

بازسازی سیگنال تنک رادار دهانه ترکیبی معکوس مبتنی بر همبستگی‌های درون خوشه‌ای

علی جبار رشیدی^۱، دانشیار؛ ایمان فرامرزی^۲، کارشناسی ارشد؛ رحیم انتظاری^۳، دکتری

۱- مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر- تهران- ایران- rashidi@mut.ac.ir

۲- مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر- تهران- ایران- imanfaramarzi@mut.ac.ir

۳- مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر- تهران- ایران- r_entezari@mut.ac.ir

چکیده: در بسیاری از کاربردهای عملی از جمله رادار دهانه ترکیبی معکوس، با سیگنال‌هایی سروکار داریم که اغلب دارای ساختار تنک بلوکی می‌باشند، بدان معنی که مقادیر غیر صفر در تعدادی بلوک (خوشه) اتفاق می‌افتد. در این سیگنال‌ها، معمولاً اطلاعات قبلی از تعداد، اندازه و مکان بلوک‌های غیر صفر در دسترس نیست. با توجه به الگوی پیوستگی موجود در سیگنال ISAR، برای هر پراکنده‌گر غالب می‌توان یک همسایگی در نظر گرفت. در این مقاله با توجه به همبستگی درون خوشه‌ای بین همسایگی نقاط پراکنده‌گر غالب، روشی به منظور بازسازی سیگنال تنک ISAR مبتنی بر نمونه‌برداری فشرده بیزین ارائه می‌کنیم. تنکی هر نقطه پراکنده‌گر غالب، نه تنها به فرآپارامتر خودش، بلکه به فرآپارامترهای مجاورش نیز بستگی دارد. روش پیشنهادی به اطلاعات قبلی از ساختار بلوکی نیاز ندارد. همچنین به منظور مدل کردن همبستگی‌های درون خوشه‌ای بین نقاط پراکنده‌گر همسایه، از یک توزیع پیشین گوسی استفاده می‌شود و در نهایت از استنتاج تغییرات بیزین به منظور یادگیری فرآپارامترها و تخمین سیگنال تنک، استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی برتری قابل توجه روش پیشنهادی را نسبت به سایر روش‌ها بر حسب میزان همبستگی، خطای بازسازی، درصد بازسازی کامل، آنتروپی و کنتراست تصویر نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: رادار دهانه ترکیبی معکوس، نمونه‌برداری فشرده بیزین، ساختار تنک بلوکی، همبستگی درون خوشه‌ای، استنتاج تغییرات بیزین.

Sparse Signal Reconstruction of Inverse Synthetic Aperture Radar based on Intra-Cluster Correlation

Ali Jabbar Rashidi¹, Associate Professor; Iman Faramarzi², MSc; Rahim Entezari³, PhD

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology (MUT), Tehran, Iran, Email: rashidi@mut.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology (MUT), Tehran, Iran, Email: imanfaramarzi@mut.ac.ir

3- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology (MUT), Tehran, Iran, Email: r_entezari@mut.ac.ir

Abstract: In many practical applications such as inverse synthetic aperture radar (ISAR), signals have block structure. That is the non-zero entries appear in a number of block (cluster). In these signals, the prior information about the number, size, and location of non-zero blocks is not available. According to continuity pattern of ISAR signal, a neighborhood of the coefficients can be considered for dominant scattering. In this paper, we propose a method to reconstruct ISAR sparse signal based on Bayesian compressive sensing according to intra-cluster correlation between neighboring of dominant scattering points. The sparsity of dominant scattering point not only depended on its hyperparameter, but also on neighboring hyperparameters. The proposed method does not depend on prior knowledge of the block structure. In order to model intra-cluster correlations between neighboring scattering points, a Gaussian prior distribution is used and finally variational Bayesian (VB) inference has been used to learn the hyperparameters and sparse signal estimation. The simulation results show the superiority of the proposed method compared with other methods in terms of the correlation, recovery error, perfect recovery percentage, entropy and image contrast.

Keywords: Inverse Synthetic Aperture Radar, Bayesian Compressive Sampling, Block Sparse Structure, Intra-Cluster Correlation, Variational Bayesian Inference.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۴/۰۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۲۴ و ۱۳۹۸/۰۲/۲۱

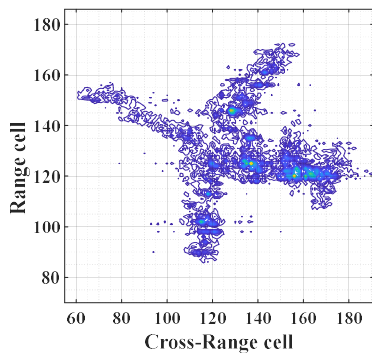
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۱۰

نام نویسنده مسئول: علی جبار رشیدی

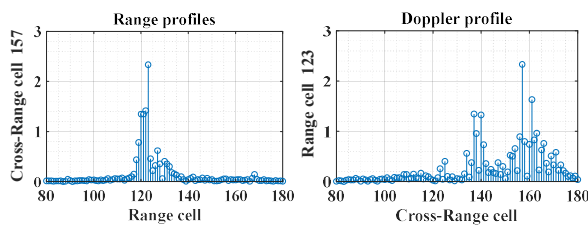
نشانی نویسنده مسئول: مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران، ایران.

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای عملی مانند تشخیص چهره [۹]، شناسایی توپولوژی شبکه هوشمند [۱۰]، بازسازی سیگنال‌های چندباندی [۱۱] و رادارهای تصویربرداری دهانه ترکیبی [۱۲]، تنکی سیگنال‌ها دارای ساختار خاصی می‌باشد که به آن تنک بلوکی گفته می‌شود. در ساختار تنک بلوکی، ضرایب غیرصفر در بلوک‌های خاصی (خوشه) ظاهر می‌شوند [۱۳، ۱۴]. با این حال در واقعیت نیز اطلاعات قبلی درباره ساختار (تعداد، اندازه و مکان بلوک‌ها) سیگنال تنک در دسترس نمی‌باشد [۱۵]. در رادار ISAR این الگوی تنک بلوکی پراکنده‌گرها همان طور که در شکل ۱ (الف) نشان داده شده است می‌تواند به عنوان فرم خاصی از پیوستگی ساختاری در نظر گرفته شود تا بازسازی سیگنال با دقت بهتری صورت گیرد [۱۶]. بنابراین با توجه به اینکه نقاط پراکنده‌گرهای غالب اهداف در رادار ISAR دارای توزیع پیوسته هستند، در نتیجه بین نقاط پراکنده‌گر مجاور با این نقطه پراکنده‌گر غالب نیز همبستگی وجود دارد. این همبستگی بین ضرایب در ساختار دوبعدی تنک بلوکی ISAR، در شکل ۱ (ب) و (ج) نیز به ترتیب برای نمایه‌های داپلر و برد خاصی نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱ (ج) مشخص است، در نمایه برد سلول برد - متقاطع ۱۵۷-ام، نقطه پراکنده‌گر غالب در مکان ۱۲۳ سلول برد قرار دارد و نقاط پراکنده‌گر مجاور این نقطه دارای پراکندگی کمتر نسبت به این نقطه هستند و این توزیع نقاط پراکنده‌گر فقط مختص نقاط مجاور با نقطه پراکنده‌گر غالب است.



(الف)



(ج)

(ب)

شکل ۱: ساختار دوبعدی تنک بلوکی ISAR (الف): پیوستگی ساختاری پراکنده‌گرهای مربوط به هواپیمای Yak-42 (ب): نمایه داپلر سلول برد ۱۲۳-ام (ج) نمایه برد سلول برد-متقاطع ۱۵۷-ام

در دهه اخیر الگوریتم‌های متعددی به منظور بازسازی سیگنال‌های تنک، نظیر BCS [۱۷] و SBL-EM [۱۸] ارائه شده است. همچنین به منظور بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی نیز الگوریتم‌هایی مانند BSBL-BO [۱۹]، IT-MSBL [۲۰] و STSBL-EM [۲۱] پیشنهاد شده است. این

با توجه به مزایای فناوری سنجش از دور، مانند عملکرد مناسب در شرایط آب و هوایی مختلف و... از رادارهای تصویربرداری با دقت تفکیک بالا به طور گسترده در بسیاری از حوزه‌های نظامی و غیرنظامی از جمله جستجو، شناسایی، ردیابی و دسته بندی اهداف استفاده می‌شود. همان طور که در [۱] بیان شده است، در رادار دهانه ترکیبی معکوس (ISAR^۱) دقت تفکیک در راستای برد - متقاطع^۱ با مدت زمان پردازش همدوس (CPI^۲) رابطه‌ای مستقیم دارد. بنابراین، مدت زمان مشاهده می‌بایست به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شود، تا بتوان از تجزیه و تحلیل داپلر مبتنی بر تبدیل فوریه (FT)، تصویری با دقت تفکیک نسبتاً بالایی در راستای برد - متقاطع به دست آورد. در روش‌های متداول تصویربرداری ISAR مانند الگوریتم برد - داپلر (RD^۳)، تصویربرداری با دقت تفکیک بالا، مستلزم دریافت تعداد پالس‌های کافی است. با این حال، در CPI زیاد، جبران‌سازی^۴ حرکت مانوری هدف به علت حرکت چرخشی غیریکنواخت و تغییر ویژگی‌های انعکاس با توجه به تغییر زاویه دید، خیلی پیچیده‌تر می‌شود. همچنین اگر زاویه چرخش خیلی زیاد باشد، سطح مقطع راداری پراکنده‌گر ممکن است نسبت به زمان تغییر یابد، که این عوامل سبب می‌شوند تا پردازش همدوس دشوارتر شود. لذا با چالش تصویربرداری با CPI محدود مواجه هستیم. در مقابل از مزیت‌های تصویربرداری ISAR با CPI کم، می‌توان به پردازش بلادرنگ داده‌ها اشاره نمود، زیرا در این زمان کوتاه هدف فرصت مانور چندانی ندارد. همچنین مشخصات بازگشتی نسبت به زاویه دید می‌تواند ایستادن در نظر گرفته شود. با این حال، کاهش زمان CPI سبب کاهش دقت تفکیک در راستای برد - متقاطع و به طبع مات‌شدگی تصویر می‌شود [۲]. لذا در دهه اخیر روش‌هایی مبتنی بر نمونه‌برداری فشرده (CS^۱) مطرح شده‌اند که توانسته‌اند با فرض تنک بودن فضای مسأله (اهداف)، در تعداد پالس محدود نیز با کاهش شدید دقت تفکیک در راستای برد - متقاطع به خوبی مقابله نمایند [۳].

معادله نمونه‌برداری فشرده را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود [۴]:

$$y = Ax + n \quad (۱)$$

که x سیگنال تنک مجهول، y نمونه‌های اندازه‌گیری شده، A ماتریس نمونه‌برداری و n نیز نویز جمع شونده می‌باشد. هدف از بازسازی سیگنال تنک، یافتن x با در دست داشتن y و A است. با توجه به اینکه در تصاویر ISAR تعداد نقاط پراکنده‌گر غالب، بسیار کمتر از کل پیکسل‌های تشکیل دهنده تصویر می‌باشد، لذا می‌توان از تئوری CS به منظور بازسازی سیگنال مذکور بهره برد، زیرا با استفاده از این تئوری، می‌توان سیگنال‌های تنک نامعلوم را با تعداد اندکی نمونه و با احتمال بالا بازسازی نمود [۵]. این نوع از روش‌های تصویربرداری، مزایای زیادی را نسبت به روش‌های متداولی مانند الگوریتم RD [۶] دارد که از جمله آن می‌توان به افزایش دقت تفکیک و نیز قابلیت بازسازی دقیق از روی نمونه داده کمتر و ... اشاره نمود [۷، ۸].

با توجه به اینکه یکی از نقاط قوت روش‌های بی‌زین در مقایسه با سایر روش‌های بازسازی، مدل‌سازی دقیق فرضیات مسأله اعم از ساختار سیگنال، نویز و ... می‌باشد، لذا در این مقاله یک روش بی‌زین به منظور بازسازی تصاویر تنک بلوکی ISAR (پراکنده‌گرهای اهداف) با ساختار نامعلوم پیشنهاد می‌شود که علاوه بر در نظر گرفتن همبستگی بین پراکنده‌گرهای مجاور، قادر است تا تخمینی از سطح نویز و پارامترهای مجهول مسأله را در هر مرحله از تکرار به دست آورد، که این رویکرد باعث افزایش دقت در بازسازی پراکنده‌گرهای غالب اهداف خواهد شد.

