)$$

که در آن شعاع R و طول یاتاقان ژورنال است. پس با استفاده از معادلات (۴) و (۵)، داریم:

$$dK_{eq} = \frac{\partial P}{\partial h} dA = \frac{\partial P}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial h}{\partial \varphi} \right) (R L d\varphi) \quad (۶)$$

که در آن dK_{eq} ، مقدار تغییرات سفتی معادل المان فیلم روانکار در نظر گرفته شده است. با استفاده از معادله (۶)، مقدار سفتی معادل فیلم روانکار یاتاقان ژورنال بر واحد طول محیطی محور آن (یعنی \bar{K}_{eq})، بر حسب تابعی از موقعیت زاویه ای φ را می-توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\bar{K}_{eq} = \frac{dK_{eq}}{R d\varphi} = L \left(\frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) \times \frac{1}{\left(\frac{\partial h}{\partial \varphi} \right)} \quad (۷)$$

که در آن \bar{K}_{eq} سفتی معادل یاتاقان بر واحد طول محیطی محور یاتاقان ژورنال است. برای محاسبه \bar{K}_{eq} ابتدا باید مقدار مشتق فشار و مشتق ضخامت فیلم روانکار بر حسب

که در آن μ ویسکوزیته روانکار (روغن) است. معادله (۱۵) به صورت تحلیلی قابل حل نیست، به همین سبب از تقریب ها و حل های عددی برای حل آن استفاده می شود. طول یاتاقان ژورنالی که مورد بررسی قرار می گیرد، بر حل معادله (۱۵) تأثیر دارد. تقریب طول نامحدود، برای یاتاقان های بلند به کار می رود که توزیع فشار محوری برای آنها ثابت فرض شده و از تغییرات فشار در راستای محور صرف نظر می شود. به این ترتیب برای یاتاقان های بلند، جمله $\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right)$ می تواند از معادله (۱۵) حذف شده و این معادله به معادله کلاسیک یک بعدی رینولدز تبدیل شود. حال معادله ساده شده به روش تحلیلی قابل حل است. در این مطالعه برای محاسبه فشار فیلم روانکار در یاتاقان بلند از معادله یک بعدی رینولدز استفاده می شود [۴].

$$U \frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dP}{dx} \frac{h^3}{6\mu} \right) \quad (16)$$

با انتگرال گیری از طرفین معادله (۱۶) بر حسب x داریم:

$$U(h + C_1) = \frac{dP}{dx} \frac{h^3}{6\mu} \quad (17)$$

که در آن C_1 ثابت انتگرال گیری است. ضخامت نقطه ای از فیلم روانکار که بیشترین فشار را دارد (یعنی $\frac{dP}{dx} = 0$)، با h_m نمایش داده می شود، بنابراین $C_1 = -h_m$ است. با جایگذاری این مقدار در معادله (۱۷) داریم:

$$U(h - h_m) = \frac{dP}{dx} \frac{h^3}{6\mu} \quad (18)$$

$$\frac{dP}{dx} = 6\mu U \left(\frac{h - h_m}{h^3} \right) \quad (19)$$

حال با جایگذاری معادله (۱۹) در معادله (۱۴) و ساده سازی آن، داریم:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{6\mu U}{c^2} \left[\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos\varphi)^2} - \frac{h_m}{c(1 + \varepsilon \cos\varphi)^3} \right] \quad (20)$$

با فرض آنکه محور با سرعت زاویه ای ثابت ω دوران کند و با توجه به اینکه $U = R\omega$ و $x = R\varphi$ است، داریم:

$$\frac{dP}{d\varphi} = 6\mu\omega \left(\frac{R}{c} \right)^2 \left[\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos\varphi)^2} - \frac{h_m}{c(1 + \varepsilon \cos\varphi)^3} \right] \quad (21)$$

همچنین از آنجا که $R_b \approx R_j$ است، پس هر دو پارامتر را با R نشان داده و با انتگرال گیری از طرفین رابطه (۲۱)، داریم:

با توجه به شکل (۳)، مقدار ضخامت فیلم روانکار h را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$h = \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} \quad (9)$$

$$\overline{AC} = R_b + e \cos\varphi \quad (10)$$

$$\overline{AB} = (R_j^2 - (e \sin\varphi)^2)^{1/2} \quad (11)$$

با جایگذاری معادله (۱۰) و (۱۱) در معادله (۹)، داریم:

$$h = R_b + e \cos\varphi - R_j \left[1 - \left(\frac{e}{R_j} \right)^2 \sin^2\varphi \right]^{1/2} \quad (12)$$

