

ارائه یک الگوریتم ابتکاری به منظور تعیین محدوده نهایی معادن روباز با هدف بهینه‌سازی ارزش خالص فعلی

میثم سالکی^{۱*}، رضا خالوکاکایی^۲، محمد عطایی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت: تیر ۱۳۹۷، پذیرش: شهریور ۱۳۹۷)

چکیده

بهینه‌سازی محدوده نهایی معادن روباز یکی از مهم‌ترین بخش‌های طراحی در این معادن است. برای تعیین محدوده نهایی الگوریتم‌های مختلفی ارائه شده است که مهم‌ترین آنها الگوریتم لرج و گروسمن (LG) است. هدف این روش‌ها تعیین محدوده نهایی با بهینه‌سازی سود تنزیل نشده است. در مقابل، روش مناسب‌تر برای تعیین محدوده نهایی استفاده از ارزش خالص فعلی (NPV) به عنوان هدف بهینه‌سازی است. بر این اساس، در این پژوهش ابتدا مدل ریاضی غیرخطی این مسئله ارائه شده است. در ادامه با ارائه پیشنهادهایی تابع هدف ارائه شده در دو مرحله خطی‌سازی شده است که هر مرحله دارای تعداد متغیرهای کمتری نسبت به تابع هدف غیرخطی اصلی است. با توجه به این که تابع هدف غیرخطی اصلی و مراحل خطی‌سازی آن از نوع مسائل NP-Hard هستند، حل آنها از طریق روش‌های ریاضی بسیار زمان‌بر و مشکل است. بر این اساس برای حل این مدل ریاضی الگوریتم ابتکاری جدیدی توسعه داده شده است. این الگوریتم روشی مناسب و با سطح پیچیدگی کم را برای بهینه‌سازی NPV در محدوده نهایی در زمانی مناسب و با دقت مناسبی پیشنهاد می‌دهد. نتایج به دست آمده از الگوریتم ارائه شده با چند الگوریتم ریاضی و ابتکاری مقایسه شده است. میزان تطابق ارزش محدوده دارای بالاترین NPV در الگوریتم ابتکاری با محدوده‌های الگوریتم‌های ریاضی و ابتکاری مشابه در مدل دوبعدی ۹۳/۷ درصد بود. همچنین در یک مدل بلوکی سه بعدی با نرخ بهره صفر، ارزش محدوده نهایی این الگوریتم با روش لرج و گروسمن ۹۸/۵۵ درصد تطابق داشت.

کلمات کلیدی

معدن روباز، محدوده نهایی، ارزش خالص فعلی، برنامه‌ریزی صفر و یکی، بهینه‌سازی، الگوریتم ابتکاری

*عهده‌دار مکاتبات: saleki@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه

برای بهینه‌سازی سود تنزیل نشده محدودده نهایی در دهه‌های گذشته، الگوریتم‌هایی در سه گروه ریاضی، ابتکاری و فراابتکاری ارائه شده‌اند. روش‌های مخروط شناور [۱۱] و روش‌های اصلاح شده آن [۱۲] و کروبووف [۱۳]، از جمله الگوریتم‌های ابتکاری برای تعیین محدودده نهایی هستند. همچنین از روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک [۱۴] و شبکه‌های عصبی مصنوعی [۱۵] برای دستیابی به هدف فوق استفاده شده است. این دو دسته از روش‌ها به عنوان روش‌های تقریبی، دستیابی به محدودده بهینه نهایی دقیق را تضمین نمی‌کنند اما در زمانی منطقی جواب قابل قبولی را برای مسئله ارائه می‌دهند. مهم‌ترین مزیت الگوریتم‌های ابتکاری مورد اشاره سادگی فهم و سهولت کاربرد آنها است. در مقابل الگوریتم لرج-گروسمن^۱ (LG) بر پایه تئوری گراف [۱۶] و جریان شبکه [۱۷، ۱۸] با رویکردی ریاضی رسیدن به جواب بهینه واقعی را تضمین می‌کنند. این الگوریتم‌ها از پیچیدگی زیادی برخوردار بوده و پیچیدگی برنامه‌نویسی و زمان کامپیوتری لازم برای استفاده از آنها بسیار زیاد است.

با توجه به این که هدف بیشینه سازی NPV نسبت به بیشینه سازی سود تنزیل نشده مناسب‌تر است، طی تحقیقات مختلف الگوریتم‌هایی نیز برای تعیین همزمان محدودده نهایی و ترتیب استخراج بلوک‌ها با هدف بهینه‌سازی NPV ارائه شده‌اند. الگوریتم برنامه‌ریزی پویای رومن [۱۹]، روش وانگ و سویم [۲۰-۲۲] و الگوریتم لاتوری و گولوسینسکی [۲۳] از جمله روش‌هایی هستند که برای تعیین محدودده نهایی با هدف بیشینه سازی NPV پیشنهاد شده‌اند. الگوریتم رومن نیز تنها در حالت دو بعدی توانایی پیدا کردن محدودده نهایی را دارد. الگوریتم لاتوری و گولوسینسکی در مدل‌های سه‌بعدی قابل اجراست اما از پیچیدگی ریاضی بسیار زیادی برخوردار است.

