

# بررسی و تحلیل کارایی سیستم‌های ارتباط مشارکتی رله‌ای تقویت و ارسال با انتخاب بهترین رله به همراه اشتراک‌گذاری طیف در سیستم‌های رادپوشناختی

محمد ترابی<sup>۱</sup>، استادیار؛ نسیم محمدی<sup>۲</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد

۱-دانشکده مهندسی برق - دانشگاه شهید بهشتی - تهران - ایران - m\_torabi@sbu.ac.ir

۲-دانشکده مهندسی برق - دانشگاه شهید بهشتی - تهران - ایران - na.mohammadi@mail.sbu.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله به تحلیل و ارزیابی کارایی دو سیستم اشتراک‌گذاری طیف رادپوشناختی مشارکتی مبتنی بر رله‌ای انتخابی پرداخته می‌شود. در این سیستم‌ها یک کاربر ثانویه (بدون مجوز)، طیف کاربر اولیه‌ای (مجوزدار) را بطور مشترک استفاده می‌کند به گونه‌ای که تداخل ناشی از سیگنال کاربر ثانویه در گیرنده کاربر اولیه همواره کمتر از مقدار آستانه‌ای از پیش تعیین شده باشد، بدین منظور از یک مکانیزم کنترل توان در فرستنده کاربر ثانویه استفاده می‌شود. در سیستم‌های مورد نظر، کاربر ثانویه از شبکه‌ی مشارکتی که شامل چندین رله تقویت و ارسال می‌باشد، استفاده می‌کند که در آن، در هر لحظه فقط یک رله‌ی دارای بهترین شرایط کانال، انتخاب شده و استفاده می‌شود. تفاوت دو سیستم فوق در روش انتخاب بهترین رله می‌باشد، بطوریکه: (۱) در سیستم اول، روش انتخاب رله‌ی جزئی است که بر اساس اطلاعات جزئی از کانال‌ها انجام می‌گیرد. (۲) در سیستم دوم، روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه است که بر اساس اطلاعات کامل کانال‌ها انجام می‌شود. برای ارزیابی کارایی سیستم‌ها ابتدا تابع توزیع تجمعی نسبت سیگنال-به-نویز را در گیرنده ثانویه برای هر دو سیستم بدست آورده و سپس روابط ریاضی برای سه معیار مهم ارزیابی کارایی سیستم‌های مخابراتی یعنی احتمال قطع، نرخ خطای بیت و ظرفیت میانگین کانال تعیین می‌شود. سپس با استفاده از نتایج عددی حاصل از روابط بدست آمده، عملکرد سیستم‌های ذکر شده با معیارهای مذکور مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای تایید روابط ریاضی به دست آمده، از مقایسه‌ی نتایج عددی حاصل با نتایج شبیه‌سازی مونت-کارلو استفاده می‌شود که نشانگر صحت روابط بدست آمده است.

**واژه‌های کلیدی:** اشتراک‌گذاری طیف، شبکه‌های رادپوشناختی، مخابرات مشارکتی و سیستم مشارکتی رله‌ای تقویت و ارسال.

## Performance Evaluation of Cooperative Amplify-and-Forward Relaying Systems in a Spectrum Sharing Cognitive Radio with Relay Selection

Mohammad Torabi<sup>1</sup>, Assistant Professor; Nasim Mohammadi<sup>2</sup>, M.Sc Student

1-Department of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, m\_torabi@sbu.ac.ir

2-Department of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, na.mohammadi@mail.sbu.ac.ir

**Abstract:** This paper presents performance evaluations for two spectrum-sharing cognitive-radio systems employing cooperative amplify-and-forward relaying in which the best relay is selected for the transmission. In these systems, a secondary user (SU, unlicensed user) shares the spectrum of a primary user (PU, licensed user), in such a way that the interference to the PU is always kept below a predefined threshold. To this end, a power control for the SU is used. In these systems, the SU employs an amplify-and-forward relaying with several relays, where the best relay who has the best channel condition is selected for the transmission. The considered systems are different in the employed relay selection schemes, such that: 1) In the first system, partial relay selection is employed, in which the partial channel state information (CSI) is used to select the best relay. 2) In the second system opportunistic relay selection is employed, in which the full CSI is used to select the best relay. To analyze the system performances, at first the cumulative distribution function (CDF) of the received signal-to-noise-ratio (SNR) for each considered system is derived. Then, using the obtained CDF expressions, closed-form expressions are obtained for three performance metrics: outage probability, the average bit-error-rate (BER), and the average channel capacity. Finally, using the numerical results obtained from the mathematical formulas derived in this paper, we evaluate and compare the systems performances in different cases under different conditions. In addition, to verify the accuracy of the performed analysis, Monte-Carlo simulation results are also provided.

**Keywords:** Spectrum sharing, cognitive radio, cooperative communication systems, and amplify-and-forward-relaying.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۱۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۵/۱۰ و ۱۳۹۷/۰۵/۲۳ و ۱۳۹۷/۰۶/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۹/۲۷

نام نویسنده مسئول: محمد ترابی.

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - دانشگاه شهید بهشتی - دانشکده مهندسی برق.

## ۱- مقدمه

جزئی در فضای اشتراک‌گذاری طیف در نظر گرفته شده‌است، به طوریکه علاوه بر محدودیت توان تداخلی بر روی رله‌ها و منبع ثانویه، محدودیت توان ارسال نیز اعمال شده و برای کانال‌های رایلی، کران پایین نرخ خطای سمبل و کران بالای ظرفیت کانال سیستم به دست آمده است. در [۱۴] یک سیستم مشارکتی رادیو شناختی با  $N$  رله که دارای کانال‌های غیر یکسان دارای توزیع رایلی بوده، در نظر گرفته شده است و با روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه به بررسی سیستم پرداخته شده است. در [۱۵] یک شبکه‌ی رادیو شناختی با  $N$  رله مورد بررسی قرار گرفته است که در آن کانال‌ها دارای توزیع محوشدگی رایلی بوده و احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه به دست آمده است.

در این مقاله دو سیستم رادیو شناختی مشارکتی مبتنی بر رله‌ی انتخابی را در نظر می‌گیریم که در آن‌ها یک منبع کاربر ثانویه، یک مقصد کاربر ثانویه،  $N$  رله‌ی تقویت و ارسال کاربر ثانویه و یک گیرنده‌ی کاربر اولیه با اشتراک‌گذاری طیف و تحت قید تداخل در نظر گرفته شده است. در سیستم اول، روش، انتخاب رله‌ی جزئی است که بر اساس اطلاعات جزئی از کانال‌ها انجام می‌گیرد. در سیستم دوم، روش، انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه است که بر اساس اطلاعات کامل تمامی کانال‌ها انجام می‌شود.

برای ارزیابی کارایی دو سیستم فوق، ابتدا تابع توزیع تجمعی SNR در گیرنده را برای دو روش انتخاب رله به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از تابع توزیع تجمعی بدست آمده رابطه‌ی ریاضی احتمال قطع برای هر دو روش انتخاب رله را تعیین می‌کنیم. در ادامه روابط ریاضی برای معیارهای میانگین نرخ خطای بیت و میانگین ظرفیت را برای انتخاب رله‌ی جزئی به دست می‌آوریم. در انتها به طور جامع به ارزیابی، بررسی و تحلیل عملکرد دو سیستم با توجه به نتایج عددی حاصل از روابط ریاضی پرداخته می‌شود.

برای تایید درستی تحلیل‌ها و روابط ریاضی بدست آمده، نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت-کارلو نیز آورده شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج عددی با نتایج شبیه‌سازی همخوانی خوبی دارند که نشانگر دقت و صحت روابط بدست آمده در این مقاله می‌باشد.

## ۲- مدل سیستم‌های در نظر گرفته شده

شکل‌های ۱ و ۲، مدل سیستم‌های در نظر گرفته شده برای اشتراک‌گذاری طیف را نشان می‌دهند که به ترتیب سیستم اول شامل انتخاب رله‌ی جزئی و سیستم دوم شامل انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه می‌باشد. در سیستم‌های مورد نظر یک منبع ( $S$ ) کاربر ثانویه ( $SU$ ) (Source)، و  $N$  عدد رله‌ی  $AF$  کاربر ثانویه  $i = 1, \dots, N$ ، با بهره‌ی متغیر و یک مقصد ( $D$ ) کاربر ثانویه ( $SU$  Destination) و همچنین یک فرستنده و گیرنده‌ی کاربر اولیه ( $PU$ ) در نظر گرفته شده است. ارسال در هر زمان از طریق بهترین رله که با یکی از روش‌های انتخاب رله ذکر شده بطور لحظه‌ای انتخاب شده است، انجام می‌شود. در سیستم‌های

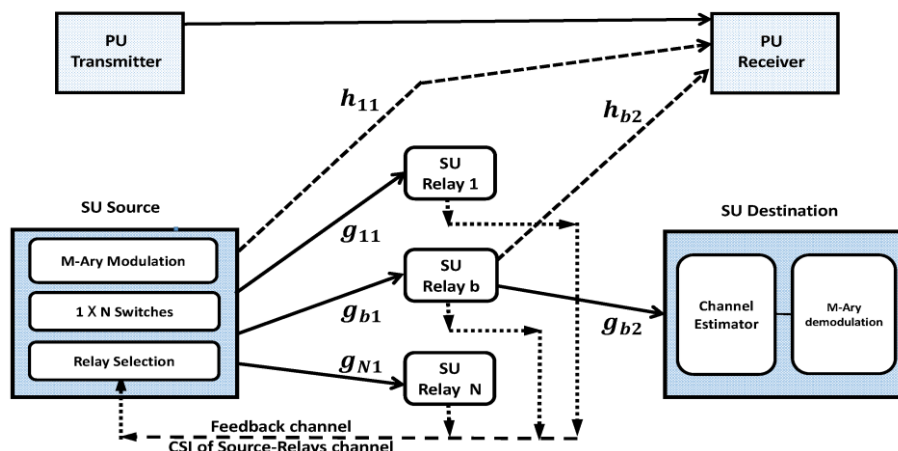
با رشد روزافزون سیستم‌ها و سرویس‌های بی‌سیم و منابع طیفی محدود، لزوم استفاده موثرتر از طیف فرکانسی موجود بیشتر می‌شود. سیاست فعلی تخصیص طیف به طور ثابت موجب می‌شود بخشی از طیف اختصاص یافته به طور انحصاری و بعضاً غیر مفید مورد استفاده قرار گیرد. این امر دلیلی برای ظهور موضوع اشتراک‌گذاری طیف رادیو شناختی شد که استفاده از طیف را با اجازه دادن به کاربران ثانویه (کاربران بدون مجوز) برای استفاده از باند و طیف فرکانسی کاربران اولیه (کاربران مجوز دار) بدون ایجاد تداخل شدید روی کاربران اولیه بهبود می‌بخشد [۴-۱].

