

# کنترل ردیاب کوادروتور با استفاده از کنترل مد لغزشی تطبیقی مبتنی بر شبکه‌های عصبی چبیشف

محسن خاشعی ورنامخواستی<sup>۱</sup>، کارشناس ارشد؛ خوشنام شجاعی ارانی<sup>۲</sup>، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران - mkhashei@sel.iaun.ac.ir

۲- مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران - shojaei@pel.iaun.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، روشی برای کنترل کوادروتور براساس کنترل مد لغزشی با استفاده از شبکه‌های عصبی چبیشف پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی ترکیبی از روش کنترل مدل لغزشی و تخمینگر شبکه عصبی چبیشف می‌باشد که در آن وزن‌های شبکه عصبی به صورت بلادرنگ با استفاده از تکنیک‌های کنترل تطبیقی مقاوم به‌روزرسانی می‌شوند. در این پژوهش، مدل دینامیکی کوادروتور به‌منظور کنترل ردیابی وضعیت و زاویه کوادروتور به دو زیرسیستم تقسیم شده است: یک زیرسیستم تحریک کامل و دیگری تحریک نقصانی. برای زیرسیستم اول، سطوح لغزش تنها با استفاده از خطای ردیابی یکی از متغیرهای حالت طراحی می‌شوند و برای زیرسیستم دوم، سطوح لغزش با ترکیب خطی از دو متغیر حالت تعریف می‌شوند. در این مقاله، پایداری سیستم به‌وسیله تکنیک‌های مبتنی بر تئوری لیاپانوف تحلیل می‌گردد و با استفاده از نتایج شبیه‌سازی صحت عملکرد کنترل‌کننده نشان داده خواهد شد.

**واژه‌های کلیدی:** کوادروتور، کنترل مد لغزشی، شبکه‌های عصبی چبیشف، کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم.

## Tracking Control of Quadrotor by using Adaptive Sliding-Mode Control based on Chebyshev Neural Networks

Mohsen Khashei Varnamkhasti<sup>1</sup>, MSc; Khoushnam Shojaei Arani<sup>2</sup>, Assistant Professor

1- Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran,

Email: mkhashei@sel.iaun.ac.ir

2- Digital Processing and Machine Vision Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran,

Email: shojaei@pel.iaun.ac.ir

**Abstract:** In this paper, a method is proposed for the control of a quadrotor based on sliding mode control by using Chebyshev neural networks. The proposed approach is a combination of the sliding mode controller and the Chebyshev neural network approximator that the neural network weights are tuned in real-time by using robust adaptive techniques. In this research, the dynamic model of the quadrotor is divided into two subsystems for the purpose of the position and orientation tracking control: a fully-actuated subsystem and an underactuated subsystem. For the former, the sliding surfaces are designed by using one state variable, and for the latter, the sliding manifolds are defined by a linear combination of two state variables. In this paper, the system stability is analyzed by Lyapunov theory-based techniques and the accuracy of the controller performance will be illustrated by the simulation results.

**Keywords:** Quadrotor, sliding mode control, chebyshev neural networks, adaptive control, robust control.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۰۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۱۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۲۱

نام نویسنده مسئول: خوشنام شجاعی ارانی

نشانی نویسنده مسئول: دانشکده مهندسی برق، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

## ۱- مقدمه

هدف از این مقاله، طراحی یک سامانه کنترل ردیاب برای کوادروتور<sup>۱</sup> با شش درجه آزادی می‌باشد. کوادروتور یک سیستم تحریک ناقص<sup>۲</sup> است که شش درجه آزادی و تنها چهار ورودی کنترلی دارد. برای حل مسئله ردیابی کوادروتور، روش‌های بسیاری پیشنهاد شده است. اما تمامی این روش‌ها از مدل دینامیکی دقیق و بردار حالت کامل کوادروتور برای طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌کنند و بدین جهت نیاز به مدل دینامیکی دقیق و اندازه‌گیری بردار حالت با دقت بسیار بالا دارند.

در طی سال‌های اخیر، تلاش‌های زیادی برای کنترل سیستم‌های غیر خطی به وسیله کنترل‌کننده‌های مد لغزشی<sup>۳</sup> صورت گرفته است [۳۵-۱]. یکی از ویژگی‌های مهم کنترل‌کننده‌های مد لغزشی، تغییرناپذیر بودن آن‌ها می‌باشد. مقاوم بودن به معنی رسیدن به هدف مورد نظر طراح در شرایط نامطلوب و تغییرناپذیری یعنی، رسیدن به نتیجه مطلوب بدون آنکه سیستم تحت تأثیر نویز، اغتشاش و یا نامعینی قرار گیرد [۲۱]. توجه کنید که تغییر ناپذیری، قویتر از مقاوم بودن است. به‌خاطر این ویژگی، کنترل‌کننده مد لغزشی ابزاری مهم جهت مقابله با نامعینی‌های ساختاری یا غیر ساختاری، اغتشاش و نویز می‌باشد [۲-۴]. در [۵]، از یک کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه دوم به‌منظور کنترل کوادروتور استفاده شده است و در [۶]، از یک کنترل‌کننده مد لغزشی و در [۷]، از یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی برای کنترل کوادروتور استفاده شده است. در [۳۶]، از یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی به‌منظور پایدارسازی کوادروتور در زمان محدود و در حضور نامعینی‌ها استفاده شده است. این کنترل‌کننده تضمین می‌کند که حالت‌های کوادروتور در زمان محدود به مبدأ همگرا می‌شوند. در [۳۷]، از کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایدارسازی زمان محدود و مقاوم کوادروتور استفاده شده است. هدف از این روش، ارائه یک کنترل‌کننده مقاوم نسبت به اغتشاش خارجی و عدم قطعیت‌های نامعلوم سیستم است. در [۳۸]، از کنترل مد لغزشی مبتنی بر روش برگشت به عقب کوادروتور با حذف اثر اغتشاش بار و تخمین اینرسی به روش تطبیقی برای کنترل کوادروتور استفاده شده است، که در آن دینامیک تخمین ضریب جبران‌ساز بار و پارامترهای اینرسی جهت کاهش اثر این اغتشاش و نامعینی با روش تطبیقی مبتنی بر تئوری لیاپانوف محاسبه شده‌اند.

مهم‌ترین مشکل کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پدیده‌ای به‌نام چترینگ می‌باشد. چترینگ نوسان‌های فرکانس بالا می‌باشد که باعث هدررفت توان، در مدارات الکتریکی، و تحریک دینامیک‌های مدل‌نشده می‌شود که برای حذف یا کاهش آن معمولاً از چهار روش استفاده می‌شود: لایه مرزی، لایه مرزی تطبیقی، مد لغزشی مرتبه بالا و دینامیکی [۳-۱].

یک روش معمول برای حل مسئله دینامیک‌های غیرخطی استفاده از شبکه‌های عصبی می‌باشد. به‌نحوی که وزن‌های شبکه به‌صورت بلادرنگ و با استفاده از تکنیک‌های کنترل تطبیقی به‌روز شوند که در [۱۵، ۲۲]

دو نمونه استفاده از این روش شرح داده شده است. چندین مدل کنترل‌کننده با استفاده از شبکه عصبی برای کنترل کوادروتور پیشنهاد شده‌اند [۲۷-۲۳].

شبکه عصبی چپیشف<sup>۴</sup>، یک شبکه پیوند کار بردی<sup>۵</sup> است، که ورودی‌های آن به‌وسیله تعداد محدودی از جملات چندجمله‌ای چپیشف تولید می‌شوند و ثابت شده‌است که قابلیت همگرایی و تخمین تابع<sup>۶</sup> بسیار خوبی دارد [۱۲]. این شبکه به‌خاطر یک‌لایه بودنش از نظر بار محاسباتی نسبت به شبکه‌های عصبی چندلایه برتری دارد. در [۱۲، ۲۸]، به‌طور کامل در مورد خاصیت تخمین تابع به‌وسیله این شبکه عصبی بحث شده است.