در این پژوهش ابتدا مدل ریاضی صفر و یکی مسئله بهینه‌سازی محدودده نهایی با بیشینه سازی NPV یا به عبارت دیگر بهینه‌سازی همزمان محدودده نهایی و ترتیب استخراج بلوک‌ها ارائه شده است. سپس با توجه به غیرخطی بودن تابع هدف اصلی، برای خطی‌سازی آن، دو زیر مسئله خطی تعریف شده است. از آنجایی که حل این مسئله NP-Hard از طریق روش‌های ریاضی دقیق بسیار پیچیده و زمان‌بر است، برای حل آن الگوریتمی ابتکاری

برای استخراج معادن به روش روباز طراحی‌های مختلفی صورت می‌پذیرد. به طور کلی، مهم‌ترین این طراحی‌ها در دو مرحله محدودده بهینه نهایی و برنامه‌ریزی تولید انجام می‌شود. برای این منظور پس از عملیات اکتشافی یک کانسار، برای آن مدل بلوکی ساخته می‌شود. آنگاه با استفاده از روش‌های تخمین مانند کریجینگ عیار بلوک‌ها محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از محاسبات اقتصادی ارزش پولی بلوک‌ها تعیین می‌شود. محدودده نهایی مرزی را درون این مدل بلوکی مشخص می‌کند که استخراج بلوک‌های درون آن از نظر اقتصادی به صرفه باشد و مجموع بلوک‌های دارای ارزش مثبت و منفی بالاترین مقدار ممکن باشد. پس این شیوه تعیین محدودده نهایی در حقیقت یک مسئله بهینه‌سازی با هدف بیشینه سازی سود است. در ادامه طراحی، با هدف دستیابی به بالاترین ارزش خالص فعلی (NPV)، برای بلوک‌های درون محدودده نهایی، برنامه‌ریزی تولید بلند مدت و کوتاه مدت صورت می‌گیرد. با این وجود به لحاظ نظری، بهتر است که محدودده بهینه نهایی با هدف بیشینه سازی NPV طراحی شود [۱]؛ اما بنا بر استدلال ویتل [۲] این کار در عمل نشدنی است. بنابراین در چند دهه گذشته رویکرد عمده طراحی در بهینه‌سازی محدودده نهایی، رویکرد بیشینه سازی سود تنزیل نشده بوده است.

مسائل مربوط به طراحی‌های معادن روباز در زمره مسائل بزرگ مقیاس بهینه‌سازی هستند که تحقیقات وسیعی توسط محققان مختلف بر روی آن صورت گرفته است [۳-۹]. از جمله این مسائل بهینه‌سازی محدودده نهایی و برنامه‌ریزی تولید به عنوان مهم‌ترین آنها به علت متغیرها و محدودیت‌های بسیار زیاد در رده مسائل NP-Hard قرار می‌گیرند. استفاده از الگوریتم‌های دقیق ریاضی در این مسائل بسیار زمان‌بر و پیچیده است. معمولاً برای این دسته از مسائل بهینه‌سازی از رویکردهای ابتکاری و فراابتکاری استفاده می‌شود. این الگوریتم‌ها به دنبال جواب قابل قبول در زمانی منطقی می‌گردند. عموماً الگوریتم‌های ابتکاری برای یک مسئله خاص ارائه می‌شوند. اما الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و تبرید در مسائل بهینه‌سازی مختلف قابل استفاده هستند [۱۰].

غیر ضروری بلوک‌هایی هستند که در هر صورت خارج از محدوده نهایی قرار می‌گیرند و حضور یا عدم حضور آنها تاثیری در محاسبات مربوط به تعیین محدوده نهایی ندارد. این تکنیک در روش پیشنهادی وانگ و سویم [۲۱] نیز استفاده شده است. بر این اساس، تابع هدف تنها شامل متغیرهای تصمیم مربوط به بلوک‌های درون BPP می‌شود. نحوه تعیین BPP در شکل ۲ نشان داده شده است.

	1	2	3	4	5
1	W	W	W	W	W
2	W	W	O	O	W
3	W	W	O	W	W

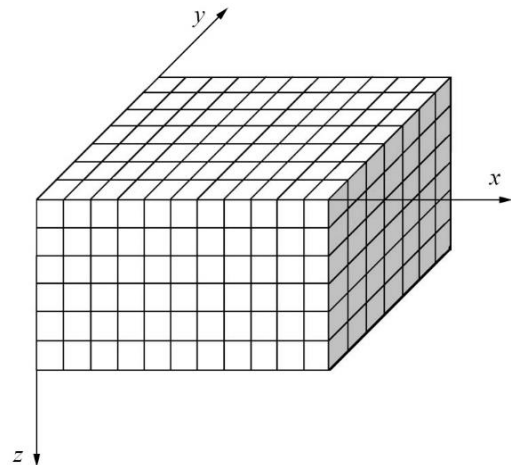
شکل ۲: نحوه تعیین BPP (O: ماده معدنی، W: باطله)

تابع هدف بهینه‌سازی محدوده نهایی با هدف بیشینه سازی NPV را می‌توان به صورت برنامه‌ریزی غیرخطی صفر و یکی به صورت رابطه (۱) با توجه به محدودیت‌های ارائه شده در رابطه‌های (۲) تا (۵) بیان کرد. مفهوم کلی این تابع هدف تعیین همزمان ترتیب بهینه استخراج بلوک‌ها و محدوده نهایی است. در این روابط دو دسته متغیر صفر و یک تعریف شده است. یک دسته متغیر مربوط به ترتیب بهینه استخراج و دسته دیگر برای تعیین حضور یا عدم حضور بلوک‌ها در محدوده نهایی است.

