

تخمین دمای سیال داخل لوله افقی با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس تحلیلی

احمد بهرامی^۱ و کورش گودرزی^{۲*}

چکیده	اطلاعات مقاله
در صنایع برای انتقال سیالات معمولاً از لوله‌ها استفاده می‌شود. تعیین دمای سیال درون لوله‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. اگرچه روش‌های تجربی مختلفی برای اندازه‌گیری دمای سیالات درون لوله‌ها وجود دارد، در مواردی نیز اندازه‌گیری دمای این سیالات به روش‌های تجربی، مشکل یا غیرممکن است. در این موارد، روش انتقال حرارت معکوس می‌تواند تخمینی مناسب از دمای سیال داخل لوله‌ها در اختیار ما قرار دهد. روش‌های تحلیلی و عددی فراوانی برای حل مسائل معکوس وجود دارد. در این پژوهش، تخمین دمای سیال داخل لوله‌ها با استفاده از روش معکوس تحلیلی در دو حالت مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در حالت اول، شرط مرزی سطح خارجی لوله دما ثابت و در حالت دوم سطح خارجی لوله شار ثابت است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش انتقال حرارت معکوس تحلیلی می‌تواند تخمینی مناسب از دمای سیال داخل لوله‌ها در شرایط مختلف در اختیار ما قرار دهد.	دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۲ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۱/۰۷
	واژگان کلیدی: انتقال حرارت معکوس، دمای سیال داخل لوله، دمای سطح خارجی لوله.

۱- مقدمه

به‌عنوان دماسنج به رسمیت شناخته شد و پیشرفت علمی تلقی گردید. در سال ۱۷۱۴ گابریل دانیل فارنهایت^۴ دماسنج جیوه-شیشه‌ای را اختراع کرد. پیشرفت‌های بعدی بر بهبود روش‌های ساخت و به‌طور ویژه بر سیال دماسنجی، شیشه و روش تثبیت مقیاس متمرکز بودند. در اوایل قرن نوزدهم، تأثیر دما بر خواص الکتریکی فلزات مورد توجه برخی از دانشمندان قرار گرفت. در سال ۱۸۲۱ اولین طرح استفاده از تغییرات مقاومت الکتریکی برای اندازه‌گیری دما توسط داوی^۵ و همچنین طرح ساخت ترموکوپل توسط تی‌جی‌سیبیک^۶ ارائه شد و در سال ۱۸۹۲ هانری لویی لوشاتولیه^۷ با استفاده از تأثیر دما بر انرژی ساطع‌شده از اجسام، اولین دماسنج تابشی را اختراع کرد [۱]. در صنایع امروزی، دماسنج‌های مقاومتی و ترموکوپل‌ها متداول‌ترین ابزار برای اندازه‌گیری دمای سیالات داخل لوله‌هاست.

اندازه‌گیری دما یکی از مهم‌ترین کارهایی است که از همان ابتدا توجه انسان‌ها را به خود جلب کرده بود. انسان‌ها در ابتدا دما را به‌صورت کیفی تعریف کرده، با استفاده از حس لامسه میزان سردی و گرمی اجسام را تشخیص می‌دادند. اولین مقیاس دمایی به جالینوس^۱، پزشک یونانی، تعلق داشت که هشت درجه دمایی را شناسایی و از آن‌ها برای توصیف مزاج بیماران و آثار دارو استفاده می‌کرد. در اواخر قرن شانزدهم، اولین دماسنج توسط گالیه^۲ معرفی شد. این دماسنج از یک حباب شیشه‌ای که به یک لوله موئین فرورفته در آب چسپیده بود، تشکیل می‌شد. در این دماسنج، انقباض هوا موجب مکش آب به داخل لوله موئین می‌شد. در سال ۱۶۴۱ فردیناند^۳ دوم، اولین دماسنج مهر و موم شده را با استفاده از الکل ساخت و برای اولین بار

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: kgoudarzi@yu.ac.ir

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج

۱ Galenus

۲ Galilei

۳ Ferdinand

۴ Gabriel Daniel Fahrenheit

۵ Dawei

۶ T.J. Seebeck

۷ Henri Louis Le Chatelier

دیدن آن توسط سیال عبوری بیشتر است. بنابراین برای جلوگیری از این موارد باید از مواد مقاوم جهت ساخت این دماسنج‌ها استفاده شود و این مستلزم هزینه بیشتر برای ساخت یا خرید این دماسنج‌ها است. ۸. هزینه تعمیرات و نگهداری در مواردی که تماس مستقیم بین سنسور و سیال وجود دارد، زیاد است.

۹. برای هر گونه کار تعمیراتی روی سنسورها یا محافظ آن‌ها مجبور به قطع جریان سیال هستیم.

از دماسنج‌های تابشی نیز در موارد خاص و از دماسنج‌های تیغه‌ای دوفلزی در محدوده دماهای نسبتاً پایین برای اندازه‌گیری سیالات استفاده می‌شود که این دماسنج‌ها نیز مانند دماسنج‌های مقاومتی و ترموکوپل‌ها معایب و مشکلات خاص خود را دارند. از این رو برای رفع مشکلات ذکر شده باید به دنبال روش‌های جدید جهت اندازه‌گیری دمای سیالات درون لوله‌ها بود. از آنجا که اندازه‌گیری دمای سطح خارجی لوله‌ها به مراتب راحت‌تر و اقتصادی‌تر از اندازه‌گیری دمای سیال درون لوله‌هاست، در این تحقیق به کمک اندازه‌گیری دمای سطح خارجی لوله و با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس، به تخمین دمای سیال جاری درون لوله‌ها پرداخته می‌شود. در واقع، روش‌های انتقال حرارت معکوس با ترکیب روش‌های محاسباتی و تجربی می‌تواند ابزاری مناسب برای تخمین دمای سیال، شار حرارتی یا مشخصه‌های ترموفیزیکی مواد باشند [۲]. گایته [۳] در سال ۱۹۹۴ تخمین دمای سیال داخل لوله را با استفاده از روش معکوس تحلیلی مورد بررسی قرار داد. او با استفاده از قضیه دوهمال^۱ و تبدیلات لاپلاس، یک حل تحلیلی برای تخمین دمای سیال داخل لوله برحسب دمای سطح خارجی لوله ارائه داد. این حل تحلیلی برای زمان‌های زیاد قابل استفاده است. ویانا و همکاران [۴] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از روش فیلتر کالمن^۲ به تخمین دمای سیال درون لوله‌های خطوط انتقال گاز خام در زیر دریا پرداختند. لین و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۲ به تخمین دمای متوسط سیال برای جریان آرام درون لوله‌ها پرداختند. آن‌ها به وسیله روش شبیه‌سازی عددی با استفاده از فلونت^۳ یک مدل ساده برای تخمین دمای سیال لوله، در حالتی که شار حرارتی ثابت به سطح خارجی آن اعمال می‌شود، ارائه دادند. مدل استفاده‌شده در محدوده پکلت^۴ بین ۱۰۵ تا

