

## روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای حل مسئله دوهدفه مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار چندمحصولی و چندمنبعی در لجستیک سبز

مهسا جهانگرد<sup>1</sup>، فروغ معین مقدس<sup>2\*</sup>

1- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

2- استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران

پذیرش: 1396/8/17

دریافت: 1396/1/27

### چکیده

مسئله مکان‌یابی تسهیلات یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مباحث در حوزه مسائل تصمیم‌گیری است. کاهش هزینه‌ها همواره یکی از اصلی‌ترین اهداف این مسائل بوده است. در سال‌های اخیر با افزایش نگرانی‌های زیست‌محیطی، توجه به انتشار گازهای مضر و آلودگی‌های ناشی از آن‌ها به عنوان یکی دیگر از معیارهای تأثیرگذار در امر مکان‌یابی تسهیلات و نیز تخصیص مشتریان به آن‌ها درآمده است. در این مقاله، مسئله دوهدفه مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار چندمنبعی و چندمحصولی با توجه همزمان به هزینه‌های مالی و میزان انتشار گاز CO<sub>2</sub> موردبررسی قرار گرفته است. ابتدا، مدل ریاضی مسئله ارائه و سپس برای حل مسئله از روش تجزیه و تحلیل پایدار به کمک شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده شده است. با به‌کارگیری این روش می‌توان میزان پایداری جواب‌های بهینه پارتو به منظور تصمیم‌گیری بهتر برای تأسیس انبارها و تخصیص مشتریان به آن‌ها را تعیین نمود. در نهایت، نتایج محاسباتی ارائه و تحلیل شده است.

**واژگان کلیدی:** مسئله مکان‌یابی تسهیلات؛ لجستیک سبز؛ بهینه‌سازی چندهدفه؛ تجزیه و تحلیل

پایداری؛ چندمحصولی؛ چندمنبعی.

## 1- مقدمه

مسئله مکان‌یابی تسهیلات یکی از مهم‌ترین مسائل راهبردی برای کسب‌وکار محسوب می‌شود. معمولاً تعیین محل تسهیلات از بین مکان‌های بالقوه، تحت تأثیر عواملی نظیر وضعیت جغرافیایی، محدودیت‌های مالی و ظرفیت تسهیلات است. در مسئله کلاسیک مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار (CFLP)<sup>1</sup>، هدف به حداقل رساندن مجموع هزینه‌ها با حفظ سطحی خاص از خدمات است [1]. با گذشت زمان، مسائل دنیای واقعی پیچیده‌تر شده و لزوم توجه به سایر معیارها در امر تصمیم‌گیری موجب شده است که پژوهشگران اهداف دیگری را نیز در این مسائل در نظر گیرند. رویکرد بهینه‌سازی چندهدفه می‌تواند امکان ارزیابی سایر اهداف در کنار اهداف مرسوم مانند اهداف اقتصادی را برای تصمیم‌گیرندگان فراهم آورد.

نظر به تغییرات زیست‌محیطی طی دهه‌های اخیر و اثرات نامطلوب ناشی از عملیات شرکت‌های صنعتی، توجه به هدف دستیابی به محیط‌زیستی سالم ضرورت پیدا کرده است. در قوانینی که به تازگی در اغلب کشورها به‌خصوص اروپا به تصویب رسیده، به‌منظور جلوگیری از متضرر شدن محیط‌زیست، شرکت‌ها مسئول جمع‌آوری، احیا و بازیافت ضایعات و نهایتاً کنترل و کاهش اثرات زیست‌محیطی ناشی از عملیات خود هستند [2]. از این رو، اخیراً پژوهش‌هایی در خصوص مسائل بهینه‌سازی چندهدفه با هدف کاهش اثرات مخرب ناشی از گازهای گلخانه‌ای صورت گرفته است. مسئله مورد بحث در پژوهش حاضر یک مسئله دوهدفه است که هدف اول کمینه‌کردن هزینه‌ها و هدف دوم کمینه‌کردن میزان انتشار گاز دی‌اکسید کربن ( $CO_2$ ) ناشی از عملیات است. از سوی دیگر، درحالی‌که در بیشتر مدل‌های مکان‌یابی تنها یک محصول و یک تأمین‌کننده مفروض است، در این مقاله یک مسئله مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار چندمحصولی و چندمنبعی که در آن اهداف زیست‌محیطی نیز لحاظ شده است، مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

1. Capacitated Facility Location Problem

بنا به بررسی‌های انجام شده توسط نویسندگان، علی‌رغم کاربردی بودن این مسئله، تاکنون پژوهش‌های کمی در خصوص آن صورت گرفته است. در مقاله حاضر به بررسی مدل ریاضی مسئله و ارائه روش حلی برای آن و تجزیه و تحلیل نتایج حاصل خواهیم پرداخت. در روش به‌کار برده شده، برنامه‌ریزان بدون نیاز به یک تصمیم‌گیری قبلی در مورد اهمیت نسبی اهداف مختلف می‌توانند از بین راه‌حل‌های توافقی<sup>1</sup>، جواب‌های مناسب‌تر را انتخاب نمایند. ساختار مقاله به این صورت است: در بخش دوم به بررسی پژوهش‌های انجام شده در مورد مسائل مکان‌یابی تسهیلات چندهدفه و خصوصاً مسائل با معیارهای زیست‌محیطی خواهیم پرداخت. در بخش سوم به ارائه مدل ریاضی و در بخش چهارم به تشریح روش حل ارائه شده برای مسئله می‌پردازیم. در بخش پنجم، نتایج محاسباتی و تحلیل آن‌ها و در نهایت، بخش نتیجه‌گیری را ارائه خواهیم کرد.

## 2- مبانی نظری پژوهش

مدل عمومی CFLP شامل دو سطح تصمیم‌گیری است. در سطح اول، مشخص می‌شود که کدامیک از تسهیلات از بین مجموعه مکان‌های بالقوه باید تأسیس شوند و در سطح دوم، تعیین می‌شود که هر یک از مشتریان به کدامیک از تسهیلات تخصیص داده شوند. مروری دقیق از فرمول‌بندی‌های مسئله مکان‌یابی تسهیلات و روش‌های حل آن‌ها در مقالات [3-5] ارائه شده است. کلوز و درکسل [1] برخی استفاده‌های رایج از مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات برای طراحی سیستم توزیع در صنایع فعلی را بررسی و طبقه‌بندی‌هایی برای این مسائل ارائه نمودند.

طی سال‌های گذشته پژوهش‌های زیادی نیز در خصوص مسائل مکان‌یابی چندهدفه با در نظر گرفتن هدف اقتصادی و اهداف دیگر صورت گرفته که از این دست می‌توان به این موارد اشاره کرد: لیاو و همکارانش در سال 2011 مدل چندهدفه‌ای پیشنهاد دادند که تصمیمات موجودی را ادغام کرده و به یک مدل مکان‌یابی تسهیلات معمولی تبدیل می‌کرد. هدف این مدل کمینه‌کردن هزینه کل و بیشینه نمودن سطح

---

1. Trade Off

خدمات به مشتریان است [6]. جوانشیر و همکارانش نیز در سال 2012 برای حداقل کردن هزینه کل زنجیره تأمین و به حداکثر رساندن پاسخگویی به مشتریان که شامل عدم تأخیر نیز هست، از دو روش فرا ابتکاری MOPSO<sup>1</sup> و NSGA-II<sup>2</sup> استفاده کردند [7]. لاتاشانکر و همکارانش در سال 2013 یک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات ترکیبی چندهدفه برای به حداقل رساندن ترکیب هزینه‌های مکان‌یابی تسهیلات و حمل‌ونقل ارائه نمودند [8]. اوزگن و گلسمان در سال 2014 ترکیب بهینه‌سازی خطی احتمالی با AHP فازی را برای حل مسئله چندهدفه CFLP به‌کار بردند. تابع هدف اول در این مقاله، کمینه‌کردن هزینه‌های متداول مکان‌یابی و تخصیص و تابع هدف دوم در این مقاله، بیشینه‌کردن کیفیت خدمات‌رسانی است [9].