در روش پیشنهادی ابتدا یک توزیع پیشین گوسی به متغیر مجهول مسأله (سیگنال تنک) اختصاص داده می‌شود. زیرا میدان پراکنده‌گر از اهداف نیز همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، در محل نقاط پراکنده‌گر غالب دارای یک پیک قوی و در دیگر نقاط دارای دامنه ضعیف‌تر هستند و در نتیجه تداعی‌کننده یک توزیع گوسی هستند. سپس به منظور مدل کردن وابستگی بین پراکنده‌گرهای مجاور در صحنه هدف، ضریبی به نام ضریب همبستگی تعریف می‌شود، به گونه‌ای که تنکی هر پراکنده‌گر نه تنها توسط فرآیند فرآیند خود، بلکه توسط فرآیندهای پراکنده‌گرهای همسایه‌اش نیز کنترل می‌شود. همچنین از توزیع گاما برای مدل کردن فرآیندها و واریانس نویز استفاده می‌شود. در نهایت از الگوریتم استنتاج تغییرات بی‌زین (VB^1) به صورت تکرار شونده و به منظور یادگیری فرآیندها و تخمین مقادیر و مکان ضرایب غیرصفر سیگنال تنک بلوکی ISAR استفاده می‌شود.

روش پیشنهادی با توجه به اینکه مسأله بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی را در یک چارچوب کاملاً آماری فرموله می‌سازد، علاوه بر حفظ پایداری تحت سخت‌ترین شرایط یعنی تعداد پالس ارسالی کمتر (نرخ نمونه‌برداری پایین) و یا سطوح نویزی بالا، دارای دقت بازسازی بسیار خوبی می‌باشد. نتایج عددی و شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با در نظر گرفتن همبستگی پراکنده‌گرهای مجاور، مدل آماری مناسب و طراحی استنتاج تغییرات بی‌زین، عملکرد قابل ملاحظه‌ای را در ارزیابی با معیارهای کیفی و کمی مانند میانگین مربعات خطای نرمالیزه ($NMSE^1$)، میزان همبستگی^۱، درصد بازسازی کامل، کنتراست تصویر (IC^{11}) و آنتروپی تصویر (IE^{11}) در مقایسه با سایر روش‌ها به دست آورده است. همچنین علاوه بر حفظ پراکنده‌گرهای غالب، قادر است نویز مشاهده شده در اطراف هدف را به خوبی تضعیف و حساسیت کمتری نسبت به سطح نویز از خود نشان دهد.

سایر بخش‌های مقاله به این شرح است: در بخش دوم مدل سیگنالی ISAR بیان می‌شود، سپس در بخش سوم روش پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش چهارم نیز نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها آورده شده است و در نهایت در بخش آخر نتیجه‌گیری ارائه می‌گردد.

الگوریتم‌ها علاوه بر اینکه پیچیدگی محاسباتی دارند، متأسفانه به اطلاعات قبلی از ساختار بلوکی نیازمند هستند. اما در واقعیت نیز اطلاعاتی راجع به ساختار بلوک‌ها در دسترس نمی‌باشد.

در [۲۲]، روشی مبتنی بر توزیع‌های سلسله مراتبی بتا - برنولی پیشنهاد شده است که به دلیل بهره‌گیری از ساختارهای تودرتوی اضافی در مدل بی‌زین، پیچیدگی محاسباتی بسیار بالایی دارد. در واقع این توزیع‌های پیشین بتا - برنولی نه تنها تأثیر چندانی بر دقت بازسازی الگوریتم ندارند، بلکه زمان بازسازی را به طور چشمگیر افزایش خواهند داد.

همچنین با توجه به زمان‌بر بودن محاسبه معکوس ماتریس‌های با ابعاد بالا، در [۲۳] نیز روشی پیشنهاد شده است که با به کارگیری یک کران پایین، حجم محاسبات کاهش داده شده است، اما به طور معادل با افزایش سرعت بازسازی، دقت بازسازی نیز به طور چشم‌گیر کاهش یافته است. البته در دو روش مذکور نیز فرض پیوستگی ساختاری سیگنال ISAR به منظور افزایش دقت بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی مورد توجه قرار نگرفته است.

در [۲۴]، با توجه به فرض متغیر بودن دامنه هر یک از ضرایب مجاور پراکنده‌گرهای غالب، ارتباط بین ضرایب مجاور توسط پارامترهایی کنترل می‌شود که این پارامترها به داده‌های سیگنال دریافتی وابسته هستند. در نتیجه تخمین این پارامترها به صورت وقتی انجام شده است. این کار ضمن اینکه منجر به افزایش دقت در بازسازی خواهد شد، با این حال افزایش زمان بازسازی را نیز در بر دارد. البته از روش‌های تخمین بی‌زین در کاربردهایی مانند حذف نویز لکه^۲ از سیگنال دریافتی رادارهای تصویربرداری نیز استفاده شده است. دلیل اصلی استفاده در این کاربردها، کمک گرفتن از ویژگی‌های آماری نویز و سیگنال دریافتی است. زیرا بر خلاف روش‌های مبتنی بر پس‌پردازش که از فیلترهای گوناگون پردازش تصویر برای حذف نویز لکه استفاده می‌کنند [۲۵]، تخمین سطح نویز در هر مرحله از تکرار به صورت خودکار انجام می‌شود و فارغ از نوع نویز اضافه شده به سیگنال اولیه، ویژگی‌های نویز در این تخمین آشکار شده و اثر آن از سیگنال دریافتی به خوبی حذف می‌شود [۲۶، ۲۷]. همچنین در [۲۸، ۲۹] به منظور حذف نویز لکه از تصویر راداری، بازسازی سیگنال دریافتی بدون استفاده از پس‌پردازش و به کمک نمونه برداری فشرده انجام گرفته است.

از توضیحات ارائه شده می‌توان دریافت که پارامترهای مهم در بازسازی سیگنال تنک بلوکی، سرعت و دقت می‌باشد که با توجه به نوع مسأله باید مصالحه‌ای بین سرعت و دقت برقرار کرد. اما از آنجا که در رادار ISAR مسأله تشخیص اجزای هدف بسیار مهم است، در این مقاله عمدتاً بر روی دقت بازسازی سیگنال تنک تمرکز خواهد شد. لذا برای مقابله با چالش‌های مطرح شده، می‌بایست روشی مطرح شود که علاوه بر سادگی و حجم محاسباتی پایین، دارای دقت بازسازی بالا و نیز به میزان سطح نویز حساسیت کمتری داشته باشد. همچنین به اطلاعات قبلی از ساختار بلوک‌ها نیازی نداشته باشد.

۲- مدل سیگنالی رادار دهانه ترکیبی معکوس

فرض کنید جبران سازی حرکت انتقالی هدف به طور کامل انجام شده است [۳۰] و هدف مطابق شکل ۲ در صفحه دوبعدی حرکت می کند. در طی زمان پردازش همدوس، زاویه چرخشی لحظه‌ای هدف به صورت $\theta(t), 0 \leq t \leq T_a$ تعریف می شود، که T_a مدت زمان مشاهده می باشد. لذا برد لحظه‌ای از پراکنده‌گر $p(u, v)$ تا رادار به صورت زیر محاسبه می شود [۳]:

$$R(t) = R_0 + v \cos \Delta \theta(t) + u \sin \Delta \theta(t) \quad (2)$$

که در رابطه بالا، R_0 مبدأ مختصات هدف می باشد. همچنین زاویه چرخشی در طی زمان CPI، طبق بسط تیلور به صورت زیر نوشته می شود [۳]:

$$\Delta \theta(t) = \theta(t) - \theta_0 \approx \omega t + \frac{1}{2} \alpha t^2 + \sigma(t^2) \quad (3)$$

که ω و α نیز به ترتیب سرعت چرخشی و شتاب چرخشی هستند. با فرض $\Delta \theta(t) \rightarrow 0$ رابطه (۲) به صورت زیر تقریب زده می شود:

$$R(t) \approx R_0 + v + u \omega t \quad (4)$$

فرض کنید که رادار سیگنال فرکانس خطی مدوله شده (LFM^{۱۳}) زیر را ارسال نماید [۳]:

$$s(\tau) = \text{rect}\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \exp\left\{j 2\pi\left(f_c \tau + \frac{1}{2} \gamma \tau^2\right)\right\} \quad (5)$$

که $\tau = t \bmod (\Delta t)$ زمان سریع، t زمان کند، Δt بازه زمانی تکرار پالس، T_p عرض پالس چیرپ، f_c فرکانس حامل، γ نرخ چیرپ و $\text{rect}(\cdot)$ تابع مستطیلی واحد می باشد. بنابراین سیگنال منعکس شده از پراکنده‌گر واقع در موقعیت (u, v) در حوزه‌های برد - متقاطع و برد به فرم زیر تعریف می شود [۳]:

$$r(\tau, t) = x \cdot \text{rect}\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \cdot \exp\left\{j 2\pi\left(f_c\left(\tau - \frac{2R(t)}{c}\right) + \frac{\gamma}{2}\left(\tau - \frac{2R(t)}{c}\right)^2\right)\right\} \quad (6)$$

که در رابطه بالا T_a ، c و x نیز به ترتیب بیانگر زمان پردازش همدوس، سرعت امواج الکترومغناطیس و دامنه پراکنده‌گر هستند.

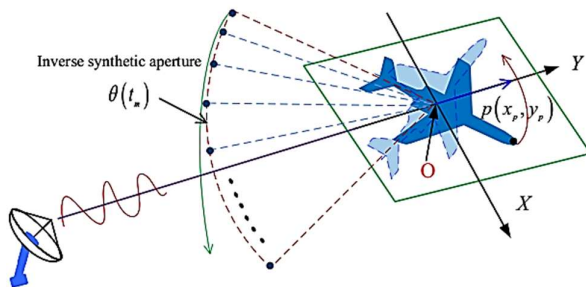
همچنین فرض کنید خطاهای فاز با الگوریتم‌های فوکوس خودکار یا برد - مرکز و ... جبران سازی شده‌اند [۳۱، ۳۲] و سیگنال دریافتی بعد از فشرده‌سازی برد به صورت زیر به دست می آید [۳]:

$$r(\tau, t) = x \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \text{sinc}\left(T_p \gamma \left[\tau - \frac{2R(t)}{c}\right]\right) \exp\left(\frac{-j 4\pi R(t)}{\lambda}\right) \quad (7)$$

که $\text{sinc}(\cdot)$ نیز به ترتیب بیانگر طول موج و تابع سینک هستند. با جایگذاری رابطه (۴) در رابطه (۷) داریم [۳]:

$$r(\tau, t) \approx x \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \cdot \text{sinc}\left(T_p \gamma \left[\tau - \frac{2(R_0 + v)}{c}\right]\right) \cdot \exp\left(\frac{-j 4\pi(R_0 + v)}{\lambda}\right) \exp\left[-j 2\pi\left(f_c t + \frac{1}{2} \beta t^2\right)\right] \quad (8)$$

که در رابطه بالا، $f \triangleq 2u\omega/\lambda$ فرکانس داپلر و $\beta \triangleq 2u\alpha/\lambda$ نرخ داپلر می باشد.