پیشنهاد شده است. در نهایت نتایج این الگوریتم با نتایج روش ریاضی و الگوریتم‌های مشابه مقایسه شده است.

۲- تابع هدف بهینه‌سازی محدوده نهایی با بیشینه سازی NPV

نمای کلی مدل بلوکی و محورهای مختصات مورد استفاده در این مدل‌سازی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: محورهای مختصات x، y و z

بر این اساس در رابطه‌ها، اندیس‌های i, j و k به ترتیب برای محورهای x, y و z تعریف شده‌اند. در این مدل‌سازی برای کاهش تعداد متغیرهای تصمیم از تکنیک بزرگ‌ترین پیت ممکن^۲ (BPP) استفاده شده است. بر اساس شیب نهایی معدن و محدودیت‌های فنی معدنکاری، یک ابرمحدوده تعریف می‌شود. این ابرمحدوده در حقیقت تمام بلوک‌های ماده معدنی را شامل می‌شود و بلوک‌های باطله غیرضروری را از محاسبات حذف می‌کند. بلوک‌های باطله

$$\text{Max } Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} V_{ijk} \times \underbrace{\left(\frac{1}{1+c} \sum_{t=1}^{y_{ijk}} (t \times P_{ijkt}) \right)}_{NPV_{ijk}} \times x_{ijk} \quad (1)$$

$$x_{ijk} \leq x_{i'j'k'} \quad \forall (i, j, k) \in BPP, (i', j', k') \in UB_{ijk} \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^N p_{ijkt} = 1 \quad \forall (i, j, k) \in BPP \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^N t \times p_{ijkt} > \sum_{t=1}^N t \times p_{i'j'k't} \quad \forall (i, j, k) \in BPP, (i', j', k') \in UB_{ijk} \quad (4)$$

$$\sum_{(i,j,k) \in BPP} p_{ijkt} = 1 \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$y_{ijk} = \sum_{t=1}^N t \times p_{ijkt} \quad \forall (i, j, k) \in BPP \quad (6)$$

استدلال پس از محاسبه مقادیر تجمعی ارزش‌های تنزیل شده بلوک‌ها بر اساس ترتیب بهینه به دست آمده، نقطه‌ای که دارای بالاترین ارزش تجمعی است به عنوان محدوده نهایی تعیین می‌شود. به این صورت که مقادیر متغیر تصمیم X_{ijk} برای نقاطی که از نظر ترتیب تا قبل از این نقطه قرار دارند ۱ و از این نقطه به بعد صفر خواهند بود. از این رو تابع هدف خطی برای مرحله اول به صورت رابطه (۷) با توجه به محدودیت‌های بیان شده در رابطه‌های (۳) تا (۵) ارائه می‌شود. سپس، با جای‌گذاری مقادیر مربوط به ترتیب بهینه به عنوان مقادیر ثابت در معادله تابع هدف (۱) با توجه به محدودیت (۲) تابع هدف خطی مرحله دوم به دست می‌آید.

$$\text{Min } Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} \sum_{t=1}^N V_{ijk} \times P_{ijkt} \quad (7)$$

به طور کلی بر اساس این روش خطی‌سازی برای حل تابع هدف (۱) با توجه به محدودیت‌های (۲) تا (۵)، ابتدا باید ترتیب بهینه استخراج بلوک‌های درون BPP را تعیین کرد. سپس با محاسبه NPV بلوک‌ها بر اساس ترتیب استخراج آنها و نرخ بهره مورد نظر نمودار تجمعی NPV بلوک‌ها را رسم و نقطه‌ای که در این نمودار دارای بالاترین مقدار است به عنوان نقطه بهینه انتخاب کرد. فرآیند کلی این استراتژی در شکل ۳ نشان داده شده است. بر اساس این استراتژی در بخش‌های بعد در ارائه الگوریتم ابتکاری حل این مسئله بهینه‌سازی استفاده شده است.

۳- الگوریتم ابتکاری

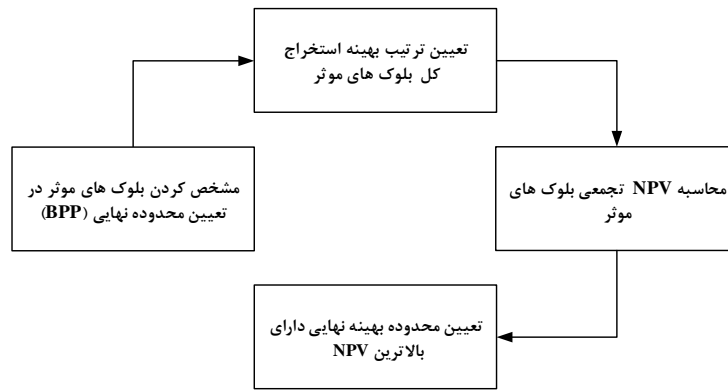
حل ریاضی مدل ارائه شده در بخش ۲ بسیار پیچیده و زمان‌بر است. همان‌گونه که گفته شد، در بسیاری از موارد برای حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده و بزرگ، از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری استفاده می‌شود و عموماً این دسته از الگوریتم‌ها جوابی تقریبی را در زمان کمتری نسبت به راه‌های زمان‌بر ریاضی به دست می‌آورند. به عنوان نمونه، الگوریتم ابتکاری گرشون [۲۴] برای حل مسئله بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید که آن هم از نوع مسائل دشوار است ارائه شده است.