تاکنون کارها و پیشرفت‌های فراوانی درباره این روش‌های تجربی و افزایش دقت آن‌ها صورت گرفته، ولی از آنجا که برای اندازه‌گیری دمای سیالات درون لوله‌ها نیاز به تماس مستقیم سنسور و سیال است، این امر با اشکالات زیر همراه می‌باشد:

۱. از آنجا که سیالات درون لوله‌ها دارای پروفیل‌های دمایی و سرعتی هستند، سنسورها باید در عمق مناسب از سیال قرار گیرند تا دما را به درستی نشان دهند. این افزایش طول سیم‌های رابط، خود می‌تواند علاوه بر افزایش هزینه، باعث ایجاد خطای ناشی از افت حرارتی هدایتی و همچنین افت حرارتی تشعشی با محیط اطراف گردد.

۲. چون سنسورهای استفاده‌شده بسیار نازک و حساس هستند، می‌توانند به راحتی آسیب‌پذیر باشند؛ از این رو، این سنسورها معمولاً در یک غلاف محافظ قرار می‌گیرند. وجود این محافظ باعث کندتر شدن پاسخ سیستم می‌شود.

۳. این سنسورها در سرعت‌های خیلی پایین و همچنین سرعت‌های خیلی بالا برای تعیین دما دچار خطا می‌شوند. در سرعت‌های پایین به دلیل کوچک بودن ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بین سنسور و سیال و در سرعت‌های بالا به دلیل زیاد بودن ممنتوم جریان سیال، دماهای نمایش داده شده می‌تواند دمای واقعی سیال نباشد.

۴. به دلیل وجود پروفیل دمایی و سرعتی سیال درون لوله‌ها، سنسورها باید برای دقت بالاتر تا عمق زیادی در لوله قرار بگیرند و این می‌تواند مانعی برای جریان باشد. در مواقعی که به دلیل اهمیت فرایند، مجبور به استفاده از دماسنج‌های متعدد هستیم، اهمیت این موضوع دوچندان می‌شود.

۵. سیالات درون لوله‌ها معمولاً با رسوب همراه هستند. هر گونه تشکیل رسوب روی سنسورها می‌تواند باعث ایجاد خطا در دمای قرائت‌شده شود.

۶. هر گونه آسیب مکانیکی محافظ‌ها علاوه بر ایجاد خطا، باعث از بین رفتن سنسورها می‌شود.

۷. به دلیل اینکه غلاف محافظ سنسورها در تماس مستقیم با سیال است، احتمال خورده شدن و آسیب

³ Fluent

⁴ Gorman

¹ Duhamel

² Kalman Filter

درون لوله به حالت توسعه یافتگی حرارتی برسد، می‌توان انتقال حرارت درون لوله را یک‌بعدی در نظر گرفت. در این کار، تخمین دمای سیال درون لوله با استفاده از تحلیل معادله انتقال حرارت هدایتی یک‌بعدی، در دو حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد:

حالت اول: دمای سطح خارجی لوله ثابت باشد.

این حالت، زمانی اتفاق می‌افتد که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بین سطح خارجی لوله و سیال محیط اطراف خیلی زیاد باشد. معادله حاکم همراه شرایط مرزی و اولیه در این حالت به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + h_i T = h_i T_f(t) \quad \text{at } r = a \quad (2-2)$$

$$T = T_w \quad \text{at } r = b \quad (2-3)$$

$$T = T_0 \quad \text{for } t = 0 \quad (2-4)$$

در این معادله، h_i ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن و a و b به ترتیب شعاع داخلی و خارجی لوله هستند.

حالت دوم: سطح خارجی لوله شار ثابت باشد.

در این حالت، معادله انتقال حرارت هدایتی یک‌بعدی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + h_i T = h_i T_f(t) \quad \text{at } r = a \quad (3-2)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = q_w \quad \text{at } r = b \quad (3-3)$$

$$T = T_0 \quad \text{for } t = 0 \quad (3-4)$$

۳- روش‌های معکوس

در روش‌های انتقال حرارت هدایتی مستقیم معادله حاکم بر مسئله، هندسه جسم، خواص ترموفیزیکی، شرایط مرزی و شرط اولیه معلوم هستند و هدف، توزیع دما درون جسم است؛ اما اگر هر کدام از پارامترهای گفته شده مجهول باشد، یافتن توزیع دما به روش مستقیم ممکن نیست. برای جبران کمبود اطلاعات، با استفاده از سنسورها، دما در یک نقطه از جسم اندازه‌گیری شده، حاصل به‌عنوان شرطی دیگر به

۱۰۳۲ برای هوا و برای محدوده پکلت بین ۷۰ تا ۷۰۰ برای آب قابل استفاده است. گرم‌ن و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۳ اختلاف دمای اندازه‌گیری شده سطح خارجی لوله و سیال جاری درون آن را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک فرمول جبری ساده برای تخمین دمای سیال درون لوله برحسب دمای سطح خارجی آن و دمای سیال اطراف لوله ارائه دادند. آن‌ها این کار را با استفاده از شبیه‌سازی عددی توسط Ansys CFX انجام دادند. در مطالعه آن‌ها اثر انتقال حرارت تشعشعی با خورشید و انتقال حرارت جابه‌جایی با محیط اطراف روی دمای سیال، مورد بررسی قرار گرفته است. لو و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از روش گرادیان مزدوج به بررسی تغییرات دمایی سطح داخلی یک لوله پرداختند. آن‌ها در سال ۲۰۱۵ کار قبلی خود را توسعه داده، علاوه بر تغییرات دمایی در سطح داخلی لوله، به بررسی و تخمین دمای سیال داخل لوله و همچنین ضریب انتقال حرارت بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن پرداختند [۸].