نظر به تغییرات اقلیمی چند سال اخیر، کاهش گازهای گلخانه‌ای ناشی از عملیات به یکی از اساسی‌ترین معیارها در تصمیم‌گیری و نیز بخشی از مسئولیت اجتماعی شرکت‌ها تبدیل شده است. پژوهشگران همچنین مطالعاتی در خصوص ترکیب اهداف زیست‌محیطی با اهداف کلاسیک موجود در زمینه طراحی زنجیره تأمین انجام داده‌اند [ن.ک. 10-13]. در ادامه به‌مرور برخی از پژوهش‌های صورت گرفته خواهیم پرداخت. خو و همکارانش، در سال 2001، از یک روش شبیه‌سازی در طراحی یک زنجیره تأمین در رابطه با توزیع فلز آلومینیوم خام بهره بردند [14]. پتی و همکارانش در سال 2006 از برنامه‌ریزی آرمانی<sup>3</sup> به‌منظور حفظ تعادل اهداف اقتصادی و زیست‌محیطی و افزایش کاغذ بازیافت شده در یک سیستم لجستیک کاغذ استفاده نمودند [15]. کوریگاسی و همکارانش در سال 2008 به سازماندهی مجدد یک شبکه تولید کاغذ در اروپا پرداختند. آن‌ها تأثیرات زیست‌محیطی را نیز با استفاده از روش ارزیابی چرخه عمر<sup>4</sup> بررسی کردند [16].

بوجارسکی و همکارانش، در سال 2009، یک مسئله طراحی زنجیره تأمین چنددوره‌ای را با در نظر گرفتن اهداف زیست‌محیطی موردبررسی قرار دادند. آن‌ها

---

1. Multi-Objective Particle Swarm Optimization

2. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

3. Goal Programming

4. Life Cycle Assessment

از روش ارزیابی چرخه عمر به منظور حل مدل بهینه‌سازی عدد صحیح آمیخته خطی (MILP) استفاده کردند [17]. وانگ و همکارانش، در سال 2011، یک مدل دوهدفه را به منظور طراحی شبکه زنجیره تأمین که شامل دو هدف کمینه‌سازی کل هزینه‌ها و کمینه‌سازی اثرات زیست‌محیطی ناشی از انتشار گاز CO<sub>2</sub> است، مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از روش محدودیت‌های نرمال<sup>1</sup> برای حل مدل خود و یافتن جواب‌های پارتو<sup>2</sup> بهره بردند [18].

هریس و همکارانش، در سال 2011، تأثیر گازهای مخرب را در شبکه زنجیره تأمین بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که جواب بهینه حاصل از حل مدل‌هایی که تنها بر اساس اهداف اقتصادی باشد، ممکن است برای مسائلی که اهداف زیست‌محیطی را نیز مورد توجه قرار می‌دهند، بهینه نباشد؛ از این رو لازم است این هدف نیز به عنوان یکی از اهداف اصلی در طراحی شبکه زنجیره تأمین به مسائل اضافه شود [19].

هریس و همکارانش، در سال 2011، مسئله دوهدفه مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار تک‌منبعی و تک‌محصولی را با لحاظ کردن تأثیرات گاز مخرب CO<sub>2</sub> مورد مطالعه قرار دادند. در مدل آن‌ها انبارها از لحاظ حجم و تعداد مشتریان تخصیص داده شده به آن‌ها، دارای ظرفیت هستند. آن‌ها از یک رویکرد دومارحله‌ای به منظور حل مدل دوهدفه عدد صحیح خود استفاده کردند. در سطح اول از شیوه‌ای موسوم به بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی<sup>3</sup> به منظور تعیین مراکز باز و در سطح دوم از ساده‌سازی لاگرانژین به منظور تعیین نحوه تخصیص مشتریان به مراکز باز استفاده نمودند [20].

پیشوایی و رزمی، در سال 2012، مسئله طراحی زنجیره تأمین با داده‌های غیرقطعی را مورد بررسی قرار دادند. مدل آن‌ها علاوه بر کمینه‌سازی هزینه‌های متداول، اثرات زیست‌محیطی را نیز مورد توجه قرار می‌دهد. آن‌ها از روشی مبتنی بر روش  $\epsilon$ -محدودیت به منظور یافتن جواب‌های فازی تعاملی استفاده کردند. همچنین به منظور ارزیابی اثرات زیست‌محیطی و کیفیت بخشیدن به جواب‌ها از شیوه ارزیابی

1. Normalized Constraints

2. Pareto Solutions

3. Simple Evolutionary Multi-objective Optimization

چرخه عمر بهره بردند [21]. هریس و همکارانش در سال 2014، مقاله [20] را تکمیل کردند. آن‌ها ابتدا مدل ارائه‌شده را بهبود داده و سپس با به‌کارگیری روش حل ارائه‌شده در [20] و نیز استفاده از روش مجموع وزن‌دار<sup>1</sup>، به تخصیص انعطاف‌پذیر انبارها و ایجاد تعادل بین اهداف پرداختند [22].

افشاری و همکارانش، در سال 2014، مسئله چندهدفه مکان‌یابی تسهیلات پویای چندمحصولی را در شبکه‌های توزیع سبز<sup>2</sup> بررسی کردند. آن‌ها اعتقاد دارند که شبکه‌های توزیع سبز هم از لحاظ اقتصادی به‌صرفه‌تر و هم از لحاظ اجتماعی مزایای بیشتری برای بشر دارند [23]. ذاکری و همکارانش، در سال 2015، تأثیر هزینه‌های ناشی از گازهای مخرب را در شبکه زنجیره تأمین یک شرکت تجاری استرالیا به‌وسیله دو سناریو که منعکس‌کننده دو سیاست نظارتی زیست‌محیطی است، مورد ارزیابی قرار دادند [24]. فهیم‌نیا و همکارانش، در سال 2015، یک مطالعه موردی در استرالیا در خصوص نحوه طراحی شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن سیاست‌های مالیاتی کربن انجام دادند. در این پژوهش، روش‌هایی برای نحوه محاسبه هزینه ناشی از انتشار گازهای مخرب معرفی شده است. علاوه بر این، نحوه کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای از طریق اعمال سیاست‌های مالیاتی و ارائه راهکارهایی برای تصمیم‌گیرندگان به‌منظور برنامه‌ریزی بهتر در مسائل مرتبط با اهداف زیست‌محیطی مورد توجه قرار گرفته است [25]. سلطانی و همکارانش در سال 2015 به بررسی و طراحی یک شبکه زنجیره تأمین سبز چندهدفه، چندمحصولی و چنددوره‌ای پرداختند. در این مقاله، تابع هدف اول کمینه‌سازی هزینه‌های کل شامل هزینه‌های احداث، حمل‌ونقل بین مراکز و هزینه پردازش داخل مراکز و تابع هدف دوم کمینه‌سازی CO<sub>2</sub> تولیدشده در داخل مراکز و CO<sub>2</sub> منتشرشده در اثر حمل‌ونقل بین مراکز است. آن‌ها مسئله دوهدفه خود را با روش مجموع وزن‌دار حل کردند [26]. بابایی و همکارانش، در سال 2017، یک مدل چندهدفه برای تعیین مکان تأمین‌کننده سبز و تخصیص در شرایط چندمحصولی، چندمنبعی و تک دوره‌ای ارائه دادند. در این

---

1. weighted sum

2. green distribution network

پژوهش، علاوه بر در نظر گرفتن مجموعه‌ای از معیارهای اقتصادی، جنبه‌های زیست‌محیطی نیز بررسی شده است. آن‌ها برای حل مدل خود از روش  $\epsilon$ -محدودیت استفاده کردند [27]. در سال 2017، تورو و همکارانش یک مدل MILP برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی سبز پیشنهاد دادند. در مدل آن‌ها، هدف اول کمینه کردن هزینه‌های مکان‌یابی و مسیریابی و هدف دوم کمینه کردن میزان سوخت مصرفی و هزینه‌های ناشی از انتشار گازهای گلخانه‌ای است. آن‌ها از روش  $\epsilon$ -محدودیت برای یافتن جواب‌های پارتوی مناسب استفاده کردند [28].