در [۱۰]، از شبکه عصبی چپیشف در یک کنترل‌کننده فیدبک خروجی تطبیقی برای کنترل وضعیت و زاویه فضاپیما استفاده شده است و در [۱۱]، از ترکیب شبکه عصبی چپیشف با کنترل‌کننده مد لغزشی پایانه، برای کنترل همان دستگاه استفاده شده است. در [۱۵]، از شبکه عصبی چپیشف در ترکیب با کنترل مد لغزشی برای کنترل یک TRMS<sup>۷</sup> استفاده شده است.

در این مقاله، روشی برای کنترل وضعیت و زاویه یک کوادروتور پیشنهاد شده است که در آن یک کنترل مد لغزشی به‌کار گرفته شده است و در این کنترل‌کننده، شبکه عصبی چپیشف به‌عنوان تخمین‌گر نامعینی‌های سیستم مورد استفاده قرار گرفته است که به‌صورت بلادرنگ و با استفاده از یک قانون تطبیقی مقاوم<sup>۸</sup>، وزن‌های آن به‌روزرسانی می‌شوند. در این کنترل‌کننده، از کنترل مد لغزشی مبتنی بر یک قانون لغزش<sup>۹</sup> استفاده شده است که از مزایای آن می‌توان به سادگی طراحی و افزایش سرعت در زمان دور بودن حالت‌ها از سطح لغزش و افزایش دقت در زمان نزدیک شدن آن‌ها به سطح لغزش و کاهش چترینگ در این روش اشاره کرد. همچنین، استفاده از شبکه عصبی چپیشف در این روش نیاز به مدل دینامیکی دقیق و محاسبات سنگین را از بین برده و به سادگی و با سرعت و دقت مناسب مقادیر تخمینی مدل دینامیکی را در اختیار کنترل‌کننده قرار می‌دهد. این مقادیر با گذشت زمان و به‌لطف قانون به‌روزرسانی بلادرنگ وزن‌های شبکه، دقیق‌تر می‌گردند و خطای ردیابی بسیار کوچک می‌شود. همچنین، یک تحلیل پایداری مبتنی بر روش لیاپانوف نیز ارائه شده است و نشان داده شده است که دستگاه با استفاده از کنترل‌کننده طراحی شده، پایدار از نوع یکنواخت در نهایت محدود<sup>۱۰</sup> است.

## ۲- ساختار مقاله

ساختار این مقاله در ادامه به‌صورت زیر سازمان‌دهی شده است: مدل‌سازی دینامیک‌های پروازی کوادروتور در بخش ۳ آمده است. ساختار شبکه عصبی چپیشف و برخی مقدمات در این مورد در بخش ۴ بیان شده‌اند. فرآیند طراحی کنترل‌کننده در بخش ۵ آمده است و در بخش ۶ تحلیل پایداری کنترل‌کننده مبتنی بر تئوری لیاپانوف ارائه می‌گردد. در بخش ۷، نتایج شبیه‌سازی‌های کامپیوتری برای چندین

که  $F_i = b \Omega_i^2$  ها رانش ایجاد شده به وسیله چهار موتور هستند.  $b$  ضریب برخواستن و  $d$  فاکتور کشش می باشد و  $(i=1, \dots, 4)$  سرعت زاویه ای پروانه ها هستند.

#### ۴- ساختار شبکه عصبی

ساختار شبکه عصبی مورد استفاده در این مقاله یک شبکه عصبی چبیشف یک لایه می باشد. شبکه عصبی چبیشف از خانواده شبکه های عصبی پیوند کاربردی می باشد، که در ابتدا به وسیله پائو [۸] پیشنهاد شدند و بر مبنای چند جمله ای های چبیشف استوار می باشد. چند جمله ای های چبیشف، دسته ای از چند جمله ای های متعامد می باشند که از حل معادله دیفرانسیل چبیشف مشتق شده اند [۱۴]. یک راه برای تخمین توابع استفاده از سری های توانی کوتاه است. گسترش سری توانی می تواند یک تابع را در نقاط نزدیک محل گسترش، با خطای بسیار کم نمایش دهد. اما این خطا با دور شدن از محل گسترش افزایش می یابد. سری های چبیشف می توانند تخمین توابع را با دقت و سرعت بالا محاسبه کنند. بنابراین، اخیراً از آنها در زمینه تخمین توابع به شکل گسترده ای استفاده می شود و در مقایسه با سری های توانی هم درجه بسیار کارآمدتر هستند.

در بین چند جمله ای های متعامد هم چند جمله ای های چبیشف جایگاه بسیار مهمی دارند. زیرا در مورد گروه وسیعی از توابع، بسط در چند جمله ای چبیشف بسیار سریع تر از بسط در دیگر چند جمله ای های متعامد همگرا می شود. بنابراین، در این مقاله از چند جمله ای های چبیشف به عنوان توابع پایه ای شبکه عصبی استفاده می شود. چند جمله ای های چبیشف با استفاده از فرمول بازگشتی زیر که به نام فرمول دوجمله ای معروف است، به دست می آیند [۱۰]:

$$T_{i+1}(x) = 2xT_i(x) - T_{i-1}(x), T_0(x) = 1 \quad (3)$$

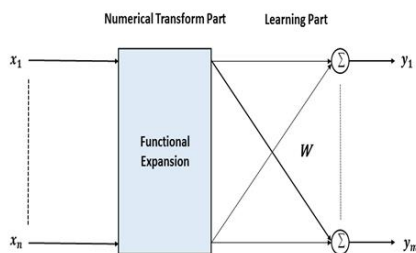
که  $T_1(x)$  می تواند به یکی از صورت های زیر انتخاب شود:

$$x, 2x, 2x-1, 2x+1$$

در این پژوهش، از  $T_1(x) = x$  استفاده می شود. برای مثال، یک الگوی افزایش یافته با استفاده از چند جمله ای های چبیشف برای  $X \in \mathbb{R}^2$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\xi(X) = (1, T_1(x_1), \dots, T_n(x_1), T_1(x_2), \dots, T_n(x_2)) \quad (4)$$

که در آن  $T_i(x_j)$ ,  $(i=1, \dots, n, j=1, 2)$  بیانگر یک چند جمله ای چبیشف از درجه  $n$  و  $\xi(X)$  توابع پایه آن هستند.

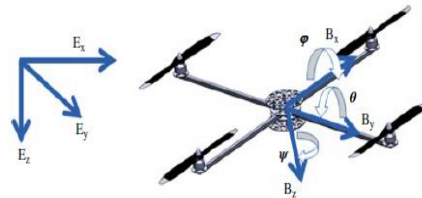


شکل ۲: ساختار شبکه عصبی

سناریوی مختلف به همراه یک مقایسه با کنترل کننده پیشنهادی در مرجع [۵]، نمایش داده خواهند شد. در نهایت، در بخش ۸ نتیجه گیری و برخی پیشنهادات ارائه خواهد شد.

#### ۳- مدل دینامیکی کوادروتور

در شکل شماره ۱ می توانید ساختار یک کوادروتور را مشاهده نمایید.