تاکنون مطالعات لازم برای تخمین دمای سیال داخل لوله به صورت غیرمستقیم و صرفاً با استفاده از دمای اندازه‌گیری شده در سطح بیرونی دیوار انجام نگرفته است. در مطالعه حاضر، علاوه بر ارائه این روش، از آنجا که روش‌های تحلیلی نسبت به روش‌های عددی دارای دقت و سرعت بالاتری هستند، تخمین دمای سیال داخل لوله با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- تعریف مسئله

در این پژوهش، تخمین دمای سیال داخل لوله افقی مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادله کلی حاکم بر انتقال حرارت هدایتی درون لوله به صورت زیر است:

$$\nabla^2 T + \frac{g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\beta_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + \gamma_i T = f_i(t) \quad \text{on boundary } s_i \quad (1-2)$$

$$T = h(r, \theta, z) \quad \text{for } t = 0 \quad (1-3)$$

در معادله فوق، α ضریب پخش حرارتی، k ضریب انتقال حرارت هدایتی و g تولید حرارت بر واحد حجم است. در این معادله با توجه به مقادیر β_i و γ_i شرایط مرزی مختلف تعریف می‌شود. اگر طول لوله زیاد باشد و جریان سیال

مرزی و شرط اولیه آن در معادله (۲) بیان شده است. از آنجا که این معادله خطی و شرط مرزی آن تابع زمان است، حل آن به کمک قضیه دوهمال انجام می‌شود. جواب این معادله به صورت زیر است:

$$T(r, t) = - \int_0^t T_f(\tau) \frac{\partial \phi(r, t - \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (5)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} B_n R(r, \lambda_n) e^{-\alpha \lambda_n^2 t}$$

که در آن،

$$\phi(r, t) = \frac{1}{\ln\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{k}{ah_i}} \ln\left(\frac{r}{b}\right) \quad (6)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n R(r, \lambda_n) e^{-\alpha \lambda_n^2 t} \quad (7)$$

$$R(r, \lambda_n) = c_1 J_0(\lambda_n r) + c_2 Y_0(\lambda_n r)$$

مقادیر ویژه (λ_n) و بقیه ضرایب موجود در معادله فوق از شرایط مرزی و شرط اولیه قابل محاسبه هستند.

حالت دوم: شرط مرزی شار ثابت در سطح خارجی لوله.

جواب معادله حاکم بر مسئله (معادله ۳) به صورت زیر است:

$$T(r, t) = - \int_0^t T_f(\tau) \frac{\partial \phi_2(r, t - \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (8)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} G_n R_1(r, \beta_n) e^{-\alpha \beta_n^2 t} +$$

$$\frac{bq}{k} \ln(r) + \frac{bq}{ah_i} - \frac{bq \ln(a)}{k} +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n R_1(r, \beta_n) e^{-\alpha \beta_n^2 t}$$

که در آن،

$$\phi_2(r, t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n R_1(r, \beta_n) e^{-\alpha \beta_n^2 t} \quad (9)$$

$$R_1(r, \beta_n) = c_3 J_0(\beta_n r) + c_4 Y_0(\beta_n r) \quad (10)$$

مقادیر ویژه (β_n) و بقیه ضرایب موجود در معادله فوق از شرایط مرزی و شرط اولیه قابل محاسبه هستند.

۳-۳- در نظر گرفتن دمای سیال داخل لوله به عنوان یک چندجمله‌ای

در این مرحله دمای سیال که مجهول مسئله است، به عنوان یک چندجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود. فرم کلی این چندجمله‌ای به صورت زیر است:

مسئله اضافه می‌شود. با در اختیار داشتن این دمای اندازه‌گیری شده و روش انتقال حرارت معکوس، به تخمین پارامتر مجهول پرداخته می‌شود. مسائل انتقال حرارت معکوس، جزء مسائل بد وضع است. در این نوع مسائل، با کمک گرفتن از مسئله مستقیم شاید بتوان وجود و یکتایی جواب را ثابت کرد؛ اما نمی‌توان پایداری جواب‌ها را تضمین نمود. این مسائل نسبت به داده‌های ورودی بسیار حساس هستند و تغییرات جزئی در داده‌های ورودی، باعث ایجاد تغییراتی بزرگ در داده‌های خروجی می‌شود. بنابراین تجزیه و تحلیل این گونه مسائل نسبت به مسائل مستقیم، دشوارتر بوده، توجه ویژه‌ای را می‌طلبد. روش‌های عددی و تحلیلی مختلفی برای حل مسائل انتقال حرارت معکوس مطرح شده‌اند. عیب اصلی روش‌های عددی، وابسته به شبکه بودن آن‌هاست که این امر علاوه بر افزایش زمان می‌تواند باعث ناپایداری جواب‌ها نیز شود. از آنجا که معادله حاکم بر مسئله مورد بررسی در این پژوهش، خطی است، با استفاده از روش دوهمال و مربعات خطا تخمین دمای سیال درون لوله مورد بررسی قرار می‌گیرد. مراحل حل مسئله برای تخمین دمای سیال داخل لوله در این روش به صورت زیر است:

گام اول، تعیین دماهای دقیق در یک یا چند نقطه از جسم به وسیله سنسورهای تعیین دما و گام دوم، تعیین معادله انتقال حرارت حاکم بر سیستم و حل مستقیم آن است. در گام سوم، دمای سیال داخل لوله را که مجهول است، به عنوان یک چندجمله‌ای با ضرایب مجهول در نظر گرفته، در نهایت با بهینه‌سازی تابع هدف که مجموع مربعات خطاست، ضرایب چندجمله‌ای تعیین می‌شود.

۳-۱- تعیین دماهای دقیق

از آنجا که در این پژوهش، داده‌های آزمایشگاهی در دست نیست، به جای داده‌های دقیق، از داده‌های شبیه‌سازی شده استفاده شده است. برای بررسی دقیق‌تر، مقداری خطا به دماهای به دست آمده از حل دقیق اضافه شده است.

$$T_e = T_{exact} + \sigma w \quad (4)$$

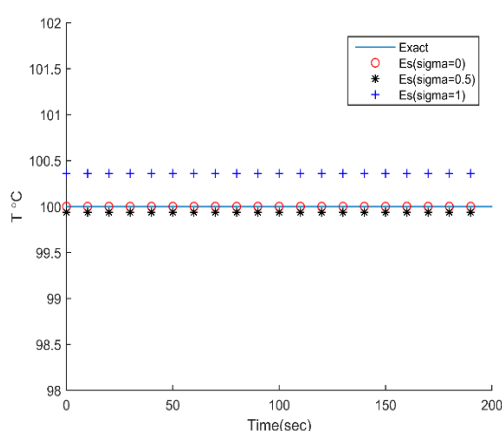
که در آن، σ انحراف معیار اندازه‌گیری و w یک تابع رندم است.