در این مقاله، حالت کلی‌تری از مقاله [22] مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض تک‌محصولی و تک‌منبعی آورده شده در مرجع [22]، مشتریان را ملزم می‌کند که اولاً تنها یک نوع تقاضا داشته باشند و ثانیاً، هر مشتری تقاضای خود را تنها از یک منبع یا انبار دریافت کند. این مفروضات محدودکننده، گاهی اوقات موجب نارضایتی مشتریان و همین‌طور افزایش هزینه‌های شبکه خواهد شد. در مقاله حاضر فرض شده است که اولاً نوع محصولات می‌تواند متفاوت باشد (مسئله چندمحصولی) و به‌علاوه اینکه به‌جای الزام متقاضیان برای دریافت خدمات تنها از یک مرکز یا انبار، امکان برآورده شدن تقاضا یا دریافت خدمات از انبارهای متفاوت (در صورت نیاز) میسر است (مسئله چندمنبعی). از سوی دیگر، در مسائل عملی به دلیل محدودیت فضای فیزیکی انبارها و شرایط خاص موردنیاز برای نگهداری محصولات در آن‌ها، ظرفیت‌هایی نیز برای حجم محصولات در هر انبار و همین‌طور تعداد مشتریانی که می‌توانند از انبارها استفاده کنند، وجود دارد. در این مقاله نیز محدودیت‌هایی برای انبارها از لحاظ حجم انبار و تعداد مشتریان تخصیص داده شده به هر انبار در نظر گرفته شده است. با توجه به فرض چندمحصولی بودن مسئله، ظرفیت هر انبار برای نگهداری هر محصول محدود و مشخص است. مسئله از نوع دوهدفه است که هدف اول کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل و احداث انبارهاست و هدف دوم کمینه کردن میزان گازهای انتشاریافته ناشی از عملیات انبارداری و حمل‌ونقل است. در نظر گرفتن این اهداف و مفروضات می‌تواند موجب کاربردی‌تر شدن مدل و همین‌طور کمک به تصمیم‌گیرندگان به‌منظور برنامه‌ریزی بهتر شود.

در عمل، تعیین میزان اولویت یا وزن توابع هدف تحت تأثیر عوامل مختلف است و در نتیجه، تشخیص مقدار دقیق برای آن‌ها امری مشکل و اغلب غیردقیق است. لذا در این مقاله از روش تجزیه و تحلیل پایدار<sup>1</sup> به کمک شبیه‌سازی مونت‌کارلو [29] برای حل مدل دو هدفه ارائه شده، استفاده می‌شود. این روش، ترکیبی از بهینه‌سازی و شبیه‌سازی مونت‌کارلو بوده و از طریق آن می‌توان میزان پایداری<sup>2</sup> جواب‌های بهینه پارتو به منظور تصمیم‌گیری بهتر برای تأسیس انبارها و تخصیص مشتریان به آن‌ها را تعیین نمود. با به‌کارگیری این روش میزان پایداری هر یک از جواب‌های پارتو در برابر تغییرات وزن‌های دو تابع هدف بررسی می‌شود.

### 3- مدل ریاضی مسئله

مسئله مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار چندمنبعی و چندمحصولی، تعمیمی از مسئله مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار است که در آن، مشتریان دارای تقاضای معینی از انواع محصولات هستند و به‌جای یک محصول، برنامه‌ریزی مکان تسهیلات و تخصیص مشتریان به آن‌ها، برای چند محصول انجام می‌شود. در این مقاله فرض شده است که مشتریان برای تأمین تقاضای خود از هر نوع کالا می‌توانند به بیشتر از یک تسهیل تخصیص یابند. به عبارت دیگر، مسئله چندمنبعی فرض شده است. هزینه‌های انبارداری و حمل‌ونقل برای هر انبار متفاوت است. علاوه بر دو محدودیت برای انبارها، ابتدا برای مقدار محصولات مختلف نگهداری شده درون انبارها و سپس، تعداد مشتریانی که می‌توانند از این انبار خدمات دریافت کنند، ظرفیت در نظر گرفته شده است. هزینه‌های حمل‌ونقل، منعکس‌کننده زمان (یا فاصله) طی مسیر بین نقاط است. هزینه‌های انبارداری شامل هزینه‌های مرتبط با چیدن و بارگذاری کالاهاست.

این مسئله شامل دو تابع هدف است که هدف اول به حداقل رساندن هزینه‌های احداث، نگهداری و ارائه خدمات به مشتریان است و هدف دوم، کمینه‌کردن میزان

---

1. Robustness Analysis

2. Robustness



روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از ... مهسا جهانگرد و همکاران

انتشار گازهای مخرب  $CO_2$  ناشی از انبارداری و حمل و نقل انواع کالا بین نقاط است. تعیین مکان مراکز تسهیلات و نحوه اتصال مشتریان به این مراکز به گونه‌ای بایستی باشد که با توجه به ظرفیت محدود تسهیلات توابع هدف کمینه شوند. لازم به ذکر است که در این مدل تمامی پارامترهای مسئله از نوع قطعی فرض می‌شوند. اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مورد استفاده در این مدل به شرح زیر است:

- اندیس‌ها:

$i$  اندیس نقاط نامزد<sup>1</sup> تأسیس انبار؛

$z$  اندیس نقاط تقاضا؛

$k$  اندیس نوع محصولات.

- پارامترها:

$I$  مجموعه مکان انبارهای بالقوه؛

$J$  مجموعه مشتریان؛

$K$  مجموعه انواع محصولات؛

$c_{ijk}$  هزینه برآورده کردن هر واحد تقاضای نوع  $k$  مشتری  $z$  توسط انبار  $i$ ؛

$f_i$  هزینه ثابت احداث و نگهداری انبار  $i$ ؛

$d_{jk}$  تقاضای نوع  $k$  مشتری  $z$ ؛

$q_{ik}$  ظرفیت تعداد کالای نوع  $k$  برای انبار  $i$ ؛

$n_i$  ظرفیت تعداد مشتریان برای انبار  $i$ ؛

$e_{t_{ijk}}$  میزان انتشار گاز  $CO_2$  ناشی از حمل و نقل بین انبار  $i$  و مشتری  $z$  به منظور

برآوردن هر واحد تقاضای محصول نوع  $k$  مشتری  $z$ ؛

$e_{g_i}$  میزان انتشار گاز  $CO_2$  ناشی از مصرف گاز برای انبار  $i$ ؛

$e_{e_i}$  میزان انتشار گاز  $CO_2$  ناشی از مصرف برق برای انبار  $i$ ؛

$M$  یک عدد ثابت بزرگ غیر منفی.