از سویی دیگر رله‌های مشارکتی در بهبود قابلیت اطمینان، پوشش شبکه و کارایی سیستم‌های مخابراتی بی‌سیم موثر هستند [۵-۶]. به علاوه استفاده از چندین رله موجب بهبود عملکرد سیستم و ایجاد چندگانگی فضایی می‌شود [۷]. اما در این حالت پیچیدگی‌های پردازشی افزایش یافته و نیازمند سنکرون‌سازی‌های دقیق اطلاعات دریافتی رله‌ها است. بنابراین به منظور کاهش پیچیدگی این سیستم‌ها، از روش‌های انتخاب رله می‌توان استفاده نمود [۸].

دو روش انتخاب رله در حالت کلی وجود دارد. روش اول، موسوم به انتخاب رله‌ی جزئی است که به دو صورت انتخاب رله‌ی جزئی منبع-رله و یا رله-مقصد است. به این صورت که فقط از اطلاعات جزئی کانال که شامل اطلاعات یکی از لینک‌های منبع-رله و یا رله-مقصد برای انتخاب استفاده می‌شود و در هر یک از روش‌ها، رله با بیشترین SNR منبع-رله و یا رله-مقصد دارد، انتخاب می‌شود [۸].

روش دوم، موسوم به روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه (انتخاب بهترین رله) است که در آن با استفاده از اطلاعات کامل کانال مربوط به هر دو لینک رله‌ها (منبع-رله و رله-مقصد)، انتخاب صورت می‌گیرد و بهترین رله متناظر با رله‌ای خواهد بود که دارای بیشترین نسبت سیگنال به نویز منبع-رله-مقصد است [۹]. در چند سال اخیر تحلیل عملکرد سیستم‌های اشتراک‌گذاری طیف رادیو شناختی با انتخاب رله در پژوهش‌هایی مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال در [۴] عملکرد شبکه‌های رادیو شناختی رله‌ای تقویت و ارسال ( $AF$ ) با انتخاب رله‌ی جزئی با به دست آوردن رابطه‌ی دقیق ریاضی برای احتمال قطع مورد بررسی قرار گرفته است. احتمال قطع انتخاب رله‌ی جزئی با رله‌های تقویت و ارسال بهره متغیر در شبکه‌های رادیو شناختی و اطلاعات حالت قدیمی کانال در [۱۰] مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۱] به بررسی و تحلیل عملکرد شبکه‌های رادیو شناختی زمینه‌ای ( $Underlay$ ) با انتخاب رله‌ی جزئی پرداخته شده است که در آن، رله‌ها از نوع بهره ثابت هستند. در [۱۲] نرخ خطای بیت، احتمال قطع و ظرفیت کانال سیستم رادیو شناختی زمینه‌ای با انتخاب رله‌ی جزئی را مورد بررسی قرار گرفته شده است به طوریکه رله‌ها از نوع بهره ثابت بوده و اطلاعات حالت قدیمی کانال نیز در نظر گرفته شده است. در [۱۳] شبکه‌های رله‌ای تقویت و ارسال رادیو شناختی با انتخاب رله‌ی

مورد بحث فرآیند محوشدگی به صورت ایستادن و با تغییرات آرام فرض



شکل ۱: مدل سیستم اشتراک‌گذاری طیف مشارکتی تقویت-و-ارسال با انتخاب رله‌ی جزئی

شده‌است بطوریکه در یک بلوک M سمبلی، رله انتخاب‌شده قابل قبول

خواهد بود. همچنین فرض شده است تاخیر کانال فیدبک ناچیز و فرآیند تخمین کانال بدون خطا است. چگونگی ارسال داده در سیستم‌های فوق متناسب با روش‌های انتخاب رله‌ی جزئی و انتخاب رله فرصت‌طلبانه در ادامه آورده می‌شود.

## ۱-۲- اشتراک‌گذاری طیف مشارکتی تقویت-و-ارسال با انتخاب رله‌ی جزئی

همانطورکه در سیستم شکل ۱ نشان داده شده‌است، در ابتدا، منبع (SU Source) سیگنال پیلوتی را به تمامی رله‌ها ارسال می‌کند و بازخوردی از آن‌ها برای آگاه شدن از شرایط کانال هر کدام، دریافت می‌کند. سپس از بین N رله موجود یک رله را که بیشترین SNR منبع-رله (کانال منبع-رله با بیشترین بهره) دارد به عنوان بهترین رله انتخاب می‌کند. در مرحله‌ی بعد، منبع، سیگنال داده خود را با توان  $P_S$  به رله انتخاب‌شده (رله‌ی با اندیس b) ارسال کرده و رله سیگنال دریافتی را تقویت نموده و با توان  $P_R$  به سمت مقصد ارسال می‌کند. با توجه به شرایط اشتراک‌گذاری طیف و قید تداخل، از کنترل توان‌های  $P_S$  و  $P_R$  استفاده می‌شود به طوری که سطح تداخل با کاربر اولیه کمتر از مقدار آستانه‌ی Q باشد.

## ۲-۲- اشتراک‌گذاری طیف مشارکتی تقویت-و-ارسال با انتخاب رله‌ی فرصت‌طلبانه

همانطورکه در سیستم شکل ۲ نشان داده شده‌است، در ابتدا منبع، سیگنال پیلوتی را به تمام رله‌ها ارسال می‌کند و سپس تمامی رله‌ها سیگنال دریافتی را تقویت کرده و به مقصد می‌فرستند. مقصد با توجه

به شرایط کانال تمامی رله‌ها، رله‌ای را که بزرگترین مقدار SNR منبع-رله-مقصد را دارا می‌باشد به عنوان بهترین رله انتخاب می‌کند. سپس ترمینال مقصد، اندیس رله انتخابی را از طریق یک کانال فیدبک (که عاری از خطا فرض می‌شود) به منبع ارسال می‌کند. در مرحله بعد، منبع، اطلاعات داده خود را از طریق بهترین رله‌ی انتخاب شده، مشابه روند ذکر شده در روش انتخاب رله‌ی جزئی به مقصد ارسال می‌کند، به طوریکه شرایط اشتراک‌گذاری طیف و قید تداخل رعایت شود. لازم به ذکر است که در روش انتخاب رله‌ی جزئی فقط از اطلاعات جزئی کانال استفاده می‌شود که برابر است با اطلاعات یکی از لینک‌های ارسال رله (لینک S-R<sub>i</sub> یا لینک R<sub>i</sub>-D)، که در این مقاله از اطلاعات لینک S-R<sub>i</sub> استفاده شده‌است. در حالی که در روش انتخاب رله‌ی فرصت‌طلبانه، اطلاعات کامل کانال هر دو لینک رله‌ها (S-R<sub>i</sub> و R<sub>i</sub>-D) برای انتخاب بهترین رله مورد نیاز است.

توان ارسالی  $P_S$  در سیستم فوق، مشابه سیستم رادیو شناختی غیرمشارکتی در [۱۶-۱۸]، به دلیل قیود تداخل و اشتراک‌گذاری طیف، به صورت زیر قابل بیان است:

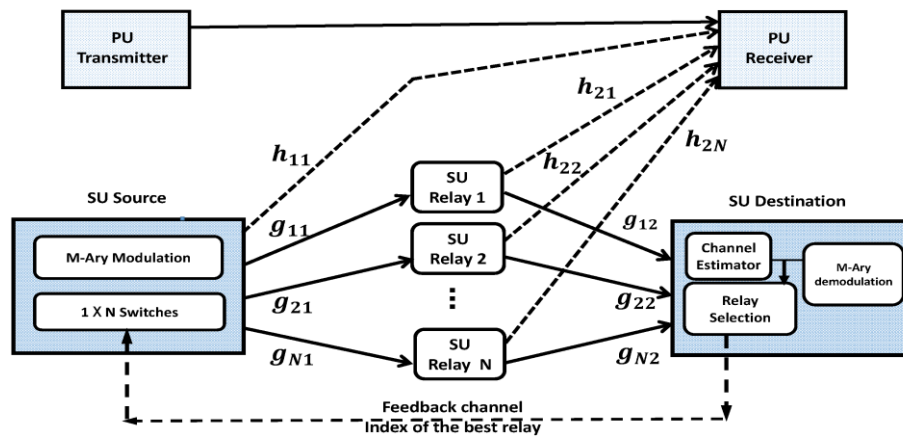
$$P_S = \begin{cases} P & H_{11} \leq \frac{Q}{P} \\ \frac{Q}{H_{11}} & H_{11} > \frac{Q}{P} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن P حداکثر توان ارسالی،  $H_{11} = |h_{11}|^2$  و  $h_{11}$  ضریب کانال لینک تداخلی S-PU است. بنابراین SINR (نسبت سیگنال به تداخل به علاوه‌ی نویز) لینک S-R<sub>i</sub> به صورت زیر خواهد بود:

$$\gamma_{SR_i} = \frac{P_S G_{i1}}{I + \eta^2} ; i = 1, \dots, N \quad (2)$$

که در آن،  $G_{i1} = |g_{i1}|^2$  و ضریب کانال لینک ارتباطی  $S-R_i$ ،

$R_i-D$  هستند و همچنین رابطه‌ی موجود در [۱۹]، لحظه‌ای



شکل ۲: مدل سیستم اشتراک گذاری طیف مشارکتی تقویت-و-ارسال با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه.

در مقصد  $D$  برای لینک  $i$ -ام برابر است با:

$$\gamma_{d_i} = \frac{\gamma_{SR_i} \gamma_{R_i D}}{\gamma_{SR_i} + \gamma_{R_i D} + 1}; \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

باند بالای (۶) نسبت به مقدار دقیق آن برای آنالیزهای ریاضی مناسب‌تر بوده و ویژگی‌های آماری با سهولت بیشتری به دست می‌آیند. این تقریب برای SNRهای متوسط و بالا از دقت بسیار خوبی برخوردار است. لذا رابطه SNR نهایی در مقصد  $D$  برای لینک  $i$ -ام به صورت زیر قابل بیان است [۱۹]:

$$\gamma_{d_i} \leq \min(\gamma_{SR_i}, \gamma_{R_i D}), \quad i = 1, \dots, N \quad (7)$$

از آنجایی که تمام ضرایب کانال را از لحاظ آماری مستقل و با مدل محوشدگی رایلی فرض می‌کنیم، تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) برای  $X = \{G_{i1}, G_{i2}, H_{i1}, H_{i2}\}$  را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$f_X(x) = \alpha e^{-\alpha x}; \quad F_X(x) = 1 - e^{-\alpha x} \quad (8)$$

که در آن  $\alpha \in \left\{ \alpha_{G_{i1}} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{G_{i1}}}, \alpha_{G_{i2}} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{G_{i2}}}, \alpha_{H_{i1}} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{H_{i1}}}, \alpha_{H_{i2}} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{H_{i2}}} \right\}$  می‌باشد.