شکل ۱: ساختار کوادروتور [۵]

معادلات دینامیکی کوادروتورها از طریق روش لاگرانژ قابل محاسبه هستند و یک مدل ساده شده از آنها در [۷-۵] به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi) u_1 - \frac{K_1 \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi - \sin \varphi \cos \psi) u_1 - \frac{K_2 \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} &= \frac{1}{m} (\cos \varphi \cos \theta) u_1 - g - \frac{K_3 \dot{z}}{m} \\ \ddot{\theta} &= \psi \dot{\varphi} \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\varphi} \Omega_r + \frac{l}{I_y} u_3 - \frac{K_5}{I_y} \dot{\theta} \\ \ddot{\varphi} &= \theta \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega_r + \frac{l}{I_x} u_2 - \frac{K_4}{I_x} \dot{\varphi} \\ \ddot{\psi} &= \dot{\varphi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4 - \frac{K_6}{I_z} \dot{\psi} \end{aligned} \quad (1)$$

که در این معادلات  $(x, y, z)$  نشان دهنده موقعیت و  $(\varphi, \theta, \psi)$  زوایای اویلر هستند که به ترتیب به نام زاویه های غلتش  $(\varphi)$ ، پیچش  $(\theta)$  و چرخش  $(\psi)$  شناخته می شوند. به علاوه،  $m$  جرم کوادروتور و  $g$  شتاب جاذبه زمین می باشد. همچنین،  $l$  نصف طول کوادروتور و  $I_x, I_y, I_z$  اینرسی در راستای محورهای سه گانه مختصاتی و  $J_r$  اینرسی پروانه هستند. به علاوه،  $K_i (i=1, \dots, 4)$  ضریب کشش و  $u_i (i=1, \dots, 4)$  ورودی های کنترلی مجازی می باشند که به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} u_1 &= (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) \\ u_2 &= (-F_2 + F_4) \\ u_3 &= (-F_1 + F_4) \\ u_4 &= \frac{d}{b} (-F_1 + F_2 - F_3 + F_4) \\ \Omega_r &= \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4 \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_3 = \dot{\theta} \psi \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega_r - \frac{K_4}{I_x} \dot{\phi}, g_3 = \frac{l}{I_x}$$

$$f_4 = \frac{1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_1 - \frac{K_1 \dot{x}}{m}, g_4 = 0$$

$$f_5 = \dot{\psi} \dot{\phi} \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega_r - \frac{K_5}{I_y} \dot{\theta}, g_5 = \frac{l}{I_y} u_3$$

$$f_6 = \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} - \frac{K_6}{I_z} \dot{\psi}, g_6 = \frac{l}{I_z}$$

مسأله کنترلی در این مقاله، ردیابی موقعیت و زاویه کوادروتور به وسیله طراحی کنترل کننده مد لغزشی با استفاده از شبکه‌های عصبی چبیشف است. در ابتدا، به منظور طراحی کنترل کننده مد لغزشی سطوح لغزش به صورت زیر انتخاب می‌شوند [۵]:

$$s_1 = c_z(z_d - z) + (\dot{z}_d - \dot{z})$$

$$s_2 = c_1(\dot{x}_d - \dot{x}) + c_2(x_d - x) + c_3(\dot{q}_d - \dot{q}) + c_4(q_d - q) \quad (9)$$

$$s_3 = c_5(\dot{y}_d - \dot{y}) + c_6(y_d - y) + c_7(\dot{f}_d - \dot{f}) + c_8(f_d - f)$$

$$s_4 = c_y(y_d - y) + (\dot{y}_d - \dot{y})$$

و همه سطوح لغزش در غالب بردار سطوح لغزش  $S = [s_1, s_2, s_3, s_4]^T$ ,  $S \in \mathbb{R}^4$  که در این معادلات، ضرایب سطوح سوئیچینگ به فرم زیر انتخاب می‌شوند [۵]:

$$c_z, c_\psi > 0$$

$$c_1 = \frac{11m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}, c_2 = \frac{6m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}$$

$$c_3 = 1, c_4 = 6 \quad (10)$$

$$c_5 = \frac{-11m}{u_1 \cos \psi}, c_6 = \frac{-6m}{u_1 \cos \psi}$$

$$c_7 = 1, c_8 = 6$$

برای به دست آوردن ضرایب بالا، معادله مشخصه مطلوب به صورت  $(\lambda+1)(\lambda+2)(\lambda+3) = 0$  در نظر گرفته شده است. به منظور طراحی کنترل کننده از قانون لغزش توانی گائو [۴]، استفاده می‌گردد.

$$\dot{s}_i = -k_{ui} |s_i|^\alpha \text{sign}(s_i), \quad i = 1, \dots, 4 \quad (11)$$

حال، می‌توان معادله بالا را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\dot{S} = -K \text{Sign}(S) \quad (12)$$

که در این معادله،  $K$  و  $M$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$K = \begin{bmatrix} k_{u1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & k_{u4} \end{bmatrix}, K \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

$$M = \begin{bmatrix} |s_1|^\alpha & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & |s_4|^\alpha \end{bmatrix}, 0 < \alpha < 1$$

برای سطح لغزش اول، می‌توان نوشت:

همان گونه که در شکل ۲ دیده می‌شود، ساختار این شبکه‌ها از دو بخش تشکیل شده است: بخش اول به نام تبدیل عددی و یا جریان (گسترش) تابعی شناخته می‌شود و وظیفه افزایش بُعد ورودی را برعهده دارد و این وظیفه به وسیله چند جمله‌ای‌های چبیشف انجام می‌شود. با افزایش بُعد ورودی لایه مخفی که در شبکه‌های عصبی چندلایه وجود داشت، حذف می‌گردد و بدین سبب ساختار شبکه ساده و تک‌لایه می‌شود [۷].

بخش دوم، بخش یادگیری نام‌گذاری شده است و همانند یک شبکه عصبی تک‌لایه عمل کرده و می‌توان وزن‌های آن را با الگوریتم‌های مختلف آموزش داد.

خروجی شبکه عصبی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Y = W \xi^T \quad (5)$$

طبق خاصیت تخمین تابع شبکه عصبی، اگر  $F(x) \in \mathbb{R}^n$  تابعی غیرخطی باشد، می‌توان آن را به وسیله CNN طبق رابطه زیر تخمین زد:

$$F(x) = W \xi^T(x) + \varepsilon \quad (6)$$

که در این رابطه  $\varepsilon$  خطای تخمین شبکه عصبی و کران دار است و  $W$  ماتریس وزن‌های بهینه شبکه عصبی می‌باشد.

**تذکر ۱:** شبکه‌های عصبی چبیشف در مقایسه با شبکه‌های عصبی پایه‌شعاعی مزایایی دارند که در اینجا تنها به دو مورد از برتری‌های آنها اشاره می‌شود.

- استفاده از توابع خطی در ساختار شبکه‌های عصبی چبیشف در مقایسه با توابع غیر خطی مورد استفاده در ساختار شبکه‌های عصبی پایه شعاعی.
- فرآیند آموزش وزن‌ها در CNN به دلیل یک‌لایه بودن این شبکه عصبی به نسبت RBF که دو لایه برای آموزش دیدن دارد، بسیار ساده‌تر است که این خود از پیچیدگی ساختار و طراحی کنترل کننده می‌کاهد.

## ۵- طراحی کنترل کننده

به منظور طراحی کنترل کننده، معادلات را به شکل زیر بازنویسی می‌شود [۷]:

$$\begin{cases} \dot{z} = f_1 + g_1 u_1 \\ \dot{y} = f_2 + g_2 u_2 \\ \dot{\phi} = f_3 + g_3 u_2 \\ \dot{x} = f_4 + g_4 u_3 \\ \dot{\theta} = f_5 + g_5 u_3 \\ \dot{\psi} = f_6 + g_6 u_4 \end{cases} \quad (7)$$

که در این معادلات، روابط مربوط به توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است:

$$f_1 = -g - \frac{K_3 \dot{z}}{m}, g_1 = \frac{1}{m} (\cos \varphi \cos \theta) \quad (8)$$

$$f_2 = \frac{1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi - \sin \phi \cos \psi) u_1 - \frac{K_2 \dot{y}}{m}, g_2 = 0$$

**تعریف ۱-۵ [۳۲]:** مجموعه پاسخ‌های  $\dot{x} = f(t, x)$  را یکنواخت در نهایت کراندار می‌گویند، اگر ثابت‌های مثبت  $b$  و  $c$  وجود داشته باشند و برای هر  $\alpha \in (0, c)$ ، یک ثابت بزرگتر از صفر  $T = T(\alpha)$  موجود باشد، به نحوی که اگر  $\|x(t_0)\| < \alpha$ ، در نتیجه،  $\|x(t)\| \leq b, \forall t \geq t_0 + T$  باشد.