شکل ۲: هندسه تصویربرداری رادار دهانه ترکیبی معکوس [۳۳]

با فرض اینکه رادار دنباله‌ای از L پالس را ارسال می کند و سیگنال دریافتی از هر پالس ارسالی دارای N نمونه‌ی زمانی است، می توان داده‌های خام جمع‌آوری شده توسط رادار را در یک ماتریس $L \times N$ قرارداد. همچنین برای مدل کردن سیگنال‌های برگشتی از پراکنده‌گرها، می توان صحنه تصویربرداری هدف را به صورت شبکه‌ای با ابعاد $M \times N$ در حوزه‌های برد و برد - متقاطع تقسیم بندی نمود، که برای هر پراکنده‌گر واقع در (m, n) شبکه، موقعیت و دامنه پراکنده‌گی آن نیز به ترتیب به صورت (u_m, v_n) و $x_{m, n}$ نمادگذاری می شوند. به عبارت دیگر، فرض می کنیم که هر سلول برد شامل M پراکنده‌گر (مراکز پراکنده‌گی) با موقعیت‌های برد - متقاطع مختلف می باشد. بنابراین سیگنال واقع در سلول برد متناظر با $\tau_n = 2(R_0 + v_n)/c$ که منطبق با سیگنال‌های برگشتی از M پراکنده‌گر می باشد، به صورت زیر به دست می آید [۳]:

$$y_n(t) = \sum_{m=1}^M x_{m, n} \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp\left[-j 2\pi\left(f_m t + \frac{1}{2} \beta_m t^2\right)\right] \quad (9)$$

با فرض ایستادن بودن حرکت چرخشی هدف، می توان رابطه (۹) را به ازای $n = 1, 2, \dots, N$ به صورت زیر ساده نمود [۳]:

$$y_n(t) = \sum_{m=1}^M x_{m, n} \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp(-j 2\pi f_m t) + \omega_n(t) \quad (10)$$

در رابطه فوق $f_m = 2u_m\omega/\lambda$ فرکانس داپلر، $x_{m, n}$ دامنه مختلط m -امین مرکز پراکنده‌گی واقع در n -امین سلول برد و $\omega_n(t)$ نیز نویز جمع‌شونده می باشد. ترم فاز ثابت $\exp(-j 4\pi(R_0 + v_n)/\lambda)$ در دامنه پراکنده‌گی در نظر گرفته شده است.

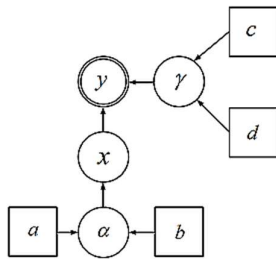
با فرض ارسال L پالس و نمونه‌برداری از پالس‌های دریافتی در سری زمانی $t_l = l\Delta t, \forall l = 1, \dots, L$ که $\Delta t = 1/f_r$ ، فرکانس تکرار پالس و $L \triangleq T_a/\Delta t$ نیز تعداد کل پالس‌های دریافتی می باشد، آنگاه سیگنال نمونه برداری شده مرتبط با n -امین سلول برد $y_n(t_l)$ می تواند به فرم ماتریسی زیر نمایش داده شود:

$$y_n = Ax_n + \omega_n \quad \forall n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

که در رابطه بالا خواهیم داشت:

۳-۱-۱- مدل بیزین پیشنهادی

در این بخش، به منظور بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی با الگوی نامشخص یک مدل آماری مطابق شکل ۴ پیشنهاد می‌شود:



شکل ۴: مدل پیشین سلسله مراتبی پیشنهادی

در این مدل، به ضرایب مجهول $\{x_m\}$ یک توزیع پیشین گوسی اختصاص داده می‌شوند. در حقیقت توزیع اختصاص داده شده باید دارای دنباله سنگین خارج از مبدأ و قله تیز در مبدأ یعنی توزیعی تنک (تمرکز بیشتر حول مرکز) باشد. به همین دلیل نیز از تابع توزیع گوسی به منظور مدل کردن سیگنال تنک استفاده شده است، همچنین برای اعمال وابستگی‌های الگویی در بین ضرایب همسایگی، توزیع پیشین گوسی برای هر ضریب x_m نه تنها شامل فرآیند خودش یعنی α_m بلکه شامل سایر فرآیندهای مجاورش نیز می‌شود. لذا به منظور اعمال ویژگی تنک بلوکی بر ساختار سیگنال مجهول موردنظر، مدل توزیع پیشین گوسی $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\alpha}) &= \prod_{m=1}^M p(x_m | \alpha_m, \alpha_{m+1}) \\ &= \prod_{m=1}^M \mathcal{CN}(x_m | 0, (\alpha_m + \beta(\alpha_{m+1} + \alpha_{m-1}))^{-1}) \\ &= \prod_{m=1}^M \mathcal{CN}(x_m | 0, \delta_m^{-1}) \end{aligned} \quad (13)$$

در رابطه بالا $\boldsymbol{\alpha} \triangleq \{\alpha_m\} \in \mathbb{R}^M$ معرف بردار فرآیند می‌باشد و مؤلفه m -ام آن برابر با α_m است. توجه کنید که فرآیندهای نامنفی کنترل‌کننده سطح تنکی سیگنال x هستند و $\mathcal{CN}(\cdot)$ نیز بیانگر توزیع گوسی مختلط است. همچنین پارامتر δ_m بیانگر عکس واریانس توزیع گوسی و برابر است با:

$$\delta_m \triangleq \alpha_m + \beta \sum_{i \in N_m} \alpha_i \quad (14)$$

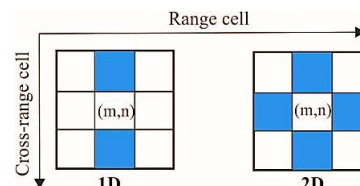
که N_m مشخص‌کننده محدوده‌ی همسایگی‌های مؤلفه m -ام متناظر با سلول برد مربوطه می‌باشد، به طوری که تأثیر همسایگی در راستای سلول برد متناظر با مؤلفه α_m را در برمی‌گیرد یعنی $N_m \triangleq \{m-1, m+1\}$. توجه کنید که نقاط ابتدایی و انتهایی هر سلول برد تنها از یک سمت با همسایگانش در ارتباط هستند، یعنی برای این نقاط همواره $\alpha_i = 0$ است. همچنین $0 < \beta \leq 1$ نیز پارامتر کنترل‌کننده میزان ارتباط بین ضرایب x_m و ضرایب همسایه‌اش $\{x_i | i \in N_m\}$ می‌باشد. واضح است، هنگامی که δ_m به سمت بی‌نهایت میل نماید و یا به طور معادل واریانس

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_n &\triangleq [y_n(t_1) \dots y_n(t_L)]^T \in \mathbb{C}^L \\ \boldsymbol{\omega}_n &\triangleq [\omega_n(t_1) \dots \omega_n(t_L)]^T \in \mathbb{C}^L \\ \mathbf{x}_n &\triangleq [x_{1,n} \dots x_{M,n}]^T \in \mathbb{C}^M \end{aligned} \quad (12)$$

در روابط بالا، \mathbf{x}_n متناظر با دامنه پراکنده‌گرهای متناظر با n -امین سلول برد و \mathbf{A} نیز ماتریسی با ابعاد $L \times M$ و شرط $L < M$ می‌باشد که مؤلفه‌ی (l, m) آن برابر است با $\exp(-j2\pi f_m t_l)$. همچنین $\boldsymbol{\omega}_n$ نویز گوسی جمع شونده با میانگین صفر و واریانس $(\gamma \triangleq \sigma^{-2})^{-1}$ می‌باشد. بنابراین در حالت کلی می‌توان این‌گونه بیان نمود که هدف اصلی، تخمین موقعیت و دامنه پراکنده‌گرهای قوی اهداف به واسطه بازسازی ماتریس تنک بلوکی مختلط $\mathbf{X}_{M \times N}$ از روی اندازه‌گیری‌های (نمونه‌های) آغشته به نویز دریافتی $\mathbf{Y}_{L \times N}$ تحت ماتریس نمونه‌برداری $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ ($L < M$) و $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^{L \times N}$ می‌باشد، لذا برای تحقق آن در ادامه الگوریتمی پیشنهاد خواهد شد.

۳- روش پیشنهادی

همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، تصاویر ISAR دارای ساختار تنک بلوکی هستند که در دنیای واقعی از ساختار (تعداد، اندازه و مکان هر بلوک) بلوک‌های آن اطلاعاتی قبلی در دسترس نیست. لذا با فرض همبستگی ضرایب مجاور، مطابق شکل ۳ یک مدل بیزین پیشنهاد خواهد شد. یعنی به منظور بهره‌وری از الگوی تنک بلوکی تصاویر ISAR از مدلی مبتنی بر وابستگی الگویی استفاده می‌شود.



شکل ۳: ضرایب همسایگی در یک و دو بعد

۳-۱-۱- حالت یک‌بعدی

در حالت یک‌بعدی، به منظور بازسازی سیگنال تنک بلوکی از روی نمونه‌های دریافتی، ارتباط‌های درون بلوکی بین پراکنده‌گرهای همسایه در راستای هر سلول برد در نظر گرفته می‌شوند (مطابق شکل ۳). در این حالت بازسازی کامل تصویر به صورت سلول به سلول (در راستای سلول‌های برد) انجام می‌شود، لذا جهت سهولت در نمادگذاری‌ها از آوردن اندیس n در رابطه (۱۱) خودداری نموده و فرم ماتریسی را برای هر سلول برد به صورت $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\omega}$ بازنویسی می‌کنیم که در این رابطه، بردارهای $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ و $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^L$ نیز به ترتیب بیانگر سیگنال تنک مجهول به عنوان سلول برد موردنظر و نمونه‌های دریافتی نویزی متناظر با هر یک از سلول‌های برد می‌باشد.

اطلاعاتی در دسترس نیست، لذا همچنان نیازمند معرفی n فرآپارامتر به منظور کنترل میزان تنکی n ضریب هستیم.

۳-۱-۲- استنتاج بی‌زین پیشنهادی

هدف از استنتاج بی‌زین، تخمین توابع توزیع پسین تمام پارامترهای نامعلوم مسأله به شرط دیدن مشاهدات می‌باشد. حال در ادامه براساس مدل بی‌زین پیشنهادی، به طراحی یک الگوریتم تکرارشونده تحت عنوان استنتاج تغییرات بی‌زین (VB)، به منظور یادگیری فرآپارامترهای $\{\alpha_m\}$ ، \mathcal{Y} و تخمین سیگنال تنک بلوکی پرداخته می‌شود.

بر اساس مدل سلسله مراتبی پیشنهادی، توزیع پسین x می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود [۳۴]:

$$p(x|\alpha, \gamma, y) = \frac{p(y|x, \gamma)p(x|\alpha)}{p(y|\alpha, \gamma)} \propto p(x|\alpha)p(y|x, \gamma) \quad (17)$$

که در رابطه بالا $\alpha \triangleq \{\alpha_m\} \in \mathbb{R}^M$ ، $x \triangleq \{x_m\} \in \mathbb{C}^M$ ، $y \triangleq \{y_l\} \in \mathbb{C}^L$ و همچنین $p(y|x, \gamma)$ برابر است با [۳۴]:

$$p(y|x, \gamma) = \left(\sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \right)^L \exp \left(-\gamma \frac{\|y - Ax\|_2^2}{2} \right) \quad (18)$$

بر اساس روابط (۱۳)، (۱۷) و (۱۸) می‌توان به این موضوع پی برد که توزیع پسین $p(x|\alpha, \gamma, y)$ دارای توزیعی گوسی با میانگین و ماتریس کوواریانس زیر می‌باشد [۳۴]:

$$\mu = \gamma \Sigma A^T y, \quad \Sigma = (\gamma A^T A + D)^{-1} \quad (19)$$

در رابطه بالا $D \triangleq \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_M)$ ماتریسی قطری می‌باشد که مؤلفه m -ام روی قطر اصلی آن برابر با δ_m می‌باشد و هر یک از عناصر روی قطر اصلی از رابطه (۱۴) به دست می‌آیند.

حال مجموعه‌ای از فرآپارامترهای تخمین زده شده $\{\alpha_m\}$ و \mathcal{Y} را در نظر بگیرید، آنگاه تخمین حداکثر توزیع پسین (MAP°) که برابر با میانگین توزیع پسین آن است، طبق رابطه (۱۹) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{x}_{\text{MAP}} = \mu = (A^T A + D/\gamma)^{-1} A^T y \quad (20)$$

بنابراین مسأله به تخمین توأم مجموعه فرآپارامترهای $\{\alpha_m\}$ و \mathcal{Y} تبدیل می‌شود. این پارامترها می‌توانند از طریق حداکثرکردن تابع توزیع احتمال پسین شان $p(\alpha, \gamma|y)$ آموزش داده شوند. لذا در ادامه با در نظر گرفتن سیگنال x به عنوان متغیرهای پنهان، استنتاج VB به منظور یافتن تخمین فرآپارامترهای $\{\alpha_m\}$ و \mathcal{Y} طراحی می‌شود.