که در آنها N تعداد بلوک‌های درون محدوده BPP، مجموعه مختصات نقاط درون بزرگ‌ترین پیت ممکن، UB_{ijk} مجموعه مختصات بلوک‌های بالای بلوک ijk در افق $i-1$ که برای استخراج آن باید برداشته شوند. (۹) یا ۵ بلوک بالایی برای هر بلوک (۵:۱-۹:۱)، T مجموعه کل اعداد ترتیب استخراج بلوک‌ها، V_{ijk} ارزش بلوک با مختصات ijk ترتیب بهینه استخراج بلوک با مختصات ijk متغیر تصمیم مربوط به استخراج بلوک ijk در زمان t (در صورتی که بلوک ijk در زمان t استخراج شود ۱ و در غیر این صورت صفر)، X_{ijk} متغیر تصمیم مربوط به حضور یا عدم حضور بلوک ijk در محدوده نهایی (در صورتی که بلوک ijk درون محدوده بهینه قرار داشته باشد ۱ و در غیر این صورت صفر)، C نرخ بهره هستند.

در این تابع هدف، محدودیت‌های (۲) شرط فنی لزوم استخراج بلوک‌های بالاتر یک بلوک را تضمین می‌کند و طبق این شرط، محدودیت‌های (۴) بزرگ‌تر بودن ترتیب استخراج بلوک‌های بالایی هر بلوک از ترتیب آن بلوک را تضمین می‌کنند. محدودیت‌های (۳) و (۵) بیان‌گر اختصاص تنها یک زمان استخراج به هر بلوک و نیز تنها یک بلوک به هر زمان هستند. رابطه (۶) نیز نحوه محاسبه ترتیب استخراج هر بلوک بر اساس نتایج حل تابع هدف را بیان می‌کند.

در صورتی که در تابع هدف (۱) نرخ بهره صفر منظور شود، محدوده دارای بالاترین سود مطابق با نتیجه روش لرج گروسمن به دست می‌آید. تعداد متغیرهای تصمیم این مدل نیز برابر با $N \times (N+1)$ است.

از آنجایی که این مدل هم غیرخطی است و هم در کانسارهای واقعی و بزرگ دارای متغیرهای تصمیم زیادی است، حل آن بسیار پیچیده و زمان‌بر خواهد بود و در رده مسائل NP-Hard دسته‌بندی می‌شود. بر اساس مفهوم محدودیت‌های فنی تابع هدف ارائه شده، برای دستیابی به مقدار بهینه می‌توان از بین متغیرهای تصمیم X_{ijk} و P_{ijkt} ابتدا P_{ijkt} را تعیین کرد؛ زیرا با توجه به محدودیت فنی استخراج بلوک‌ها ابتدا باید مقادیر بهینه ترتیب استخراج بلوک‌ها را تعیین کرد. سپس می‌توان با تجمیع ارزش‌های تنزیل شده بلوک‌ها بر اساس ترتیب به دست آمده، مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم X_{ijk} را محاسبه کرد. طبق این