### ۳- تابع توزیع تجمعی SNR نهایی در گیرنده مقصد

برای ارزیابی کارایی و عملکرد سیستم‌های مورد نظر می‌توان از تابع توزیع تجمعی یا تابع چگالی احتمال SNR نهایی در گیرنده مقصد استفاده کرد. بنابراین ابتدا تابع توزیع تجمعی SNR نهایی را برای دو روش انتخاب بهترین رله به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از آنها روابط ریاضی احتمال قطع، میانگین نرخ خطای بیت و میانگین ظرفیت را به دست می‌آوریم.

$\eta^2$  توان نویز سفید گوسی جمع شونده (AWGN) و  $I$  تداخل ناشی از کاربر اولیه بر شبکه‌ی ثانویه می‌باشد. در اینجا فرض می‌شود که تداخلی از سمت کاربر اولیه بر شبکه‌ی ثانویه وجود نداشته و یا قابل صرف نظر کردن است، که در عمل و در بسیاری از کاربردها فرض قابل قبولی است، به خصوص وقتی که کانال‌های، از فرستنده کاربر اولیه به رله‌ها و به مقصد کاربر ثانویه، در محوشدگی عمیق باشند (مواقعی که موانعی بین فرستنده‌ی اولیه و شبکه‌ی ثانویه (رله‌ها و مقصد ثانویه) وجود دارد و یا فرستنده‌ی اولیه از شبکه‌ی ثانویه دور است). لذا SNR لینک  $S-R_i$  به صورت زیر قابل بیان است [۱۷-۱۸]:

$$\gamma_{SR_i} = \frac{P_S G_{i1}}{\eta^2} = \begin{cases} PG_{i1} & H_{i1} \leq \frac{Q}{P} \\ \frac{Q}{H_{i1}} - G_{i1} & H_{i1} > \frac{Q}{P} \end{cases}; \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

در رابطه‌ی فوق، برای سادگی محاسبات،  $\eta^2$  برابر یک در نظر گرفته شده‌است. به طور مشابه  $P_R$  و  $\gamma_{R_i D}$  (SNR دریافتی در مقصد) را می‌توان به ترتیب به صورت روابط (۴) و (۵) نوشت:

$$P_R = \begin{cases} P & H_{i2} \leq \frac{Q}{P} \\ \frac{Q}{H_{i2}} & H_{i2} > \frac{Q}{P} \end{cases}; \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$\gamma_{R_i D} = \frac{P_R G_{i2}}{\eta^2} = \begin{cases} PG_{i2} & H_{i2} \leq \frac{Q}{P} \\ \frac{Q}{H_{i2}} - G_{i2} & H_{i2} > \frac{Q}{P} \end{cases}; \quad i = 1, \dots, N \quad (5)$$

که در روابط فوق،  $H_{i2} = |h_{i2}|^2$  و  $G_{i2} = |g_{i2}|^2$  است و  $h_{i2}$  و  $g_{i2}$  به ترتیب ضریب کانال لینک تداخلی  $R_i-PU$  و ضریب کانال لینک ارتباطی  $R_i-D$  می‌باشد. با توجه به اینکه رله‌های تقویت و ارسال از نوع بهره متغیر می‌باشند، رابطه‌ی SNR لحظه‌ای در مقصد  $D$  با استفاده از روابط (۳) و (۵) که به ترتیب برابر با SNR لینک  $S-R_i$  و

که در آن  $F_{G_{i1}}\left(\frac{x}{P}\right)$  و  $F_{H_{i1}}\left(\frac{Q}{P}\right)$  از رابطه (۸) به دست می‌آیند. رابطه  $V_2$  از (۱۴) با در نظر گرفتن تئوری احتمال و تغییر متغیرهای  $Z = H_{i1}$  و  $Y = QG_{i1}$  به صورت بیان می‌شود:

$$V_2 = \text{Prob} \left\{ Y \leq xz, z > \frac{Q}{P} \right\} = \int_{\frac{Q}{P}}^{\infty} \int_{\frac{Y}{z}}^{\infty} f_Y(z) f_Z(z) dz \quad (16)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۸) و حل انتگرال فوق، عبارت فوق را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$V_2 = e^{-\alpha_{H_{i1}} \frac{Q}{P}} - \frac{\alpha_{H_{i1}}}{\alpha_{H_{i1}} + \frac{\alpha_{G_{i1}} x}{Q}} e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{G_{i1}} \frac{x}{Q})} \quad (17)$$

بنابراین، با جایگذاری (۱۵) و (۱۷) در (۱۴)، رابطه  $F_{\gamma_{SR_i}}(x)$ ، برابر می‌شود با:

$$F_{\gamma_{SR_i}}(x) = \left( 1 - e^{-\alpha_{G_{i1}} \frac{x}{P}} \right) \left( 1 - e^{-\alpha_{H_{i1}} \frac{Q}{P}} \right) + e^{-\alpha_{H_{i1}} \frac{Q}{P}} - \frac{\alpha_{H_{i1}}}{\alpha_{H_{i1}} + \frac{\alpha_{G_{i1}} x}{Q}} e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{G_{i1}} \frac{x}{Q})} \quad (18)$$

از طرف دیگر رابطه  $F_{\gamma_{R_i D}}(x)$  با قرار دادن ضرایب  $G_{i2}$  و  $H_{i2}$  به ترتیب به جای  $G_{i1}$  و  $H_{i1}$  در رابطه‌ی (۱۸) به سهولت به دست می‌آید. با در دست داشتن  $F_{\gamma_{R_i D}}(x)$  و  $F_{\gamma_{SR_i}}(x)$  و جایگذاری آنها در (۹)، رابطه‌ی  $F_{\gamma_{d_i}}(x)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_{\gamma_{d_i}}(x) = 1 - K_1 e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{i1}} + \alpha_{G_{i2}}}{P}\right)x} - K_2 \frac{\alpha_{H_{i2}}}{\alpha_{H_{i2}} + \frac{\alpha_{G_{i2}} x}{Q}} e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{i1}} + \alpha_{G_{i2}}}{P}\right)x} - K_3 \frac{\alpha_{H_{i1}}}{\alpha_{H_{i1}} + \frac{\alpha_{G_{i1}} x}{Q}} e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{i1}} + \alpha_{G_{i2}}}{P}\right)x} - K_4 \left( \frac{\alpha_{H_{i2}}}{\alpha_{H_{i2}} + \frac{\alpha_{G_{i2}} x}{Q}} \right) \left( \frac{\alpha_{H_{i1}}}{\alpha_{H_{i1}} + \frac{\alpha_{G_{i1}} x}{Q}} \right) e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{i1}} + \alpha_{G_{i2}}}{P}\right)x} \quad (19)$$

که در آن  $K_1$  و  $K_2$  و  $K_3$  و  $K_4$  برابر هستند با:

$$K_1 = e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{H_{i2}})} - e^{-\frac{Q}{P}\alpha_{H_{i1}}} - e^{-\frac{Q}{P}\alpha_{H_{i2}}} + 1$$

$$K_2 = e^{-\frac{Q}{P}\alpha_{H_{i2}}} - e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{H_{i2}})}$$

$$K_3 = e^{-\frac{Q}{P}\alpha_{H_{i1}}} - e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{H_{i2}})}$$

$$K_4 = e^{-\frac{Q}{P}(\alpha_{H_{i1}} + \alpha_{H_{i2}})} \quad (20)$$

با جایگذاری (۱۹) در (۱۲) و استفاده از بسط دو جمله‌ای  $(1-x)^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} (-1)^k x^k$ ، تابع توزیع تجمعی بهترین رله در روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه،  $F_{\gamma_b}(x)$ ، برابر می‌شود با:

همان‌طور که در قسمت قبل بیان شد، SNR نهایی برای هر یک از لینک‌های  $S-R_i-D$ ،  $i=1, \dots, N$ ، به صورت تقریبی برابر با  $\gamma_{d_i} \equiv \min(\gamma_{SR_i}, \gamma_{R_i D})$ ،  $i=1, \dots, N$  است که تابع توزیع تجمعی آن به صورت زیر قابل بیان است [۱۶]:

$$F_{\gamma_{d_i}}(x) = 1 - [1 - F_{\gamma_{SR_i}}(x)][1 - F_{\gamma_{R_i D}}(x)] ; i=1, \dots, N \quad (9)$$

لازم به ذکر است از آنجایی که در سیستم‌های در نظر گرفته شده در شکل‌های ۱ و ۲ انتخاب رله انجام می‌شود، لذا انتقال داده از منبع به مقصد از طریق لینکی که شامل بهترین رله با اندیس  $b$  یعنی از طریق لینک  $S-R_b-D$  انجام می‌گیرد.

### ۳-۱- تابع توزیع تجمعی برای سیستم اشتراک‌گذاری طیف با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه

در این حالت، بهترین رله از میان  $N$  رله‌ی موجود به گونه‌ای انتخاب می‌شود که رله‌ی انتخابی دارای ماکزیمم SNR منبع-رله-مقصد باشد. به عبارتی اندیس بهترین رله از میان  $N$  رله برابر است با:

$$b = \arg \max_{i \in R} \{\gamma_{d_i}\} ; R = \{1, \dots, N\} \quad (10)$$

که  $\gamma_{d_i}$ ، SNR لحظه‌ای نهایی برای رله‌ی  $i$ -ام است. بنابراین SNR لحظه‌ای برای بهترین رله به شکل زیر خواهد بود:

$$\gamma_b = \max_{i \in R} \{\gamma_{d_i}\} = \max_{i \in R} \{\min(\gamma_{SR_i}, \gamma_{R_i D})\} ; R = \{1, \dots, N\} \quad (11)$$

و بنابراین تابع توزیع تجمعی برای لینک بهترین رله طبق قضیه‌ی آمارگان ترتیبی به صورت زیر قابل بیان است:

$$F_{\gamma_b}(x) = [F_{\gamma_{d_i}}(x)]^N \quad (12)$$

در ادامه مشابه مراحل ذکر شده در [۲۰] که برای سیستم مشارکتی یک رله‌ای ذکر شده است، در اینجا برای سیستم مشارکتی رله‌ای به دنبال تعیین رابطه  $F_{\gamma_{d_i}}(x)$ ،  $i=1, \dots, N$ ، هستیم. از آنجایی که لینک‌های  $S-R_i$  و  $R_i-D$  تحت شرایط یکسانی هستند،  $F_{\gamma_{SR_i}}(x)$  و  $F_{\gamma_{R_i D}}(x)$  از روش‌های مشابهی به دست می‌آیند. بنابراین کافی است در ابتدا  $F_{\gamma_{SR_i}}(x)$  را به دست آورده و سپس رابطه  $F_{\gamma_{R_i D}}(x)$  را تعیین کنیم. طبق تعریف  $F_{\gamma_{SR_i}}(x)$  برابر است با:

$$F_{\gamma_{SR_i}}(x) = \text{Prob}\{\gamma_{SR_i} \leq x\} ; i=1, \dots, N \quad (13)$$

با توجه به (۳)، رابطه (۱۳) را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$F_{\gamma_{SR_i}}(x) = \text{Prob} \left\{ \underbrace{PG_{i1} \leq x, H_{i1} \leq \frac{Q}{P}}_{V_1} \right\} + \text{Prob} \left\{ \underbrace{\frac{QG_{i1}}{H_{i1}} \leq x, H_{i1} > \frac{Q}{P}}_{V_2} \right\} ; i=1, \dots, N \quad (14)$$