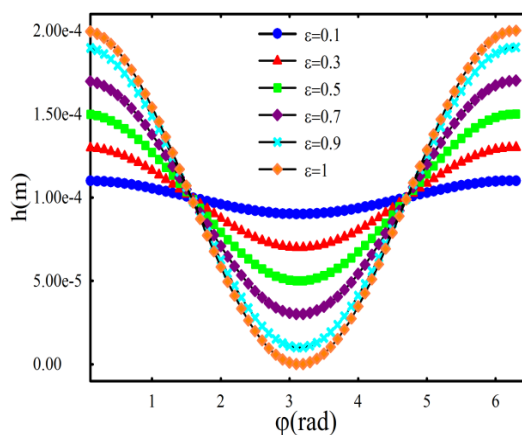
از آنجایی که مقدار $\frac{e}{R_j}$ معمولاً کوچک است، از جمله دوم زیر رادیکال می توان صرف نظر کرد، پس داریم:

$$h = (R_b - R_j) + e \cos\varphi = c + e \cos\varphi \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، با توجه به $\varepsilon = \frac{e}{c}$ و فاکتورگیری از c داریم:

$$h = c(1 + \varepsilon \cos\varphi) \quad (14)$$

شکل (۴)، مقدار تغییرات ضخامت فیلم روانکار بر حسب زاویه φ را برای نسبت خروج از مرکزهای مختلف و لقی شعاعی ۰/۱ میلی متر نشان می دهد.



شکل ۴- تغییرات ضخامت فیلم روانکار

فشار فیلم روانکار در یک یاتاقان ژورنال می تواند به وسیله معادله دو بعدی رینولدز بیان شود. هنگامی که محور x در جهت پیرامونی یاتاقان و محور z در جهت راستای محور (ژورنال) در نظر گرفته شود و در آن $P(x, z)$ فشار فیلم روانکار و $h(x, z)$ ضخامت فیلم روانکار باشد، داریم [۴]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (15)$$

پس با استفاده از شرایط مرزی (۲۹)، ثابت‌های انتگرال گیری به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

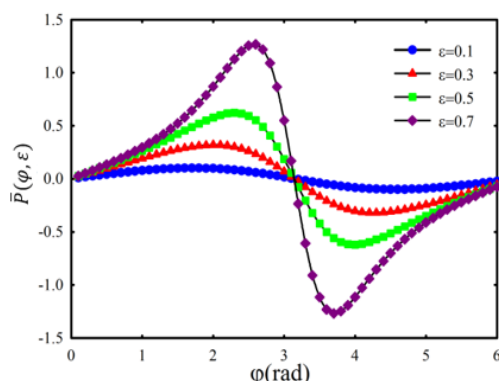
$$C_2 = 0 ; h_m = \frac{2(1 - \varepsilon^2)^2}{2 + \varepsilon^2} c \quad (30)$$

با جایگذاری معادله (۳۰) در معادله (۲۷) و تغییر متغیر θ به φ داریم:

$$\begin{aligned} P(\varphi) &= 6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon \sin\varphi (2 + \varepsilon \cos\varphi)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos\varphi)^2} \\ &= 6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2 \bar{P}(\varphi, \varepsilon) \end{aligned} \quad (31)$$

که در آن فشار بی بعد $\bar{P}(\varphi, \varepsilon)$ تابعی از نسبت خروج از مرکز و زاویه φ است، پس قسمت دیگر معادله فشار یعنی $6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2$ واحد فشار دارد. با توجه به معادله (۳۱) فشار بی بعد $\bar{P}(\varphi, \varepsilon)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\bar{P}(\varphi, \varepsilon) = \frac{\varepsilon \sin\varphi (2 + \varepsilon \cos\varphi)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos\varphi)^2} \quad (32)$$



شکل ۵- تغییرات فشار بی بعد بر حسب زاویه φ و مقادیر مختلف نسبت خروج از مرکز ε

در شکل (۵)، تغییرات فشار بی بعد $\bar{P}(\varphi, \varepsilon)$ برای مقادیر مختلف φ و ε رسم شده است. در شکل (۵)، به قسمتی از نمودار که دارای فشار منفی است، ناحیه کاپیتاسیون گفته می‌شود. فشار ناحیه کاپیتاسیون قابل صرف نظر کردن است.