**قضیه ۱-۵:** کوادروتوری با کنترل‌کننده مد لغز شی - تطبیقی برمبنای شبکه عصبی چبیشف را در نظر بگیرید که با معادلات (۱) و صف می‌شود و هر سه فرض بالا را برآورده می‌کند. اگر قانون به‌روزرسانی وزن‌های شبکه به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\dot{W} = \eta S^T \xi(x) - \rho \|S\| \hat{W} \quad (18)$$

که این قانون وزن‌ها را به صورت آنلاین، و با استفاده از قانون تطبیقی با روش اصلاح خطا<sup>۱۱</sup> به‌روزرسانی می‌کند و در آن  $\eta$  نرخ یادگیری و  $\rho$  عددی مثبت و کوچک می‌باشد، آنگاه سطح لغزش  $S$  و خطای تخمین وزن‌ها، یعنی  $\hat{W}$ ، به طور یکنواخت در نهایت کراندار هستند.

**اثبات:** تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V = \frac{1}{2} S^T S + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \hat{W}^T \eta^{-1} \hat{W} \} \quad (19)$$

با مشتق‌گیری از آن، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V} = S^T \left( \hat{W} \xi^T(x) + \varepsilon - KMSign(S) \right) + \text{tr} \{ -\hat{W}^T \eta^{-1} \dot{\hat{W}} \} \quad (20)$$

با جایگذاری معادلات (۱۵)-(۱۸) در (۲۰)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V} = S^T \hat{W} \xi^T(x) + S^T \varepsilon - S^T KMSign(S) + \text{tr} \{ -\hat{W}^T S^T \xi(x) + \eta^{-1} \rho \|S\| \hat{W}^T \hat{W} \}$$

برای هر دو بردار هم بعد  $a$  و  $b$  رابطه  $a^T b = \text{tr} \{ ba^T \}$  برقرار است. با استفاده از این رابطه، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S^T \hat{W} \xi^T(x) = \text{tr} \{ \hat{W}^T S^T \xi(x) \} \quad (21)$$

با جایگذاری (۲۱) در معادلات قبلی معادله زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \varepsilon - S^T KMSign(S) + \\ &\text{tr} \{ -\hat{W}^T S^T \xi(x) + \hat{W}^T S^T \xi(x) \} \\ &+ \text{tr} \{ \eta^{-1} \rho \|S\| \hat{W}^T \hat{W} \} \end{aligned}$$

با بهره‌گیری از نامساوی یانگ، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} S^T \varepsilon &\leq \|S^T \varepsilon\| \leq \|S\| \|\varepsilon\| \leq \varepsilon_m \|S\| \\ &\leq 0.5 \|S\|^2 + 0.5 \|\varepsilon_m\|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

از نامساوی زیر استفاده می‌گردد [۳۵]:

$\dot{s}_1 = -k_{u1} |s_1|^\alpha \text{sign}(s_1)$  و با قراردادن (۸) در (۱۱)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$c_z (\dot{z}_d - \dot{z}) + \ddot{z}_d - f_1 - g_1 u_1 + k_{u1} |s_1|^\alpha \text{sign}(s_1) = 0$$

و از اینجا، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$u_1 = \frac{1}{g_1} \left( -\hat{f}_1 + c_z (\dot{z}_d - \dot{z}) + \ddot{z}_d + k_{u1} |s_1|^\alpha \text{sign}(s_1) \right) \quad (13)$$

نیز محاسبه می‌شوند:  $u_2, u_3$  و  $u_4$  و به همین ترتیب مقادیر

$$\begin{aligned} u_2 &= (-\hat{f}_2 + \ddot{\theta}_d + c_1 (\ddot{x}_d - \ddot{x}) + c_2 (\dot{x}_d - \dot{x}) \\ &\quad + c_1 (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + k_{u2} |s_2|^\alpha \text{sign}(s_2)) / c_3 g_5 \\ u_3 &= (-\hat{f}_3 + \ddot{\theta}_d + c_1 (\ddot{y}_d - \ddot{y}) + c_2 (\dot{y}_d - \dot{y}) \\ &\quad + c_1 (\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + k_{u3} |s_3|^\alpha \text{sign}(s_3)) / c_3 g_3 \\ u_4 &= (-\hat{f}_4 + \ddot{\psi}_d + c_1 (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \\ &\quad + k_{u4} |s_4|^\alpha \text{sign}(s_4)) / g_6 \end{aligned}$$

در این معادلات،  $\hat{f}_i$  ها تخمین  $f_i, i = 1, \dots, 6$  می‌باشند و به وسیله شبکه عصبی محاسبه می‌شوند. با قراردادن  $u$  های کنترلی در معادلات بالا، رابطه زیر را داریم:

$$\dot{S} = f - \hat{f} - KMSign(S) \quad (14)$$

که  $\hat{f}$  و  $f$  را می‌توان این گونه نشان داد:

$$f = W \xi^T(x) + \varepsilon, \quad (15)$$

که در این روابط  $\varepsilon$  خطای تخمین شبکه عصبی و کران دار است،  $W$  ماتریس وزن‌های بهینه شبکه عصبی و  $\hat{W}$  تخمین آن است. بنابراین، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{S} = \tilde{W} \xi^T(x) + \varepsilon - KMSign(S) \quad (16)$$

که در این رابطه  $\tilde{W} = W - \hat{W}$  می‌باشد.

## ۶- تحلیل پایداری

برای بررسی پایداری سیستم با استفاده از کنترل‌کننده پیشنهادی، از سه فرض که در ادامه می‌آیند، استفاده می‌شود.

**فرض ۱-۵:** ماتریس وزن‌های بهینه  $W$  کراندار می‌باشد.

$$\|W\|_F^2 = \text{tr} \{ W^T W \} \leq W_m \quad (17)$$

**فرض ۲-۵:** خطای تخمین شبکه عصبی کراندار می‌باشد، یعنی،  $\|\varepsilon\| \leq \varepsilon_m$  که  $\varepsilon_m$  یک ثابت مثبت می‌باشد.

**فرض ۳-۵:** مسیر مطلوب و مشتقاتش تا مرتبه سوم موجود بوده و کراندار می‌باشند [۱۰].

$$\sum_{i=1}^4 k_{ui} |s_i|^{1+\alpha} \geq \sigma \left( \sum_{i=1}^4 s_i^2 \right)^\gamma = \sigma (S^T S)^\gamma$$

$$= \sigma (\|S\|^2)^\gamma \quad (27)$$

$$\gamma = \frac{1+\alpha}{2}, \sigma = K_{\min}, K_{\min} = \min(k_{ui})$$

با فاکتور گرفتن از  $\|S\|$ ، می توان نوشت:

$$\dot{V} \leq -\|S\| \left[ \sigma \|S\|^\alpha + \eta^{-1} \rho \left( \|\tilde{W}\|_F^2 - \|\tilde{W}\|_F W_m \right) - \varepsilon_m \right] \quad (28)$$

تا زمانی که عبارت داخل پرانتز مثبت باشد،  $\dot{V}$  منفی است. با مربع کامل کردن عبارت داخل پرانتز، به دست می آید:

$$\sigma \|S\|^\alpha + \eta^{-1} \rho \left( \|\tilde{W}\|_F^2 - \|\tilde{W}\|_F W_m \right) - \varepsilon_m = \quad (29)$$

$$\sigma \|S\|^\alpha - \varepsilon_m + \eta^{-1} \rho \left( \|\tilde{W}\|_F - 0.5W_m \right)^2 - 0.25\eta^{-1} \rho W_m^2$$

عبارت (۲۹) تا زمانی که یکی از شرطهای زیر برقرار باشند، مثبت است:

$$\|S\| \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_m + 0.25\eta^{-1} \rho W_m^2}{\sigma}} \equiv b_s \quad (30)$$

$$\|\tilde{W}\|_F \geq 0.5W_m + \sqrt{\frac{0.25\eta^{-1} \rho W_m^2 + \varepsilon_m}{\eta^{-1} \rho}} \equiv b_w \quad (31)$$

با برقراری شرطهای بالا،  $\dot{V}$  در خارج از این مجموعه منفی معین است و در نتیجه  $\|S\|$  و  $\|\tilde{W}\|_F$  یکنواخت و در نهایت کراندار می باشند. این نتیجه اثبات را تکمیل می کند. در (۳۰)، می بینیم که با انتخاب مقادیر بزرگ برای  $\sigma$  مقدار  $\|S\|$  و در نتیجه مرزهای خطای ردیابی کوچک می شوند. بنابراین، می توان حدود خطای ردیابی را با انتخاب بهره های کنترل کننده، کنترل نمود.