با توجه به توضیحات ارائه شده در پیوست می‌توان فرآپارامترهای $\{\alpha_m\}$ ، \mathcal{Y} و متغیر پنهان x را به عنوان مجهولات مسأله در نظر گرفت، یعنی $\theta \triangleq \{x, \alpha, \gamma\}$ ، لذا با فرض مستقل بودن توزیع پسین فرآپارامترهای $\{\alpha_m\}$ ، \mathcal{Y} و x ، خواهیم داشت:

$$p(x, \alpha, \gamma|y) \approx q(x, \alpha, \gamma) = q_x(x)q_\alpha(\alpha)q_\gamma(\gamma) \quad (21)$$

توزیع گوسی δ_m^{-1} به سمت صفر میل کند، آنگاه ضریب x_m متناظرش نیز به سمت میانگین توزیع گوسی یعنی صفر نزدیک می‌شود. لذا با افزایش مقدار δ_m ، ضریب x_m به سمت صفر میل می‌کند و به پاسخی تنک می‌انجامد.

با توجه به مجهول بودن واریانس توزیع گوسی از توزیع گاما به عنوان توزیعی فرآپیشین^{۱۴} بر روی فرآپارامترهای کنترل کننده سطح تنکی یعنی $\{\alpha_m\}$ استفاده می‌شود. زیرا این توزیع، یک توزیع پیشین مزدوج برای عکس واریانس توزیع گوسی می‌باشد، که با انتخاب آن، تابع توزیع پسین به فرم بسته به دست خواهد آمد. توزیع گاما به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۴]:

$$p(\alpha) = \prod_{m=1}^M \text{Gamma}(\alpha_m | a, b) = \prod_{m=1}^M \Gamma(a)^{-1} b^a \alpha_m^{a-1} e^{-b\alpha_m} \quad (15)$$

که در رابطه بالا $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$ بیانگر تابع گاما می‌باشد.

برای مدل سازی نویز نیز از توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس مجهول σ^2 استفاده می‌شود که به منظور تخمین این پارامتر از توزیع فرآپیشین گاما بر روی متغیر $\gamma \triangleq \sigma^{-2}$ (عکس واریانس) استفاده می‌گردد یعنی [۳۴]:

$$p(\gamma) = \text{Gamma}(\gamma | c, d) = \Gamma(c)^{-1} d^c \gamma^{c-1} e^{-d\gamma} \quad (16)$$

در حالتی که $\beta=0$ باشد، مدل توزیع پیشین رابطه (۱۳) به مدل پیشین SBL متداول [۳۴، ۱۸] تبدیل می‌شود. در حالتی که $0 < \beta \leq 1$ باشد، میزان تنکی هر ضریب x_m تنها به واسطه فرآپارامتر α_m کنترل نمی‌شود، بلکه سایر فرآپارامترهای همسایه‌اش $\{\alpha_i | i \in N_m\}$ نیز نقش مؤثری خواهند داشت. لذا هنگامی که فرآپارامتر α_m به سمت بی‌نهایت میل کند، نه تنها ضریب متناظر آن یعنی x_m به سمت صفر همگرا می‌شود، بلکه ضرایب همسایگی آن یعنی $\{x_i | i \in N_m\}$ نیز صفر خواهند شد، زیرا α_m در توزیع پیشین ضرایب همسایگی‌اش $\{x_i | i \in N_m\}$ حضور دارد. بنابراین الگوهای تنکی ضرایب همسایگی تا حدودی به یکدیگر از طریق فرآپارامترهای مشترکشان وابسته هستند. در واقع، چنین مدل آماری‌ای بر خلاف سایر روش‌ها قبلی، بدون اعمال ساختار از پیش تعیین شده بر روی سیگنال‌های بازسازی شده توانایی لازم برای بهره‌وری از حل‌های تنک ساختاریافته را دارا می‌باشد. اگرچه مدل پیشنهادی توانایی خوبی در بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی دارد می‌تواند برای بازسازی سیگنال‌های تنک نیز مورد استفاده قرار گیرد.

همچنین اگر تعداد، اندازه و موقعیت دقیق هر بلوک از قبل شناخته شده باشد، این دانش قبلی از الگوی بلوک می‌تواند برای تسهیل طراحی الگوریتم مورد استفاده قرار گیرد [۲۰، ۳۵]. در این مورد، تعداد فرآپارامترهایی که به منظور کنترل میزان تنکی ضرایب مورد استفاده قرار می‌گیرند، می‌توانند به طور قابل توجهی کاهش یابد، زیرا ضرایب موجود در همان بلوک، یک الگوی تنکی مشابهی دارند. با این وجود، برای تشکیل تصویر ISAR، از دانش قبلی در مورد ساختار بلوک‌ها

$$q_{\alpha}(\alpha) = \prod_{m=1}^M \text{Gamma}(\alpha_m | \tilde{a}, \tilde{b}) \quad (28)$$

که پارامترهای \tilde{a} و \tilde{b} به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\tilde{a} = a + \frac{1}{2} \quad (29)$$

$$\tilde{b} = b + \frac{1}{2} \left(\langle x_m^2 \rangle + \beta \sum_{i \in N_m} \langle x_{i,i}^2 \rangle \right) \quad (30)$$

$$= b + \frac{1}{2} \left(\mu_m^2 + \Sigma_{m,m} + \beta \sum_{i \in N_m} (\mu_i^2 + \Sigma_{i,i}) \right)$$

۳- به روزرسانی $q_{\gamma}(\gamma)$: به طور مشابه، توزیع پسین تقریبی $q_{\gamma}(\gamma)$ می‌تواند طبق روابط (۱۶) و (۱۸) به صورت زیر محاسبه شود:

$$\begin{aligned} \ln q_{\gamma}(\gamma) &\propto \langle \ln p(y | x, \gamma) + \ln p(\gamma | c, d) \rangle_{q_x(x)} \\ &\propto \frac{L}{2} \ln \gamma - \frac{\gamma}{2} \langle (y - Ax)^T (y - Ax) \rangle_{q_x(x)} + c \ln \gamma - d \gamma \\ &\propto \left(\frac{L}{2} + c \right) \ln \gamma - \left(\frac{1}{2} \langle (y - Ax)^T (y - Ax) \rangle_{q_x(x)} + d \right) \gamma \end{aligned} \quad (31)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که توزیع پسین $q(\gamma)$ دارای فرمی به صورت توزیع گاما می‌باشد [۳۶]:

$$q(\gamma) = \text{Gamma}(\gamma | \tilde{c}, \tilde{d}) \quad (32)$$

که پارامترهای \tilde{c} و \tilde{d} به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\tilde{c} = c + \frac{L}{2} \quad (33)$$

$$\tilde{d} = d + \frac{1}{2} \langle (y - Ax)^T (y - Ax) \rangle_{q_x(x)} \quad (34)$$

که در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \langle (y - Ax)^T (y - Ax) \rangle_{q_x(x)} &= \|y - A\mu\|_2^2 + \text{tr} \{A^T A \Sigma\} \\ &= \|y - A\mu\|_2^2 + (\gamma)^{-1} \sum_{m=1}^M (1 - \Sigma_{m,m} \delta_m) \end{aligned} \quad (35)$$

به طور خلاصه، استنتاج تغییرات بیزین شامل به روزرسانی‌های متوالی توزیع‌های پسین تقریبی هر یک از فرآیندهای $\{\alpha_m\}$ و γ و x می‌باشد.

امید ریاضی و ممان‌های مورد استفاده در طول به روزرسانی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\langle \alpha_m \rangle = \frac{\tilde{a}}{b}, \quad \langle \gamma \rangle = \frac{\tilde{c}}{d}, \quad \langle x_m^2 \rangle = \mu_m^2 + \Sigma_{m,m} \quad (36)$$

با جایگذاری روابط (۲۹)، (۳۰)، (۳۳)، (۳۴) در رابطه (۳۶) به روزرسانی $\langle \alpha_m \rangle$ و $\langle \gamma \rangle$ می‌تواند به صورت زیر انجام شود:

$$\langle \alpha_m \rangle = \frac{1 + 2a}{\left(\mu_m^2 + \Sigma_{m,m} + \beta \sum_{i \in N_m} (\mu_i^2 + \Sigma_{i,i}) \right) + 2b} \quad (37)$$

$$\langle \gamma \rangle = \frac{L + 2c}{2d + \|y - A\mu\|_2^2 + \text{tr} \{A^T A \Sigma\}} \quad (38)$$

حال توزیع پسین هر یک از فرآیندهای $\{\alpha_m\}$ و γ را می‌توان با به حداقل رساندن دیورژانس KL یا به طور معادل با به حداکثر رساندن $L(q)$ محاسبه نمود. لذا داریم:

$$\begin{aligned} \ln q_x(x) &= \langle \ln p(y, x, \alpha, \gamma) \rangle_{q_{\alpha}(\alpha) q_{\gamma}(\gamma)} + \text{constant} \\ \ln q_{\alpha}(\alpha) &= \langle \ln p(y, x, \alpha, \gamma) \rangle_{q_x(x) q_{\gamma}(\gamma)} + \text{constant} \\ \ln q_{\gamma}(\gamma) &= \langle \ln p(y, x, \alpha, \gamma) \rangle_{q_x(x) q_{\alpha}(\alpha)} + \text{constant} \end{aligned} \quad (22)$$

که $\langle \cdot \rangle_{q(\cdot)}$ بیانگر امید ریاضی برحسب توزیع $q(\cdot)$ می‌باشد. همان طور که مشخص است، تقریب‌های توزیع پسین در یک روش تکرارشونده برای هر مجهول، با ثابت در نظر گرفتن سایر مجهولات نیز محاسبه می‌شوند. یعنی برای محاسبه $q_x(x)$ امید ریاضی روی سایر پارامترها به غیر از x صورت گرفته است و برای سایرین هم همین روال را نیز در نظر گرفتیم. جزئیاتی از شیوه استنتاج بیزین در زیر آورده شده است:

۱- به روزرسانی $q_x(x)$: بهینه‌سازی تغییرات $q_x(x)$ می‌تواند طبق روابط (۱۳) و (۱۸) به صورت زیر با نادیده گرفتن عبارت‌هایی که مستقل از x هستند، محاسبه شود [۳۶]:

$$\begin{aligned} \ln q_x(x) &\propto \langle \ln p(y | x, \gamma) + \ln p(x | \alpha) \rangle_{q_{\alpha}(\alpha) q_{\gamma}(\gamma)} \\ &\propto - \frac{\langle \gamma \rangle}{2} (y - Ax)^T (y - Ax) - \frac{1}{2} x^T \langle D \rangle x \end{aligned} \quad (23)$$

در رابطه بالا، $\langle D \rangle \triangleq \text{diag}(\langle \delta_1 \rangle, \dots, \langle \delta_M \rangle)$ که δ_m بیانگر امید ریاضی δ_m برحسب $q_{\alpha}(\alpha)$ می‌باشد. بنابراین به راحتی می‌توان به این موضوع پی برد که $q_x(x)$ دارای توزیعی گوسی با میانگین μ و ماتریس کوواریانس Σ می‌باشد که از روابط زیر به دست می‌آیند [۳۶]:

$$\mu = \langle \gamma \rangle \Sigma A^T y \quad (24)$$

$$\Sigma = (\langle \gamma \rangle A^T A + \langle D \rangle)^{-1} \quad (25)$$

۲- به روزرسانی $q_{\alpha}(\alpha)$: به طور مشابه، توزیع پسین تقریبی $q_{\alpha}(\alpha)$ می‌تواند طبق روابط (۱۳) و (۱۵) به صورت زیر محاسبه شود:

$$\begin{aligned} \ln q_{\alpha}(\alpha) &\propto \langle \ln p(x | \alpha) + \ln p(\alpha | a, b) \rangle_{q_x(x)} \\ &\propto \sum_{m=1}^M \left\{ a \ln \alpha_m - b \alpha_m + \frac{1}{2} \ln \delta_m - \delta_m \frac{\langle x_m^2 \rangle}{2} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

که $\langle x_m^2 \rangle$ بیانگر امید ریاضی x_m^2 برحسب $q_x(x)$ می‌باشد.

$$\langle x_m^2 \rangle = E_{q_x(x)} [x_m^2] = \int q_x(x) x_m^2 dx = \mu_m^2 + \Sigma_{m,m} \quad (27)$$

در روابط فوق μ_m بیانگر m -امین مؤلفه μ و $\Sigma_{m,m}$ بیانگر m -امین مؤلفه قطر اصلی Σ می‌باشد.