- متغیرهای تصمیم:

1. Candidat

$y_i$  برابر با 1 است؛ اگر انبار  $i$  برای خدمت‌رسانی انتخاب شود و در غیر این صورت، صفر.

$v_{ij}$  برابر با 1 است؛ اگر مشتری  $j$  به انبار  $i$  تخصیص یابد و در غیر این صورت، صفر.

$x_{ijk}$  مقدار تقاضای نوع  $k$  مشتری  $j$  که توسط انبار  $i$  برآورده می‌شود.

بنابراین، مدل ریاضی مسئله به صورت زیر خواهد شد:

$$\text{Min}[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i \in I} f_i y_i] \quad (1)$$

$$\text{Min} [\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} e_{t_{ijk}} x_{ijk} + \sum_{i \in I} (e_{g_i} + e_{e_i}) y_i] \quad (2)$$

s.t

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} = d_{jk}, \quad \forall j \in J, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} \leq q_{ik} y_i, \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_k x_{ijk} \leq M v_{ij}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} v_{ij} \leq n_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$v_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (7)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (9)$$

مدل ریاضی فوق از نوع مسائل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط است. تابع هدف اول بیانگر حداقل کردن هزینه‌هاست. این هزینه‌ها شامل هزینه‌های اتصال (حمل و نقل) مشتریان به انبارها، به علاوه هزینه ثابت اداره کردن انبارها است. تابع هدف دوم کمینه‌سازی میزان انتشار گاز  $CO_2$  ناشی از حمل و نقل و انبارداری است. عبارت اول نشان‌دهنده انتشار گازهای گلخانه‌ای بر اثر حمل و نقل برای برآوردن تقاضای نوع  $k$  مشتری توسط انبارهای باز است و عبارت دوم نشان‌دهنده مجموع گازهای تولید شده به علت استفاده از منابع برق و گاز در انبارهاست.

محدودیت (3) تضمین می‌کند که کل تقاضای مشتری  $z$  از هر نوع محصول، به‌طور کامل برآورده می‌شود. محدودیت‌های (4) و (6) مربوط به ظرفیت‌های انبارها برای تقاضای نوع  $k$  و تعداد مشتریان برای هر انبار است. محدودیت (5) رابطه صحیح بین دو متغیر  $x_{ijk}$  و  $v_{ij}$  را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، برآورده شدن هر نوع تقاضای یک مشتری توسط یک انبار مشروط به این است که آن مشتری در ابتدا به آن انبار اختصاص یافته باشد. محدودیت‌های (7) تا (9) مربوط به تعریف متغیرهای تصمیم مسئله هستند.

#### 4- ارائه روش حل

در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به جای به دست آوردن یک جواب بهینه واحد، اغلب چندین جواب که به عنوان اعضای مجموعه پارتو شناخته می‌شوند، ارائه می‌شود. روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه مدرن، امکان انعطاف‌پذیری برای یافتن راه‌حل‌های توافقی خوب را با در نظر گرفتن تعادل اهداف مهم فراهم می‌سازد؛ به طوری که تصمیم‌گیرندگان بدون نیاز به تصمیم‌گیری قبلی در مورد اهمیت نسبی اهداف مختلف، می‌توانند از بین جواب‌های توافقی، جواب‌های مناسب‌تر را تعیین نمایند. این روش‌ها با ارائه گزینه‌های کافی، امکان انتخابی آگاهانه‌تر از بین اعضای پارتو را برای تصمیم‌گیرندگان فراهم می‌آورد. در این بخش، جزئیات و الگوریتم روش تجزیه و تحلیل پایدار را که برگرفته از مرجع [29] است، ارائه خواهیم کرد.

## 4-1- تجزیه و تحلیل پایدار

بهینه‌سازی متأثر از عدم قطعیت<sup>1</sup>، طی بیست سال اخیر بسیار مورد توجه جامعه برنامه‌ریزان قرار گرفته است. هرکدام از جواب‌های مسائل بهینه‌سازی می‌تواند نشان‌دهنده حساسیت قابل توجه به آشفتگی پارامترهای مسئله باشد. در نتیجه غالباً ارائه تنها یک جواب، غیرکارا و غیرمفید است؛ زیرا حساس بودن جواب به تغییرات پارامترهای ورودی گاهی موجب غیرعملی شدن آن جواب یا تفاوت چشمگیر آن از بهینگی خواهد شد. بنابراین مفهوم پایداری یا استواری در برنامه‌ریزی ریاضی توجه جامعه علمی را به خود جلب کرده است. معمولاً واژه پایداری در زیر چتر بهینه‌سازی پایدار<sup>2</sup> مطرح می‌شود. وقتی از این واژه استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که نوعی عدم قطعیت در مدل وجود دارد و قصد داریم به سمت جواب‌های ایمن‌تر (پایدارتر) حرکت کنیم. پایداری را می‌توان به عنوان درجه غیرحساس بودن یک جواب به مفروضات اساسی مدل، تعریف کرد. در واقع، بهینه‌سازی پایدار مجموعه‌ای از پاسخ‌هایی را به دست می‌آورد که در برابر نوسانات پارامترها (داده‌های ورودی) پایدار باشند. رویکرد بهینه‌سازی پایدار توسط مولوی و همکارانش [30] ارائه شده است.

صرف‌نظر از اینکه مسائل بهینه‌سازی چندهدفه، از نظر زمان منطقی برای حل، جزء مسائل پیچیده به شمار می‌روند، به دلیل وجود شرایط عدم قطعیت در آن‌ها، بی‌ثباتی بالایی در جواب‌هایشان وجود دارد که موجب عدم بهینگی جواب‌ها می‌شود. لذا تجزیه و تحلیل پایداری در برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه می‌تواند بینش مفیدی را به تصمیم‌گیرندگان ارائه نماید. در سال 2015، ماوروتاس و همکارانش [29] روش تجزیه و تحلیل پایداری با شبیه‌سازی مونت‌کارلو را برای سه نوع مسئله برنامه‌ریزی چندهدفه (خطی، عدد صحیح خطی و مختلط خطی) مطرح کردند. آن‌ها چگونگی حساسیت جواب تعیین‌شده نسبت به پارامترهای موردنظر تصمیم‌گیرندگان را مورد بررسی قرار دادند و نیز اذعان داشتند که مفهوم پایداری یک جواب، تنها با

1. Optimization Affected By Uncertainty  
2. Robust Optimization

توجه به ترجیحات تصمیم‌گیرنده و نه بر روی دیگر داده‌های مدل سنجیده می‌شود. آن‌ها در مقاله خود اولویت تصمیم‌گیرندگان را مربوط به مجموعه‌ای از وزن‌های توابع هدف در نظر گرفته و چگونگی حساسیت جواب به دست‌آمده نسبت به وزن‌های اختصاص یافته به توابع هدف را مورد بررسی قرار دادند. در مقاله مذکور به سنجش استواری جواب‌های پارتو در برابر تغییرات وزن اهداف پرداخته شده است. در این روش با استفاده از شبیه‌سازی همزمان مونت‌کارلو، اثر مستقیم تغییرات لازم در پارامترهای مورد نظر (در اینجا وزن) بر روی جواب‌های به دست‌آمده - به منظور اندازه‌گیری پایداری جواب - بررسی می‌شود. گفتنی است که در تحلیل حساسیت<sup>1</sup> در یک زمان یک پارامتر را تغییر می‌دهیم اما در مقابل، با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو قادر خواهیم بود به‌طور همزمان پارامترهای مورد نیاز را تغییر دهیم [29]. ما در این مقاله برای حل مدل دوهدفه خود از روش پیشنهادی مرجع [29] استفاده می‌کنیم. هدف استفاده از این روش، بررسی شاخص پایداری یک راه‌حل بهینه پارتو منتخب است. این شاخص، در واقع، نشان‌دهنده یک درجه اطمینان است که میزان کارایی و ثبات آن راه‌حل پارتو خاص را نمایش می‌دهد. سرانجام، اطلاعات به دست‌آمده از این روش به‌عنوان یک ابزار برای هدایت در امر تصمیم‌گیری یا معیاری برای پشتیبانی از تصمیم نهایی در اختیار مدیران و تصمیم‌گیرندگان قرار خواهد گرفت.