۴- محاسبه سفتی معادل فیلم روانکار در یاتاقان

برای محاسبه انتگرال (۷) ابتدا باید مشتق فشار از معادله (۳۲) محاسبه شود:

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{H_1 + H_2}{(2 + \varepsilon^2)^2 (1 + \varepsilon \cos\varphi)^4} \quad (33)$$

$$P = 6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2 \left\{ \int \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cos\varphi)^2} - \frac{h_m}{c} \int \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cos\varphi)^3} \right\} + C_2 \quad (22)$$

در رابطه (۲۲)، C_2 ثابت انتگرال گیری است. برای حل انتگرال‌های معادله (۲۲)، از تغییر متغیر زیر استفاده می‌شود.

$$1 + \varepsilon \cos\varphi = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos\theta} \quad (23)$$

که در آن θ مانند φ از 0 تا 2π تغییر می‌کند. ابتدا $\cos\varphi$ از رابطه (۲۳) استخراج می‌شود:

$$\cos\varphi = \frac{\cos\theta - \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos\theta} \quad (24)$$

سپس با توجه به رابطه $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ مقدار $\sin\varphi$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sin\varphi = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} \sin\theta}{1 - \varepsilon \cos\theta} \quad (25)$$

با دیفرانسیل‌گیری از طرفین رابطه ۲۵ و همچنین با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) و ساده سازی نتایج حاصل، داریم:

$$d\varphi = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}}{1 - \varepsilon \cos\theta} d\theta \quad (26)$$

با جایگذاری معادله‌های (۲۶) و (۲۴) در معادله (۲۲)، معادله فشار بر حسب θ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} P(\theta) = 6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^2 & \left[\frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} (\theta - \varepsilon \sin\theta) \right. \\ & - \frac{h_m}{c(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \left(\theta - 2\varepsilon \sin\theta \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varepsilon^2 \theta}{2} + \frac{\varepsilon^2}{4} \sin 2\theta \right) \right] + C_2 \end{aligned} \quad (27)$$

از آنجایی که h_m و C_2 ثابت‌های انتگرال گیری هستند، پس با شرایط مرزی مشخص می‌توان مقدار آن‌ها را محاسبه کرد. با استفاده از شرایط مرزی سامرفیلد و فرض فشار نسبی $P = 0$ ، داریم:

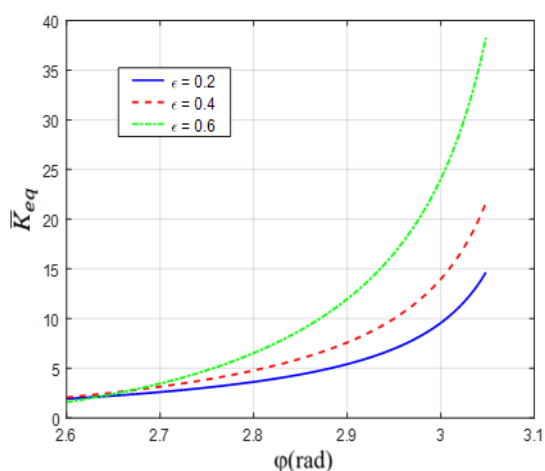
$$P = 0 ; \varphi = 0, \varphi = 2\pi \quad (28)$$

$$P = 0 ; \theta = 0, \theta = 2\pi \quad (29)$$

خروج از مرکز ε مقدار سفتی یاتاقان ژورنال نیز افزایش می یابد. شکل (۷)، تغییرات مقدار سفتی معادل بر واحد طول محیطی محور (یعنی \bar{K}_{eq}) را بر حسب موقعیت زاویه-ای φ برای طول‌های مختلف یاتاقان نشان می‌دهد. در این شکل مقدار طول یاتاقان L متغیر و سایر مشخصات دیگر یاتاقان مطابق با اطلاعات ارائه شده در جدول ۱ ثابت فرض شده است.

جدول ۱- مقادیر عددی پارامترهای یاتاقان ژورنال

مشخصه	مقدار	واحد
Oil type	ISO VG32	-
ε	۰/۶	-
c	۰/۱	mm
T	۵۷	°C
μ	۰/۰۱۷	Pa.S
ω	۲۰۰	rad/S
R	۵۰	mm
L	۱۰۰	mm



شکل ۶- تغییرات پارامتر بی بعد \bar{K}_{eq} بر حسب تغییر زاویه φ برای نسبت خروج از مرکزهای مختلف در یاتاقان

همانطور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود مقدار سفتی معادل بر واحد طول محیطی یاتاقان با مقدار طول یاتاقان رابطه مستقیم دارد. معادله (۳۷) نیز این موضوع را تأیید می‌کند. لازم به ذکر است که با توجه به فیزیک مسئله، بخش منفی نمودارها دارای مفهوم فیزیکی نمی‌باشند و لذا در شکل‌ها نیز رسم نشده است. تغییرات سفتی یاتاقان \bar{K}_{eq} بر حسب تغییر زاویه φ و برای شعاع‌های مختلف یاتاقان در شکل (۸) ترسیم شده است. در شکل (۸) مقدار شعاع یاتاقان R متغیر و سایر مشخصات دیگر یاتاقان مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است.