به راحتی می‌توان نشان داد که توزیع پسین $q_{\alpha}(\alpha)$ دارای فرمی به صورت حاصل ضرب توزیع‌های گاما می‌باشد [۳۶]:

۳-۲- حالت دوبعدی

در حالت دوبعدی، به منظور بازسازی سیگنال تنک بلوکی از روی نمونه‌های دریافتی، ارتباط‌های درون بلوکی بین پراکنده‌گرهای همسایه در هر دو راستای سلول برد و سلول برد - متقاطع در نظر گرفته می‌شود (مطابق شکل ۳). به بیانی دیگر، علاوه بر در نظر گرفتن ارتباط‌های درون بلوکی در راستای هر سلول برد، وابستگی هر سلول به سلول‌های برد مجاورش را بنا به خاصیت پیوسته بودن تصاویر ISAR لحاظ می‌شود تا علاوه بر تفکیک بهتر پراکنده‌گرها، در مقابل نویز لکه به خوبی مقابله نماید.

در این روش بازسازی کامل تصویر به صورت بلوک به بلوک و با بازسازی هم‌زمان چندین سلول برد از روی نمونه‌های دریافتی متناظرشان در هر مرحله از تکرار به دست می‌آید. با توجه به اینکه الگوریتم پیشنهادی در حالت دوبعدی تنها به صورت مجزا بر روی بلوک‌های متشکل از چندین سلول برد قابل اعمال می‌باشد، لذا رابطه (۱۱) را برای هر بلوک سلولی به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$Y_k = AX_k + W_k \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (39)$$

که در این رابطه، ماتریس‌های $Y_k \in \mathbb{C}^{L \times T}$ و $X_k \in \mathbb{C}^{M \times T}$ نیز به ترتیب بیانگر k -امین بلوک شامل T سلول برد و نمونه‌های دریافتی نویزی متناظر با بلوک مورد نظر هستند. همچنین $W_k \in \mathbb{C}^{L \times T}$ نویز گوسی چندمتغیره جمع شونده با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس $(1/\gamma)I$ می‌باشد.

در ادامه با تعمیم الگوریتم یک‌بعدی، یک الگوریتم دوبعدی به منظور بازسازی تصویر تنک بلوکی ISAR ارائه می‌شود. در ضمن جهت سهولت در نمادگذاری‌ها، از آوردن اندیس k صرف نظر شده است.

بنابراین در این مدل، ضرایب $\{x_{m,n}\}$ به صورت زیر تعمیم داده می‌شوند:

$$\begin{aligned} p(X|\alpha) &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^T p(x_{m,n} | \alpha_{m,n}, \alpha_{m\pm 1,n}, \alpha_{m,n\pm 1}) \\ &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^T \mathcal{CN}(x_{m,n} | 0, (\alpha_{m,n} + \beta(\alpha_{m\pm 1,n} + \alpha_{m,n\pm 1}))^{-1}) \quad (40) \\ &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^T \mathcal{CN}(x_{m,n} | 0, \delta_{m,n}^{-1}) \end{aligned}$$

که $\alpha = \{\alpha_{m,n}\} \in \mathbb{R}^{MT}$ بردار فرایارامتر می‌باشد و مؤلفه $(n-1)M + m$ -ام آن برابر با $\alpha_{m,n}$ است. همچنین:

$$\delta_{m,n} \triangleq \alpha_{m,n} + \beta \sum_{(i,j) \in N(m,n)} \alpha_{i,j} \quad (41)$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، به منظور اعمال وابستگی‌های گویبی بین ضرایب همسایگی در هر دو بعد، توزیع پیشین گوسی برای هر ضریب $x_{m,n}$ نه تنها شامل فرایارامتر خودش یعنی $\alpha_{m,n}$ می‌شود بلکه سایر فرایارامترهای همسایگی‌اش در هر دو بعد $\{\alpha_{i,j} | (i,j) \in N(m,n)\}$ را نیز شامل می‌شود. که $N(m,n)$ بیانگر مختصات همسایگی‌های پراکنده‌گر واقع در موقعیت (m,n) یعنی $N(m,n) \triangleq \{(m\pm 1, n), (m, n\pm 1)\}$ می‌باشد.

توزیع گاما به صورت زیر تعمیم داده می‌شود:

$$\begin{aligned} p(\alpha) &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^T \text{Gamma}(\alpha_{m,n} | a, b) \\ &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^T \Gamma(a)^{-1} b^a \alpha_{m,n}^a e^{-b\alpha_{m,n}} \quad (42) \end{aligned}$$

حال با تبدیل ماتریس‌های بلوکی در رابطه (۳۹) به فرم برداری (زیر هم قرار دادن ستون‌های مجاور واقع در هر بلوک) خواهیم داشت:

$$Y^{Vec} = A^c X^{Vec} + W^{Vec}; A^c = I \otimes A \quad (43)$$

که عملگر \otimes بیانگر ضرب کرونگر 1^L ، $Y^{Vec} \triangleq \text{vec}(Y) \in \mathbb{C}^{LT}$ و $X^{Vec} \triangleq \text{vec}(X) = \{x_{m,n}\} \in \mathbb{C}^{MT}$ می‌باشد. $A^c = (I \otimes A) \in \mathbb{C}^{LT \times MT}$

همچنین با فرض $\omega = W^{Vec}$ ، $x = X^{Vec}$ ، $y = Y^{Vec}$ رابطه (۴۳) را می‌توان به صورت $y = Ax + \omega$ بازنویسی نمود تا از نظر نمادگذاری مشابه با حالت یک‌بعدی شود. با توجه به اینکه روال کلی طراحی استنتاج بی‌زین مانند حالت قبل می‌باشد، توزیعی گوسی $q_x(x)$ با میانگین و ماتریس کوواریانس زیر به دست می‌آید:

$$\mu = \langle \gamma \rangle \Sigma A^T y \quad (44)$$

$$\Sigma = (\langle \gamma \rangle A^T A + \langle D \rangle)^{-1} \quad (45)$$

که در رابطه فوق ماتریس قطری $\langle D \rangle$ برابر است با: $\langle D \rangle \triangleq \text{diag}(\langle \delta_{1,1} \rangle, \dots, \langle \delta_{M,1} \rangle, \langle \delta_{1,2} \rangle, \dots, \langle \delta_{M,2} \rangle, \dots, \langle \delta_{1,T} \rangle, \dots, \langle \delta_{M,T} \rangle)$ همچنین پارامترهای \tilde{a} و \tilde{b} در توزیع پسین $q_a(\alpha)$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tilde{a} = a + \frac{1}{2} \quad (46)$$

$$\tilde{b} = b + \frac{1}{2} \left(\mu_{m,n}^2 + \Sigma_{m,n} + \beta \sum_{(i,j) \in N(m,n)} (\mu_{i,j}^2 + \Sigma_{i,j}) \right) \quad (47)$$

که $\mu_{m,n}$ بیانگر $((n-1)M + m)$ -امین مؤلفه μ و $\Sigma_{m,n}$ بیانگر $((n-1)M + m)$ -امین مؤلفه قطر اصلی Σ می‌باشد.

پارامترهای \tilde{c} و \tilde{d} در توزیع پسین $q(\gamma)$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tilde{c} = c + \frac{LT}{2} \quad (48)$$

$$\tilde{d} = d + \frac{1}{2} \langle (y - Ax)^T (y - Ax) \rangle_{q_x(x)} \quad (49)$$

در نتیجه به‌روزرسانی $\langle \alpha_{m,n} \rangle$ و $\langle \gamma \rangle$ می‌تواند به صورت زیر انجام شود:

$$\langle \alpha_{m,n} \rangle = \frac{\tilde{a}}{b} = \frac{1 + 2a}{\left(\mu_{m,n}^2 + \Sigma_{m,n} + \beta \sum_{(i,j) \in N(m,n)} (\mu_{i,j}^2 + \Sigma_{i,j}) \right) + 2b} \quad (50)$$

$$\langle \gamma \rangle = \frac{\tilde{c}}{\tilde{d}} = \frac{LT + 2c}{2d + \|y - A\mu\|_2^2 + \text{tr}\{A^T A \Sigma\}} \quad (51)$$

شبه کد الگوریتم پیشنهادی در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: شبه کد الگوریتم پیشنهادی

مقداردهی اولیه فرایارامترهای $\{\alpha_{m,n}\}$ و γ .

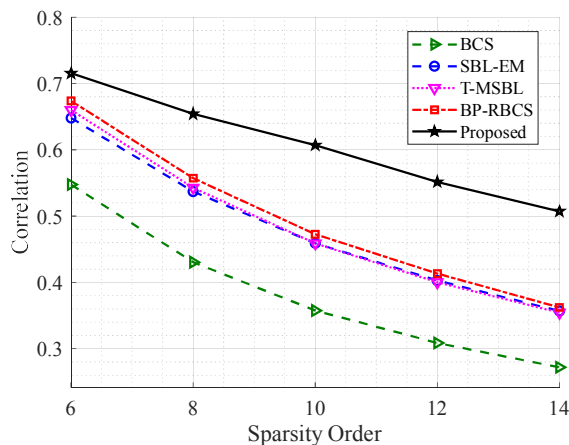
MATLAB 2018b و 4GB حافظه نسل سوم در 2630QM 2.00GHz انجام شده است.

۴-۱- نتایج شبیه‌سازی برای سیگنال ساختگی

در اولین آزمایش ابتدا یک سیگنال تنک بلوکی به طول M با مؤلفه غیرصفر ایجاد شده است، به طوری که پیک‌های گوسی در B بلوک غیرصفر قرار گرفته‌اند. البته موقعیت و اندازه خوشه‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده است، بنابراین در بازسازی سیگنال تنک، موقعیت و اندازه بلوک‌های غیرصفر نامشخص می‌باشد. آنگاه با ضرب یک ماتریس حسگری تصادفی گوسی طراحی شده در این بردار 100 مؤلفه‌ای، بردار اندازه‌گیری به دست می‌آید، سپس بردار اندازه‌گیری به نویز گوسی آغشته خواهد شد. البته نتایج کلیه شبیه‌سازی‌ها با متوسط‌گیری بر روی 5000 اجرای مستقل از هم آورده شده است.

در شکل ۵ و شکل ۶ نیز نمودار میزان همبستگی به ترتیب برحسب درجه تنکی و SNR برای سیگنال 100 مؤلفه‌ای با 3 بلوک غیر صفر تحت نرخ نمونه‌برداری 20% ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل ۵ و شکل ۶ مشاهده می‌کنید، با افزایش درجه تنکی و SNR میزان همبستگی به ترتیب کاهش و افزایش یافته است و روش پیشنهادی بیشترین همبستگی را در مقایسه با سایر روش‌ها کسب نموده است.

همچنین در شکل ۷ نیز نمودار NMSE برحسب نرخ نمونه‌برداری برای سیگنال 100 مؤلفه‌ای با درجه تنکی 10 و 3 بلوک غیر صفر تحت $SNR=8dB$ ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌کنید، با افزایش نرخ نمونه‌برداری مقدار NMSE کاهش یافته است و روش پیشنهادی کمترین NMSE را در مقایسه با سایر روش‌ها کسب نموده است.



شکل ۵: میزان همبستگی برحسب درجه تنکی برای سیگنال 100 مؤلفه‌ای با 3 بلوک غیر صفر تحت نرخ نمونه‌برداری 20% و $SNR=8dB$

گام ۱: میانگین $\hat{\mu}$ و ماتریس کوواریانس $\hat{\Sigma}$ توزیع پسین طبق روابط (۴۴) و (۴۵) محاسبه می‌شوند.

گام ۲: مقادیر جدید $\alpha^{(n)}$ و $\gamma^{(n)}$ طبق روابط (۴۶) و (۴۷) تخمین زده می‌شوند.

گام ۳: مراحل فوق تا زمانی که شرط $\|\hat{\mu}^{(n)} - \hat{\mu}^{(n-1)}\| \leq \epsilon$ برقرار باشد تکرار می‌گردند، که ϵ تلورانس از پیش تعریف شده می‌باشد.