## ۷- ارائه نتایج شبیه سازی

در این بخش، برای شبیه سازی از یک کوادروتور با مشخصاتی که در جدول ۱ آورده شده استفاده می شود.

**تذکره ۲:** از آنجایی که در این مقاله از یک قانون تطبیقی در (۱۸) برای به روز رسانی وزن ها به صورت آنلاین استفاده شده است، مقادیر اولیه وزن ها مطابق با مقالات پیشین نظیر مرجع [۳۳] می توانند به صورت سعی و خطا و براساس تجربه برای دستیابی به بهترین عملکرد انتخاب شوند. ساده ترین انتخاب برای مقادیر اولیه وزن ها در این مقاله صفر می باشد. مسلماً هر چه مقادیر اولیه وزن ها به مقادیر واقعی نزدیک تر انتخاب شوند، عملکرد گذرای سیستم کنترل بهتر خواهد بود. بنابراین، برای بهبود عملکرد گذرای سیستم می توان مقادیر اولیه وزن ها را با روش سعی و خطا آنقدر تغییر داد تا بهترین عملکرد به دست آید. مقادیر سایر پارامترهای کنترلی نیز در روابط (۱۱) و (۱۸) با تکرار بر اساس سعی و خطا به صورت  $\rho=0.05$ ،  $\eta=0.01$  و  $\alpha=0.5$  انتخاب شده اند.

$$\begin{aligned} \text{tr} \{ \tilde{W}^T \tilde{W} \} &= \text{tr} \{ \tilde{W}^T (W - \tilde{W}) \} \\ &\leq \|\tilde{W}\|_F W_m - \|\tilde{W}\|_F^2 \\ &\leq \frac{1}{2} W_m^2 - \frac{1}{2} \|\tilde{W}\|_F^2 \end{aligned} \quad (23)$$

با ساده سازی و قراردادن روابط بالا در  $\dot{V}$ ، نتیجه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \varepsilon_m \|S\| - S^T KMSign(S) + \\ &\eta^{-1} \rho \|S\| \left( \|\tilde{W}\|_F W_m - \|\tilde{W}\|_F^2 \right) \end{aligned}$$

**لم ۱ [۳۴]:** فرض کنید  $a_1 > 0, a_2 > 0, 0 < c < 1$  باشند، آنگاه نامساوی زیر برقرار است:

جدول ۱: مشخصات کوادروتور		
متغیر	مقدار	واحد
$m$	۱٫۱	kg
$l$	۰٫۲۱	m
$I_x = I_y$	۱٫۲۲	$\frac{Ns^2}{rad}$
$I_z$	۲٫۲	$\frac{Ns^2}{rad}$
$K_1 = K_2 = K_3$	۰٫۱	$\frac{Ns}{rad}$
$K_4 = K_5 = K_6$	۰٫۱۲	$\frac{Ns}{rad}$
$b$	۵	$\frac{Ns^2}{ms^2}$
$d$	۲	$\frac{N}{ms^2}$
$J_r$	۰٫۲	$\frac{Ns^2}{rad}$
$m$	۱٫۱	kg
$l$	۰٫۲۱	m

$$(a_1 + a_2)^c \leq a_1^c + a_2^c \quad (24)$$

**لم ۲ [۳۴]:** فرض کنید  $a_1, a_2, \dots, a_n$  و  $0 < p < 2$  همگی

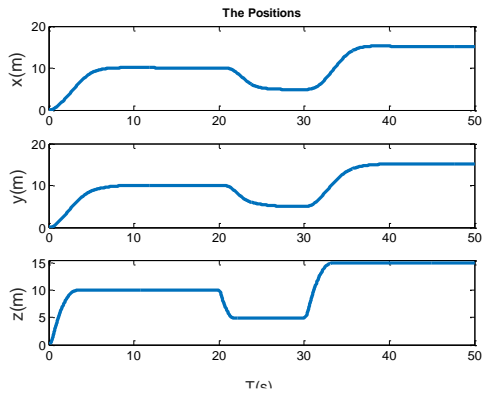
اعدادی مثبت باشند. بنابراین، نامساوی زیر برقرار است:

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)^p \leq (a_1^p + a_2^p + \dots + a_n^p)^2 \quad (25)$$

عبارت  $S^T KMSign(S)$  را به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} S^T KMSign(S) &= \sum_{i=1}^4 s_i k_{ui} |s_i|^\alpha \text{sign}(s_i) \\ &= \sum_{i=1}^4 k_{ui} |s_i|^{1+\alpha} \end{aligned} \quad (26)$$

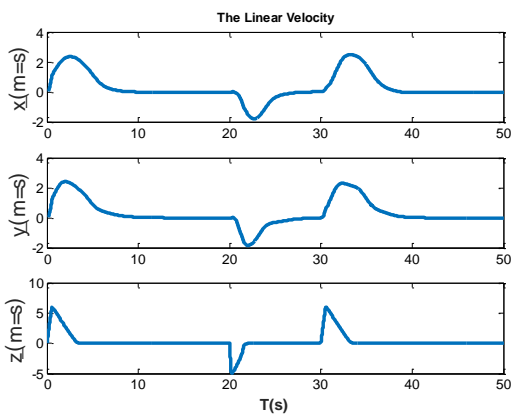
آنگاه، با استفاده از لم ۲، نتیجه زیر به دست می آید:



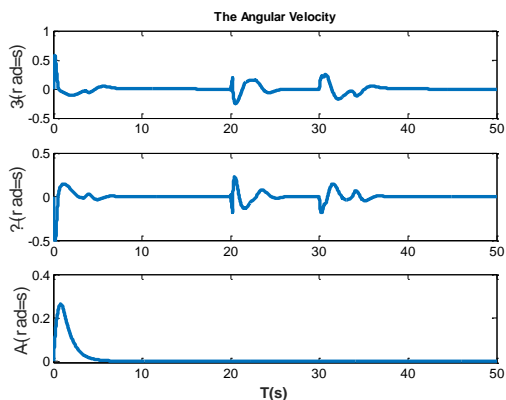
شکل ۵: موقعیت خطی

در شکل‌های ۴ و ۵ موقعیت کوادروتور در فضای سه بعدی و در فضای زاویه‌ای بر حسب زمان به نمایش در آمده است که همان‌گونه که دیده می‌شود در طی هر یک از تغییرات اعمال شده بر روی نقطه هدف، کوادروتور موفق شده است در باند خطایی نزدیک به صفر موقعیت و زاویه مطلوب را دنبال نماید.

در شکل‌های ۶ و ۷ سرعت کوادروتور به نمایش در آمده است که همان‌طور که در شبیه‌سازی‌ها مشخص است، با تغییر موقعیت و زاویه مطلوب، کوادروتور با سرعت شروع به اصلاح وضعیت خود می‌کند و با رسیدن به نزدیک موقعیت مطلوب سرعت تغییرات نیز کاهش می‌یابد. نکته مهم در تمام نمودارها همواری و نرمی سیگنال‌های موقعیت و سرعت است.



شکل ۶: سرعت خطی



شکل ۷: سرعت زاویه‌ای

دو سناریوی مختلف برای شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود و در ادامه نتایج هر یک از سناریوها آورده می‌شود.