#### 2-4- الگوریتم تحلیل پایداری

مدل ارائه شده یک مسئله برنامه‌ریزی چندهدفه است. در ابتدا باید مسئله دوهدفه مربوطه را توسط یکی از روش‌های حل مسائل چندهدفه مانند برنامه‌ریزی آرمانی، روش مجموع وزن‌دار، روش  $\epsilon$ -محدودیت و... به مسئله‌ای معادل با یک تابع هدف تبدیل کرد. در اینجا با استفاده از روش مجموع وزنی ساده که یک رویکرد معمول برای حل مدل‌های چندهدفه است، می‌توان مسئله دوهدفه خود را با یک تابع هدف

---

1. Sensitivity Analysis

جایگزین کرد. به دلیل اینکه دو تابع هم مقیاس نیستند، ابتدا آن‌ها را با استفاده از رابطه زیر نرمالایز می‌کنیم:

$$z_i = \frac{f_i(x) - f_i^u}{f_i^n - f_i^u} \quad (10)$$

که در آن مقدار بهینه برای هر تابع هدف و مقدار هر تابع هدف در زمان بهینگی آن تابع هدف دیگر است. توجه شود که در اینجا هر دو تابع هدف از نوع کمینه‌سازی هستند. فرض کنید  $z_1$  و  $z_2$ ، به ترتیب، توابع هدف نرمال‌شده مربوط به هزینه‌ها و انتشار گازهای مخرب باشد، مسئله جدید را که تابع هدفش ترکیب خطی محدب  $z_1$  و  $z_2$  است به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{Min } z = w_1 z_1 + w_2 z_2 \quad (11)$$

$$\text{s. t } \quad w_1 + w_2 = 1 \quad (12)$$

$$w_1, w_2 \geq 0 \quad (13)$$

$w_1$  و  $w_2$ ، به ترتیب، وزن‌های مربوط به توابع هدف  $z_1$  و  $z_2$  هستند. معمولاً در مسائل چندهدفه، وزن هر تابع هدف یا به‌طور مستقیم توسط تصمیم‌گیرندگان تعیین می‌شود یا به‌طور غیرمستقیم به دست می‌آید. در اینجا، وزن‌های اختصاص یافته به هر تابع هدف به صورت اعداد تصادفی بین (0 و 1) است. نقطه پارتو به دست آمده از ترکیب خاص اولیه وزن توابع هدف را به عنوان جواب بهینه ترجیحی مرجع<sup>1</sup> (POS) مسئله دوهدفه در نظر می‌گیریم. سپس، وزن‌های به این نقطه مرجع را به وسیله مجاز کردن آن‌ها به اخذ مقادیر جدید در همسایگی‌شان، آزاد<sup>2</sup> می‌کنیم. این همسایگی توسط تصمیم‌گیرندگان مشخص

---

1. Pareto Optimal Solution  
2. Relax

روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از ... مهسا جهانگرد و همکاران

می‌شود؛ برای مثال،  $a = 10\%$  بیانگر این است که وزن‌های جدید می‌توانند در بازه‌ای به صورت زیر مقدار بگیرند:

$$[w \times (1 - 0.1), w \times (1 + 0.1)] \quad (14)$$

به منظور بررسی بهتر بازه همسایگی وزن، تصمیم‌گیرنده این فواصل وزنی را به زیربازه‌هایی تقسیم می‌کند که تعداد این زیربازه‌ها معمولاً بین 5 تا 10 نقطه است. هرچه تعداد زیربازه‌ها بیشتر باشد، دقت در ارزیابی پایداری جواب بالاتر می‌رود اما زمان محاسبه نیز افزایش می‌یابد. زیربازه‌ها کمک می‌کنند که به تدریج در محله همسایگی وزن پیشروی کنیم. وزن‌های جدید با توجه به زیربازه‌های ایجاد شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[w_p \times (1 - g/G \times a), w_p \times (1 + g/G \times a)] \quad (15)$$

که  $G$  تعداد کل نقاط شکست بازه همسایگی وزن یا همان تعداد زیربازه‌ها،  $g$  شمارنده زیربازه مربوطه ( $g = 1, \dots, G$ ) و  $a$  پارامتر همسایگی است که به صورت درصد بیان شده و بازه همسایگی اطراف وزن مرجع را مشخص می‌کند (مثلاً  $a = 10\%$ ).  $w_p$  وزن مرجع برای تابع هدف  $p$  است. منظور از وزن مرجع، همان وزن ابتدایی است که به طور تصادفی در بازه (1 و 0) انتخاب شده و توسط آن، مسئله تک‌هدفه حل می‌شود و جواب پارتو اولیه به عنوان نقطه مرجع به دست می‌آید.

لذا بر اساس فرمول (15)، حداکثر فاصله وزنی برای  $w_p$  به صورت زیر است:

$$[w_p \times (1 - a), w_p \times (1 + a)] \quad (16)$$

پس از آن، برای هر نقطه از  $g$  یک شبیه‌سازی مونت‌کارلو یا به عبارت دیگر، نمونه‌گیری تصادفی در فواصل وزن انجام می‌دهیم. بدین صورت که در هر زیربازه

$g$  به تعداد  $n$  که یک پارامتر ورودی است و توسط تصمیم‌گیرندگان تعیین شده است، شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام می‌شود؛ یعنی برای هر  $g$  به تعداد  $n$  تا وزن تصادفی تولید می‌شود و هر بار، مسئله تک‌هدفه موردنظر با وزن‌های جدید حل شده و مقادیر توابع هدف و متغیرهای تصمیم ذخیره می‌شوند. با پایان  $N = n \times g$  تکرار مونت‌کارلو، مجموعه‌ای از  $N$  پارتو در اختیار داریم که آن‌ها را در مجموعه  $S_g$  قرار می‌دهیم. حال، در هر  $S_g$  تعداد دفعاتی را که جوابی مشابه با نقطه بهینه مرجع مطابق با  $w_p$  تولید شده است، حساب می‌کنیم. این فراوانی نشانه‌ای از پایداری جواب ترجیحی در مواجهه با انحرافات کوچک در وزن‌های توابع هدف است. به منظور اندازه‌گیری درجه پایداری هر جواب بهینه مرجع از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$RI = \frac{\frac{1}{2} + \sum_{g=1}^{G-1} \lambda_g + \frac{\lambda_G}{2}}{G} \quad (17)$$

که در این فرمول  $\lambda_g$  فراوانی نقطه مرجع اولیه (POS) در مجموعه جواب  $S_g$  است.  $RI$  شاخص پایداری<sup>1</sup> نامیده می‌شود. هر نقطه بهینه مرجعی که  $RI$  بالاتری داشته باشد، از پایداری بیشتری نیز برخوردار بوده و از نظر تصمیم‌گیرنده نسبت به جواب‌های پارتو دیگر، ارجح‌تر می‌باشد.