شکل ۳: فرآیند کلی مدلسازی ریاضی مسئله تعیین محدوده نهایی و خطی سازی آن

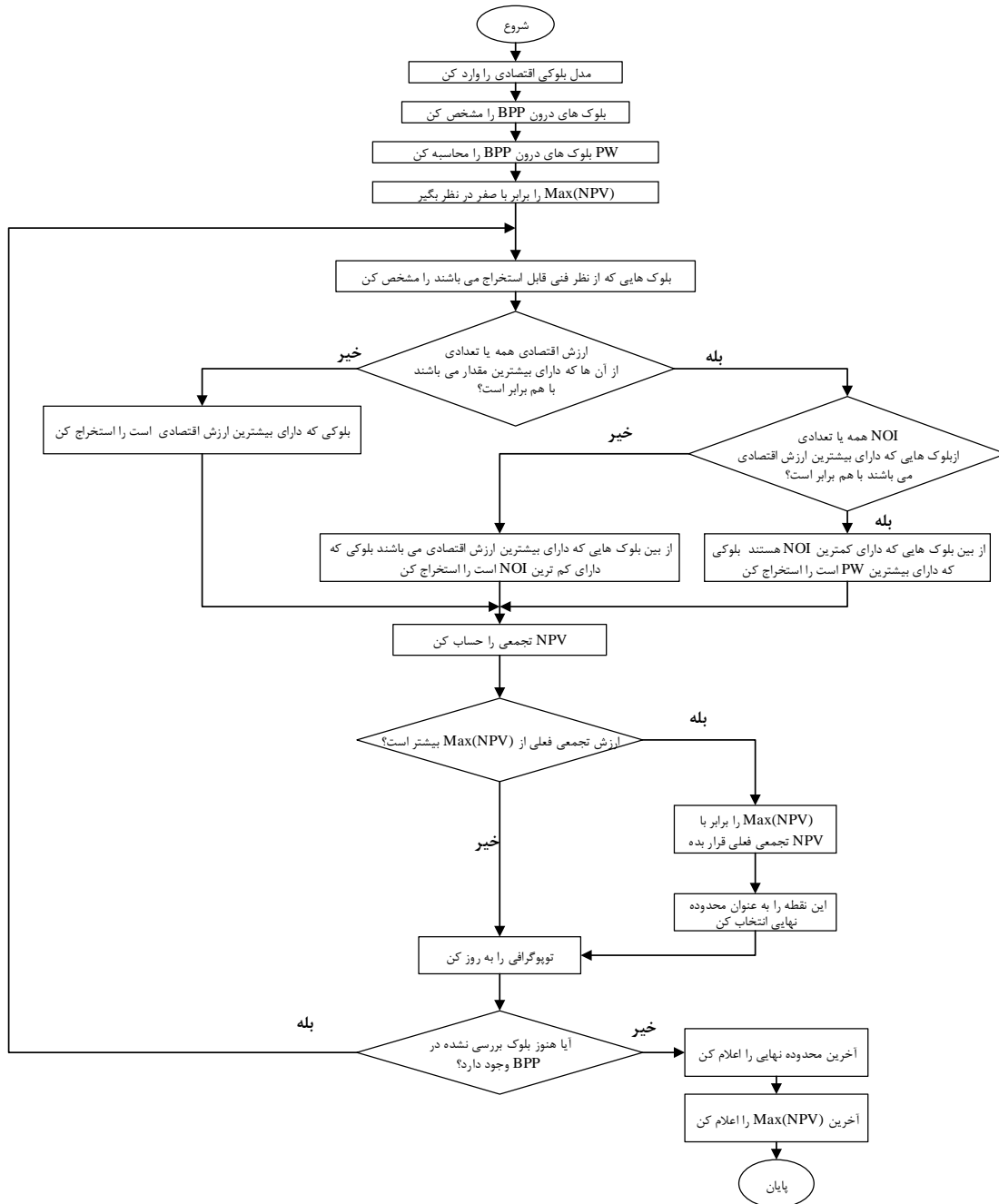
مثبت درون مخروط معکوس بلوک ijk به بلوک k_{ijk} و ijk افق خود بلوک ijk است.

پس تعیین این سه مفهوم، بلوک‌هایی که از نظر فنی قابل استخراج هستند مشخص می‌شوند. شرط فنی قابل استخراج بودن هر بلوک برداشته شدن ۹ یا ۵ بلوک بالایی (در مراحل قبل) یا قرار داشتن در سطح توپوگرافی است. بلوک‌هایی که از فنی قابل استخراج هستند به عنوان نامزد استخراج برای انتخاب (استخراج) بلوک مطلوب در هر مرحله با هم مقایسه می‌شوند. اولین پارامتر برای مقایسه بلوک‌ها ارزش اقتصادی آنها است. از بین بلوک‌های نامزد، بلوکی که دارای بیشترین ارزش اقتصادی است، به عنوان گزینه مطلوب استخراج می‌شود. در صورتی که همه بلوک‌های نامزد یا تعدادی از آنها به صورت برابر دارای بالاترین ارزش باشند، از بین بلوک‌هایی که در بالاترین مقدار ارزش اقتصادی یکسان هستند، بلوکی که کمترین NOI را دارد به عنوان گزینه مطلوب انتخاب می‌گردد. در صورتی که در بین این بلوک‌ها، بلوک‌هایی وجود داشته باشند که در کمترین مقدار NOI با هم برابر باشند، بلوکی که دارای بیشترین PW است به عنوان بلوک مطلوب برای استخراج در آن مرحله تعیین می‌شود. همچنین، در ابتدای شروع الگوریتم پارامتر $\text{Max}(\text{NPV})$ با مقدار اولیه صفر تعریف می‌شود. پس از انتخاب بلوک مناسب در هر مرحله، با محاسبه NPV بلوک آن مرحله (بر اساس ترتیب استخراج و نرخ بهره مفروض) NPV تجمعی بلوک‌هایی که تا آن مرحله استخراج شده‌اند محاسبه می‌شود. مقدار NPV تجمعی به دست آمده در هر مرحله با $\text{Max}(\text{NPV})$ مقایسه شده و در صورتی که این مقدار از $\text{Max}(\text{NPV})$ بیشتر بود مقدار NPV تجمعی آن مرحله به عنوان $\text{Max}(\text{NPV})$ جدید جایگزین می‌شود.

برای استفاده از این الگوریتم در بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید، ابتدا باید محدوده نهایی به روشی مانند LG تعیین شود. سپس الگوریتم گرشون با تعریف وزن مکانی^۳ (PW) بلوک‌ها ترتیبی را برای استخراج بلوک‌ها پیشنهاد می‌دهد. در ادامه این بخش، با تعریف شاخص‌هایی برای هر بلوک، الگوریتمی ابتکاری برای حل مسئله بهینه‌سازی محدوده نهایی با هدف بیشینه‌سازی NPV توسعه داده شده است. مراحل الگوریتم ابتکاری پیشنهادی در شکل ۴ نشان داده شده است. در این الگوریتم ابتدا باید سه مفهوم BPP، وزن مکانی و شاخص نزدیک‌ترین بلوک ماده معدنی^۴ (NOI) برای بلوک‌ها مشخص شود. پس از تعیین BPP بر اساس تعریفی که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، برای بلوک‌های درون آن باید وزن مکانی محاسبه شود. وزن مکانی در این روش مجموع ارزش اقتصادی بلوک‌های مثبت درون مخروط معکوس^۵ هر بلوک بدون احتساب خود آن بلوک است. در شکل ۵ نحوه تعیین مخروط معکوس هر بلوک نشان داده شده است. پس از وزن مکانی، برای هر بلوک باید شاخص نزدیک‌ترین بلوک ماده معدنی تعیین شود. در این الگوریتم فاصله عمودی میان افق یک بلوک و افق اولین بلوک(های) مثبتی که درون مخروط معکوس آن قرار دارد NOI نامیده می‌شود. رابطه (۸) نحوه محاسبه این شاخص را بیان می‌کند. بر این اساس در شکل ۶ محاسبه NOI برای بلوک‌های مدل فرضی شکل ۲ نشان داده شده است.