۴-۲ نتایج شبیه‌سازی

برای الگوریتم پیشنهادی مقاردهی اولیه پارامترها نیز به طور تجربی و از روی آزمون صحیح و خطا به صورت $a=b=c=d=10^{-10}$ ، $\alpha^{(0)}=1$ ، $T=4$ ، $\gamma^{(0)}=10^{-2}$ و ضریب همبستگی $\beta=1$ در نظر گرفته شده است. همچنین شرط توقف برای کلیه روش‌ها برابر با 10^{-8} و حداکثر تعداد دفعات تکرار برابر با 50 در نظر گرفته شده است.

با توجه به اینکه از نظر دقت بازسازی و حفظ پایداری، عموماً روش‌های بی‌زین عملکرد بهتری را در مقایسه با سایر روش‌های غیر بی‌زین از خود نشان داده‌اند و همچنین در برابر نویز سنگین مقاوم‌تر بوده‌اند، لذا در این مقاله روش پیشنهادی با روش‌های معروف بی‌زین نظیر BCS [۱۷]، SBL-EM [۱۸]، BSBL-BO [۱۹]، STSBL-EM [۲۱]، T-MSBL [۲۰]، BP-RBCS [۲۲] و IF-SBL [۲۳] مقایسه می‌شود.

به منظور ارزیابی دقت بازسازی سیگنال تنک بلوکی از سه معیار: میزان همبستگی $Corr = \frac{|\langle x, \hat{x} \rangle|}{\|x\|_2 \|\hat{x}\|_2}$ [۱۶]، میانگین مربعات خطای نرمالیزه شده $NMSE = \frac{\|x - \hat{x}\|_2^2}{M \|x\|_2^2}$ [۱۶] و درصد بازسازی کامل استفاده می‌شود، که منظور از \hat{x}, x و $\langle \cdot \rangle$ نیز به ترتیب سیگنال اصلی، سیگنال بازسازی‌شده و ضرب داخلی دو بردار می‌باشد. درصد بازسازی کامل به نسبت تعداد بازسازی‌های کامل به تعداد کل بازسازی‌ها تعریف می‌شود.

همچنین به منظور ارزیابی کیفیت فوکوس و تراکم تصاویر بازسازی‌شده از دو معیار کنتراست تصویر (IC) و آنتروپی تصویر (IE) استفاده می‌شود که به ترتیب برابرند با [۳۷]:

$$IC = \frac{\sqrt{E \left\{ \left[|I|^2 - E(|I|^2) \right]^2 \right\}}}{E(|I|^2)} \quad (52)$$

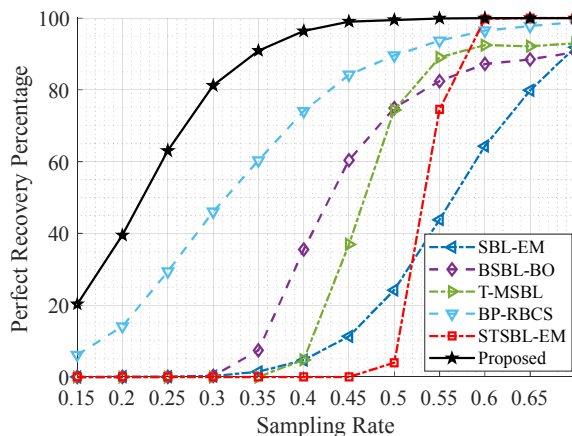
$$IE = - \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \bar{I}_{p,q} \ln(\bar{I}_{p,q}) \quad (53)$$

در روابط فوق $I, E(\cdot)$ و \bar{I} نیز به ترتیب بیانگر تصویر ISAR، عملگر متوسط‌گیری و توان نرمالیزه شده تصویر یعنی $\bar{I} = |I|^2 / \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q |I_{p,q}|^2$ هستند. همان‌طور که انتظار می‌رود یک تصویر واضح و به‌خوبی فوکوس شده باید دارای حداکثر کنتراست و حداقل آنتروپی باشد. همچنین به منظور اثبات پایین بودن حجم محاسباتی روش پیشنهادی، مدت‌زمان اجرای هر الگوریتم بر روی داده ISAR ارائه می‌گردد. کلیه شبیه‌سازی‌ها بر روی کامپیوتری با CPU ساخت شرکت Intel سری Core(TM) i7-

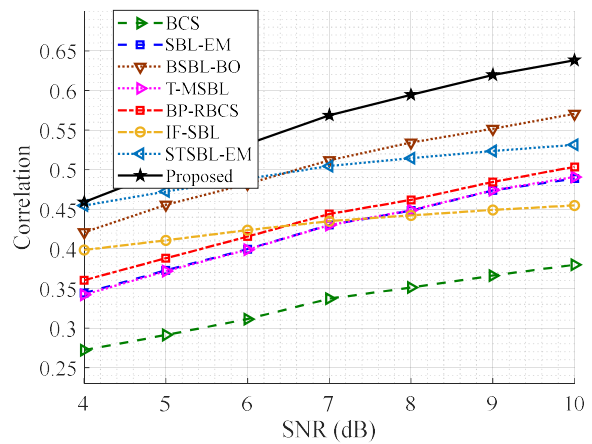
در شکل ۸ نیز درصد بازسازی کامل در حالت بدون نویز برحسب درجه تنکی برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با ۳ بلوک غیر صفر تحت نرخ نمونه‌برداری ۳۵٪ ترسیم شده است. همچنین در شکل ۹ نیز درصد بازسازی کامل در حالت بدون نویز برحسب نرخ نمونه‌برداری برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با درجه تنکی ۲۴ و ۴ بلوک غیر صفر ترسیم شده است. همان‌طور که در هر دو شکل مشهود است، روش پیشنهادی قادر است تا درصد بالایی از سیگنال را در شرایط مختلف به خوبی بازسازی نماید. بنابراین با استناد به شکل ۵ الی شکل ۹ می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی به علت بهره‌وری از خاصیت پیوستگی ساختاری عملکرد بهتری را نسبت به سایر روش‌ها در بازسازی سیگنال‌های تنک بلوکی با چند پیک گوسی در هر خوشه یا بلوک ارائه می‌دهد.

۴-۲- نتایج شبیه‌سازی برای سیگنال ISAR

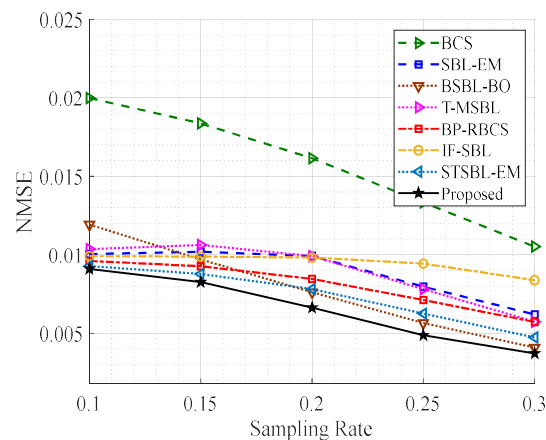
در آزمایش بعدی عملکرد الگوریتم‌ها با استفاده از داده مربوط به هواپیمای Yak-42 ارزیابی می‌شود. پارامترهای سیستم راداری برای این داده مشابه با [۳۸] انتخاب شده است. این داده توسط یک سیستم آزمایشی ISAR در باند C (۵/۲۵GHz) با پهنای باند ۴۰۰MHz ثبت شده است، لذا دقت تفکیک در راستای برد برابر با ۰/۳۷۵m می‌باشد، همچنین فرکانس تکرار پالس ۱۰۰Hz و پهنای پالس سیگنال ارسالی ۲۵/۶ میکرو ثانیه است. تعداد سلول‌های برد برابر با ۲۵۶ و تعداد کل پالس‌ها برابر با ۲۵۶ و مدت‌زمان مشاهده ۲/۵۶ ثانیه است. با فرض اینکه جبران سازی حرکت، شامل مرتب‌سازی برد و پردازش فوکوس خودکار بر روی این داده اعمال شده است، تصویر تشکیل شده با استفاده از الگوریتم RD با ۲۵۶ پالس دریافتی در شکل ۱۰ آورده شده است.



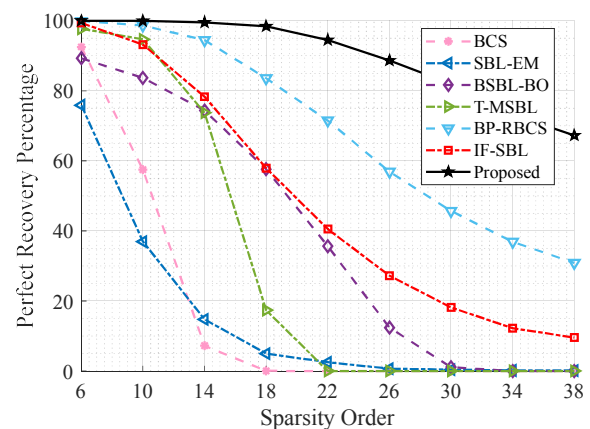
شکل ۹: درصد بازسازی کامل برحسب نرخ نمونه‌برداری برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با درجه تنکی ۲۴ و ۴ بلوک غیر صفر در حالت بدون نویز



شکل ۶: میزان همبستگی برحسب نسبت سیگنال به نویز برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با درجه تنکی ۱۰ و ۳ بلوک غیر صفر تحت نرخ نمونه‌برداری ۲۰٪



شکل ۷: میانگین مربعات خطا برحسب نرخ نمونه‌برداری برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با درجه تنکی ۱۰ و ۳ بلوک غیر صفر تحت SNR=8dB



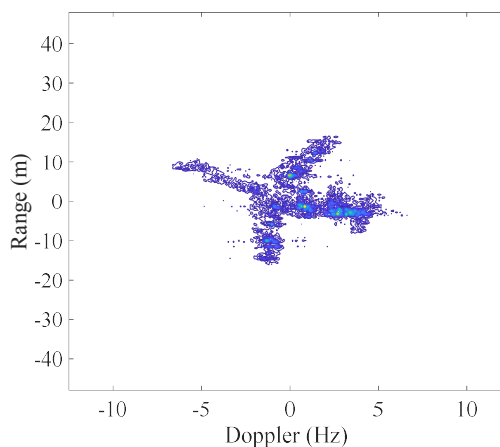
شکل ۸: درصد بازسازی کامل برحسب درجه تنکی برای سیگنال ۱۰۰ مؤلفه‌ای با ۳ بلوک غیر صفر تحت نرخ نمونه‌برداری ۳۵٪ در حالت بدون نویز

IF-SBL نیز به دلیل تقریب در محاسبه معکوس ماتریس و عدم توجه به پیوستگی ساختاری سیگنال ISAR در بازسازی پراکنده‌گرهای قوی ناموفق بوده است، در واقع بخش قابل توجهی از پراکنده‌گرها تحت شرایط نویزی قوی در بازسازی با روش IF-SBL از بین رفته است.

بنابراین از روی تصاویر بازسازی شده می‌توان دریافت که الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر الگوریتم‌ها قابلیت بازسازی تصویر با دقت تفکیک بهتری را دارد و در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها عملکرد چشم‌گیری در تخمین و حذف نویز سنگین دارد. در واقع میزان حساسیت آن به سطح نویز بسیار ناچیز می‌باشد، زیرا قادر است پس از چند مرحله تکرار واریانس نویز را با دقت بالایی تخمین بزند. ضمناً نتایج مربوط به روش BCS به علت عدم توانایی در تشکیل تصویر و حذف نویز ارائه نشده است.

در جدول ۲ نتایج حاصل از معیارهای آماری ارزیابی کیفیت تصویر یعنی کنتراست تصویر (IC) و آنتروپی تصویر (IE) آورده شده است. با توجه به اینکه برای تصاویر راداری، مقادیر بالای IC و مقادیر پایین IE، به این معنا می‌باشند که تصویر با وضوح بالا تشکیل و اطلاعات هدف به خوبی حفظ شده است، می‌توان دریافت که روش پیشنهادی عملکرد خوبی را در مقایسه با سایر روش‌ها تحت سطح نویزی ۲ و ۸ دسی‌بل با ۳۲ و ۶۴ پالس ارسالی به دست آورده است.