همچنین به منظور تشخیص اینکه کدامیک از راه‌حل‌های موجود در  $S_g$  مشابه POS هستند، یک مقدار بیشینه انحراف برای مجموعه متغیرهای تصمیم و نیز برای توابع هدف تعریف می‌کنیم. به این ترتیب که اگر بیشینه انحرافات سایر متغیرهای تصمیم هر جواب موردبررسی مجموعه‌ی  $S_g$  از متغیرهای تصمیم POS، کمتر از این مقدار باشد و داخل این محدوده قرار بگیرد، آن جواب مشابه با POS در نظر گرفته می‌شود. هرچه محدوده تغییرات را بزرگ‌تر قرار دهیم، تعداد جواب‌های مشابه بیشتری با POS می‌توان یافت. معمولاً حد تغییرات 5% یا 10% مناسب است اما این بستگی به

---

1. Robustness Index



روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از ... مهسا جهانگرد و همکاران

مسئله دارد؛ به طور مثال، اگر حد تغییرات برای متغیرهای تصمیم را 10% قرار دهیم، حداکثر انحراف در میان تمام متغیرهای تصمیم یک جواب باید کمتر از 10% باشد تا به عنوان راه‌حلی مشابه POS در نظر گرفته شود.

درصد انحراف نسبی هر مقدار متغیر تصمیم از مقدار متغیر تصمیم مشابه در POS طبق فرمول زیر به دست می‌آید:

$$rd_i = \frac{|x_i - x_i^{POS}|}{x_i^{POS}} \quad (18)$$

$x_i$  مقدار متغیر تصمیم  $i$  ام راه‌حل بهینه پارتوی موردنظر و  $x_i^{POS}$  مقدار متغیر تصمیم  $i$  ام جواب بهینه مرجع است.

همچنین درصد انحراف نسبی مقدار تابع هدف نیز با توجه به فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$rZ_p = \frac{|z_p - z_p^{POS}|}{z_p^{POS}} \quad (19)$$

در اینجا نیز  $z_p$  مقدار تابع هدف  $p$  راه‌حل بهینه پارتوی موردنظر و  $z_p^{POS}$  مقدار تابع هدف  $p$  جواب بهینه مرجع است.

## 5- نتایج محاسباتی

به علت تعداد دفعات حل مسئله اصلی، ترجیح داده شد الگوریتم با نرم‌افزار GAMS 23.4.3 کدنویسی شود. برای این مسئله، 15 دسته نمونه به‌طور تصادفی تولید شده است که توسط حل‌کننده‌ی تجاری CPLEX 12.2 حل شده‌اند. مشخصات نمونه‌های حل شده در جدول 1 آورده شده است. مقادیر پارامترهای مسئله بر اساس تابع توزیع احتمال یکنواخت تولید شده‌اند که بازه‌های این توابع توزیع مطابق جدول 2 است. برای هر مسئله 10 پارتوی اولیه، 5 زیر بازه و 10

عدد تصادفی در هر زیر بازه در نظر گرفته شده است؛ لذا هر مسئله جمعاً 500 بار با وزن‌های مختلف توسط الگوریتم تحلیل پایداری حل شده است که نتایج حاصل از حل در جداول آتی به‌طور خلاصه آورده شده است. شایان‌ذکر است که تمامی پردازش‌های مربوطه بر روی یک رایانه شخصی با مشخصات Core i5, RAM 4GB, 2.7GH اجرا شده است.

جدول 1 مشخصات مسائل حل‌شده

مسئله	تعداد مشتریان	تعداد انبارها	تعداد محصولات
1	15	2	2
2	20	3	3
3	20	3	3
4	20	3	3
5	20	3	3
6	30	6	3
7	30	6	3
8	30	6	3
9	30	6	3
10	40	8	4
11	40	8	4
12	40	8	4
13	50	10	5
14	60	15	6
15	70	20	7

روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از ... مهسا جهانگرد و همکاران

در مورد جدول 1 لازم به توضیح است که همه مسائل قرار گرفته در دسته مسائل 2 تا 5، 6 تا 9 و نیز 10 تا 12 دارای تعداد یکسانی مشتری، انبار و نوع محصولات هستند اما به دلیل متفاوت بودن پارامترهایشان (پارامترهای جدول 2) مسائل مختلفی از آنها ساخته شده است. از این رو، آنها را با شماره مسئله متفاوت نمایش می‌دهیم.

جدول 2 توابع توزیع احتمال برای تولید پارامترها

پارامتر	$U(a, b)$
$c_{ijk}$	$U(5, 15)$
$f_i$	$U(100, 200)$
$d_{jk}$	$U(0, 30)$
$q_{ik}$	$U(50, 200)$
$n_i$	$U(5, 15)$
$e_{t_{ijk}}$	$U(100, 500)$
$e_{g_i}$	$U(50, 300)$
$e_{e_i}$	$U(15, 20)$

الگوریتم حل برای 15 مسئله در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ به اجرا در آمده و در نهایت برای هر مسئله، پایدارترین پارتو از بین 10 پارتوی اولیه توسط اندازه‌گیری شاخص پایداری، مشخص شده است. همان‌طور که قبلاً بیان شد، در اینجا منظور از پایداری، ثبات یک راه‌حل بهینه در برابر تغییرات کوچک در وزن‌های اختصاص یافته به توابع هدف مربوطه است. در واقع با استفاده از شاخص پایداری، علاوه بر مقدار توابع هدف (هزینه و میزان انتشار گاز  $CO_2$ ) معیار مهم دیگری برای ارزیابی جواب‌های پارتو مورد نظر شخص تصمیم‌گیرنده و در نهایت، انتخاب ارجح‌ترین راه‌حل توسط وی، ارائه می‌شود. در جدول 3، ستون  $m$  شماره پارتوی پایدارتر از بین 10 پارتوی اولیه برای هر مسئله،  $w_1$  و  $w_2$  به ترتیب وزن تابع هدف اول و وزن تابع هدف دوم،  $f_1$  مقدار تابع هدف اول و  $f_2$  مقدار تابع هدف دوم و نیز  $z_1$  و  $z_2$  توابع هدف به صورت نرمال شده هستند.  $RI$  شاخص پایداری هر راه‌حل است و زمان کل حل هر مسئله توسط الگوریتم، به صورت «ثانیه: دقیقه: ساعت»، در جدول 3 آمده است.

جدول 3 مشخصات پایدارترین جواب پارتوی به دست آمده از الگوریتم برای هر مسئله

CPU(h: m: s)	شاخص پایداری (RI)	$z$	$z_1$ $z_2$	$f_1$ $f_2$	$w_1$ $w_2$	$m$	مسئله
00:00:58	16/9	0/071	0 1	840 1220	0/929 0/071	8	1
00:01:09	45/6	0/266	0/372 0/195	909 2005	0/401 0/599	3	2
00:01:10	33/3	0/180	0 1	1472 3786	0/820 0/180	6	3
00:01:16	82/5	0/078	0/127 0/013	526 1497	0/572 0/428	5	4
00:01:12	33/3	0/032	0/127 0/013	526 1497	0/172 0/828	1	5
00:04:13	70/2	0/151	0/241 0/090	1900 4450	0/401 0/599	3	6
00:02:46	45/6	0/195	0/129 0/4	1088 2433	0/756 0/244	2	7
00:02:35	476/1	0/172	1 0	1736 2770	0/172 0/828	1	8
00:02:20	390	0/164	0/790 0/003	1407 3281	0/205 0/795	10	9
00:18:12	73/3	0/112	0/431 0/046	1552 4124	0/172 0/828	1	10
00:11:27	172/7	0/181	0/181 0/182	2037 5006	0/401 0/599	3	11
00:24:51	664/7	0/120	0/067 0/361	1559 3815	0/820 0/180	6	12
01:30:23	139/9	0/280	0/528 0/113	1166 5386	0/401 0/599	3	13
02:44:27	328/5	0/263	0/217 0/299	2309 6168	0/434 0/566	4	14
03:24:05	783/6	0/173	0/054 0/431	3178 8098	0/684 0/316	7	15

به منظور واضح تر نشان دادن روند حل نمونه های عددی به کمک روش ارائه شده، برخی جزئیات حل این نمونه ها در جدول 4 و 5 به اختصار آورده شده است. البته به دلیل طولانی بودن نتایج و محدودیت فضا تنها جزئیات یک مسئله (مسئله 14) را به عنوان نمونه ارائه کردیم.