که در آن

$$H_1 = [2\varepsilon \cos \varphi + \varepsilon^2 \cos(2\varphi)][(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \varphi)^2]$$

$$H_2 = [\varepsilon \sin \varphi (2 + \varepsilon \cos \varphi)] \times \{\varepsilon(2 + \varepsilon^2) [2 \sin \varphi + \varepsilon \sin(2\varphi)]\}$$

(۳۴)

همچنین مشتق ضخامت فیلم روانکار نسبت به پارامتر φ نیز، از معادله (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial h}{\partial \varphi} = -c\varepsilon \sin \varphi$$

(۳۵)

با جایگذاری معادلات (۳۳) و (۳۵) در معادله (۷)، مقدار سفتی معادل یاتاقان ژورنال بر واحد طول محیطی محور آن (یعنی \bar{K}_{eq}) را می‌توان به صورت تابعی از موقعیت زاویه‌ای φ ، با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\bar{K}_{eq} = -6\mu\omega L \left(\frac{R^2}{c^3}\right) \frac{H_1 + H_2}{\varepsilon(2 + \varepsilon^2)^2 \sin \varphi (1 + \varepsilon \cos \varphi)^4}$$

(۳۶)

معادله (۳۶) را می‌توان به صورت زیر نیز بازنویسی کرد:

$$\bar{K}_{eq} = 6\mu\omega L \left(\frac{R^2}{c^3}\right) \bar{K}_{eq}(\varphi, \varepsilon)$$

(۳۷)

که در آن

$$\bar{K}_{eq}(\varphi, \varepsilon) = -\frac{H_1 + H_2}{\varepsilon(2 + \varepsilon^2)^2 \sin \varphi (1 + \varepsilon \cos \varphi)^4}$$

(۳۸)

در معادله (۳۷)، $\bar{K}_{eq}(\varphi, \varepsilon)$ سفتی بی بعد یاتاقان ژورنال است که تابعی از نسبت خروج از مرکز ε و موقعیت زاویه‌ای φ می‌باشد، پس قسمت دیگر معادله سفتی یعنی $6\mu\omega \left(\frac{R}{c}\right)^3 \frac{L}{\varepsilon}$ دیمانسیون $[(N/m)/m]$ را دارد. همچنین معادله (۳۷) نشان می‌دهد که مقدار سفتی معادل فیلم روانکار بر واحد طول با توان دوم شعاع یاتاقان رابطه مستقیم و با توان سوم لقی یاتاقان رابطه معکوس دارد. پس با افزایش شعاع و یا کاهش لقی یاتاقان، مقدار سفتی نیز به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

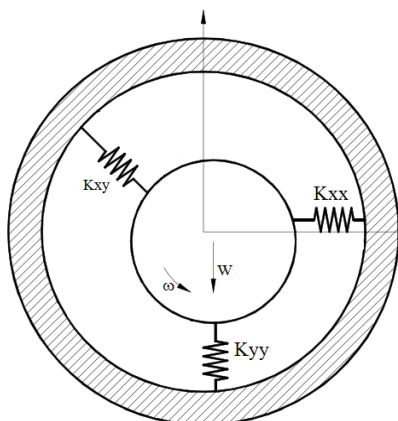
شکل (۶)، تغییرات مقدار سفتی بی بعد \bar{K}_{eq} بر حسب تغییرات φ برای مقادیر مختلف ε را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود با افزایش زاویه φ در محدوده ۲/۶ الی ۳/۱ رادیان، مقدار سفتی بی بعد \bar{K}_{eq} فیلم روانکار افزایش می‌یابد. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت

$\bar{K}_{eq}(\varphi, \varepsilon)$ ، به صورت زیر محاسبه می‌شود و سپس مقادیر آنها با مقادیر تجربی ارایه شده در مرجع [۸] مقایسه می‌شود.

$$K_{xx} = \int \bar{K}_{eq} R \sin(\varphi + \theta_0) d\varphi \quad (39)$$

$$K_{yy} = \int \bar{K}_{eq} R \cos(\varphi + \theta_0) d\varphi \quad (40)$$

شکل (۹)، نمایی از K_{xx} و K_{yy} را نشان می‌دهد و زاویه θ_0 روی شکل (۳) مشخص شده است. از آنجایی که داده‌های تجربی برای یاتاقان استوانه‌ای ساده موجود نیست، از داده‌های تجربی ارایه شده برای یک یاتاقان استوانه‌ای دو شیاره، استفاده شده است. همچنین محاسبات سفتی در نرم‌افزار متلب و میپل انجام شده است.