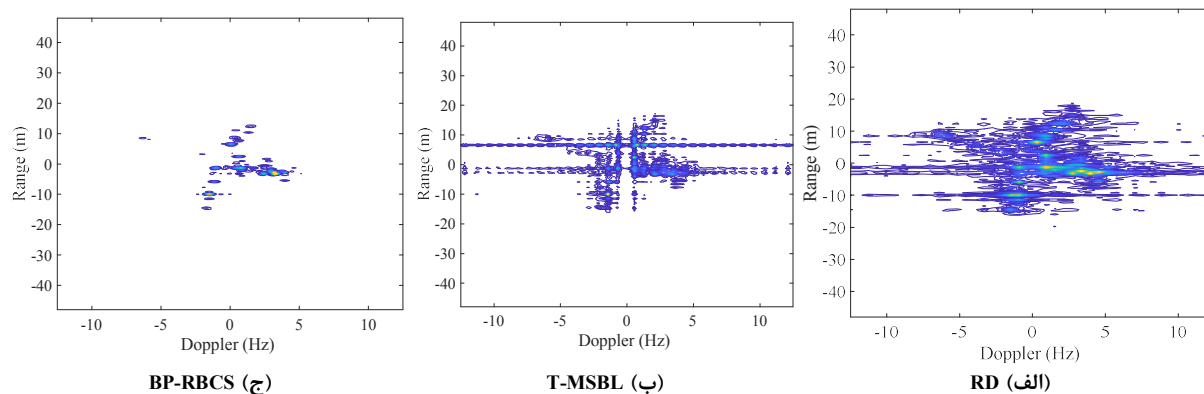
در جدول ۳ نیز زمان اجرای الگوریتم‌ها (برحسب ثانیه) به منظور بازسازی کامل تصویر ISAR با استفاده از ۳۲ پالس آورده شده است. همان طور که مشهود است روش IF-SBL به دلیل تقریب در محاسبات ماتریسی عملکرد بسیار سریعی دارد و در مقابل نیز روش BP-RBCS به دلیل طراحی مدل بیزین پیچیده‌تر سرعت اجرای بسیار پایینی دارد، همچنین الگوریتم پیشنهادی در بازسازی تصویر Yak-42 مدت زمان قابل قبولی را در مقایسه با الگوریتم‌های بیزین کسب نموده است.

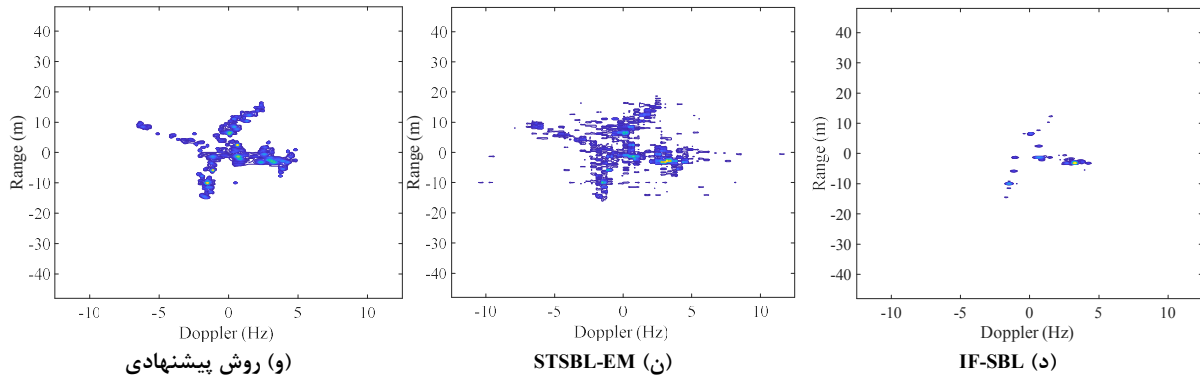


شکل ۱۰: تصویر حاصل از ۲۵۶ پالس با الگوریتم RD

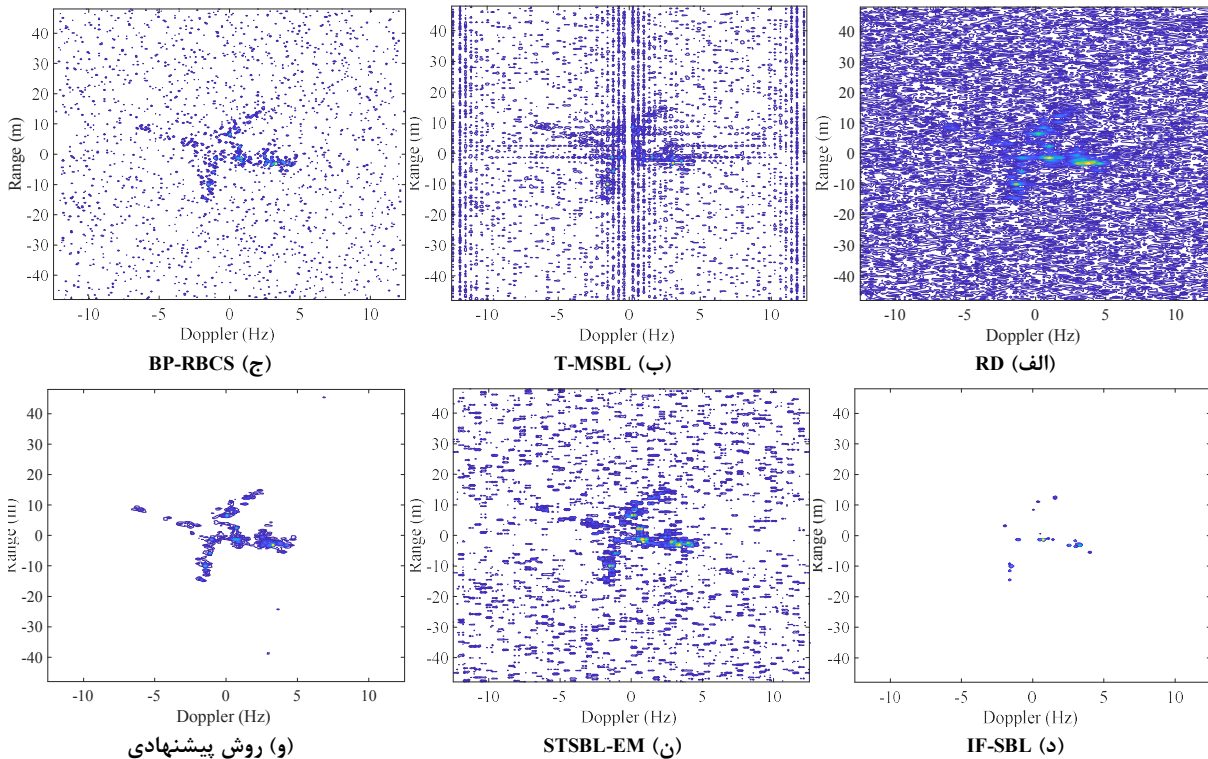
در شکل ۱۱ نتایج حاصل از تصویربرداری با ۳۲ پالس دریافتی در حالت بدون نویز آورده شده است. همان‌طور که مشهود است در تعداد پالس محدود، تصویر حاصل از روش RD تصویری مات و فوکوس نشده می‌باشد، همچنین وجود نویز در تصاویر بازسازی شده با استفاده از روش‌های T-MSBL و STSBL-EM مشهود است. اما روش پیشنهادی به دلیل بهره‌گیری از ساختار تنک بلوکی سیگنال، بهترین کیفیت تصویربرداری را در بین سایر روش‌ها ارائه نموده است، زیرا علاوه بر حذف اثر نویز، می‌تواند اکثر پراکنده‌گرهای قوی را در حین بازسازی حفظ نماید، در حالی که بخش قابل توجهی از پراکنده‌گرها در تصویر بازسازی شده توسط IF-SBL و BP-RBCS بازیابی نشده است.

در شکل ۱۲ نیز نتایج حاصل از تصویربرداری با ۶۴ پالس دریافتی تحت نویز SNR=2dB آورده شده است. همان‌طور که مشهود است، روش‌های RD، T-MSBL، BP-RBCS و STSBL-EM نتوانستند سیگنال مطلوب را از نویز آغشته به آن به خوبی تفکیک نمایند. همچنین روش





شکل ۱۱: نتایج حاصل از تصویربرداری با ۳۲ پالس دریافتی در حالت بدون نویز



شکل ۱۲: نتایج حاصل از تصویربرداری با ۶۴ پالس دریافتی تحت SNR=2dB

جدول ۲: معیارهای آماری ارزیابی کیفیت تصویر ISAR بازسازی شده

جدول ۳: زمان اجرای الگوریتم‌ها برای بازسازی کامل تصویر ISAR با استفاده از ۳۲ پالس

SNR(dB)	۳۲ پالس				۶۴ پالس			
	۲		۸		۲		۸	
معیارهای ارزیابی	IC	IE	IC	IE	IC	IE	IC	IE
SBL-EM	۲۴/۳۶	۵/۶۶	۲۵/۸۹	۵/۳۲	۳۱/۴۷	۵/۲۶	۳۳/۰۳	۵/۰۸
BSBL-BO	۲۲/۰۵	۶/۹۹	۲۸/۲۶	۵/۸۵	۲۳/۵۸	۶/۲۹	۲۹/۹۹	۵/۸۳
T-MSBL	۱۲/۵۶	۸/۵۷	۱۶/۳۳	۷/۴۶	۲۰/۷۷	۷/۶۳	۲۷/۱۶	۶/۸۳
BP-RBSC	۲۵/۰۵	۶/۰۹	۲۷/۶۶	۵/۵۷	۳۴/۹۰	۶/۳۸	۳۹/۹۷	۵/۱۳
IF-SBL	۱۴/۲۸	۸/۲۲	۱۶/۸۶	۷/۷۶	۲۲/۴۴	۷/۶۴	۲۶/۳۷	۶/۵۷
STSBL-EM	۲۴/۷۱	۵/۶۸	۲۵/۴۶	۵/۴۷	۲۶/۴۵	۵/۳۵	۲۹/۱۹	۵/۲۳
روش پیشنهادی	۲۵/۹۷	۵/۶۱	۲۹/۰۹	۵/۲۸	۳۹/۶۴	۵/۰۵	۴۰/۴۳	۴/۹۳

الگوریتم	زمان اجرای الگوریتم‌ها (برحسب ثانیه)
SBL-EM	۲۱۳/۱۸
BSBL-BO	۲۹۰/۲۰
T-MSBL	۵۸۶/۵۷
BP-RBSC	۱۴۳۵/۵۵
IF-SBL	۱۱/۴۷
STSBL-EM	۴۱۷/۲۱
روش پیشنهادی	۲۲۲/۵۰

۵- نتیجه گیری

توجه کنید که $q(\theta)$ ، می تواند دارای هر نوع توزیعی باشد و $KL(q||p)$ بیانگر دیورژانس KL بین $p(\theta|y)$ و $q(\theta)$ است. با توجه به اینکه همواره $KL(q||p) \geq 0$ ، می توان دریافت که $L(q)$ حد پایینی برای عبارت $\ln p(y)$ می باشد. علاوه بر این، توجه کنید که سمت چپ رابطه (۵۶)، مستقل از $q(\theta)$ می باشد. بنابراین به حداکثر رساندن $L(q)$ معادل با به حداقل رساندن $KL(q||p)$ می باشد و آنگاه توزیع پسین $p(\theta|y)$ می تواند توسط $q(\theta)$ از طریق حداکثر کردن $L(q)$ تقریب زده شود.

اهمیت تبدیل بالا این است که با یک رویکردی متفاوت، از دشواری محاسبه احتمال پسین $p(\theta|y)$ می کاهد (که در عمل از نظر محاسباتی انجام نشدنی می باشد). با یک انتخاب مناسب برای توزیع $q(\theta)$ ، مقدار $L(q)$ ممکن است به راحتی به دست بیاید. مخصوصاً، می توانیم برای $q(\theta)$ ، یکسری تابع پارامتر بندی شده خاص در نظر بگیریم و سپس مقدار $L(q)$ را برحسب پارامترهای توزیع، حداکثر نماییم. یک فرم خاصی از $q(\theta)$ که به طور گسترده مورد استفاده قرار می گیرد، به صورت $q(\theta) = \prod q_i(\theta_i)$ می باشد. بنابراین با این رویکرد به راحتی می توانیم تقریب توزیع پسین $p(\theta|y)$ را با یافتن $q(\theta)$ ای که حد پایین $L(q)$ را حداکثر می نماید، محاسبه نماییم. توجه کنید که بیشینه سازی می تواند در یک روش تکرار شونده برای هر متغیر انجام شود، که به عبارت زیر منجر می شود [۳۶]:

$$q_i(\theta_i) = \frac{\exp(\langle \ln p(y, \theta) \rangle_{k \neq i})}{\int \exp(\langle \ln p(y, \theta) \rangle_{k \neq i}) d\theta_i} \quad (۵۹)$$

که در رابطه بالا، عملگر $\langle \cdot \rangle_{k \neq i}$ بیانگر امید ریاضی برحسب توزیع های $q(\theta_i)$ با ازای تمام $k \neq i$ می باشد. بنابراین با لگاریتم گرفتن از طرفین رابطه بالا، به عبارت زیر می رسیم [۳۶]:

$$\ln q_i(\theta_i) = \langle \ln p(y, \theta) \rangle_{k \neq i} + \text{constant} \quad (۶۰)$$

توجه کنید که برای محاسبه $q_i(\theta_i)$ امید ریاضی روی سایر پارامترها به غیر از θ_i صورت گرفته است و $\langle \cdot \rangle$ بیانگر امید ریاضی نسبت به متغیر تصادفی موجود در اندیس آن می باشد.