در جدول 4، مشخصات 10 پارتوی اولیه مسئله چهاردهم شامل وزن های توابع هدف، شماره انبارهایی که باید تأسیس شوند، مقادیر تابع هدف اول و دوم و نیز شاخص پایداری مربوط به هر کدام از پارتوهای اولیه آورده شده است. سطر مشخص شده در این جدول بیانگر این موضوع است که نقطه پارتوی مرجع شماره 4 مسئله ی دارای 60 مشتری، 15 انبار و 6 نوع کالا، به علت داشتن شاخص پایداری بالاتر با مقدار تابع هدف اول برابر با 2309 و همچنین مقدار تابع هدف دوم مساوی با 6168، می تواند با اطمینان بیشتری به عنوان جواب بهینه ترجیحی از بین 10 جواب مرجع اولیه ی مسئله انتخاب شود. در واقع، در اینجا تصمیم گیرنده باید بین 10 پارتوی حاضر با مقدارهای متفاوت توابع هدف که ناشی از بازگشایی انبارهای مختلف و نیز تخصیص انواع تقاضای مشتریان به انبارهای متفاوت است، یکی را به عنوان جواب ارجح انتخاب کند. حال اگر بخواهیم این انتخاب با دلیلی فراتر از ترجیح و نظر شخص تصمیم گیرنده صورت پذیرد، می توانیم از یک معیار قاطع و به دوران سلایق و نظرات قبلی تصمیم گیرنده، تحت عنوان شاخص پایداری بالاتر استفاده نماییم.

در جدول 5، نتایج بررسی انحرافات متغیرهای تصمیم و توابع هدف 4 نمونه جواب نسبت به POS سوم از نمونه مسئله ی شماره 14 با مشخصات 60 مشتری، 15 انبار و 6 نوع محصول به طور خلاصه آورده شده است. ما در اینجا حد تغییرات برای متغیرهای تصمیم را 5% و برای توابع هدف 3% در نظر گرفتیم. لذا همان طور که مشاهده می شود با توجه به بیشینه انحرافات موجود و عبور از بیشینه حد تغییرات فرض شده هم برای متغیرهای تصمیم و هم توابع هدف توسط جواب ها، تنها نمونه جواب 4 به عنوان مشابه POS توسط الگوریتم پذیرفته می شود. گفتنی است که جواب های 1 تا 4، همه مربوط به سومین پارتو اولیه ( $m = 3$ ) مسئله چهاردهم و متعلق به زیر بازه های مختلف هستند.

جدول 4 مقادیر شاخص پایداری و توابع هدف برای 10 نقطه پارتوی اولیه مسئله 14

شاخص پایداری (RI)	$f_1$ $f_2$	شماره انبارهای بازشده	$w_1$ $w_2$	شماره نقاط پارتوی مرجع	مسئله
8/7	2866 5904	15 و 14 . 8 . 7 . 4 . 3 . 2	0/172 0/828	1	60×15×6
107/1	2129 6514	15 و 14 . 11 . 9 . 8 . 7 . 4	0/756 0/244	2	
156/3	2415 6084	15 و 14 . 11 . 8 . 7 . 4 . 3	0/401 0/599	3	
328/5	2309 6168	15 و 14 . 11 . 8 . 7 . 4 . 3	0/434 0/566	4	
16/9	2309 6168	15 و 14 . 11 . 8 . 7 . 4 . 3	0/572 0/428	5	
107/1	2129 6514	15 . 14 . 11 . 9 . 8 . 7 . 4	0/820 0/180	6	
180/9	2151 6459	15 و 14 . 11 . 9 . 8 . 7 . 4	0/684 0/316	7	
33/3	2129 6514	15 و 14 . 11 . 9 . 8 . 7 . 4	0/929 0/071	8	
8/7	2464 5904	15 و 14 . 11 . 8 . 7 . 4 . 3	0/328 0/672	9	
8/7	2866 5904	15 و 14 . 8 . 7 . 4 . 3 . 2	0/205 0/795	10	

روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از ... مهسا جهانگرد و همکاران

جدول 5 مقایسه 4 پارتو از بین 50 پارتوی سومین جواب مرجع مسئله ی 14 و نمایش

انحرافات نمونه جواب های حاضر نسبت به POS

$f_2$	$f_1$	$x_{15,3,2}$	$x_{14,26,6}$	...	$x_{11,9,2}$	$x_{7,58,3}$	...	$x_{4,39,4}$	$x_{3,13,5}$	$y_{13}$	$y_3$	$v_{2,7}$	$w_1$ $w_2$	$60 \times 15$ $\times 6$	
6084	2415	3	0	...	15	0	...	29	0	0	1	0	0/401 0/599	جواب های مرجع POS	
6084	2415	3	0	...	15	30	...	0	10	0	1	0	0/357 0/643	جواب 1	
6168	2309	3	7	...	0	30	...	0	0	0	1	0	0/471 0/529	جواب 2	
6084	2415	3	0	...	0	0	...	0	10	0	1	0	0/395 0/605	جواب 3	
6084	2415	3	0	...	15	0	...	29	0	0	1	0	0/402 0/598	جواب 4	
انحراف از پارتوی مرجع (POS)															
بیشینه انحرافات توابع هدف		انحرافات توابع هدف (%)		بیشینه انحرافات متغیرها		انحراف متغیرهای تصمیم (%)									
0	0	0	0	%100	0	0	0	100	100	100	0	0	0	0	جواب 1
4/3	1/3	4/3	4/3	%100	0	100	100	100	100	0	0	0	0	0	جواب 2
0	0	0	0	%100	0	0	100	0	100	100	0	0	0	0	جواب 3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	جواب 4

### 6- نتیجه گیری و پیشنهاد برای تحقیقات آتی

در اغلب مسائل بهینه سازی چندهدفه، در پی انتخاب ارجح ترین جواب از بین جواب های بهینه پارتو تولید شده هستیم که این انتخاب در بیشتر موارد به طور ذهنی و وابسته به نظر شخص تصمیم گیرنده از بین جواب های عینی تعیین شده صورت می گیرد؛ ولی در واقع، حداقل یک عامل دیگر نیز در انتخاب جواب ترجیحی تأثیرگذار است که آن استوار بودن جواب در مقابل تغییرات است. در این مقاله، مسئله مکان یابی تسهیلات ظرفیت دار چندمنبعی چندمحصولی با توجه همزمان به دو تابع

هدف کاهش هزینه‌ها و کاهش میزان انتشار گاز CO<sub>2</sub> در شرایط غیرقطعی بودن وزن‌های توابع هدف مربوطه، مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا، مدل ریاضی مسئله را بیان کرده و سپس از روش تجزیه و تحلیل پایدار با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو برای حل نمونه‌های عددی استفاده کردیم. این روش مبتنی بر سنجش استواری جواب‌های پارتو در برابر تغییرات وزن‌های اهداف بوده و ما آن را برای حل 15 نمونه عددی به کار بردیم. به کمک راه‌حل‌های پارتوی به دست آمده و محاسبه شاخص استواری هر کدام از جواب‌ها می‌توان به تصمیم‌گیرندگان در تصمیم‌گیری بهتر جهت انتخاب مناسب‌ترین مکان تسهیلات و تخصیص مساعدتر مشتریان به آن‌ها، با توجه همزمان به کاهش هزینه و کاهش آلودگی‌های زیست‌محیطی، یاری رساند. تحقیقات آتی می‌تواند شامل گسترش مدل حاضر جهت استفاده در زنجیره تأمین و البته ارائه روش‌های حل با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری با توجه به پیچیده بودن مسئله باشد. همچنین می‌توان تأثیر عدم قطعی بودن دیگر پارامترهای مسئله را با استفاده از روش تجزیه و تحلیل پایدار برای این مدل بررسی نمود.