شکل ۹- نمایی از سفتی‌های K_{xx} و K_{yy} [۸]

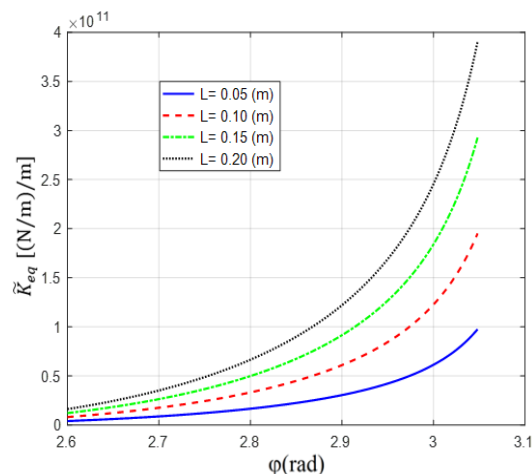
جدول ۲- مشخصات یاتاقان استوانه‌ای دو شیاره [۸]

مقدار	مشخصه
Circular bearing with two oil grooves	Bearing Type
۵۰	R (mm)
۰/۱۰۵	c (mm)
۱۰۰	L (mm)

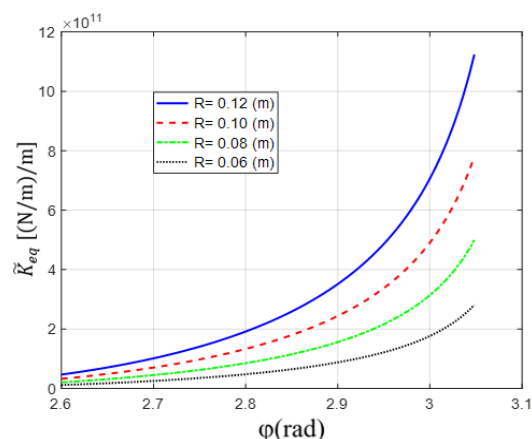
در جدول‌های ۲ و ۳ مشخصه‌های هندسی و پارامترهای یاتاقان ژورنال مورد نظر و همچنین مشخصات روانکار آمده است. نتایج حاصل از محاسبات در کنار داده‌های تجربی مرجع [۸]، در جدول ۴ ارایه شده است.

جدول ۳- پارامترها و مشخصه‌های یاتاقان برای مقایسه سفتی محاسبه شده با سفتی تجربی

مقادیر مشخصه‌های یاتاقان ژورنال							حالت‌های بررسی شده
w (kN)	S	θ_0 (°)	μ (Pa.S)	T (°C)	ε	ω (rad/S)	
۲۸۹۰۰	۰/۰۶۵	۳۳	۰/۰۰۲۷	۵۴/۷	۰/۸۵	۳۱۴	۱
۴۸۰۰۰	۰/۰۷۲	۳۱	۰/۰۰۱۶	۷۰/۳	۰/۷۳	۹۴۲	۲
۴۸۰۰۰	۰/۰۷۸	۲۷	۰/۰۰۱۳	۷۸/۰	۰/۶۴	۱۲۵۷	۳
۳۸۲۰۰	۰/۱۰۲	۳۷	۰/۰۰۱۱	۸۵/۲	۰/۶۶	۱۵۷۱	۴



شکل ۷- تغییرات مقدار \bar{K}_{eq} بر حسب تغییر زاویه φ برای طول‌های مختلف یاتاقان



شکل ۸- تغییرات مقدار \bar{K}_{eq} یاتاقان بر حسب تغییر زاویه φ برای شعاع‌های مختلف یاتاقان

۵- اعتبارسنجی سفتی معادل محاسبه شده

برای اطمینان از صحت معادله تحلیلی استخراج شده برای مقدار سفتی یاتاقان ژورنال، داده‌های تجربی ارایه شده در مرجع [۸] برای یک یاتاقان صنعتی واقعی، با نتایجی که از معادله (۳۷) برای همان یاتاقان با روش تحلیلی محاسبه شده است، مقایسه می‌شود.

از آنجا که در مراجع مقدار سفتی تجربی یاتاقان ژورنال در راستای x و y به صورت K_{xx} و K_{yy} بیان شده است، پس در ادامه مقادیر K_{xx} و K_{yy} با استفاده از رابطه

جدول ۴- مقایسه سفتی محاسبه شده به روش تحلیلی با سفتی تجربی در یک یاتاقان واقعی

درصد خطا		مقدار سفتی محاسبه شده به روش تحلیلی ارایه شده		مقدار سفتی یاتاقان به روش تجربی [۸]		حالت‌های بررسی شده
K_{xx}	K_{yy}	(MN/m) K_{1xx}	K_{1yy} (MN/m)	K_{2xx} (MN/m)	K_{2yy} (MN/m)	
۷/۵۷	۳۶/۰۰	۳۷۴	۷۶۷	۲۷۵	۷۶۷	۱
۳/۷۵	-۲۶/۰۹	۱۷	۸۳	۲۳	۸۳	۲
۸/۰۰	-۴۱/۶۷	۱۴	۱۳۵	۲۴	۱۳۵	۳
۴/۷۶	-۴۷/۰۶	۹	۴۴	۱۷	۴۴	۴