۳-۲- حل مستقیم معادلات حاکم

حالت اول: شرط مرزی دما ثابت در سطح خارجی لوله. معادله انتقال حرارت هدایتی حاکم بر مسئله همراه شرایط

شکل‌های (۱) تا (۳) نتایج مربوط به تخمین دمای سیال داخل لوله را در حالتی نشان می‌دهند که توزیع‌های دما ثابت، خطی و سهموی برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شده است.

دماهای شبیه‌سازی شده (T_e) مورد استفاده در معادله ۱۴ را برای حالتی که دمای سطح خارجی لوله $200^\circ C$ ، دمای سیال داخل لوله $100^\circ C$ ، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ و 3000 و $r = 0.03m$ در نظر گرفته شده است، محاسبه کرده، بهینه‌سازی بر این اساس انجام گرفته است.



شکل ۱: دمای تخمینی سیال داخل لوله در حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی و در نظر گرفتن توزیع دما ثابت برای سیال داخل لوله

در شکل فوق، خط ممتد مربوط به دمای دقیق سیال داخل لوله، دایره‌ها مربوط به دمای تخمین‌زده شده برای سیال داخل لوله برای حالت $\sigma = 0$ ، نماد * مربوط به دمای تخمین‌زده شده برای حالت $\sigma = 0.5$ و نماد + دماهای تخمین‌زده شده برای سیال داخل لوله برای حالت $\sigma = 1$ است. همان‌طور که انتظار می‌رود، بیشترین اختلاف با دمای دقیق، مربوط به حالت $\sigma = 1$ و کمترین اختلاف، مربوط به $\sigma = 0$ است. شکل (۲) نتایج مربوط به حالتی است که یک توزیع خطی برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته و با استفاده از بهینه‌سازی، ضرایب آن تعیین شده است. در این حالت نیز بیشترین اختلاف، مربوط به حالت $\sigma = 1$ و کمترین اختلاف، مربوط به حالت $\sigma = 0$ است. در شکل (۳) نتایج تخمینی برای دمای سیال داخل لوله در حالتی که توزیع سهموی برای دمای سیال داخل لوله (که مجهول است) در نظر گرفته و ارائه گردیده است.

$$T_f(t) = \sum_{m=0}^P a_m t^m \quad (11)$$

که در آن، ضرایب a_0 تا a_p مجهول هستند. اگر این ضرایب مشخص شوند، توزیع دمای سیال درون لوله مشخص می‌گردد.

۳-۴- بهینه‌سازی تابع هدف و مشخص کردن ضرایب مجهول

از آنجا که معمولاً تعیین دقیق پارامترهای مجهول، به روش‌های دقیق امکان‌پذیر نیست، این پارامترها با استفاده از بهینه‌سازی یک تابع هدف مشخص می‌شود. در این پژوهش، تابع هدف به صورت زیر است:

$$S = \sum_{i=1}^N (T_a - T_e)^2 \quad (11)$$

در رابطه فوق، S مجموع مربعات خطا و T_a دمای تعیین‌شده به وسیله حل تحلیلی است. حل تحلیلی حالت‌های مختلف در قسمت‌های قبل بیان شد. در روابط به دست آمده به جای دمای سیال درون لوله تابع زیر را قرار داده، با حداقل کردن مجموع مربعات خطا این ضرایب محاسبه می‌شوند.

$$T_f(t) = \sum_{m=0}^P a_m t^m \quad (12)$$

که در آن، ضرایب چندجمله‌ای، P درجه چندجمله‌ای، T_e دمای اندازه‌گیری شده یا همان دمای دقیق و N تعداد کل اندازه‌گیری‌ها است. به دلیل نبود داده‌های تجربی مربوط به دماهای دقیق (T_e)، از داده‌های شبیه‌سازی شده استفاده شده است. برای تعیین ضرایب a_m باید از S نسبت به این ضرایب مشتق گرفته، برابر صفر قرار دهیم. با حل این دستگاه ضرایب a_m به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial}{\partial a_m} \sum_{i=1}^N (T_a - T_e)^2 = 0 \quad (13)$$

با مشتق‌گیری از رابطه فوق،

$$2 \sum_{i=1}^N (T_a - T_e) \frac{\partial T_a}{\partial a_m} = 0 \quad (14)$$

که در آن، $m = 0, 1, 2, \dots, P$ است. با حل دستگاه به وجود آمده، ضرایب موجود در معادله (۱۱) به دست می‌آیند.

۴- نتایج

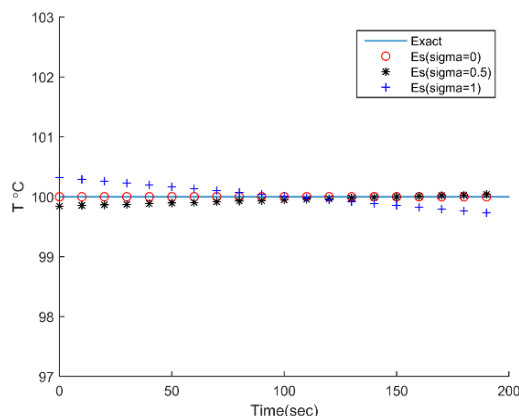
۴-۱- دمای دیواره خارجی لوله ثابت باشد

در این تحقیق، خطاهای بین مقادیرهای دقیق و تخمینی دمای سیال داخل لوله با استفاده از رابطه زیر محاسبه شده است:

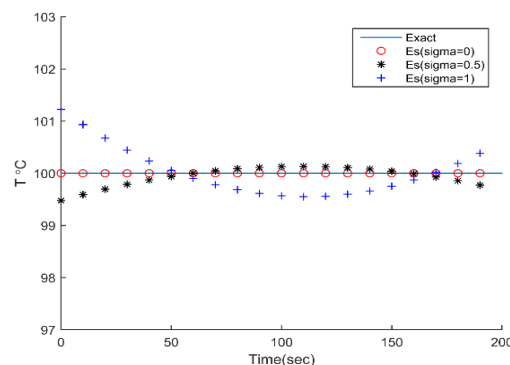
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_{f, Estimation} - T_{f, Exact})^2} \quad (15)$$

بررسی خطاها نشان می‌دهد کمترین خطای ایجادشده، مربوط به حالتی است که توزیع دما ثابت برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شده است.