$$NOI_{ijk} = k_{ijk}^{fo} - k_{ijk} \quad (8)$$

که در این رابطه NOI_{ijk} شاخص نزدیک بلوک مثبت برای بلوک ijk ، k_{ijk}^{fo} افق نزدیک‌ترین بلوک یا بلوک‌های



شکل ۴: الگوریتم ابتکاری پیشنهادی

	1	2	3	4	5
$k_{1,1} = 1$	2	1	1	1	1
2		1	1	1	
$k_{1,1}^o = 3$			0		

$NOI_{1,1} = 3 - 1 = 2$

شکل ۶: تعیین شاخص نزدیک ترین بلوک ماده معدنی برای مدل

شکل ۲

	1	2	3	4	5
1	w	w	w	w	w
2	w	w	o	o	w
3	w	w	o	w	w

← مخروط معکوس BPP →

شکل ۵: مفهوم مخروط معکوس برای یک بلوک

جایگزین مقدار قبلی $\text{Max}(\text{NPV})$ می‌گردد. پس در این مرحله بلوک‌های مراحل ۱ تا ۹ به عنوان محدوده نهایی موقت تعیین شد. این مراحل تا آخرین بلوک عضو BPP یعنی مرحله ۱۲ ادامه می‌یابد. در نهایت ترتیب استخراج بلوک‌های شکل ۷ بر اساس الگوریتم ارائه شده مطابق شکل ۸ خواهد بود. در این مثال بالاترین NPV در مرحله ۱۲ و بلوک (۳،۴) به دست آمد.

۴- مثال عددی

برای نشان دادن نتیجه به کارگیری الگوریتم ابتکاری و مقایسه نتایج آن با مدل ریاضی، الگوریتم برنامه‌ریزی پویای دو بعدی رومن [۱۹] و الگوریتم لاتوری و گولوسینسکی [۲۳]، از یک مدل بلوکی دو بعدی استفاده شد. این مدل بلوکی دو بعدی که BPP آن نیز مشخص شده است، در شکل ۱۱ نشان داده شده است. محدوده نهایی این مدل بلوکی بر اساس روش LG با ارزش ۲۵۳ واحد پولی و ۱۲۶ بلوک به صورت شکل ۱۲ است. با فرض نرخ بهره ۳ درصد به ازای هر بلوک، محدوده نهایی دارای بالاترین NPV این مدل بلوکی که از حل تابع هدف ارائه شده در بخش‌های قبل و با استفاده از نرم‌افزار Lingo 17 به دست آمده است دارای ۱۰۰ بلوک، مقدار NPV ۳۵ واحد پولی و مطابق شکل ۱۳ است. تفاوت محدوده‌های نهایی نشان داده شده در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به تفاوت هدف بهینه‌سازی در روش‌های تعیین آن‌ها بر می‌گردد. در محدوده نهایی شکل ۱۲ هدف، بهینه‌سازی سود تنزیل نشده و در شکل ۱۳ هدف بهینه‌سازی NPV بوده است. بر اساس این نتایج مشخص شد که محدوده و ترتیب به دست آمده از الگوریتم‌های رومن و لاتوری-گولوسینسکی با نتیجه مدل ریاضی ارائه شده همخوانی دارند. در ادامه، برای تعیین محدوده نهایی بر اساس الگوریتم ابتکاری، ابتدا مقادیر NOI و PW برای بلوک‌ها محاسبه شد که این مقادیر به ترتیب در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. سپس مراحل الگوریتم ابتکاری طبق توضیحاتی که در قسمت‌های قبل ارائه شد، برای این مدل بلوکی انجام شد و ترتیب استخراج بلوک‌های درون BPP مطابق شکل ۱۶ به دست آمد.

در ادامه، با استفاده از یک مثال عددی مراحل الگوریتم توضیح داده می‌شود. مدل بلوکی مورد استفاده در شکل ۷ نشان داده شده است. مقادیر PW و NOI بلوک‌های آن نیز در شکل ۸ نشان داده شده است.