## 7- منابع

- [1] A. Klose and A. Drexl, "Facility location models for distribution system design," *European Journal of Operational Research*, vol. 162(1), pp. 4-29, 2005.
- [2] R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Omid-Rekavandi, and A. Ghodrattnam, "Mathematical Modeling for the Forward and Reverse Logistics Network Design," *Management Researches in Iran*, vol. 17(4), pp. 43-63, 2014.
- [3] M.S. Daskin, "Network and discrete location: models, algorithms and applications," *Journal of the Operational Research*, Wiley- Interscience Publication, New York. Society, 1995.
- [4] Z. Drezner and H.W. Hamacher, *Facility location: applications and theory*, Berlin, Springer, 2002.



- [5] S.H. Owen and M.S. Daskin, "Strategic facility location: a review," *European Journal of Operational Research*, vol. 111, pp. 423–447, 1998.
- [6] S. Liao, C. Hsieh, and Y. Lin, "A multi-objective evolutionary optimization approach for an integrated location-inventory distribution network problem under vendor-managed inventory systems," *Annals of Operations Research*, vol. 186 (1), pp. 213–229, 2011.
- [7] H. Javanshir, S. Ebrahimnejad, and S. Nouri, "Bi-objective supply chain problem using MOPSO an NSGA-II," *International Journal of Industrial Engineering Computations*, vol. 3(4), pp. 681–694, 2012.
- [8] B. Latha Shankar, S. Basavarajappa, J.C.H. Chen, and R.S. Kadadevaramath, "Location and allocation decisions for multi-echelon supply chain network – a multi-objective evolutionary approach," *Expert Systems with Applications*, vol. 40 (2), pp. 551–562, 2013.
- [9] D. Ozgen and B. Gulsun, "Combining possibilistic linear programming and fuzzy AHP for solving the multi-objective capacitated multi-facility location problem," *Information Sciences*, vol. 268, pp. 185–201, 2014.
- [10] B.M. Beamon, "Designing the green supply chain," *Logistics Information Management*, vol. 12(4), pp. 332-342, 1999.
- [11] R.Z. Farahani, M. Steadiesei, and N. Asgari, "Multiple criteria facility location problems: a survey," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 34(7), pp. 1689-1709, 2010.
- [12] D. Lee and M. Dong, "A heuristic approach to logistics network design for end-of-lease computer products recovery," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 44(3), pp. 455-474, 2008.
- [13] N. Kumar, R.P. Agrahari, and D. Roy, "Review of green supply chain processes," *IFAC-Paper OnLine*, vol. 48(3), pp. 374-381, 2015.
- [14] H.H. Khoo, I. Bainbridge, T.A. Spedding, and D.M. Taplin, "Creating a green supply chain," *Greener Management International*, vol. 35, pp. 71–88, 2001.
- [15] R.K. Pati, P. Vrat, and P. Kumar, "A goal programming model for paper recycling system," *Omega*, vol. 36, pp. 405-417, 2008.

- [16] J. Quariguasi Frota Neto, J.M. Bloemhof-Ruwaard, J.A.E.E. Van Nunen, and E. Van Heck, "Designing and evaluating sustainable logistics networks," *International Journal of Production Economics*, vol. 111(2), pp. 195–208, 2008.
- [17] A.D. Bojarski, J.M. Lainez, A. Espuna, and L. Puigjaner, "Incorporating environmental impacts and regulations in a holistic supply chains modeling: an LCA approach," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 33(10), pp. 1747–1759, 2009.
- [18] F. Wang, X. Lai, and N. Shi, "A multi-objective optimization for green supply chain network design," *Decision Support Systems*, vol. 51(2), pp. 262–269, 2011.
- [19] I. Harris, M. Naim, A. Palmer, A. Potter, and C. Mumford, "Assessing the impact of cost optimization based on infrastructure modelling on CO2 emissions," *International Journal of Production Economics*, vol. 131(1), pp. 313–321, 2011.
- [20] I. Harris, C. Mumford, and M. Naim, "An evolutionary bi-objective approach to the capacitated facility location problem with cost and CO2 emissions," *Genetic and Evolutionary Computation, GECCO 2011*, ACM.
- [21] M.S. Pishvaei and J. Razmi, "Environmental supply chain network design using multi-objective fuzzy mathematical programming," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36(8), pp. 3433–3446, 2012.
- [22] I. Harris, C. Mumford, and M. Naim, "A hybrid multi-objective approach to capacitated facility location with flexible store allocation for green logistics modeling," *Transportation Research Part E*, vol. 66, pp. 1–22, 2014.
- [23] H. Afshari, M. Sharafi, T. ElMekkawy, and Q. Peng, "Optimizing multi-objective dynamic facility location decisions within green distribution network design," *Procedia CIRP*, vol. 17, pp. 675 – 679, 2014.
- [24] A. Zakeri, F. Dehghanian, B. Fahimnia, and J. Sarkis, "Carbon pricing versus emissions trading: A supply chain planning perspective," *International Journal of Production Economics*, vol. 164, pp. 197–205, 2015.

- [25] B. Fahimnia, J. Sarkis, A. Choudhary, and A. Eshragh, "Tactical supply chain planning under a carbon tax policy scheme: A case study," *International Journal of Production Economics*, vol. 164, pp. 206–215, 2015.
- [26] M. Soltani Tehrani, H.A. Hassanpour, and S.Ramezani, "Two-objective optimization model of costs and carbon dioxide in closed loop supply chain," *Management Researches in Iran*, vol. 19(1), pp. 169-189, 2015 (In Persian).
- [27] L. Babaei, M. Rabieh, E. Nikbakhsh, and M.Esmaeili, " Multi- Objective Mathematical Model for Green Supplier Selection (Case Study: Supply Chain of IRAN KHODRO Company)," *Modern Researches in Decision Making*, vol. 2 (2), pp. 1-261, 2017 (In Persian).
- [28] E.M. Toro, J.F. Franco, M.G. Echeverri, and F.G. Guimarães, "A multi-objective model for the green capacitated location-routing problem considering environmental impact," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 110, pp. 114–125, 2017.
- [29] G. Mavrotas, O. Pechak, E. Siskos, H. Doukas, and J. Psarras, "Robustness analysis in Multi-Objective Mathematical Programming using Monte Carlo simulation," *European Journal of Operational Research*, vol. 240, pp. 193–201, 2015.
- [30] J.M. Mulvey, R.J. Vanderbei, and S.A. Zenios, "Robust optimization of large scale systems," *Operations Research*, vol. 43(2), pp. 264–281, 1995.