در جداول ۱ تا ۳ نتایج کامل‌تر برای دماهای تخمین‌زده شده در شرایط مختلف در نظر گرفته شده برای دمای سطح خارجی لوله و دمای سیال داخل لوله، بیان گردیده است. در اینجا نیز به دلیل اینکه دمای سیال روی دمای سطح خارجی بی‌تأثیر است، محاسبات در $r = 0.03m$ صورت گرفته است. جدول ۱ نتایج حاصل از حل معکوس را برای تخمین دمای سیال برای حالتی که پروفیل درجه چهارم برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شده است، نشان می‌دهد. داده‌های دقیق مربوط به شرایطی است که دمای سیال داخل لوله $100^\circ C$ ، دمای سطح خارجی لوله $200^\circ C$ و شرط اولیه $30^\circ C$ است. در این جدول، ستون اول، تعداد اندازه‌گیری‌ها برای گام‌های زمانی یک ثانیه است. ($dt = 1s$)



شکل ۲: دمای تخمینی سیال داخل لوله در حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی و در نظر گرفتن توزیع خطی برای دمای سیال داخل لوله



شکل ۳: دمای تخمینی برای سیال داخل لوله در حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی و در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه دوم برای دمای سیال داخل لوله

جدول ۱: دمای تخمینی سیال داخل لوله با در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۴ برای حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی

تعداد اندازه‌گیری‌ها	σ	چندجمله‌ای تخمین‌زده شده	RMS
۵۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2 + 0t^3 + 0t^4$	۰
۵۰	۰/۵	$T_f(t) = 99.9 - 0.073t + 0.0137t^2 + 0.000607t^3 + 0.0000075012t^4$	۰/۴۴۳۷
۵۰	۱	$T_f(t) = 99.8 + 1.808t - 0.1155t^2 + 0.0027677t^3 + 0.0000224281t^4$	۱/۷۷۴۱
۱۰۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2 + 0t^3 + 0t^4$	۰
۱۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 99.7 + 0.017t - 0.00053t^2 + 0.0000072t^3 - 0.000000033t^4$	۰/۱۲۶۴
۱۰۰	۱	$T_f(t) = 99.9 + 0.034t + 0.0010t^2 - 0.00004272t^3 - 0.000000282t^4$	۰/۷۳۵۳
۲۰۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2 + 0t^3 + 0t^4$	۰
۲۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 100 - 0.006t + 0.00011t^2 - 0.0000006t^3 + 0.000000001t^4$	۰/۱۱۳۲
۲۰۰	۱	$T_f(t) = 100.1 + 0.01t - 0.0002t^2 + 0.0000013t^3 - 0.000000003t^4$	۰/۲۸۷۷

در نتایج جدول فوق، با افزایش σ میزان خطاها زیاد و با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها جواب تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله، دقیق‌تر می‌شود. جدول ۲ نتایج مربوط به حالتی را نشان می‌دهد که چندجمله‌ای درجه دوم برای سیال داخل لوله در نظر گرفته، ضرایب آن با استفاده از روش معکوس تخمین زده شده‌اند. داده‌های دقیق مربوط به شرایطی است که دمای سیال داخل لوله به صورت

جدول ۲: دمای تخمینی سیال داخل لوله با در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۲ برای حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی

تعداد اندازه‌گیری‌ها	σ	چندجمله‌ای تخمین‌زده‌شده	RMS
۵۰	۰	$T_f(t) = 30 + 0.5t + 0.01t^2$	۰
۵۰	۰/۵	$T_f(t) = 29.97 + 0.5141t + 0.009830t^2$	۰/۲۰۴۹۸
۵۰	۱	$T_f(t) = 30.65 + 0.4632t + 0.008756t^2$	۱/۹۷۶۹
۱۰۰	۰	$T_f(t) = 30 + 0.5t + 0.01t^2$	۰
۱۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 29.38 + 0.5358t + 0.009654t^2$	۰/۲۶۶۱
۱۰۰	۱	$T_f(t) = 29.96 + 0.4497t + 0.010834t^2$	۱/۱۸۷۳
۲۰۰	۰	$T_f(t) = 30 + 0.5t + 0.01t^2 + 0t^3$	۰
۲۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 30.05 + 0.4952t + 0.010028t^2$	۰/۱۰۷۹
۲۰۰	۱	$T_f(t) = 31.14 + 0.4924t + 0.009999t^2$	۰/۵۸۱۵

داده‌های دقیق استفاده‌شده در معادله ۱۴ مربوط به شرایطی است که دمای سطح خارجی لوله $200^\circ C$ ، دمای سیال داخل لوله $100 + e^{0.04t}$ و شرط اولیه $30^\circ C$ است. در این جدول، سطر اول، درجه چندجمله‌ای در نظر گرفته شده برای دمای سیال داخل لوله و سطر دوم، خطای RMS است. گام‌های زمانی یک ثانیه ($dt = 1s$)، و تعداد اندازه‌گیری‌ها ۲۰۰ است.

نتایج فوق نیز بیانگر این موضوع است که با افزایش σ میزان خطاها زیاد و با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها جواب تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله، دقیق‌تر می‌شود. بررسی‌های صورت‌گرفته نشان می‌دهد که در این حالت، با در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۲ برای دمای سیال داخل لوله (که مجهول است)، بهترین تخمین از دمای سیال داخل لوله به دست می‌آید. در جدول ۳ مقایسه بین دماهای مختلف تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله صورت گرفته است.

جدول ۳: مقایسه دماهای مختلف تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله برای حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی

درجه چندجمله‌ای	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
RMS	۹۸	۳۵	۱۰/۹۵۳۴	۳/۰۸۹۴	۱/۲۸۷۷	۱/۱۵۵۰	۱/۱۳۸۹	۱/۱۳۶۳	۱/۲۱۴۱

اگر دماهای دقیق مربوط به حالتی باشند که دمای سیال داخل لوله به صورت $100 + t^2 e^{-0.04t}$ تغییر کند، نتایج ارائه شده در جدول ۴ به دست می آید.

نتایج بیان شده در جدول فوق، بیانگر این است که چندجمله‌ای درجه ۱۰ می‌تواند مناسب‌ترین تخمین از دمای سیال داخل لوله را در حالت دما معین در سطح خارجی در اختیار ما قرار دهد (برای حالت خاص ذکر شده).