-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	+2	+1	+1	-1	-1
-1	-1	+2	+4	-1	-1

شکل ۷: مدل بلوکی فرضی

		1	2	3	4	5	6
1		-1	-1	-1	-1	-1	-1
	1	4	1	9	1	10	1
2			+2	+1	+1	-1	
			1	2	1	6	1
					1	6	1
3				+2	+4		
				0	0	0	0

V
NOI PW

← Block cell

شکل ۸: مقادیر پارامترهای مورد نیاز برای اجرای الگوریتم ابتکاری بر روی مدل بلوکی شکل ۷ (V : ارزش اقتصادی، NOI : شاخص نزدیک‌ترین بلوک مثبت، PW : وزن مکانی)

مراحل اجرای الگوریتم برای مدل بلوکی شکل ۷ در شکل ۹ نشان داده شده است. در ابتدای کار مقدار اولیه تابع هدف یعنی $\text{Max}(\text{NPV})$ برابر با صفر فرض می‌شود. در مرحله اول ۶ بلوک به عنوان بلوک‌های دارای قابلیت استخراج نامزد استخراج شده‌اند. چون ارزش اقتصادی همه آنها با هم برابر است پس طبق قواعد الگوریتم NOI آنها با هم مقایسه شده است. کمترین NOI یعنی ۱ در ۵ بلوک از ۶ بلوک برابر است. پس مقادیر PW این ۵ بلوک باقیمانده با هم مقایسه شده است. از میان این ۵ بلوک، بلوک (۱،۳) به عنوان بلوکی که بالاترین PW را دارد به عنوان اولین بلوک انتخاب می‌شود. از آنجایی که NPV در این مرحله ۰/۹۹۰۱- است و این مقدار از مقدار اولیه $\text{Max}(\text{NPV})$ کمتر است، $\text{Max}(\text{NPV})$ مقدار اولیه (صفر) را حفظ می‌کند. در مرحله نهم، پس از انتخاب بلوک مطلوب چون مقدار NPV تجمعی یعنی ۰/۷۵۳۵ از $\text{Max}(\text{NPV})$ مرحله قبل یعنی صفر، بیشتر شده است و این مقدار جدید

بلوک های نامزد

(k,i) V NOI PW	Step	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	NPV	CumNPV	Max(NPV)
	Step 1	-1 1 4	-1 1 9	-1 1 10	-1 1 8	-1 1 7	-1 2 4	-0.9901	-0.9901	0
انتخاب شده بلوک	Step 2	-1 1 4	-1 1 9	-1 1 8	-1 1 7	-1 2 4		-0.9803	-1.9704	0
	Step 3	-1 1 4	-1 1 8	-1 1 7	-1 2 4			-0.97059	-2.94099	0
	Step 4	-1 1 4	-1 1 7	-1 2 4	+1 1 6			0.96098	-1.98	0
	Step 5	-1 1 4	-1 1 7	-1 2 4				-0.95147	-2.93147	0
	Step 6	-1 1 4	-1 2 4	+1 1 6				0.942045	-1.98943	0
	Step 7	-1 1 4	-1 2 4					-0.93272	-2.92214	0
	Step 8	-1 2 4	+2 1 2					1.846966	-1.07518	0
	Step 9	-1 2 4	+2 0 0					1.82868	0.753503	0.753503
	Step 10	-1 2 4						-0.90529	-0.15178	0.753503
	Step 11	-1 1 4						-0.89632	-1.04811	0.753503
	Step 12	4 0 0						3.549797	-1.04811	2.501689

شکل ۹: مراحل اجرای الگوریتم برای مدل بلوکی شکل ۷

دارای ارزش ۲۵۳ واحد پولی و منطبق با نتیجه الگوریتم LG است (شکل ۱۲). همان گونه که از نتایج مشخص است، محدوده نهایی الگوریتم ابتکاری با تقریب مناسبی بر محدوده بهینه منطبق است. با استفاده از رابطه زیر می‌توان میزان انطباق پاسخ الگوریتم ابتکاری با مقدار بهینه تابع هدف را محاسبه نمود.

$$A = \frac{NPV_{estimated}}{NPV_{optimal}} \times 100 \quad (9)$$

که در آن $NPV_{estimated}$ مقدار تخمینی تابع هدف از راه الگوریتم ابتکاری و $NPV_{optimal}$ مقدار بهینه واقعی تابع هدف است. این نسبت در این مثال ۹۳/۷ درصد به دست آمده است که نتیجه قابل قبولی است.

7	2	1	3	5	10
	8	4	6	11	
		9	12		

شکل ۱۰: ترتیب استخراج به دست آمده از طریق الگوریتم ابتکاری برای مدل شکل ۷

با محاسبه NPV بلوک‌ها برای نرخ بهره ۳ درصد به ازای هر بلوک و مقادیر تجمعی آنها، نقطه دارای بالاترین NPV مشخص شد. نمودار مقادیر NPV تجمعی برای کل بلوک‌های BPP در شکل ۱۷ نشان داده شده است. همان گونه که در شکل ۱۸ نشان داده شده است، این محدوده دارای ۱۰۸ بلوک با مجموع کل NPV ۳۲/۷۹۸۱ واحد پولی است. بالاترین مقدار سود تنزیل نشده تجمعی بلوک‌ها

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	2	1	2	5	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
4	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	1	1	1	2	2	3	8	10	-2	-2	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3
5	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-2	1	1	1	3	2	10	15	10	3	1	1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3
6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	-1	2	7	5	10	15	20	5	2	1	-1	-1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
7	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	3	4	-1	7	15	20	15	10	2	2	-2	-2	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3
8	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	3	10	8	25	15	20	6	4	1	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	2	8	15	30	20	-3	8	5	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
10	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	10	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3