آن بین ۰/۵ تا ۱ است ($0.5 < \frac{L}{D} \leq 1$). نتایج تجربی یاتاقان استفاده شده برای بررسی صحت نتایج حاصل از معادلات تحلیلی استخراج شده، نیز از همین نوع است. برای این نوع یاتاقان‌ها باید گرادیان فشار در هر دو جهت محوری و محیطی در نظر گرفته شود که البته در این حالت دیگر حل تحلیلی معادلات امکان پذیر نمی‌باشد و لذا بایستی برای رسیدن به جواب‌های دقیق از روش‌های عددی استفاده شود. لازم به ذکر است که برای حل معادلات به روش تحلیلی، به اجبار لازم است که از فرض‌های ساده کننده برای حل معادلات استفاده شود که این خود می‌تواند باعث ایجاد اختلاف بین نتایج حاصل با مقادیر واقعی باشد ولی معادلات استخراج شده به روش تحلیلی می‌تواند تأثیر پارامترها و همچنین الگوی تغییرات سفتی یاتاقان در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف را برحسب پارامترهای اصلی سیستم به خوبی بیان کند. عامل دیگر خطا استفاده از شرایط مرزی ساده کننده‌ای مانند فرض‌های سامرفیلد است. در این شرایط مرزی از جدایی روانکار از سطح، صرف نظر شده است. این شرط در مقادیر پایین فشار قابل استفاده است و در یاتاقان‌های صنعتی واقعی و در فشار بالا دارای خطا است. همچنین فرض‌های ساده کننده‌ای دیگری که در تئوری رینولدز به کار برده شده است، مانند آرام بودن جریان سیال، تراکم ناپذیری روانکار، عدم تغییر ویسکوزیته روانکار و غیره، نیز می‌توانند باعث ایجاد خطا در نتایج تحلیلی با مقادیر واقعی شوند.

به هر حال مجدداً تأکید می‌شود که در این مقاله تلاش شده است تأثیر پارامترهای اصلی یاتاقان ژورنال بر رفتار ارتجاعی و سفتی یاتاقان در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف، به صورت تحلیلی استخراج شود. این معادلات تحلیلی می‌توانند مهندسان طراح را برای درک بهتر رفتار ارتعاشی یاتاقان ژورنال در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف یاتاقان

در جدول‌های ۳ و ۴، برای حالت‌های مختلف پارامترهای یاتاقان همانند مقدار عدد سامرفیلد که مقدار بار روی یاتاقان ω ، سرعت زاویه‌ای محور ω ، ابتدا مقادیر سفتی K_{1xx} و K_{1yy} به روش تحلیلی بر اساس معادله‌های (۳۹) و (۴۰) محاسبه شده است و سپس مقادیر محاسبه شده در این حالت‌های خاص با مقادیر سفتی یک یاتاقان واقعی (K_{2xx} و K_{2yy}) که در مرجع [۸] ارایه شده، مقایسه شده است. لازم به توضیح است که معادلات تحلیلی ارایه شده در این مقاله با استفاده از فرض‌های ساده کننده متعددی استخراج شده‌اند و لذا وجود اختلاف، بین پیش‌بینی سفتی محاسبه شده به روش تحلیلی با مقدار واقعی آن دور از انتظار نمی‌باشد. به هر حال روابط و معادلات استخراج شده به روش تحلیلی تا حد زیادی می‌تواند الگو و تأثیر پارامترهای اصلی سیستم را روی مقدار سفتی آن در موقعیت‌های زاویه‌ای مختلف یاتاقان ژورنال بیان کند و این می‌تواند کمکی به مهندسان طراح برای انجام محاسبات اولیه باشد. بررسی عوامل خطا در مقادیر محاسبه شده برای سفتی یاتاقان ژورنال به روش تحلیلی ارایه شده در این مقاله، با مقادیر واقعی آن در بخش بعدی آمده است.

۶- بررسی عوامل خطا

در بخش قبل مشاهده شد که مقدار سفتی محاسبه شده برای یاتاقان ژورنال به روش تحلیلی ارایه شده در این مقاله، با مقدار تجربی آن در یک یاتاقان صنعتی واقعی اختلاف دارد. از مهم‌ترین عوامل خطا فرض طول نامحدود برای استخراج روابط تحلیلی است. تقریب طول نامحدود برای یاتاقان‌های نسبتاً بلند استفاده می‌شود که تغییرات فشار در جهت محور آن‌ها ناچیز است. به عبارت دیگر این فرض برای یاتاقان‌های ژورنالی برقرار است که نسبت طول به قطر محور آنها حداقل بیشتر از ۲ باشد ($\frac{L}{D} > 2$). در حالی که برای بیشتر یاتاقان‌های صنعتی نسبت طول یاتاقان به قطر