جدول ۴: مقایسه دماهای مختلف تخمین زده شده برای سیال داخل لوله برای حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی

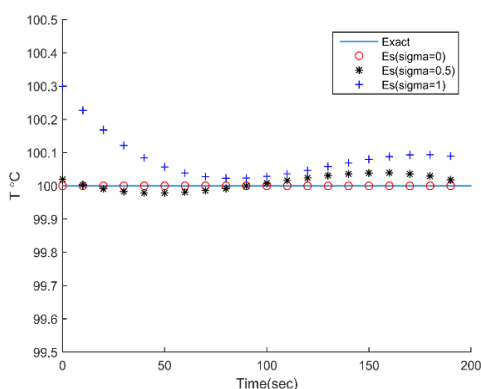
درجه‌ی چندجمله‌ای	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
<i>RMS</i>	۲۴	۱۱	۱۰/۶۳۲۸	۶/۱۸۳۵	۲/۷۲۷۰	۱/۶۶۰۵	۱/۷۷۰۴	۲/۱	۲/۱۱۴۱

انتخاب شود. در جدول ۵ مقایسه بین گام‌های زمانی مختلف (dt) و در حالتی که دمای دقیق سیال داخل لوله به صورت $100 + t^2 e^{-0.04t}$ است، نشان داده شده است. نتایج برای حالتی نشان داده شده که چندجمله‌ای درجه ۸ برای سیال داخل لوله، حداکثر زمان اندازه‌گیری ۲۰۰ ثانیه و $\sigma = 1$ در نظر گرفته شده است.

نتایج بیان شده در جدول فوق، نشان می‌دهد چندجمله‌ای درجه ۸ می‌تواند مناسب‌ترین تخمین از دمای سیال داخل لوله را در حالت دما معین در سطح خارجی در اختیار ما قرار دهد (برای حالت خاص ذکر شده). به‌طور کلی می‌توان گفت بسته به دماهای دقیق اندازه‌گیری شده، چندجمله‌ای‌های مختلف می‌تواند تخمینی از دمای سیال داخل لوله را در اختیار ما قرار دهد که با انجام محاسبات باید مناسب‌ترین چندجمله‌ای

جدول ۵: مقایسه دماهای مختلف تخمین زده شده برای گام‌های زمانی مختلف در حالت شرط مرزی دما معین در سطح خارجی

گام زمانی (ثانیه)	۲	۱	۰/۵	۰/۲۵	۰/۲	۰/۱
<i>RMS</i>	۱/۹۳۲۷	۱/۶۶۰۵	۰/۹۴۳۵	۰/۸۴۵۶	۰/۸۳۰۷	۰/۸۰۳۷



شکل ۴: دمای تخمینی سیال داخل لوله برای حالت شرط مرزی عایق در سطح خارجی و در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۳ برای دمای سیال داخل لوله در شکل فوق، خط ممتد، نشان‌دهنده دقیق سیال داخل لوله، دایره‌ها نشان‌دهنده دمای تخمینی برای $\sigma = 0$ و نمادهای * و + به ترتیب دماهای تخمینی برای $\sigma = 0.5$

همان‌گونه که از نتایج مشخص است، با کاهش گام زمانی یا به عبارت دیگر، افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها، دمای تخمینی برای سیال داخل لوله دقیق‌تر می‌شود.

۴-۲- سطح خارجی لوله شار ثابت باشد

شکل‌های (۴) تا (۶) نتایج مربوط به تخمین دمای سیال داخل لوله را در حالتی نشان می‌دهد که توزیع‌های درجه ۳، ۴ و ۵ برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شده است. دماهای شبیه‌سازی شده (T_e) مورد استفاده در معادله ۱۴ را برای حالتی که دمای سطح خارجی لوله عایق، دمای سیال داخل لوله $100^\circ C$ ، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن $\frac{w}{m^2 \cdot k}$ ۳۰۰۰ و محاسبات در سطح خارجی لوله در نظر گرفته شده است، محاسبه کرده، بهینه‌سازی بر این اساس انجام گرفته است.

کامل تر برای تخمین دمای سیال داخل لوله همراه با خطاهای محاسبه شده در جداول ۶ تا ۸ نشان داده شد است. اگر برای توزیع دمای سیال داخل لوله چندجمله‌ای درجه ۲ (که ضرایب آن مجهول است) در نظر گرفته شود، نتایج ارائه شده در جدول ۶ به دست می‌آید. دماهای دقیق (T_e) استفاده شده در معادله ۱۴ مربوط به حالتی است که سطح خارجی لوله عایق، دمای سیال داخل لوله $100^\circ C$ ، دمای اولیه لوله $30^\circ C$ ، ضریب انتقال حرارت بین سطح داخلی

لوله و سیال داخل آن $\frac{w}{m^2 \cdot k}$ 3000 است. گام زمانی یک ثانیه ($dt = 1s$) و محاسبات در سطح خارجی لوله، یعنی $(r = b)$ صورت گرفته است.

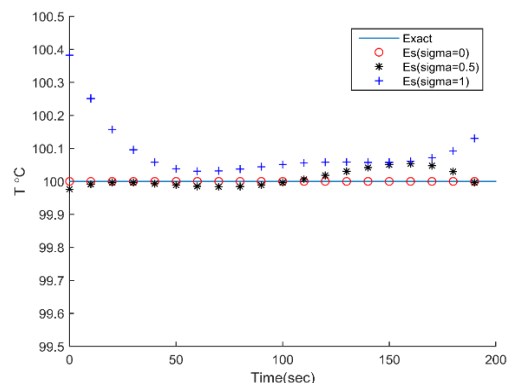
در نتایج با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها خطاها کمتر و با افزایش σ خطاها افزایش پیدا می‌کند. در این حالت نیز کمترین خطا مربوط به حالتی است که توزیع دما ثابت برای دمای سیال داخل لوله (که مجهول است) در نظر گرفته شود. در نتایج، با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها خطاها کمتر و با افزایش σ خطاها افزایش پیدا می‌کند. در این حالت نیز کمترین خطا مربوط به حالتی است که توزیع دما ثابت برای دمای سیال داخل لوله (که مجهول است) در نظر گرفته شود. در جدول ۷ نتایج به دست آمده از حل معکوس برای تخمین دمای سیال و با در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۳ نشان داده شده است.