با توجه به اینکه تمامی کانال‌ها مستقل و دارای توزیع یکسان هستند، رابطه‌ی  $V_1$  از (۱۴) برابر می‌شود با [۱۷]:

$$V_1 = F_{G_{i1}}\left(\frac{x}{P}\right) F_{H_{i1}}\left(\frac{Q}{P}\right) ; i=1, \dots, N \quad (15)$$

رابطه‌ی  $\lambda_2$  از (۲۵) نیز مشابه (۱۶) و با استفاده از (۲۷) و بسط دوجمله‌ای برابر می‌شود با:

$$\lambda_2 = e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}} + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \alpha_{H_{11}} \frac{e^{-\left(\alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q} + \alpha_{H_{11}}\right) \frac{Q}{P}}}{\alpha_{H_{11}} + \alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}} \quad (28)$$

سپس رابطه  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  در (۲۵) را با توجه به (۲۷) و (۲۸) به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$F_{\gamma_{SR_b}}(x) = \left(1 - e^{-\alpha_{G_{b1}} \frac{x}{P}}\right)^N \left(1 - e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}\right) + e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}} + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \alpha_{H_{11}} \frac{e^{-\left(\alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q} + \alpha_{H_{11}}\right) \frac{Q}{P}}}{\alpha_{H_{11}} + \alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}} \quad (29)$$

پس از بسط و ساده‌سازی رابطه‌ی (۲۹) برابر می‌شود با:

$$F_{\gamma_{SR_b}}(x) = 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-\alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{P}} \left[ 1 + \left( \frac{\alpha_{H_{11}}}{\alpha_{H_{11}} + \alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}} - 1 \right) e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}} \right] \quad (30)$$

از طرفی برای به دست آوردن  $F_{\gamma_{R_b,D}}(x)$  کافی است همانند  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  عمل می‌کنیم، با این تفاوت که اولاً باید به جای  $G_{b1}$  و  $H_{11}$ ، ضرایب  $G_{b2}$  و  $H_{b2}$  را جایگذاری کرد، ثانیاً باید در نظر داشت که این لینک فقط از یک رله (بهترین رله) استفاده می‌کند ( $N=1$ ). در نتیجه  $F_{\gamma_{R_b,D}}(x)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_{\gamma_{R_b,D}}(x) = \left(1 - e^{-\alpha_{G_{b2}} \frac{x}{P}}\right) \left(1 - e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{Q}{P}}\right) + e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{Q}{P}} - \frac{\alpha_{H_{b2}}}{\alpha_{H_{b2}} + \alpha_{G_{b2}} \frac{x}{Q}} e^{-\left(\alpha_{G_{b2}} \frac{x}{Q} + \alpha_{H_{b2}}\right) \frac{Q}{P}} \quad (31)$$

در انتها با قرار دادن روابط  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  و  $F_{\gamma_{R_b,D}}(x)$  ارائه شده در رابطه (۳۰) و رابطه (۳۱) در رابطه‌ی مشابه رابطه‌ی (۹) یعنی  $F_{\gamma_b}(x) = 1 - [1 - F_{\gamma_{SR_b}}(x)][1 - F_{\gamma_{R_b,D}}(x)]$  تابع توزیع تجمعی در حالت بهترین رله با انتخاب رله‌ی جزئی، برابر می‌شود با:

$$F_{\gamma_b}(x) = 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-\left(\alpha_{G_{b1}} k + \alpha_{G_{b2}}\right) \frac{x}{P}} \left[ 1 - \frac{\alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}}{\alpha_{H_{11}} + \alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}} e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}} \right] \times \left[ 1 - \frac{\alpha_{G_{b2}} \frac{x}{Q}}{\alpha_{H_{b2}} + \alpha_{G_{b2}} \frac{x}{Q}} e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{Q}{P}} \right] \quad (32)$$

در رابطه‌ی (۳۲)، مقدار آستانه‌ی تداخل و  $P$  حداکثر توان ارسالی است و ضرایب  $\{\alpha_{G_{b1}}, \alpha_{G_{b2}}, \alpha_{H_{11}}, \alpha_{H_{b2}}\}$  در رابطه (۸) تعریف شده‌است.

$$F_{\gamma_b}(x) = 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \times e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{b1}} + \alpha_{G_{b2}}}{P}\right) xk} \times \left[ K_1 + K_2 \frac{\alpha_{H_{12}}}{\alpha_{H_{12}} + \frac{\alpha_{G_{12}} x}{Q}} + K_3 \frac{\alpha_{H_{11}}}{\alpha_{H_{11}} + \frac{\alpha_{G_{11}} x}{Q}} + K_4 \left( \frac{\alpha_{H_{12}}}{\alpha_{H_{12}} + \frac{\alpha_{G_{12}} x}{Q}} \right) \left( \frac{\alpha_{H_{11}}}{\alpha_{H_{11}} + \frac{\alpha_{G_{11}} x}{Q}} \right) \right] \quad (21)$$

در رابطه‌ی فوق،  $i=1, \dots, N$  و  $Q$  مقدار آستانه‌ی تداخل و  $P$  حداکثر توان ارسالی بوده و ضرایب  $\{\alpha_{G_{11}}, \alpha_{G_{12}}, \alpha_{H_{11}}, \alpha_{H_{12}}\}$  و  $\{K_1, K_2, K_3, K_4\}$  به ترتیب در (۸) و (۲۰) تعریف شده‌اند.

### ۳-۲- تابع توزیع تجمعی برای سیستم اشتراک‌گذاری طیف با انتخاب رله‌ی جزئی

همانطور که قبلاً توضیح داده شد، در این حالت، بهترین رله‌ی انتخابی، رله‌ی است که دارای ماکزیمم SNR لینک  $S-R_i$  باشد،  $i=1, \dots, N$  به عبارت دیگر اندیس رله‌ی انتخابی (بهترین رله) برابر خواهد بود با:

$$b = \arg \max_{i \in R} \{G_{i1}\} ; R = \{1, \dots, N\} \quad (22)$$

بنابراین، بهره‌ی کانال بهترین رله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$G_{b1} = \max_{i \in R} \{G_{i1}\} \quad (23)$$

با توجه به (۳) و (۲۳)، SNR لینک  $S-R_b$  ( $R_b$  بیانگر بهترین رله است) برابر می‌شود با:

$$\gamma_{SR_b} = \begin{cases} PG_{b1} & H_{11} \leq \frac{Q}{P} \\ \frac{Q}{H_{11}} G_{b1} & H_{11} > \frac{Q}{P} \end{cases} \quad (24)$$

بنابراین رابطه‌ی  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  را مشابه (۱۳) و (۱۴) می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_{\gamma_{SR_b}}(x) = \underbrace{\text{Prob}\left\{PG_{b1} \leq x, H_{11} \leq \frac{Q}{P}\right\}}_{\lambda_1} + \underbrace{\text{Prob}\left\{\frac{QG_{b1}}{H_{11}} \leq x, H_{11} > \frac{Q}{P}\right\}}_{\lambda_2} \quad (25)$$

برای رابطه‌ی  $\lambda_1$  از (۲۵) داریم:

$$\lambda_1 = F_{G_{b1}}\left(\frac{x}{P}\right) F_{H_{11}}\left(\frac{Q}{P}\right) \quad (26)$$

که در آن  $F_{H_{11}}\left(\frac{Q}{P}\right) = \left(1 - e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}\right)$  و  $F_{G_{b1}}\left(\frac{x}{P}\right) = \left(1 - e^{-\alpha_{G_{b1}} \frac{x}{P}}\right)^N$  می‌باشد، بنابراین برای رابطه‌ی (۲۶) خواهیم داشت:

$$\lambda_1 = \left(1 - e^{-\alpha_{G_{b1}} \frac{x}{P}}\right)^N \left(1 - e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}\right) \quad (27)$$



$$P_{out} = 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-\left(\frac{\alpha_{G_{1,1}} + \alpha_{G_{1,2}}}{P}\right) k \gamma_{th}} \times \left[ K_1 + K_2 \frac{\alpha_{H_{1,2}}}{\alpha_{H_{1,2}} + \frac{\alpha_{G_{1,2}} \gamma_{th}}{Q}} + K_3 \frac{\alpha_{H_{1,1}}}{\alpha_{H_{1,1}} + \frac{\alpha_{G_{1,1}} \gamma_{th}}{Q}} + K_4 \left( \frac{\alpha_{H_{1,2}}}{\alpha_{H_{1,2}} + \frac{\alpha_{G_{1,2}} \gamma_{th}}{Q}} \right) \left( \frac{\alpha_{H_{1,1}}}{\alpha_{H_{1,1}} + \frac{\alpha_{G_{1,1}} \gamma_{th}}{Q}} \right) \right]^k ; i = 1, \dots, N \quad (37)$$

همچنین با قرار دادن (۳۲) در رابطه (۳۶) احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_{out} = 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-\left(\alpha_{G_{0,1}} + \alpha_{G_{0,2}}\right) \frac{\gamma_{th}}{P}} \left[ 1 + \left( -1 + \frac{\alpha_{H_{1,1}}}{\alpha_{H_{1,1}} + \frac{\gamma_{th} k}{Q}} \right) e^{-\alpha_{H_{1,1}} \frac{Q}{P}} \right] \times \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\alpha_{H_{1,2}}}{\alpha_{H_{1,2}} + \frac{\gamma_{th}}{Q}} \right) e^{-\alpha_{H_{1,2}} \frac{Q}{P}} \right] \quad (38)$$

در روابط (۳۷) و (۳۸)، مقدار آستانه‌ی تداخل و  $P$  حداکثر توان ارسالی بوده و ضرایب  $\alpha$  و  $\{K_1, K_2, K_3, K_4\}$  به ترتیب در (۸) و (۲۰) تعریف شده‌اند.