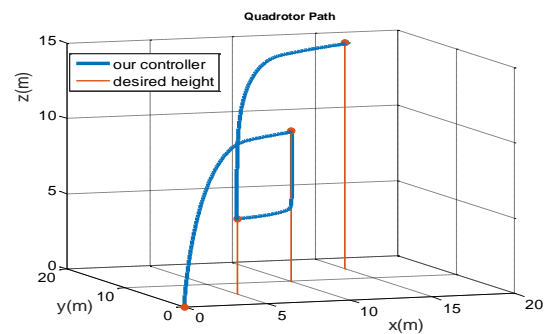
• سناریوی اول: در این سناریو پایداری کنترل‌کننده بررسی شود. به این منظور، فرمان مورد نظر حرکت کوادروتور از نقطه ابتدایی به مختصات:

$$(x, y, z) = (0, 0, 0), (\varphi, \theta, \psi) = (0, 0, 0)$$

به محل و زاویه مطلوب و ماندن در آن است که مختصات آن به‌قرار زیر است:

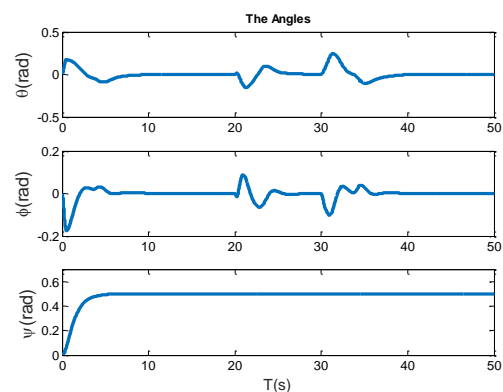
$$(x, y, z) = (10, 10, 10), (\varphi, \theta, \psi) = (0, 0, \pi / 6.28)$$

سپس، به کوادروتور فرمان داده می‌شود که به نقطه  $(x, y, z) = (5, 5, 5)$  حرکت نموده و در پایان، فرمان حرکت به نقطه  $(x, y, z) = (15, 15, 15)$  صادر می‌گردد که در ادامه نتایج آن را در شکل‌های ۳ تا ۹ مشاهده می‌کنید.



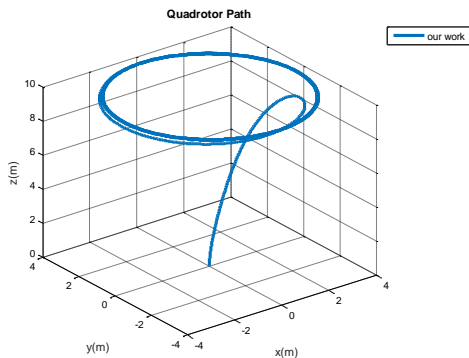
شکل ۳: مسیر حرکت کوادروتور ۱

در شکل ۳ مسیر حرکت کوادروتور در طی شبیه‌سازی به صورت سه‌بعدی به همراه ارتفاع مطلوب کوادروتور نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، کوادروتور با موفقیت در یک مسیر همواری فرمان کنترلی را دنبال کرده است.



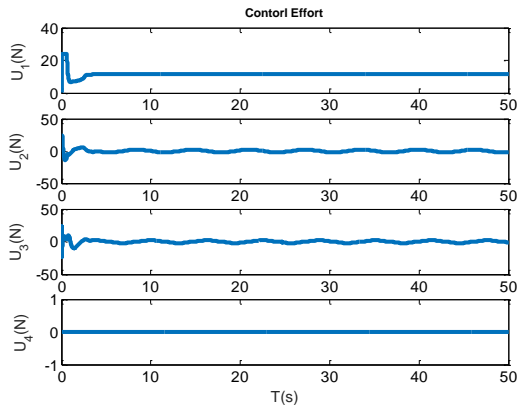
شکل ۴: موقعیت زاویه‌ای

در ادامه و در شکل های ۱۰ تا ۱۲ می توانید نتایج شبیه سازی مربوط به این سناریو را مشاهده نمایید.



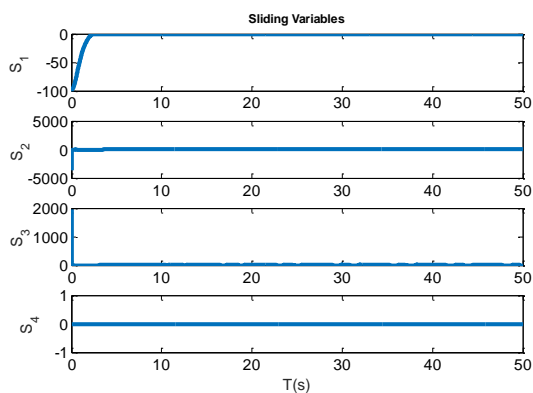
شکل ۱۰: مسیر حرکت کوادروتور

در شکل ۱۰ مسیر حرکت کوادروتور نمایش داده شده است. همانگونه که مشخص است، کنترل کننده موفق به هدایت کوادروتور در مسیر مطلوب گردیده است و خطای ردیابی به صورت مجانبی به کران کوچکی حول صفر همگرا شده است.

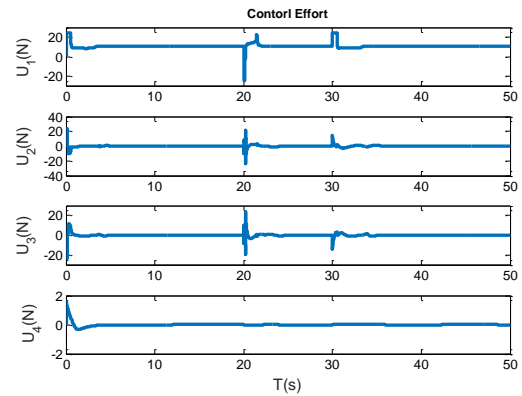


شکل ۱۱: نیروی کنترلی

در شکل ۱۱ نیروی کنترلی تولیدی نمایش داده شده است. مشاهده می شود که سیگنال کنترل تولید شده، سیگنالی هموار و بدون چترینگ است.

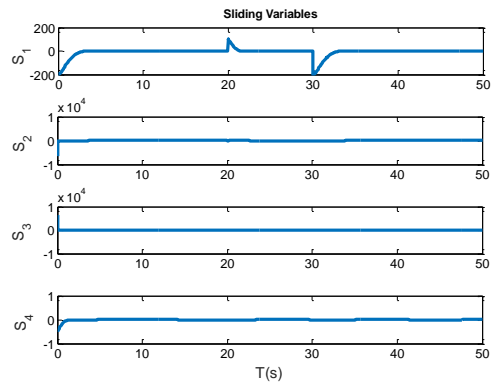


شکل ۱۲: متغیرهای لغزش



شکل ۸: نیروی کنترلی

در شکل ۸ سیگنال کنترلی نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می شود، این سیگنال کاملاً هموار و نرم بوده و پدیده چترینگ به کمک قانون کنترل و به روزرسانی وزن های معرفی شده، به خوبی از بین رفته است. مطابق با شکل ها، ملاحظه می شود که سیگنال های سیستم کنترل حلقه بسته کراندار هستند.



شکل ۹: متغیرهای لغزش

در شکل ۹ می توانید سطوح لغزش را مشاهده کنید که کنترل کننده موفق شده است که آنها را به نرمی به سمت صفر هدایت نماید و در آنجا نگه دارد. همان طور که در شکل های بالا مشاهده شد، کنترل کننده طراحی شده موفق شد که حالت ها را به نقطه مرجع مورد نظر برده و در آنجا نگه دارد و علی رغم تغییر چندین باره نقطه مرجع در طی شبیه سازی، کنترل کننده توانست هر بار سیستم را به نقطه مرجع جدید هدایت کرده و آن را به خوبی در محل تعیین شده نگه دارد.