دماهای دقیق (T_e) استفاده شده در معادله ۱۴ مربوط به حالتی هست که شار حرارتی در سطح خارجی لوله $5000 \frac{w}{m^2}$ ، دمای سیال داخل لوله $30 + 5t$ ، دمای اولیه لوله $30^\circ C$ و ضریب انتقال حرارت بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن $\frac{w}{m^2 \cdot k}$ 3000 است.

گام زمانی یک ثانیه ($dt = 1s$) و محاسبات در سطح خارجی لوله یعنی $(r = b)$ صورت گرفته است.

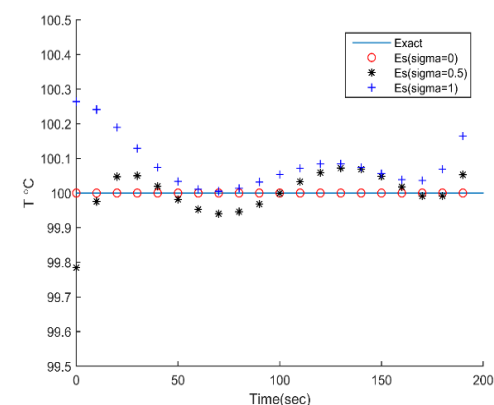
در نتایج با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها خطاها کمتر و با افزایش σ خطاها افزایش پیدا می‌کند. در این حالت نیز کمترین خطا مربوط به حالتی است که توزیع خطی برای دمای سیال داخل لوله (که مجهول است) در نظر گرفته شود.

و $\sigma = 1$ هستند. از آنجا که در حالت $\sigma = 1$ بیشترین خطای رندم به نتایج حل دقیق اضافه شده است، در این حالت بیشترین اختلاف بین دمای دقیق و دمای تخمین زده شده مشاهده می‌شود. در حالت $\sigma = 0$ نمودار دمای دقیق و دمای تخمین زده شده برای سیال داخل لوله بر هم منطبق هستند. شکل (۵) توزیع دما را در حالتی که چندجمله‌ای درجه ۴ برای دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شده است، نشان می‌دهد.



شکل ۵: دمای تخمینی سیال داخل لوله برای حالت شرط مرزی عایق در سطح خارجی و در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۴ برای دمای سیال داخل لوله

در این حالت نیز دمای تخمین زده شده خطی و با افزایش σ اختلاف بیت دمای دقیق و دمای اندازه‌گیری شده بیشتر شده است. شکل (۶) دمای تخمین زده شده چندجمله‌ای درجه ۵ را برای سیال داخل لوله نشان می‌دهد.



شکل ۶: دمای تخمینی سیال داخل لوله برای حالت شرط مرزی عایق در سطح خارجی و در نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۵ برای دمای سیال داخل لوله

در این نمودار نیز با افزایش σ اختلاف نمودارهای دقیق و تخمینی برای دمای سیال داخل لوله بیشتر می‌شود. نتایج

جدول ۶: دمای تخمینی سیال داخل لوله با نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۲ برای حالت شرط مرزی شار حرارتی معین در سطح خارجی

تعداد اندازه‌گیری‌ها	σ	چندجمله‌ای تخمین‌زده‌شده	RMS
۵۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2$	۰
۵۰	۰/۵	$T_f(t) = 100.42 - 0.0325t + 0.0004839t^2$	۰/۱۵۳۱
۵۰	۱	$T_f(t) = 99.6 + 0.0392t - 0.0021t^2$	۰/۵۷۹۰
۱۰۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2$	۰
۱۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 99.94 - 0.003t + 0.00000573t^2$	۰/۰۹۸۷
۱۰۰	۱	$T_f(t) = 100.35 - 0.0118t + 0.0001535t^2$	۰/۲۳۴۶
۲۰۰	۰	$T_f(t) = 100 + 0t + 0t^2$	۰
۲۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 100.06 + 0.0002t - 0.00000476t^2$	۰/۰۵۰۷
۲۰۰	۱	$T_f(t) = 100.02 - 0.0053t + 0.00004285t^2$	۰/۱۰۴۲

جدول ۷: دمای تخمینی سیال داخل لوله با نظر گرفتن چندجمله‌ای درجه ۳ برای حالت شرط مرزی شار حرارتی معین در سطح خارجی

تعداد اندازه‌گیری‌ها	σ	چندجمله‌ای تخمین‌زده‌شده	RMS
۵۰	۰	$T_f(t) = 30 + 5t + 0t^2 + 0t^3$	۰
۵۰	۰/۵	$T_f(t) = 30.42 + 4.9t + 0.00617t^2 - 0.00009705t^3$	۰/۳۹۶۹
۵۰	۱	$T_f(t) = 29.8 + 4.96t + 0.002483t^2 - 0.00004289t^3$	۰/۴۵۰۹
۱۰۰	۰	$T_f(t) = 30 + 5t + 0t^2 + 0t^3$	۰
۱۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 30.02 + 5.008t - 0.000322t^2 + 0.00000268t^3$	۰/۱۰۷۰
۱۰۰	۱	$T_f(t) = 29.76 + 5.013t - 0.000177t^2 + 0.000000119t^3$	۰/۱۸۸۸
۲۰۰	۰	$T_f(t) = 30 + 5t + 0t^2 + 0t^3$	۰
۲۰۰	۰/۵	$T_f(t) = 29.96 + 5t - 0.0000196t^2 - 0.000000073t^3$	۰/۰۳۰۳
۲۰۰	۱	$T_f(t) = 30.42 + 4.98t - 0.0002923t^2 - 0.0000009883t^3$	۰/۱۳۶۵

جدول ۸: مقایسه دماهای مختلف تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله برای حالت شار حرارتی معین در سطح خارجی و $(r = b)$

درجه چندجمله‌ای	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
RMS	۶۰	۳۵	۱۳/۲۱۹۶	۳/۹۹۰	۰/۸۶۲۱	۰/۲۲۹۸	۰/۲۶۱۶	۰/۲۵۳۸	۰/۵۵۷۹

خارجی لوله عایق، دمای سیال داخل لوله $100 + e^{0.04t}$ و شرط اولیه 30°C است. در این جدول، سطر اول درجه

در جدول ۸ مقایسه بین دماهای مختلف تخمین‌زده‌شده برای سیال داخل لوله صورت گرفته است. داده‌های دقیق استفاده‌شده در معادله ۱۴ مربوط به شرایطی است که سطح

سیال داخل لوله، در حالت شرط مرزی شار حرارتی معین در اختیار ما قرار دهد. خطاهای به دست آمده برای حالتی که سطح خارجی لوله عایق نباشد و شار حرارتی معینی به آن وارد شود نیز مورد بررسی قرار گرفت که نتایج به دست آمده شبیه نتایج ارائه شده در جدول ۸ بود. اگر دماهای دقیق مربوط به حالتی باشند که دمای سیال داخل لوله به صورت $100 + t^2 e^{-0.04t}$ تغییر کند، نتایج ارائه شده در جدول ۹ به دست می آید.