در شرایط حدی SNR، احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی با توجه به (۳۵) برابر خواهد بود با:

$$P_{Out_{up}} \cong \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}} \left( \frac{\bar{\alpha}}{P} + \frac{e^{-\frac{\alpha Q}{P}}}{Q} \right) \quad (39)$$

با توجه به رابطه‌ی (۳۹) مشاهده می‌شود مرتبه‌ی چندگانگی برای روش انتخاب رله‌ی جزئی برابر ۱ بوده و بهره‌ی کدینگ  $G_c$  با توجه به  $\frac{1}{2} \min(\gamma_{SR_b}, \gamma_{RD}) \leq \gamma_d \leq \min(\gamma_{SR_b}, \gamma_{RD})$  به صورت زیر بدست می‌آید [۲۱]:

$$\frac{1}{2\gamma_{th} \left( \frac{\bar{\alpha}}{P} + \frac{e^{-\frac{\alpha Q}{P}}}{Q} \right)} \leq G_c \leq \frac{1}{\gamma_{th} \left( \frac{\bar{\alpha}}{P} + \frac{e^{-\frac{\alpha Q}{P}}}{Q} \right)} \quad (40)$$

#### ۴-۲- میانگین نرخ خطای بیت (BER)

در این قسمت به تعیین روابط ریاضی میانگین نرخ خطای بیت سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی می‌پردازیم. میانگین نرخ خطای بیت برای مدولاسیون‌های همدوس از رابطه زیر بدست می‌آید [۲۲]:

$$\bar{P}_b = \alpha E \left\{ Q \left( \sqrt{\beta \gamma_b} \right) \right\} = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} F_{\gamma_b} \left( \frac{t^2}{\beta} \right) e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (41)$$

که در آن  $E \{ \cdot \}$  عمگر امید ریاضی،  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  و  $F_{\gamma_b}(x)$  تابع توزیع تجمعی SNR نهایی سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی می‌باشد.  $\alpha$  و  $\beta$  متناظر با نوع مدولاسیون بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

برای به دست آوردن  $F_{\gamma_b}(x)$  در شرایط حدی میانگین SNR،  $\alpha_{G_{b,1}} = \alpha_{G_{b,2}} = \alpha_{H_{1,1}} = \alpha_{H_{b,2}} = \bar{\alpha}$  و  $\eta \neq 1$  در روابط فوق  $\bar{\gamma} = \frac{1}{\eta^2}$

(به دلیل i.i.d بودن لینک‌ها) در نظر گرفته و حالت حدی  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  و  $F_{\gamma_{RD}}(x)$  را در  $\bar{\gamma} \rightarrow \infty$  (با استفاده از بسط مک‌لورن تابع نمایی و گویا به دست آورده و در رابطه‌ی (۹) قرار می‌دهیم. پس از ساده‌سازی‌های ریاضی، مقدار حدی  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  برابر خواهد بود با:

$$F_{\gamma_{SR_b}}(x) \cong \left( 1 - e^{-\frac{\bar{\alpha} Q}{P}} \right) \left( \bar{\alpha} \eta^2 \frac{x}{P} \right)^N + e^{-\frac{\bar{\alpha} Q}{P}} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} (-1)^k + x \eta^2 \left( \frac{1}{Q} + \frac{\bar{\alpha}}{P} \right) e^{-\frac{\bar{\alpha} Q}{P}} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} (-1)^{k+1} k \quad (33)$$

در عبارت (۳۳)، جمله‌ی اول برای مقادیر  $N \geq 2$  جمله‌ی دوم و سوم با توجه به قضیه‌ی دو جمله‌ای و  $\left( \bar{\alpha} \eta^2 \frac{x}{P} \right)^N \rightarrow 0$  [۲۱] برابر صفر به دست می‌آیند. بنابراین  $F_{\gamma_{SR_b}}(x)$  در مقادیر حدی SNR تأثیری در نتایج نداشته و معادل صفر خواهد بود. مقدار حدی  $F_{\gamma_{RD}}(x)$  نیز پس از ساده‌سازی‌های ریاضی برابر می‌شود با:

$$F_{\gamma_{RD}}(x) \cong \eta^2 x \left( \frac{\bar{\alpha}}{P} + \frac{e^{-\frac{\alpha Q}{P}}}{Q} \right) \quad (34)$$

در نتیجه در مقادیر میانگین SNR بالا،  $F_{\gamma_b}(x)$  برابر می‌شود با:

$$F_{\gamma_b}(x) \cong \frac{x}{\bar{\gamma}} \left( \frac{\bar{\alpha}}{P} + \frac{e^{-\frac{\alpha Q}{P}}}{Q} \right) \quad (35)$$

#### ۴- تحلیل عملکرد و کارایی سیستم‌های مورد بررسی

در این قسمت به توضیح ارزیابی کارایی و تحلیل عملکرد سیستم‌های مورد بررسی در این مقاله می‌پردازیم. بدین منظور از سه معیار ارزیابی عملکرد سیستم‌های مخابراتی یعنی احتمال قطع، متوسط ظرفیت کانال، و میانگین نرخ خطای بیت استفاده می‌کنیم.

#### ۴-۱- احتمال قطع

در صورتی که SNR لحظه‌ای دریافتی در ترمینال مقصد، از یک سطح آستانه  $\gamma_{th}$  کمتر باشد، کیفیت ارسال و دریافت اطلاعات مناسب نبوده و اصطلاحاً سیستم در حالت خارج از رده و یا قطع خواهد بود. طبق تعریف، احتمال قطع به صورت زیر بیان می‌شود: (۳۶)

$$P_{out} = \text{Prob} \{ \gamma_d \leq \gamma_{th} \} = F_{\gamma_b}(\gamma_{th})$$

در ادامه با قرار دادن (۲۲) و (۳۲) در رابطه (۳۶) و با فرض  $x = \gamma_{th}$ ، احتمال قطع سیستم را برای دو روش ذکر شده برای انتخاب رله به دست می‌آوریم.

احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه، با قرار دادن (۲۲) در رابطه (۳۶) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$= -\frac{\alpha}{4} e^{-\alpha_{Hb2} \frac{Q}{P}} \left[ \sqrt{\frac{2}{A}} - \sqrt{2\pi A_1} e^{A_1 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_1 A}) \right] \quad (۴۸)$$

که در آن  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  تابع خطای مکمل است. حل  $\lambda_3$  مشابه  $\lambda_2$  می‌باشد، بنابراین  $\lambda_3$  برابر خواهد بود با:

$$\lambda_3 = -\frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{t^2}{\beta P}} e^{-\alpha_{H11} \frac{Q}{P}} \frac{\alpha_{G_{b1}} \left(\frac{t^2}{\beta}\right)}{Q/k \alpha_{H11} + \alpha_{G_{b1}} \left(\frac{t^2}{\beta}\right)} dt$$

$$= -\frac{\alpha}{4} e^{-\alpha_{H11} \frac{Q}{P}} \left[ \sqrt{\frac{2}{A}} - \sqrt{2\pi A_2} e^{A_2 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_2 A}) \right] \quad (۴۹)$$

برای حل انتگرال در  $\lambda_4$  ابتدا عبارت کسری را با تجزیه به کسرهایی جزئی به دو عبارت تبدیل می‌کنیم، در نتیجه، دو انتگرال به دست می‌آید که مشابه  $\lambda_3$  و  $\lambda_2$  حل آنها را بدست می‌آوریم، بنابراین:

$$\lambda_4 = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\alpha_{H11} + \alpha_{Hb2}) \frac{Q}{P}} \left\{ \frac{A_1}{A_1 - A_2} \int_0^\infty \frac{t^2}{t^2 + A_1} e^{-A_1 t^2} dt - \frac{A_2}{A_1 - A_2} \int_0^\infty \frac{t^2}{t^2 + A_2} e^{-A_2 t^2} dt \right\}$$

$$= \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\alpha_{H11} + \alpha_{Hb2}) \frac{Q}{P}} \times \left\{ \frac{A_1}{A_1 - A_2} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A_1}} - \frac{\pi\sqrt{A_1}}{2} e^{A_1 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_1 A}) \right) \right.$$

$$\left. - \frac{A_2}{A_1 - A_2} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A_2}} - \frac{\pi\sqrt{A_2}}{2} e^{A_2 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_2 A}) \right) \right\} \quad (۵۰)$$

با جایگذاری (۴۶)، (۴۷)، (۴۸)، (۴۹) و (۵۰) در رابطه (۴۳)، میانگین نرخ خطای بیت برابر می‌شود با:

$$\bar{P}_b = \frac{\alpha}{2} + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \left\{ \frac{\alpha}{4} \sqrt{\frac{2}{A}} \right.$$

$$- \frac{\alpha}{4} e^{-\alpha_{Hb2} \frac{Q}{P}} \left[ \sqrt{\frac{2}{A}} - \sqrt{2\pi A_1} e^{A_1 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_1 A}) \right]$$

$$- \frac{\alpha}{4} e^{-\alpha_{H11} \frac{Q}{P}} \left[ \sqrt{\frac{2}{A}} - \sqrt{2\pi A_2} e^{A_2 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_2 A}) \right]$$

$$+ \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\alpha_{H11} + \alpha_{Hb2}) \frac{Q}{P}} \left\{ \frac{A_1}{A_1 - A_2} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A_1}} - \frac{\pi\sqrt{A_1}}{2} e^{A_1 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_1 A}) \right) \right.$$

$$\left. - \frac{A_2}{A_1 - A_2} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A_2}} - \frac{\pi\sqrt{A_2}}{2} e^{A_2 A} \operatorname{erfc}(\sqrt{A_2 A}) \right) \right\} \left. \right\} \quad (۵۱)$$

که در آن،  $Q$  مقدار آستانه‌ی تداخل،  $P$  حداکثر توان ارسالی و  $\frac{\alpha_{H11}}{\alpha_{Hb2}} \frac{\alpha_{G_{b2}}}{\alpha_{G_{b1}}} \neq k$  بوده و ضرایب  $\alpha$  و  $A_1$ ،  $A_2$  به ترتیب در روابط (۸) و (۴۴) تعریف شده‌اند.

### ۳-۴- میانگین ظرفیت کانال

در این قسمت به تعیین روابط ریاضی میانگین ظرفیت کانال سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی می‌پردازیم. میانگین ظرفیت کانال یک سیستم مشارکتی دو پرشی تقویت-و-ارسال برابر است با [۲۵]:

BPSK:  $\alpha = 1, \beta = 2$

M-QAM:  $\begin{cases} \alpha = \frac{4}{n} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right), \beta = \frac{3}{M-1} & ; \text{for } n : \text{even} \\ \alpha = \frac{4}{n}, \beta = \frac{3}{M-1} & ; \text{for } n : \text{odd} \end{cases}$

M-PSK:  $\alpha = \frac{2}{n}, \beta = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{M}\right)$

و در آن  $M = 2^n$  می‌باشد [۲۳].