ویسکوزیته روانکار، سرعت زوایه‌ای، طول یاتاقان و توان دوم شعاع یاتاقان رابطه مستقیم دارد و با توان سوم لقی شعاعی رابطه عکس دارد. به منظور اطمینان از معادلات استخراج شده مقادیر سفتی محاسبه شده به روش تحلیلی با مقادیر آن در یک یاتاقان واقعی مقایسه شد که با توجه به فرض‌های ساده کننده در نظر گرفته شده، حدود مقادیر بدست آمده، قابل قبول می‌باشد. به طور کلی روابط تحلیلی استخراج شده برای محاسبه مقدار سفتی یاتاقان ژورنال بر حسب تابعی پیوسته از موقعیت زوایه‌ای محور، می‌تواند دید مناسبی به طراح برای شروع طراحی و همچنین درک ارتباط مقدار تغییرات سفتی یاتاقان بر حسب تغییر زاویه و پارامترهای اصلی سیستم ارائه نماید. به طور خلاصه می‌توان نتایج مهم این مقاله را به شرح زیر بیان کرد:

- با توجه به ایده ارائه شده، مقدار سفتی بر واحد طول محیطی یاتاقان ژورنال به صورت تابعی پیوسته از موقعیت زوایه‌ای محور استخراج شد (معادله ۳۶).
 - نتایج نشان می‌دهد که مقدار سفتی بر واحد طول محیطی یاتاقان ژورنال با مقدار ویسکوزیته روانکار، سرعت زوایه‌ای، طول یاتاقان و توان دوم شعاع یاتاقان رابطه مستقیم دارد.
- مقدار سفتی بر واحد طول محیطی یاتاقان ژورنال با توان سوم لقی شعاعی یاتاقان ژورنال رابطه عکس دارد.

ژورنال یاری کند. بدیهی است برای افزایش دقت و کاهش خطا باید از روش‌های عددی و یا ضرایب اصلاحی در معادلات تحلیلی استفاده شود.

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله سفتی معادل یاتاقان ژورنال استوانه‌ای ساده به روش تحلیلی و بر حسب تابعی از موقعیت زوایه‌ای محور بررسی شد. برای این منظور ابتدا معادله فشار فیلم روانکار و ضخامت فیلم روانکار در یاتاقان مذکور از معادله یک بعدی رینولدز استخراج شد. معادلات استخراج شده به روش تحلیلی نشان می‌دهد که فشار فیلم روانکار با ویسکوزیته، سرعت زوایه‌ای و توان دوم شعاع محور یاتاقان رابطه مستقیم دارد و با توان دوم لقی شعاعی آن رابطه عکس دارد. همچنین سفتی یاتاقان ژورنال بر واحد طول محیطی یاتاقان، به صورت تابعی پیوسته بر حسب موقعیت‌های زوایه‌ای محور و پارامترهای اصلی سیستم، به روش تحلیلی استخراج شد. به ناچار برای استخراج معادلات تحلیلی از فرض‌های ساده کننده‌ای استفاده شد که بدیهی است این می‌تواند باعث ایجاد خطا در نتایج حاصل از روابط تحلیلی با نتایج تجربی ارائه شده برای یاتاقان‌های صنعتی واقعی شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که با افزایش نسبت خروج از مرکز یاتاقان، مقدار سفتی یاتاقان ژورنال افزایش می‌یابد. همچنین سفتی معادل بر واحد طول محیطی محور یاتاقان ژورنال (یعنی \bar{K}_{eq})، بر حسب تابعی پیوسته از موقعیت زوایه‌ای استخراج شد که مشاهده شد مقدار آن با مقدار

مراجع

- [1] J.E. Shigley, R. Budynas, Mechanical Engineering Design, 9th Edition. Mc Graw, 2010.
- [2] B. Aukman, "Experimental Investigation of Oil Film Behaviour in Short Journal Bearings", California Institute of Technology Pasadena, California, 1959.
- [3] G.D. Jiang, H. Hu, W. Xu, Z.W. Jin, Y.B. Xie, "Identification of Oil Film Coefficients of Large Journal Bearings on a Full Scale Journal Bearing Test Rig", Tribology International, Vol. 30, No. 11, 1998, pp.789-793.
- [4] Y. Hori, Hydrodynamic Lubrication, Springer, Japan, 2006.
- [5] A. Valkonen, "Oil Film Pressure in Hydrodynamic Journal Bearings", Doctoral Dissertation, Helsinki University of Technology, 2009.
- [6] P. Wolfinger, "A Comparative Modeling Study of Journal Bearings Used in Marine Systems", Master dissertation, Rensselaer Polytechnic Institute, 2011.
- [7] M. He, C.H. Cloud, J.M. Byrne, "Fundamentals of Fluid Film Journal Bearing Operation and Modeling", Turbo Machinery Laboratory, Thirty-Fourth Turbo Machinery Symposium, pp. 155-175, 2005.
- [8] T. Someya, J. Mitsui, J. Esaki, S. Saito, Y. Kanemitsu, T. Iwatsubo, M. Tanaka, S. Hisa, T. Fujikawa, H. Kanki, Journal-Bearing Databook, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989.