● سناریوی دوم:

در این سناریو، قرار است که کوادروتور از موقعیت اولیه

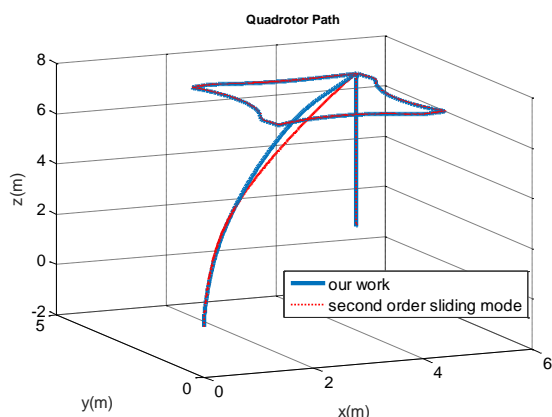
$$(x, y, z) = (0, 0, 0), (\varphi, \theta, \psi) = (0, 0, 0)$$

حرکت کرده و مسیر حرکتی مورد نظر را دنبال نماید. مسیر حرکت مورد نظر یک مسیر دایره ای به شرح زیر است:

$$(x, y, z) = (10, 3\sin(t), 3\cos(t))$$

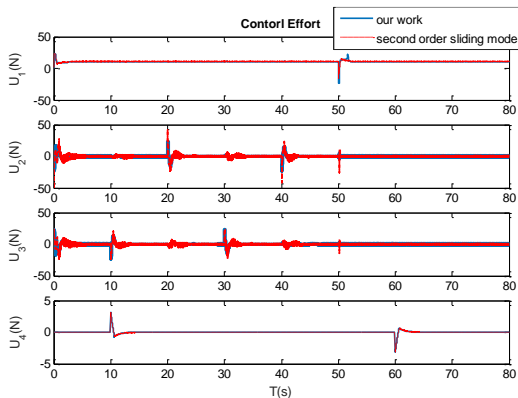
$$(\varphi, \theta, \psi) = (0, 0, 0)$$



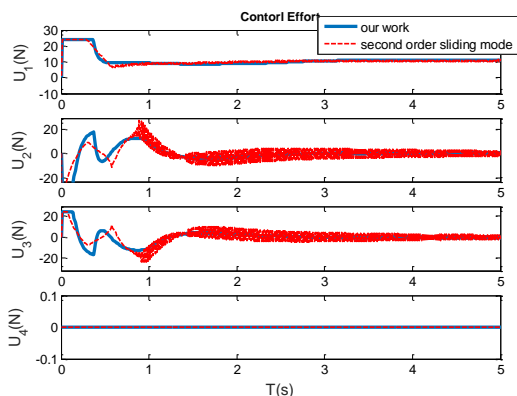


شکل ۱۳: مقایسه مسیر حرکت کوادروتور

دومین شکل نمایش داده شده در اینجا، نیروی کنترلی تولید شده برای هدایت کوادروتور در این مسیر می‌باشد که همان‌گونه که در این شکل ملاحظه می‌شود، سیگنال کنترلی کنترنده مد لغزشی مرتبه دوم (نمودار نقطه چین قرمز رنگ)، دچار چترینگ است که میزان آن در نقاطی که فرمان تغییر مسیر داده می‌شود، بسیار زیاد می‌شود. در حالی که کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله فاقد چترینگ است و سیگنال‌های کنترلی همواری را تولید کرده است که به لحاظ عملی حائز اهمیت می‌باشند. به منظور نمایش بهتر پدیده چترینگ، در شکل بعدی بخشی از سیگنال کنترلی در شکل ۱۴ بزرگنمایی شده است. شکل ۱۵ را ببینید.



شکل ۱۴: مقایسه نیروی کنترلی



شکل ۱۵: نیروی کنترلی تولید شده برای هر دو کنترل کننده

در شکل ۱۲ نیز می‌توانید متغیرهای لغزش را ملاحظه نمایید. در این شکل نشان داده شده است که متغیرهای لغزش به سطح صفر رسیده‌اند.

همچنان که از شکل‌ها مشخص است، در این سناریو نیز کنترل کننده موفق شد عمل ردیابی را به خوبی انجام دهد و حالت‌های کوادروتور حالت‌های مرجع را با موفقیت دنبال نمودند. در هر دو سناریو، پدیده چترینگ به طور کامل از بین رفته است و نیروی کنترلی کمی

جدول ۲: مسیر پروازی مطلوب

متغیرها	مقادیر	زمان
$(x_d, y_d, z_d)$	$(6, 6, 6) m$	0
	$(3, 6, 6) m$	10
	$(3, 3, 6) m$	20
	$(6, 3, 6) m$	30
	$(6, 6, 6) m$	40
	$(6, 6, 0) m$	50
$(\varphi_d, \theta_d, \psi_d)$	$(0, 0, 0.5) rad$	10
	$(0, 0, 0) rad$	60

برای رساندن و نگاه داشتن سطوح سوئیچینگ روی صفر مصرف شده است. در نتیجه، سرعت کوادروتور هم با توجه به فاصله آن از مختصات مطلوب تغییر می‌کند و با افزایش فاصله کوادروتور از آن نقطه، کنترل کننده سرعت دستگاه را افزایش می‌دهد و با نزدیک شدن به آن سرعت نیز کاهش می‌یابد تا عمل ردیابی بتواند با دقت انجام شود.

به منظور مقایسه روش کنترلی پیشنهاد شده در این مقاله با کارهای پیشین، در اینجا شبیه‌سازی کنترنده مد لغزشی مرتبه دوم ارائه شده در مرجع [۵]، در کنار نتایج به دست آمده در این بخش نمایش داده می‌شود. پروفایل پروازی استفاده در شبیه‌سازی همان پروفایل استفاده شده در مرجع می‌باشد که در جدول شماره ۲ آورده شده است. در شکل ۱۳، مسیر حرکت کوادروتور با استفاده از هر دو کنترل کننده نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که هر دو کنترل کننده موفق شده‌اند کوادروتور را با دقت بسیار خوب به نقاط مورد نظر هدایت نمایند.

- [3] W. Perruquetti and J. Pierre-Barbot, *Sliding Mode Control in Engineering*, New York: Marcel Dekker, 2002.
- [4] W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 45–55, 1993.
- [5] E-H. Zheng, J-J. Xiong and J-L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV," *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350–1356, 2016.
- [6] R. Xu and U. Ozguner, "Sliding mode control of a Quadrotor helicopter," in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4957–4962, Dec. 2006.
- [7] J-J. Xiong and G. Zhang, "Sliding mode control for a quadrotor UAV with parameter uncertainties," *2nd International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, pp. 207–212, Apr. 2016.
- [8] Y-H. Pao and Y. Takefuji, "Functional-link net computing: theory, system architecture, and functionalities," *Computer*, vol. 25, no. 5, pp. 76–79, May 1992.
- [9] J. Liu and X. Wang, "Advanced sliding mode control for mechanical systems: design, analysis and MATLAB simulation," Berlin: Springer, 2014.
- [10] A-M. Zou, K. D. Kumar, and Z-G. Hou, "Quaternion-Based Adaptive output feedback attitude control of spacecraft using Chebyshev neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, no. 9, pp. 1457–1471, Sep. 2010.
- [11] A-M. Zou, K. D. Kumar, Z-G. Hou and X. Liu, "Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 41, no. 4, pp. 950–963, Aug. 2011.
- [12] J. C. Patra and A. C. Kot, "Nonlinear dynamic system identification using Chebyshev functional link artificial neural networks," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 32, no. 4, pp. 505–511, Aug. 2002.
- [13] S. Purwar, I. N. Kar, and A. N. Jha, "On-line system identification of complex systems using Chebyshev neural networks," *Applied Soft Computing*, vol. 7, no. 1, pp. 364–372, Jan. 2007.
- [14] B. Y. Vyas, B. Das and R. P. Maheshwari, "Improved fault classification in series compensated transmission line: Comparative evaluation of Chebyshev neural network training Algorithms," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 27, no. 8, pp. 1631–1642, Aug. 2016.
- [15] B. Pratap, "Neuro sliding mode controller for twin rotor control system," *2012 Students Conference on Engineering and Systems*, India, Mar. 2012.
- [16] F. Abdollahi, H. A. Talebi and R. V. Patel, "A stable neural network-based observer with application to flexible-joint manipulators," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 17, no. 1, pp. 118–129, Jan. 2006.
- [17] R. Xu and Ü. Özgüner, "Sliding mode control of a class of underactuated systems," *Automatica*, vol. 44, no. 1, pp. 233–241, Jan. 2008.
- [18] L. Besnard, Y. B. Shtessel and B. Landrum, "Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 658–684, Mar. 2012.
- [19] Z. Weidong, Z. Pengxiang, W. Changlong and C. Min, "Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV based on terminal sliding mode control," *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 3398–3404, Jul. 2015.
- [20] H. Bouadi, A. Aoudjif and M. Guenifi, "Adaptive flight control for quadrotor UAV in the presence of external disturbances," *2015 6th International Conference on Modeling, Simulation, and Applied Optimization (ICMSAO)*, pp. 1–6, May 2015.
- [21] H. Lee and V. I. Utkin, "Chattering suppression methods in sliding mode control systems," *Annual Reviews in Control*, vol. 31, no. 2, pp. 179–188, Jan. 2007.
- [22] A. Das, F. Lewis and K. Subbarao, "Backstepping approach for controlling a Quadrotor using Lagrange form dynamics," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 56, no. 1-2, pp. 127–151, Apr. 2009.