با جایگذاری (۳۲) در (۴۱) خواهیم داشت:

$$\bar{P}_b = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{t^2}{\beta P}} \right.$$

$$\times \left[ 1 - \frac{\frac{\alpha_{G_{b1}} k t^2}{Q \beta} e^{-\alpha_{H11} \frac{Q}{P}}}{\alpha_{H11} + \frac{\alpha_{G_{b1}} k t^2}{Q \beta}} \right] \left[ 1 - \frac{\frac{\alpha_{G_{b2}} t^2}{Q \beta} e^{-\alpha_{Hb2} \frac{Q}{P}}}{\alpha_{Hb2} + \frac{\alpha_{G_{b2}} t^2}{Q \beta}} \right] \left. \right\} dt \quad (۴۲)$$

رابطه‌ی (۴۲) را به صورت پنج انتگرال مجزا نوشته و هر یک را به صورت جداگانه حل می‌کنیم. لذا میانگین BER در حالت کلی برابر می‌شود با:

$$\bar{P}_b = I + \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \{ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 \} \quad (۴۳)$$

برای راحتی کار، تعاریف زیر را انجام می‌دهیم:

$$A = \frac{\alpha_{G_{b1}} k + \alpha_{G_{b2}}}{\beta P} + \frac{1}{2}, A_1 = \beta Q \frac{\alpha_{Hb2}}{\alpha_{G_{b2}}}, A_2 = \frac{\beta Q}{k} \frac{\alpha_{H11}}{\alpha_{G_{b1}}} \quad (۴۴)$$

سپس به ترتیب به حل انتگرال‌های مذکور در (۴۲) و (۴۳) می‌پردازیم. در ابتدا انتگرال اول برابر است با:

$$I = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (۴۵)$$

انتگرال (۴۵) با توجه به (۲۴) - [۳۲۱-۳] برابر می‌شود با:

$$I = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} = \frac{\alpha}{2} \quad (۴۶)$$

انتگرال  $\lambda_1$  در رابطه‌ی (۴۲) با توجه به (۲۴) - [۳۲۱-۳] برابر است با:

$$\lambda_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{t^2}{\beta P}} dt$$

$$= \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A}} = \frac{\alpha}{4} \sqrt{\frac{2}{A}} \quad (۴۷)$$

همچنین حل انتگرال در رابطه  $\lambda_2$  با توجه به (۲۴) - [۴۶۶-۳] به صورت زیر خواهد بود:

$$\lambda_2 = -\frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{t^2}{\beta P}} e^{-\alpha_{Hb2} \frac{Q}{P}} \frac{\alpha_{G_{b2}} \left(\frac{t^2}{\beta}\right)}{Q \alpha_{Hb2} + \alpha_{G_{b2}} \left(\frac{t^2}{\beta}\right)} dt$$



$$I_4 = \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(B_2 - B_1)(1 - B_1)} \int_0^\infty \frac{x^2}{x + B_1} e^{-Bx} dx - \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(B_2 - B_1)(1 - B_2)} \int_0^\infty \frac{x^2}{x + B_2} e^{-Bx} dx + \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_1)(1 - B_2)} \int_0^\infty \frac{x^2}{x + 1} e^{-Bx} dx. \quad (60)$$

همچنین روش حل (۶۰) مشابه  $I_2$  و  $I_3$  است. بنابراین با حل انتگرال‌ها در  $I_4$  رابطه فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_4 = \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_1)(B_2 - B_1)} \left[ B_1^2 e^{B_1 B} E_1(B_1 B) - \frac{B_1}{B} + \frac{1}{B^2} \right] - \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_2)(B_2 - B_1)} \left[ B_2^2 e^{B_2 B} E_1(B_2 B) - \frac{B_2}{B} + \frac{1}{B^2} \right] + \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_1)(1 - B_2)} \left[ e^B E_1(B) - \frac{1}{B} + \frac{1}{B^2} \right]. \quad (61)$$

در انتها با جایگذاری (۵۶)، (۵۷)، (۵۸) و (۶۱) در (۵۴)، رابطه‌ی ظرفیت میانگین کانال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{C} = \frac{1}{2 \text{Ln}(2)} \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \left\{ -e^B E_1(B) + \frac{e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_1} \left[ e^B E_1(B) - B e^{B_1 B} E_1(B_1 B) \right] + \frac{e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_2} \left[ e^B E_1(B) - B e^{B_2 B} E_1(B_2 B) \right] + \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_1)(B_2 - B_1)} \left[ \frac{B_1}{B} - \frac{1}{B^2} - B_1^2 e^{B_1 B} E_1(B_1 B) \right] - \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_2)(B_2 - B_1)} \left[ \frac{B_2}{B} - \frac{1}{B^2} - B_2^2 e^{B_2 B} E_1(B_2 B) \right] + \frac{e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}}}{(1 - B_1)(1 - B_2)} \left[ \frac{1}{B} - \frac{1}{B^2} - e^B E_1(B) \right] \right\}. \quad (62)$$

در رابطه‌ی (۶۲)،  $Q$  آستانه‌ی تداخل و  $P$  حداکثر توان ارسال بوده و ضرایب  $\alpha$  و  $B_1, B, B_2$  به ترتیب در (۸) و (۵۵) تعریف شده‌اند.

### ۵- نتایج عددی و شبیه‌سازی

در این قسمت به بررسی نتایج عددی حاصل از روابط به دست آمده با فرض  $i = 1, \dots, N, \alpha_{G_{i1}} = \alpha_{G_{i2}} = \alpha_{H_{i1}} = \alpha_{H_{i2}} = 1$  می‌پردازیم. برای تایید درستی تحلیل‌ها و روابط ریاضی بدست آمده، نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت-کارلو نیز که براساس شبیه‌سازی ضرایب کانال‌ها به دست آمده‌است، آورده می‌شود.

#### ۵-۱- نتایج احتمال قطع سیستم

شکل ۳ احتمال قطع سیستم مورد نظر را با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه بر حسب حداکثر توان ارسال، به ازای تعداد رله‌های مختلف نشان می‌دهد. در این حالت مقادیر  $Q = 30$  (dB) و  $\gamma_{th} = 0$  (dB) فرض شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌شود افزایش حداکثر توان ارسال  $P$  از 5 (dB) به بالا و افزایش  $N$  موجب کاهش احتمال قطع و بهبود عملکرد سیستم می‌شود. شیب منحنی‌ها در این حالت بیانگر

$$\bar{C} = 0.5 \int_0^\infty \log_2(1+x) f_{\gamma_b}(x) dx \quad (52)$$

در آن  $f_{\gamma_b}(x)$  تابع چگالی احتمال با انتخاب رله‌ی جزئی می‌باشد. ضریب 0.5 به دلیل این است که ارسال در دو بازه زمانی انجام می‌شود. (۵۲) به صورت زیر قابل بیان است [۲۶]:

$$\bar{C} = \frac{1}{2 \text{Ln}(2)} \int_0^\infty \frac{1 - F_{\gamma_b}(x)}{1+x} dx \quad (53)$$

که در آن  $F_{\gamma_b}(x)$  تابع توزیع تجمعی SNR سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی است. با جایگذاری (۳۲) در (۵۳) خواهیم داشت:

$$\bar{C} = \frac{-1}{2 \text{Ln}(2)} \int_0^\infty \left( \frac{1}{1+x} \right) \left( \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{x}{P}} \times \left[ 1 - \frac{\alpha_{G_{b1}} \frac{xk}{Q}}{\alpha_{H_1} + \alpha_{G_{b1}}} e^{-\alpha_{H_1} \frac{x}{P}} \right] \left[ 1 - \frac{\alpha_{G_{b2}} \frac{x}{Q}}{\alpha_{H_{b2}} + \alpha_{G_{b2}}} e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{x}{P}} \right] \right) dx = \frac{-1}{2 \text{Ln}(2)} \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^k \{ I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \}. \quad (54)$$

با ضرب عبارت‌های خط دوم رابطه (۵۴) در یکدیگر و ساده‌سازی ریاضی، به عبارتی با چهار انتگرال در خط سوم رسیدیم که در ادامه به حل آن‌ها می‌پردازیم. برای راحتی کار تعاریف زیر را انجام می‌دهیم:

$$B = \frac{\alpha_{G_{b1}} k + \alpha_{G_{b2}}}{P}; \quad B_1 = \frac{Q}{k} \frac{\alpha_{H_1}}{\alpha_{G_{b1}}}; \quad B_2 = Q \frac{\alpha_{H_{b2}}}{\alpha_{G_{b2}}}; \quad (55)$$

اکنون به ترتیب به حل انتگرال‌های  $I_4, I_3, I_2, I_1$  رابطه (۵۴) می‌پردازیم. حل  $I_1$  با توجه به (۲۴) [۳-۳۵۲] برابر می‌شود با:

$$I_1 = \int_0^\infty \left( \frac{1}{1+x} \right) e^{-(\alpha_{G_{b1}k} + \alpha_{G_{b2}}) \frac{x}{P}} dx = e^B E_1(B) \quad (56)$$

که در آن،  $E_1(x) = -\text{Ei}(-x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{-1} dt$  انتگرال نمایی مرتبه اول می‌باشد. برای حل  $I_2$  ابتدا با تجزیه به کسرهای جزئی، دو انتگرال جدا به دست آورده و با استفاده از (۲۴) [۳-۳۵۳] خواهیم داشت:

$$I_2 = -\frac{e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_1} \int_0^\infty \frac{x}{x + B_1} e^{-Bx} dx + \frac{e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_1} \int_0^\infty \frac{x}{x + 1} e^{-Bx} dx = \frac{e^{-\alpha_{H_{11}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_1} \left[ B e^{B_1 B} E_1(B_1 B) - e^B E_1(B) \right]. \quad (57)$$

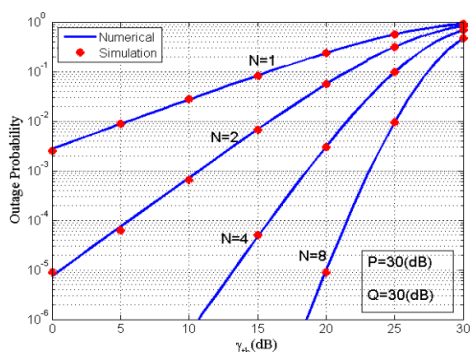
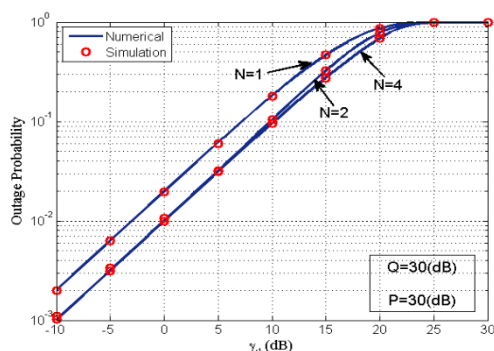
چون حل انتگرال‌ها در  $I_3$  مشابه  $I_2$  است، لذا خواهیم داشت:

$$I_3 = \frac{e^{-\alpha_{H_{b2}} \frac{Q}{P}}}{1 - B_2} \left[ B_2 e^{B_2 B} E_1(B_2 B) - e^B E_1(B) \right]. \quad (58)$$

انتگرال  $I_4$  به صورت زیر است:

$$I_4 = e^{-(\alpha_{H_{11}} + \alpha_{H_{b2}}) \frac{Q}{P}} \int_0^\infty \frac{x^2}{(x+1)(x+B_1)(x+B_2)} e^{-Bx} dx. \quad (59)$$

با تجزیه به کسرهای جزئی (۵۹) برابر می‌شود با:

شکل ۵: احتمال قطع با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه بر حسب  $\gamma_{th}$ .شکل ۶: احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی بر حسب  $\gamma_{th}$ .