- [9] J. Kozanek, J. Simek, P. Steinbauer, A. Bilkovsk, "Identification of stiffness and damping coefficients of aerostatic journal bearing", *Engineering mechanics*, Vol. 16, No. 3, 2009, pp. 209–220.
- [10] R. Rashidi, "Bifurcation and nonlinear dynamic analysis of a rigid rotor supported by two-lobe noncircular gas-lubricated journal bearing system", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 61, No. 4, 2010, pp. 783-802.
- [11] R. Rashidi, "Preload effect on nonlinear dynamic behavior of a rigid rotor supported by noncircular gas-lubricated journal bearing systems", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 60, No. 3, 2010, pp. 231-253.
- [12] R. Rashidi, K.A. Mohammadi, F. Bakhtiari-Nejad, "Effect of bearing number on non-linear dynamic behaviour of aerodynamic non-circular journal bearing systems", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 224, No. 2, 2010, pp. 139-156.
- [13] R. Rashidi Meybodi, A.K. Mohammadi, F. Bakhtiari-Nejad, "Numerical analysis of a rigid rotor supported by aerodynamic four-lobe journal bearing system with mass unbalance", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 17, No. 1, 2012, pp. 454-471.
- [14] P.C. Mishra, "Mathematical modeling of stability in rough elliptic bore misaligned journal bearing considering thermal and non-Newtonian effects", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, 2013, pp. 5896–5912.
- [15] A. Chasalevris, F. Dohnal, "Vibration quenching in a large scale rotor-bearing system using journal bearings with variable geometry", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, 2014, pp. 2087–2099.
- [16] D.Y. Dhande, D.W. Pande, "Multiphase flow analysis of hydrodynamic journal bearing using CFD coupled Fluid Structure Interaction considering cavitation", *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, Vol. 30, No. 4, 2018, pp. 345–354.
- [17] R. Contia, A. Frillia, E. Galardia, E. Melia, D. Nocciolinia, L. Pugia, A. Rindia, S. Rossinb, "An efficient quasi-3D rotordynamic and fluid dynamic model of Tilting Pad Journal Bearing", *Tribology International*, Vol. 103, 2016, pp. 449–464.
- [18] D.A. Bompos, P.G. Nikolakopoulos, "Tribological design of a multistep journal bearing", *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 68, 2016, pp. 18–32.
- [19] K. Li, J. Liu, X. Han, C. Jiang, H. Qin, "Identification of oil-film coefficients for a rotor-journal bearing system based on equivalent load reconstruction", *Tribology International*, Vol. 104, 2016, pp. 285–293.
- [20] N.K. Rana, S.S. Gautam, S. Verma, F. Rahmani, "On the stiffness and damping coefficients of constant flow valve compensated conical hydrostatic journal bearing with micropolar lubricant", *Procedia Technology*, Vol. 23, 2016, pp. 42–50.
- [21] M. Hosseini, H. Abyar, "The effect of journal vibration on the hydrodynamic pressure profile in a plain journal bearing", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, 2016, pp. 349-356. (in Persian)
- [22] M. Aliheidari, A. Dashti Rahmatabadi, M. Zare Mehrjardi, "The effect of shell texturing on the performance of noncircular hydrodynamic two lobe journal bearings", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 2, 2018, pp. 293-304. (in Persian)
- [23] M. Zamansani, A. Dashti Rahmatabadi, R. Rashidi Meybodi, M. Zare Mehrjardi, "Effects of design and lubrication parameters on the dynamic stability of noncircular lobed journal bearings with power law lubricant fluid", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, 2018, pp. 243-254. (in Persian)
- [۲۴] علی بیکی و رضا مهریار، "بررسی ترموهیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با ارائه مدل دو بعدی"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۳، تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۱–۹.
- [۲۵] روح اله زنگانه، علیرضا کرامت و احمد احمدی، "تاثیر مشخصات تکیه گاه ویسکوالاستیک مدل‌سازی شده با مدل جامع کلوین-ویت بر ارتعاش محوری میله"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۳، شماره ۴۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۹۳–۱۱۱.
- [۲۶] منصور رفیعیان و روح اله نوروزی، "مدل‌سازی سیستم کامل روتور-یاتاقان-تشیمنگاه"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۴، شماره ۴۴، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۷۹–۹۲.