مراجع

- [1] V. C. Chen, Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging Principles, Algorithms and Applications: The Institution of Engineering and Technology, 2014.
- [2] X. He, N. Tong, and X. Hu, "Dynamic ISAR imaging of maneuvering targets based on sparse matrix recovery," Signal Processing, vol. 134, pp. 123-129, 2017.
- [3] L. Zhang, M. Xing, C.-W. Qiu, J. Li, and Z. Bao, "Achieving higher resolution ISAR imaging with limited pulses via compressed sampling," IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 6, pp. 567-57, 2009.
- [4] E. C. Marques, N. Maciel, L. Naviner, H. Cai, and J. Yang, "A review of sparse recovery algorithms," IEEE Access, vol. 7, pp. 1300-1322, 2019.
- [5] S. Budhiraja, "A survey of compressive sensing based greedy pursuit reconstruction algorithms International," Journal of Image, Graphics and Signal Processing (IJIGSP), vol. 7, 2015.

در روش های متداول تصویربرداری ISAR، افزایش بیش از حد CPI، باعث پیچیدگی در جبران سازی حرکت می شود، همچنین کاهش آن سبب کاهش دقت تفکیک در راستای برد - متقاطع و به طبع مات شدگی تصویر می شود. با توجه به اینکه سیگنال بازگشتی از اهداف دارای توزیع پیوسته ای است و همچنین بین نقاط پراکنده گره های آن همبستگی بالایی وجود دارد، لذا در این مقاله روشی مبتنی بر ساختار تنک بلوکی به منظور بازسازی سیگنال تنک ISAR (پراکنده گره های هدف) با الگوی خوشه ای نامعلوم پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی نیز یک توزیع پیشین سلسله مراتبی گوسی به منظور توصیف سطح تنکی ضرایب (پراکنده گره ها) و وابستگی آماری بین ضرایب همسایگی سیگنال (پراکنده گره های مجاور) معرفی گردید تا بتواند از الگوی خوشه های سیگنال تنک بهره برد. نتایج عددی و شبیه سازی ها نشان می دهد که الگوریتم پیشنهادی به علت به کارگیری مدل آماری مناسب و طراحی استنتاج تغییرات بیزین در نرخ های نمونه برداری پایین (تعداد پالس ارسالی کمتر) و سطوح نویزی بالا، ضمن تخمین دقیق واریانس نویز گوسی و پارامترهای مجهول مسأله در هر مرحله از تکرار، توانایی خوبی جهت رسیدن به حل های تنک ساختار یافته دارد و به عملکرد قابل توجهی در مقایسه کیفی و کمی با سایر روش های بیزین از جمله BP-RBCS, T-MSBL, STSBL-EM, BSBL-BO, SBL-EM, BCS و IF-SB دست یافته است.

پیوست: استنتاج تغییرات بیزین

در یک مدل احتمالاتی، فرض کنید که \mathcal{Y} و θ به ترتیب بیانگر داده مشاهده شده و مجهولات مورد نظر می باشند. لذا می توان از قانون بیز به صورت زیر استفاده نمود:

$$p(\theta|y) = p(\theta, y) / p(y) \quad (۵۴)$$

اما طبق رابطه زیر به دلیل قابل محاسبه نبودن $p(y)$ ، تابع پسین $p(\theta|y)$ از رابطه فوق قابل محاسبه نمی باشد.

$$p(y) = \iint p(\theta, y) d\theta dy \quad (۵۵)$$

لذا با استنتاج تغییرات بیزین به دنبال محاسبه توزیع پسین $p(\theta|y)$ خواهیم بود. می توان نشان داد که احتمال حاشیه ای y داده ی مشاهده شده نیز می تواند به صورت زیر به دو عبارت مجزا تجزیه شود [۳۶]:

$$\ln p(y) = L(q) + KL(q||p) \quad (۵۶)$$

که رابطه هر یک از این دو عبارت مجزا برابر است با [۳۶]:

$$L(q) = \int q(\theta) \ln \frac{p(y, \theta)}{q(\theta)} d\theta \quad (۵۷)$$

$$KL(q||p) = - \int q(\theta) \ln \frac{p(\theta|y)}{q(\theta)} d\theta \quad (۵۸)$$

- [24] R. Entezari and A. Rashidi, "Continuity pattern-based sparse bayesian learning for inverse synthetic aperture radar imaging," *Journal of Applied Remote Sensing*, vol. 12, 2018.
- [25] منیره کوشش و غلامرضا اکبری زاده، «الگوریتم حذف Speckle با قابلیت حفظ لبه برای تصاویر سنجش از دور رادار روزنه ترکیبی با استفاده از تبدیل چند مقیاسی Curvelet و آستانه‌گذاری وفقی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۵، شماره ۴، صفحات ۱۶۱-۱۵۳، زمستان ۱۳۹۴.
- [26] C. Wang, L. Xu, D. A. Clausi, and A. Wong, "A Bayesian joint decorrelation and despeckling of SAR imagery," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2019.
- [27] ایرج سرداری و جلیل سیفعلی هرسینی، «حذف نویز لکه از تصاویر SAR بر پایه ترکیب روش آستانه‌گذاری با تخمین‌زن‌های بیزین MMSE/MAP در حوزه تبدیل کانتورلت»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۹، شماره ۱، صفحات ۲۵۳-۲۴۱، بهار ۱۳۹۸.
- [28] T. Leportier and M.-C. Park, "Filter for speckle noise reduction based on compressive sensing," *Optical Engineering*, vol. 55, 2016.
- [29] T. Scarnati and A. Gelb, "Variance based joint sparsity reconstruction of synthetic aperture radar data for speckle reduction," in *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XXV*, 2018.
- [30] R. Vehmas, J. Jylhä, M. Väilä, J. Vihonen, and A. Visa, "Data-driven motion compensation techniques for noncooperative ISAR imaging," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54, pp. 295-314, 2018.
- [31] محمدصادق فاضل و مجتبی بهشتی، «خودتمرکزدهی برای جبران خطای حرکت در رادار روزنه ترکیبی پهناد با تفکیک‌پذیری زیاد برد»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۸، شماره ۱، صفحات ۲۱۸-۲۰۷، بهار ۱۳۹۷.
- [32] رحیم انتظار و علی‌جبار رشیدی، «استخراج تصویر از اهداف با حرکت غیریکنواخت در رادار دهانه ترکیبی معکوس»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۷، شماره ۲، صفحات ۴۰-۳۹۱، تابستان ۱۳۹۶.
- [33] G. Xu, L. Yang, L. Zhao, and G. Bi, "ISAR maneuvering targets imaging and motion estimation from parametric sparse bayesian learning," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2016 IEEE International, pp. 3254-3257, 2016.
- [34] M. E. Tipping, "Sparse bayesian learning and the relevance vector machine," *Journal of machine learning research*, vol. 1, pp. 211-244, 2001.
- [35] D. P. Wipf and B. D. Rao, "An empirical bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, pp. 3704-3716, 2007.
- [36] D. G. Tzikas, A. C. Likas, and N. P. Galatsanos, "The variational approximation for bayesian inference," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, pp. 131-146, 2008.
- [37] W. Qiu, E. Giusti, A. Bacci, M. Martorella, F. Berizzi, H. Zhao, et al., "Compressive sensing-based algorithm for passive bistatic ISAR with DVB-T signals," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, pp. 2166-2180, 2015.
- [38] J. Lv, L. Huang, Y. Shi, and X. Fu, "Inverse synthetic aperture radar imaging via modified smoothed L0 norm," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 13, pp. 1235-1238, 2014.
- [6] J. L. Walker, "Range-Doppler imaging of rotating objects," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 23-52, 1980.
- [7] S. Tomei, A. Bacci, E. Giusti, M. Martorella, and F. Berizzi, "Compressive sensing-based inverse synthetic radar imaging from incomplete data," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 10, pp. 386-397, 2016.
- [8] M.-S. Kang, S.-J. Lee, S.-H. Lee, and K.-T. Kim, "ISAR imaging of high-speed maneuvering target using gapped stepped-frequency waveform and compressive sensing," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 26, pp. 5043-5056, 2017.
- [9] F. Keinert, D. Lazzaro, and S. Morigi, "A robust group-sparse representation variational method with applications to face recognition," *IEEE Transactions on Image Processing*, 2019.
- [10] M. Babakmehr, M. G. Simões, M. B. Wakin, and F. Harirchi, "Compressive sensing-based topology identification for smart grids," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 12, pp. 532-543, 2016.
- [11] M. Mishali and Y. C. Eldar, "Blind multiband signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, pp. 993-1009, 2009.
- [12] Y. Zou, X. Gao, and X. Li, "Block sparse bayesian learning based strip map SAR imaging method," in *Antennas and Propagation (EuCAP)*, 10th European Conference on, pp. 1-4, 2016.
- [13] J. Wen, H. Chen, and Z. Zhou, "An optimal condition for the block orthogonal matching pursuit algorithm," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 38179-38185, 2018.
- [14] H. Li and J. Wen, "A new analysis for support recovery with block orthogonal matching pursuit," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 26, pp. 247-251, 2019.
- [15] S. Suwanwimolkul, L. Zhang, D. Gong, Z. Zhang, C. Chen, D. C. Ranasinghe, et al., "An adaptive markov random field for structured compressive sensing," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 28, pp. 1556-1570, 2019.
- [16] L. Wang, L. Zhao, G. Bi, C. Wan, and L. Yang, "Enhanced ISAR imaging by exploiting the continuity of the target scene," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, pp. 5736-5750, 2014.
- [17] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, pp. 2346-2356, 2008.
- [18] D. P. Wipf and B. D. Rao, "Sparse bayesian learning for basis selection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, pp. 2153-2164, 2004.
- [19] Z. Zhang and B. D. Rao, "Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, pp. 2009-2015, 2013.
- [20] Z. Zhang and B. D. Rao, "Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse bayesian learning," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 5, pp. 912-926, 2011.
- [21] Z. Zhang, T.-P. Jung, S. Makeig, Z. Pi, and B. D. Rao, "Spatiotemporal sparse bayesian learning with applications to compressed sensing of multichannel physiological signals," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 22, pp. 1186-1197, 2014.
- [22] Q. Wan, H. Duan, J. Fang, H. Li, and Z. Xing, "Robust bayesian compressed sensing with outliers," *Elsevier-Signal Processing*, vol. 140, pp. 104-109, 2017.
- [23] H. Duan, L. Yang, J. Fang, and H. Li, "Fast inverse-free sparse bayesian learning via relaxed evidence lower bound maximization," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 24, pp. 774-778, 2017.

-
- | | |
|---|--|
| ¹ Inverse Synthetic Aperture Radar | ¹⁰ Correlation |
| ² Cross-range | ¹¹ Image Contrast |
| ³ Coherent Processing Interval | ¹² Image Entropy |
| ⁴ Range-Doppler | ¹³ Linear Frequency Modulated |
| ⁵ Compensation | ¹⁴ Hyperprior |
| ⁶ Compressed Sampling | ¹⁵ Maximum A Posteriori |
| ⁷ Speckle Noise | ¹⁶ Kronecker Product |
| ⁸ Variational Bayesian Inference | ¹⁷ Likelihood |
| ⁹ Normalized Mean Square Error | |