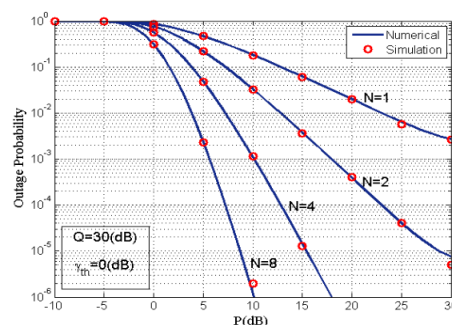
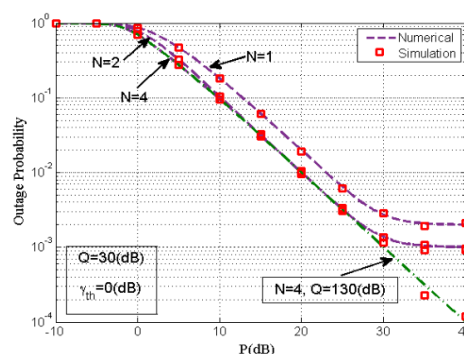
در شکل‌های ۵ و ۶ نتایج احتمال قطع بر حسب SNR آستانه، به ترتیب برای انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه و انتخاب رله‌ی جزئی به ازای مقادیر مختلف  $N$  آورده شده‌است. مقادیر پیش فرض 20 (dB) برای  $P$  و  $Q$  در نظر گرفته شده‌است. همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با افزایش  $N$  از ۲ به بعد در روش انتخاب رله‌ی جزئی تأثیر چشم‌گیری بر روی عملکرد سیستم مشاهده نمی‌شود. در حالی که در روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه افزایش  $N$  در شکل ۵ موجب افزایش قابل توجه عملکرد سیستم می‌شود، که این امتیاز در ازای دسترس بودن کل اطلاعات کانال‌ها است، که پیچیدگی این روش نسبت به روش انتخاب رله‌ی جزئی را بیشتر می‌کند.

شکل ۷ احتمال قطع را برای دو روش انتخاب رله بر حسب مقدار آستانه تداخل و مقادیر مختلف  $N$  نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رفت عملکرد سیستم با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه به مراتب بهتر می‌باشد که سیستم در کنار این عملکرد بهتر متحمل پیچیدگی‌های بیشتر خواهد شد.

در شکل ۸ برای نشان دادن دقت نتایج به دست آمده که با استفاده از تقریب (رابطه‌ی ۷) حاصل گشته‌اند، نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو برای رابطه‌ی (۶) نیز آورده شده‌است و مشاهده می‌شود روابط به دست آمده از دقت خوبی برخوردارند.

در شکل ۹ احتمال قطع بر حسب میانگین SNR برای روش انتخاب رله‌ی جزئی به ازای مقادیر مختلف  $N$  نشان داده شده‌است. مشاهده می‌شود افزایش  $N$  در SNRهای بالا تأثیری در عملکرد سیستم ندارد و مرتبه‌ی چندگانگی در این روش برابر ۱ می‌باشد.

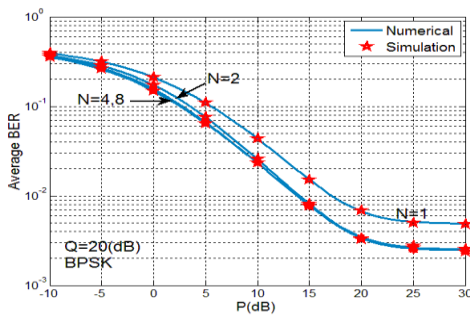
مرتبه‌ی چندگانگی سیستم بوده و همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب منحنی‌ها و در نتیجه مرتبه چندگانگی متناسب با تعداد رله افزایش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود کلیه منحنی‌ها از جایی به بعد ثابت می‌مانند و اصطلاحاً اشباع می‌شوند. این امر به دلیل شرایط رعایت تداخل در مقدار از پیش تعیین شده  $Q = 30$  (dB) برای کاربر اولیه است که در آن بر طبق توضیحات فرمول‌های (۱) و (۴) در برخی شرایط به جای حداکثر توان  $P$ ، توان فرستنده بطور تطبیقی تعیین می‌شود.

شکل ۳: احتمال قطع با انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه بر حسب  $P$ .شکل ۴: احتمال قطع سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی بر حسب  $P$ .

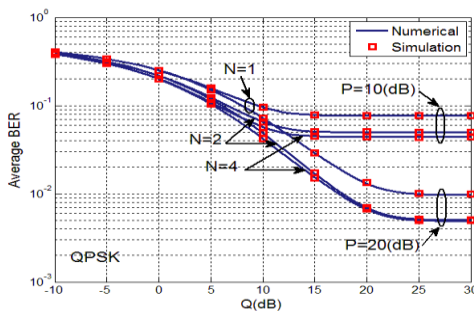
شکل ۴ احتمال قطع سیستم را با انتخاب رله‌ی جزئی به ازای  $N$ های مختلف و بر حسب  $P$  نشان می‌دهد. در این حالت مقادیر  $Q = 30$  (dB) و  $\gamma_{th} = 0$  (dB) در نظر گرفته شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای  $N = 2$  کاهش احتمال قطع به میزان 3 dB مشاهده می‌شود، ولی به ازای  $N > 2$  احتمال قطع کاهش بیشتری نشان نمی‌دهد. علت را می‌توان این‌طور بیان کرد: از آنجایی که فقط یک رله در لینک رله به مقصد بکار گرفته می‌شود، انتخاب رله در لینک‌های  $S-R_i$  تأثیر چشم‌گیری بر روی احتمال قطع به ازای  $N > 2$  نمی‌گذارد و به عبارت دیگر مرتبه‌ی چندگانگی برای همان یک لینک یعنی برابر ۱ خواهد بود. در حالی که در روش انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه مرتبه‌ی چندگانگی برابر  $N$  می‌باشد.

ثابتی میل می‌کند که دلیل اشباع منحنی‌ها مشابه توضیحات مربوطه در شکل ۳ می‌باشد.

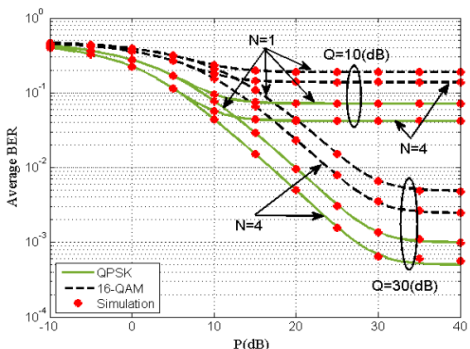
شکل ۱۲ عملکرد سیستم مورد نظر با روش انتخاب رله‌ی جزئی برای مقادیر مختلف  $Q = 10, 30$  (dB) و دو نوع مدولاسیون مختلف QPSK و 16-QAM، و تعداد رله‌ی متفاوت بر حسب حداکثر توان ارسال  $P$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش تعداد رله‌ها موجب کاهش نرخ خطای بیت می‌شود. همچنین عملکرد سیستم برای مدولاسیون QPSK بهتر از 16-QAM می‌باشد. همانطور که انتظار می‌رود، افزایش  $Q$  از 10 به 30 نیز موجب بهبود عملکرد سیستم و کاهش BER می‌شود.



شکل ۱۰: میانگین BER بر حسب  $P$ ، BPSK و به ازای  $N$ های مختلف.



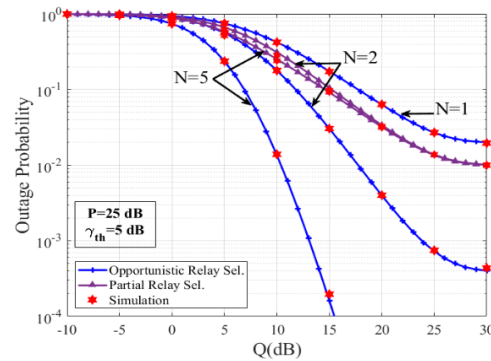
شکل ۱۱: میانگین BER بر حسب  $Q$  برای مدولاسیون QPSK.



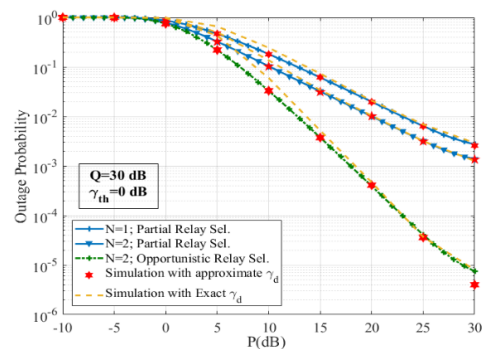
شکل ۱۲: میانگین BER بر حسب  $P$  برای QPSK و 16-QAM.

### ۵-۳- میانگین ظرفیت کانال

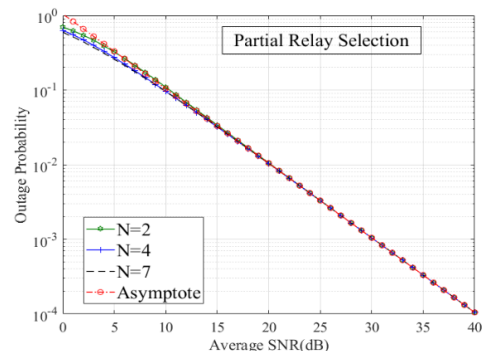
در این قسمت با فرض  $\alpha_{H_1} = \alpha_{G_{b_2}} = 0.001$  (dB)،  $\alpha_{G_{b_1}} = \alpha_{H_{b_2}} = 0$  (dB)، به بررسی نتایج میانگین



شکل ۷: احتمال قطع بر حسب  $Q$  برای دو روش انتخاب رله



شکل ۸: احتمال قطع بر حسب  $P$  برای مقادیر تقریبی و دقیق  $\gamma_b$



شکل ۹: احتمال قطع بر حسب میانگین SNR برای انتخاب رله جزئی

### ۵-۲- میانگین نرخ خطای بیت (BER)

در این قسمت با فرض  $\alpha_{G_{b_1}} = \alpha_{G_{b_2}} = \alpha_{H_{b_1}} = 0$  (dB) و  $\alpha_{H_{b_2}} = 0.001$  (dB)، به بررسی نتایج میانگین BER با انتخاب رله‌ی جزئی می‌پردازیم.

شکل ۱۰ BER سیستم را بر حسب  $P$  به ازای تعداد رله‌های مختلف، مدولاسیون BPSK و  $Q = 20$  (dB) نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود با افزایش تعداد رله‌ها، BER کاهش می‌یابد. اما میزان بهبود، بیشتر برای  $N = 2$  بوده و برای  $N > 2$  میزان بهبود کمتر شده و از  $N = 8$  به بعد منحنی‌ها بر روی یکدیگر قرار می‌گیرند. در نتیجه استفاده از دو یا سه رله در این سیستم کافی است.

شکل ۱۱ BER را بر حسب مقدار آستانه‌ی تداخل  $Q$  به ازای تعداد رله‌های مختلف، مدولاسیون QPSK و  $Q = 10, 20$  (dB) نشان می‌دهد. با افزایش مقدار  $Q$  و  $P$  همانطور که انتظار می‌رود عملکرد سیستم بهبود یافته و خطای بیت کاهش می‌یابد و در نهایت به مقدار

در تمام شکل‌های ۳ الی ۱۴، ملاحظه می‌شود که نتایج عددی با نتایج شبیه سازی مونت-کارلو همخوانی خوبی دارند که نشانگر دقت و صحت روابط بدست آمده در این مقاله می‌باشد.