شایان توجه است که این نتایج در صورتی به دست آمده‌اند که کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم در شبیه سازی‌ها به صورت ایده آل و بدون در نظر گرفتن نامعینی‌ها در نظر گرفته شده است و کنترل کننده عصبی تشریح شده در این مقاله، با فرض نامعین بودن معادلات حالت،  $(\hat{f}_i (i = 1, \dots, 6)$  ها را با استفاده از شبکه عصبی تخمین می‌زند و نیازی به دانستن معادلات حالت دقیق سیستم ندارد و از این بابت، برتری بزرگی بر کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم دارد. در مقایسه با مرجع [۵]، نتایج شبیه سازی نشان می‌دهند که سرعت همگرایی در حالت گذرای کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله نسبت به کنترل کننده در [۵] بیشتر است. به علاوه، با استفاده از شبکه عصبی به منظور تخمین زدن معادلات حالت، نیازی به اطلاعات دقیق از معادلات سیستم و حدود نامعینی وجود ندارد و شبکه عصبی چپیشف به خوبی از عهده انجام این وظیفه برمی‌آید.

## ۸- نتیجه‌گیری و کارهای آتی

در این مقاله، یک کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی با استفاده از شبکه‌های عصبی چپیشف به منظور ردیابی زاویه و موقعیت کوادروتور طراحی گردید. با به کارگیری تئوری پایداری لیاپانوف پایداری یکنواخت نهایتاً کراندار سیستم کنترل حلقه بسته اثبات شد و نتایج شبیه سازی نشان دادند که تمام خطاهای ردیابی موقعیت، زاویه، سرعت خطی، سرعت زاویه‌ای و متغیرهای لغزش متناظر با آنها به سمت صفر میل نمودند. به کارگیری یک قانون لغزش توانی در طراحی کنترل کننده پیشنهادی به کاهش زمان همگرایی حالت‌ها به سمت صفر و کاهش پدیده چترینگ منجر شد. به علاوه، شبکه عصبی چپیشف با ساختاری نسبتاً ساده با به کارگیری یک قانون به روزسانی بلادرنگ وزن‌ها به طور مؤثری نامعینی‌های پارامتری در دینامیک سیستم را جبران نمود. با یک مقایسه منصفانه، ملاحظه شد که کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله نسبت به کنترل کننده ارائه شده در مرجع [۵] عملکرد بهتری را به لحاظ کاهش چترینگ و بهبود سرعت پاسخ نشان می‌دهد. متأسفانه، خطای تقریب شبکه در صورت تنظیم نامناسب پارامترها می‌تواند قابل توجه گردد و باند نهایی خطا را افزایش دهد. در کارهای آتی، با استفاده از روش‌هایی مانند تکنیک‌های کنترل مقاوم تطبیقی می‌توان خطای تقریب شبکه را جبران کرد و عملکرد کنترل کننده را در برابر نامعینی‌های غیر پارامتری بیش از پیش بهبود بخشید. نکته دیگر آن است که لزوم به کارگیری حسگرهای سرعت علاوه بر حسگرهای موقعیت برای پیاده‌سازی عملی کنترل کننده مطلوب نیست. افزودن یک رُویتگر سرعت جهت حذف حسگرهای سرعت نیز سمت و سوی کارهای آتی نویسندگان را نشان می‌دهد.

## مرجع

- [1] K. D. Young, V. I. Utkin and U. Ozguner, "A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 328–342, 1999.
- [2] J-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, New Jersey: Prentice-Hall, 1991.

- network," *Acta Astronautica*, vol. 66, no. 5-6, pp. 769-779, Mar. 2010.
- [32] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd Ed., New Jersey: Prentice-Hall, 2002.
- [33] M. M. Polycarpou, "Stable Adaptive Neural Control Scheme for Nonlinear Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp. 447-451, 1996.
- [34] S. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh and Z. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1957-1964, Nov. 2005.
- [35] Y. Jiang, Q. Wang and C. Dong, "A reaching law based neural network terminal sliding-mode guidance law design," *2013 IEEE International Conference of IEEE Region 10 (TENCON 2013)*, Xian, China, 2013.
- [36] Omid Mofid and Saleh Mobayen., "Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties," *ISA Transactions*, vol. 72, pp. 1-14, 2018.
- [۳۷] علیرضا مدیرروستا، مهدی خدابنده، "طراحی یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایدارسازی زمان محدود و مقاوم پرنده چهارمخه"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۳۲۱-۳۳۲، ۱۳۹۵.
- [۳۸] محسن وحدانی پور، مهدی خدابنده، "کنترل مد لغزشی مبتنی بر روش برگشت به عقب کوادروتور با حذف اثر اغتشاش بار و تخمین اینرسی به روش تطبیقی"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۷، شماره ۲، صفحات ۷۷۵-۷۸۳، ۱۳۹۶.
- [23] C. Nicol, C.J.B. Macnab and A. Ramirez-Serrano, "Robust Neural Network control of a Quadrotor Helicopter," *IEEE Fuzzy information PSC*, pp. 454-458, 2008.
- [24] B.-Y. Lee, H.-I. Lee and M.-J. Tahk, "Analysis of adaptive control using on-line neural networks for a quadrotor UAV," *2013 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2013)*, pp. 1840-1844, Oct. 2013.
- [25] J. O. Pedro and A. J. Crouse, "Direct adaptive neural control of a quadrotor unmanned aerial vehicle," *10th Asian Control Conference (ASCC)*, pp. 1-6, May 2015.
- [26] Q. Lin, Z. Cai, Y. Wang, J. Yang and L. Chen, "Adaptive flight control design for Quadrotor UAV based on dynamic inversion and neural networks," *2013 Third International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control*, pp. 1461-1466, Sep. 2013.
- [27] T. Dierks and S. Jagannathan, "Output feedback control of a Quadrotor UAV using neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, no. 1, pp. 50-66, Jan. 2010.
- [28] T.-T. Lee and J.-T. Jeng, "The Chebyshev-polynomials-based unified model neural networks for function approximation," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 28, no. 6, pp. 925-935, 1998.
- [29] G. Sun, X. Ren and D. Li, "Neural active disturbance rejection output control of Multimotor Servomechanism," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 2, pp. 746-753, Mar. 2015.
- [30] V. Sharma and S. Purwar, "Nonlinear controllers for a light-weighted all-electric vehicle using Chebyshev neural network," *International Journal of Vehicular Technology*, vol. 2014, pp. 1-14, 2014.
- [31] A.-M. Zou and K. D. Kumar, "Adaptive attitude control of spacecraft without velocity measurements using Chebyshev neural

## زیر نویس ها

<sup>v</sup> Twin Rotor MIMO System  
<sup>^</sup> Robust Adaptive Update Law  
<sup>^</sup> Reaching Law  
<sup>^</sup> Uniformly Ultimately Bounded  
<sup>^</sup> e-modification

<sup>^</sup> Quadrotor  
<sup>^</sup> Underactuated System  
<sup>^</sup> Sliding Mode Control  
<sup>^</sup> Chebyshev Neural Network (CNN)  
<sup>^</sup> Functional Link Artificial Neural Network (FLANN)  
<sup>^</sup> Function Approximation