جدول ۹: مقایسه دماهای مختلف تخمین زده شده برای سیال داخل لوله برای حالت شار حرارتی معین در سطح خارجی

درجه چندجمله‌ای	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
<i>RMS</i>	۲۶	۱۲	۱۱/۶۸۹۷	۷/۱	۳/۰۰۱۸	۱/۲۹۴۷	۰/۵۱۸۷	۰/۶۷۳۲	۰/۹۹۲۲

که با انجام محاسبات باید مناسب‌ترین چندجمله‌ای انتخاب شود. در جدول ۱۰ مقایسه بین گام‌های زمانی مختلف (dt) و در حالتی که دمای دقیق سیال داخل لوله به صورت $100 + t^2 e^{-0.04t}$ است، نشان داده شده است. نتایج برای حالتی نشان داده شده که چندجمله‌ای درجه ۹ برای سیال داخل لوله، حداکثر زمان اندازه‌گیری ۲۰۰ ثانیه و $\sigma = 1$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱۰: مقایسه دماهای مختلف تخمین زده شده برای گام‌های زمانی مختلف در حالت شار حرارتی معین در سطح خارجی

گام زمانی (ثانیه)	۲	۱	۰/۵	۰/۲۵	۰/۲	۰/۱
<i>RMS</i>	۰/۵۹۴۶	۰/۵۱۸۷	۰/۴۲۷۰	۰/۴۰۷۸	۰/۳۹۸۹	۰/۳۸۹۵

۲. بسته به دماهای دقیق اندازه‌گیری شده و شرط مرزی در سطح خارجی لوله، باید مناسب‌ترین چندجمله‌ای برای تخمین دمای سیال داخل لوله در نظر گرفته شود.
۳. بحث ناپایداری جواب‌ها در روش معکوس تحلیلی مطرح نیست و رسیدن به جواب، سریع‌تر انجام می‌پذیرد.
۴. با افزایش σ میزان خطای *RMS*، نوسانات در دمای تخمین زده شده افزایش می‌یابد.
۵. افزایش زمان و تعداد اندازه‌گیری‌ها باعث بهبود دقت روش خواهد شد.

چندجمله‌ای در نظر گرفته شده برای دمای سیال داخل لوله و سطر دوم خطای *RMS* است. ضریب انتقال حرارت بین سطح داخلی لوله و سیال داخل آن $3000 \frac{W}{m^2 K}$ ، گام‌های زمانی یک ثانیه ($dt = 1s$)، $\sigma = 1$ و تعداد اندازه‌گیری‌ها ۲۰۰ است. نتایج به دست آمده در جدول فوق نشان می‌دهد که چند جمله‌ای درجه ۸ می‌تواند مناسب‌ترین تخمین را از دمای

نتایج بیان شده در جدول فوق نشان می‌دهد چندجمله‌ای درجه ۹ می‌تواند مناسب‌ترین تخمین از دمای سیال داخل لوله را برای حالت شار حرارتی معین در سطح خارجی در اختیار ما قرار دهد (برای حالت خاص ذکر شده). به‌طور کلی می‌توان گفت بسته به دماهای دقیق اندازه‌گیری شده، چند جمله‌ای‌های مختلف می‌تواند تخمینی از دمای سیال داخل لوله را در اختیار ما قرار دهد

همان گونه که از نتایج مشخص است، با کاهش گام زمانی یا به عبارت دیگر، افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها، دمای تخمینی برای سیال داخل لوله دقیق‌تر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

بر پایه نتایج به دست آمده در کار حاضر، مهم‌ترین نتیجه‌گیری‌ها را می‌توان چنین بیان کرد:

۱. روش انتقال حرارت معکوس تحلیلی می‌تواند تخمینی مناسب از دمای سیال داخل لوله با استفاده از اندازه‌گیری دمای سطح خارجی یا نقاط دیگر لوله، در اختیار ما بگذارد.

مراجع

- [۱] جی. وی. نیکولاس و دی. آر. وایت، اندازه‌گیری و کالیبراسیون دما، مؤسسه علمی و فرهنگی نص، ایران، ۱۳۹۱.
- [۲] سیدرضا رضانی، کورش گودرزی، «مقایسه روش‌های انتقال حرارت معکوس جهت تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی»، مجله مدل‌سازی در مهندسی دوره ۱۲، شماره ۳۷، ۱۳۹۳، صفحه ۲۵-۳۸.
- [3] M. Guyette, Prediction of fluid temperatures from measurements of outside wall temperatures in pipes, *Tractable Energy Engineering*, pp.179-187, 1994
- [4] F.L.V. Vianna, H.R.B. Orlande and G.S. Dulikravich, "Estimation of the temperature filed in pipelines by using the kalman filter", 2nd International Congress of Serbian Society of Mechanics, Department of Subsea Technology, June 2009.
- [5] M. Lin, Q.W.Wang and Z.X.Guo, "A simple method for predicting bulk temperature from tube wall temperature with uniform outside wall heat flux", *International communication Heat and Mass Transfer* 39, 2012, pp. 582-586.
- [6] J. Gorman, E. Sparrow and J. Abraham, "Differences between measured pipe wall surface temperatures and internal fluid temperatures", *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 1, 2013, pp. 13-16.
- [7] T. Lu, B. Liu, P.X. Jiang, Y.W. Zhang and H. Li , "A Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem in Estimating The Fluid Temperature In a Pipeline", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 30, 2010, pp. 1574-1579.
- [8] T. Lu , W.W. Han , P.X. Jiang , Y.H. Zhu , J. Wu and C.L. Liu , "A two-dimensional inverse heat conduction problem for simultaneous estimation of heat convection coefficient", fluid temperature and wall temperature on the inner wall of a pipeline, *Progress in Nuclear Energy* 81, 2015, pp. 16