### ۶- نتیجه‌گیری

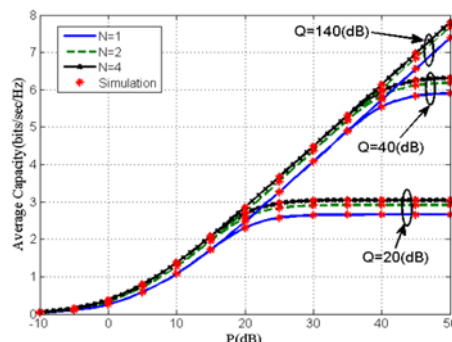
در این مقاله کارایی دو سیستم اشتراک‌گذاری طیف رادیوشناختی مبتنی بر سیستم مشارکتی رله‌ای انتخابی AF شامل  $N$  رله‌ی بهره‌بردار متغیر در کانال‌های محوشدگی رایلی از نظر احتمال قطع، میانگین نرخ خطای بیت و ظرفیت میانگین مورد بررسی و تحلیل ریاضی قرار گرفت. روابط ریاضی برای تابع توزیع تجمعی SNR کل سیستم مورد نظر برای دو روش انتخاب رله (انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه و انتخاب رله‌ی جزئی) به دست آمد. با استفاده از آن‌ها روابط ریاضی سه معیار احتمال قطع، میانگین نرخ خطای بیت و ظرفیت میانگین تعیین گردید. نتایج عددی حاصل نشانگر این است که عملکرد سیستم با انتخاب رله بهبود قابل ملاحظه‌ای می‌یابد. نشان داده شده است که انتخاب رله‌ی فرصت طلبانه نسبت به انتخاب رله‌ی جزئی، کارایی بهتری دارد ولی پیچیدگی بیشتری دارد. تطبیق نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو با نتایج عددی، بیانگر صحت روابط به دست آمده است.

### مراجع

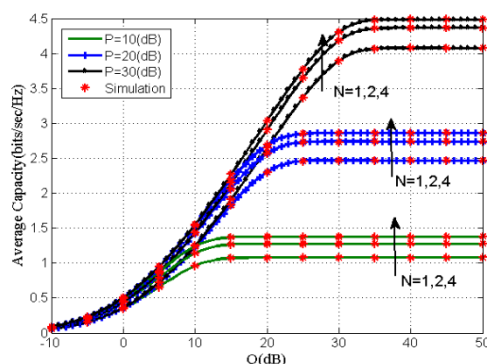
- [1] A. M. Wyglinski, M. Nekoei, T. Hou, Cognitive Radio Communications and Networks: principles and practice, Academic Press, 2009.
- [2] Y. Li and A. Nosratinia, "Spectrum sharing with distributed relay selection and clustering," IEEE Trans on Communications., vol. 61, No. 1, pp. 53-62, Jan 2013.
- [3] شهریار شیروانی مقدم و راشین جلیلی دانالو، "شناسایی رادیویی کاربران اولیه براساس سنجش فشرده مشارکتی"، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۷، شماره ۴، صص. ۱۵۵۱-۱۵۶۱، زمستان ۹۶.
- [4] X. Wang, Y. Sun, H. Yu, T. Feng, W. Tang and Y. Zhang, "Outage performance analysis of amplify-and-forward cognitive relay networks with partial relay selection," Int. Conf. on Wireless Comm. & Signal Proc. (WCSP), 2015.
- [5] A. Nosratinia and A. Hedayat, "Cooperative communication in wireless networks," IEEE Communication Magazine, vol. 42, pp. 74-80, Oct. 2004.
- [6] جلیل سیفعلی هرسینی و مریم اصغرینیا، "طراحی روش‌های انتخاب پیوند ارسال در سیستم‌های رله همیار و رادیوشناختی برفراز با رله مجهز به بافر و نرخ ارسال تطبیقی گسسته"، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۷، ش. ۲، صص. ۵۷۱-۵۸۲، تابستان ۹۶.
- [7] J. N. Laneman, Cooperation in Wireless Networks: Principles and Applications. Springer, 2006, ch.1 Cooperative Diversity: Models, Algorithms, and Architectures, pp. 163-188.
- [8] M. Torabi, D. Haccoun and J. F. Frigon, "Relay selection in AF cooperative systems," IEEE Vehicular Tech. Magazine, vol. 7, pp. 104-113, Dec. 2012.
- [9] A. Bletsas, H. Shin and M. Z. Win, "Cooperative communication with outage-optimal opportunistic relaying," IEEE Trans. on Wireless commun., Vol. 6, No. 9, pp. 3450-3460, Sep. 2007.
- [10] J. M. Moualeu, W. Hamouda and F. Takawira, "Partial variable-gain AF relay selection with outdated channel estimates in spectrum sharing networks," IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall), 2016.

ظرفیت کانال سیستم با انتخاب رله‌ی جزئی می‌پردازیم که در شکل های ۱۳ و ۱۴ آورده شده‌اند.

شکل ۱۳ میانگین ظرفیت کانال سیستم مورد نظر را بر حسب  $P$  به ازای تعداد رله‌ها و سطوح آستانه‌ی تداخل  $Q$  مختلف نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود با افزایش تعداد رله‌ها، ظرفیت افزایش و بهبود می‌یابد. اما این روند بهبود بیشتر تا  $N=4$  مشاهده می‌شود و برای  $N$ های بیشتر از ۴ روند بهبود کمتر شده و منحنی‌ها تقریباً بر روی یکدیگر قرار می‌گیرند، که نشانگر این است که استفاده از چهار رله در این سیستم کافی خواهد بود.



شکل ۱۳: میانگین ظرفیت بر حسب  $P$  به ازای  $Q$  و  $N$  های مختلف.



شکل ۱۴: میانگین ظرفیت بر حسب  $Q$  به ازای  $P$  و  $N$  های مختلف.

افزایش ظرفیت میانگین با افزایش مقدار  $Q$  نیز به وضوح قابل مشاهده است. ملاحظه می‌شود ظرفیت میانگین با افزایش  $Q$  و  $P$  افزایش می‌یابد و پس از مقدار معین  $P$  (مثلاً برای  $Q=20$  dB بعد از  $P=20$  dB) به اشباع می‌رسد. در حالت حدی  $Q=140$  dB سیستم معادل سیستم بدون اشتراک‌گذاری طیف عمل می‌کند و همواره با توان  $P$  ارسال را انجام می‌دهد.

شکل ۱۴ میانگین ظرفیت کانال را بر حسب  $Q$  به ازای تعداد رله‌ها و حداکثر توان  $P$  نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل‌های ۱۳ و ۱۴ استنباط می‌شود، افزایش  $P$  موجب افزایش میانگین ظرفیت کانال و در نتیجه بهبود عملکرد سیستم می‌شود. همچنین همانند نتایج شکل ۱۲ افزایش تعداد رله تا ۴ عدد باعث افزایش ظرفیت می‌شود ولی از ۴ رله به بعد روند افزایشی کندتر شده و منحنی‌ها تقریباً بر روی یکدیگر قرار می‌گیرند.

- spatially correlated channels", *IEEE Trans on Vehicular Technology*, vol. 66, No. 4, pp. 3133-3142, April 2017.
- [19] M. Torabi, W. Ajib and D. Haccoun, "Performance analysis of amplify-and-forward cooperative networks with relay selection over Rayleigh fading channels," *IEEE Vehicular Technology Conference*, Barcelona, Spain, April 2009.
- [۲۰] سمیه علی‌اصغری و محمد ترابی، "ارزیابی و تحلیل عملکرد اشتراک‌گذاری طیف در شبکه‌های رادیوشناختی مبتنی بر سیستم‌های رله‌ای مشارکتی"، دومین کنفرانس پردازش سیگنال و سیستم‌های هوشمند، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۱۳۹۵.
- [21] H. Ding, J. Ge and D. B. da Costa, "asymptotic analysis of cooperative diversity systems with relay selection in a spectrum-sharing scenario," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol. 60, No. 2, Feb. 2011.
- [22] M. Soysa, H. A. Suraweera, C. Tellambura and H. K. Garg, "Partial and opportunistic relay selection with outdated channel estimates," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 60, No. 3, 2012.
- [23] J. G. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*, 5<sup>th</sup> ed., McGraw-Hill, 2008.
- [24] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7<sup>th</sup> ed., New York: Academic Press, 2007.
- [25] M. Torabi, D. Haccoun, and W. Ajib, "Performance analysis of cooperative diversity with relay selection over non-identically distributed links," *IET Communications*, vol. 4, No. 5, pp. 596–605, March 2010.
- [26] H. A. Suraweera, P. J. Smith and M. Shafi, "Capacity limits and performance analysis of cognitive radio with imperfect channel knowledge," *IEEE Trans on Vehicular Technology*, vol. 59, No. 4, pp. 1811-1822, 2010.
- [11] S. I. Hussain, M-S. Alouini, M. Hasna and K. Qaraqe, "Partial relay selection in underlay cognitive networks with fixed gain relays," *IEEE Vehicular Tech Conf. (VTC- Spring)*, 2012.
- [12] B. Zhong, Z. Zhang, X. Zhang, J. Wang and K. Long, "Partial relay selection with fixed-gain relays and outdated CSI in underlay cognitive networks," *IEEE Trans on Vehicular Technology*, vol. 62, No. 9, pp. 4696-4701, Nov. 2013.
- [13] Y. Sun, X. Wang, H. Yu, W. Tang and Y. Zhang, "Ergodic capacity and SER performance analysis of amplify-and-forward cognitive relay networks with partial relay selection," *IEEE 26th Annual Int. Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, 2015.
- [14] V. N. Q. Bao, T. Q. Duong, D. B. da Costa, G. C. Alexandropoulos, and A. Nallanathan, "Cognitive amplify-and-forward relaying with best relay selection in non-identical Rayleigh fading," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 17, no. 3, pp. 475–478, Mar. 2013.
- [15] P. K. Sharma, S. Solanki, and P. K. Upadhyaya, "Outage Analysis of Cognitive Opportunistic Relay Networks with Direct Link in Nakagami-m Fading," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 5, pp. 875 - 878, May 2015.
- [16] T. W. Ban, W. Choi, B. C. Jung, and D. K. Sung, "Multi-user diversity in a spectrum sharing system," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Vol. 8, No. 1, pp. 102-106, Jan. 2009.
- [17] M. Torabi and C. Nerguizian, "Impact of antenna correlation on the BER performance of a cognitive radio network with Alamouti STBC," *IEEE Wireless Commun. Letters*, Vol. 5, No. 3, pp. 264-267, June 2016.
- [18] M. Torabi and C. Nerguizian, "Adaptive transmission in spectrum sharing systems with Alamouti OSTBC under