شکل ۱۱: مدل بلوکی دو بعدی [۲۳] و BPP آن

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1		-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3				
2			-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3				
3				-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	2	1	2	5	-2	-3	-3	-3					
4					-2	-2	-2	-2	1	1	1	2	2	3	8	10	-2	-2	-1	-2						
5						-2	-2	1	1	1	3	2	10	15	10	3	1	1	-1							
6							1	-1	2	7	5	10	15	20	5	2	1	-1								
7								3	4	-1	7	15	20	15	10	2	2									
8									3	10	8	25	15	20	6	4										
9										8	15	30	20		8											
10												10														

شکل ۱۲: محدوده نهایی مدل شکل ۱۱ با استفاده از الگوریتم LG

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1			-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3					
2				-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3					
3					-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	2	1	2	5	-2	-3							
4						-2	-2	-2	1	1	1	2	2	3	8	10	-2	-2								
5							-2	1	1	1	3	2	10	15	10	3	1									
6								-1	2	7	5	10	15	20	5	2										
7									4	-1	7	15	20	15	10											
8										10	8	25	15	20												
9											15	30	20													
10												10														

شکل ۱۳: محدوده بهینه نهایی دارای بالاترین NPV برای نرخ بهره ۳ درصد به ازای هر بلوک

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	6	5	5	4	4	3	3	3	3	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	4	4	4	6	6	6	6
2		5	4	4	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	5	5	5	5	
3			4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	4	4	4	4		
4				3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3			
5					2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2				
6						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
7							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
8								1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
9									0	0	1	1	1		0	0	0	0								
10												0														

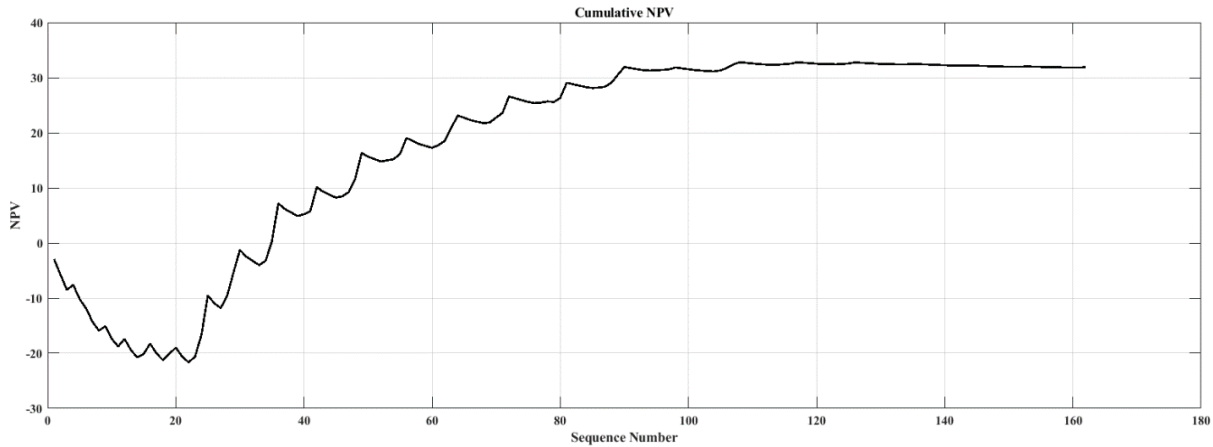
شکل ۱۴: مقادیر NOI برای بلوک‌های درون BPP

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	4	19	58	99	159	196	258	302	349	377	397	412	421	421	417	399	385	342	271	166	98	35	25	11	5	3
2		4	19	58	99	159	196	258	302	349	377	393	405	408	394	385	342	271	166	98	35	25	11	5	3	
3			4	19	58	99	159	196	258	302	346	369	380	376	375	335	266	166	98	35	25	11	5	3		
4				4	19	58	99	159	195	254	295	334	343	348	314	254	166	98	35	25	11	5	3			
5					4	19	58	98	156	190	243	272	299	279	238	160	95	34	25	11	5	3				
6						4	18	57	94	143	168	213	220	204	148	91	32	24	11	5	3					
7							4	14	49	86	128	131	143	114	74	26	21	10	4	2						
8								2	10	35	63	75	60	38	13	14	7	2	1							
9									0	0	10	10	10		0	0	0	0								
10												0														

شکل ۱۵: وزن مکانی (PW) بلوک‌های درون BPP

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	145	109	99	73	65	50	43	37	31	21	3	2	1	5	7	10	13	17	26	57	82	91	118	127	136	154
2		146	110	100	74	66	51	44	38	32	22	4	6	8	11	14	18	27	58	83	92	119	128	137	155	
3			147	111	101	75	67	52	45	39	33	23	9	12	15	19	28	59	84	93	120	129	138	156		
4				148	112	102	76	68	53	46	40	34	24	16	20	29	60	85	94	121	130	139	157			
5					149	113	103	77	69	54	47	41	35	25	30	61	86	95	122	131	140	158				
6						150	114	104	78	70	55	48	42	36	62	87	96	123	132	141	159					
7							151	115	105	79	71	56	49	63	88	97	124	133	142	160						
8								152	116	106	80	72	64	89	98	125	134	143	161							
9									153	117	107	81	90		126	135	144	162								
10												108														

شکل ۱۶: ترتیب به دست آمده از طریق الگوریتم ابتکاری



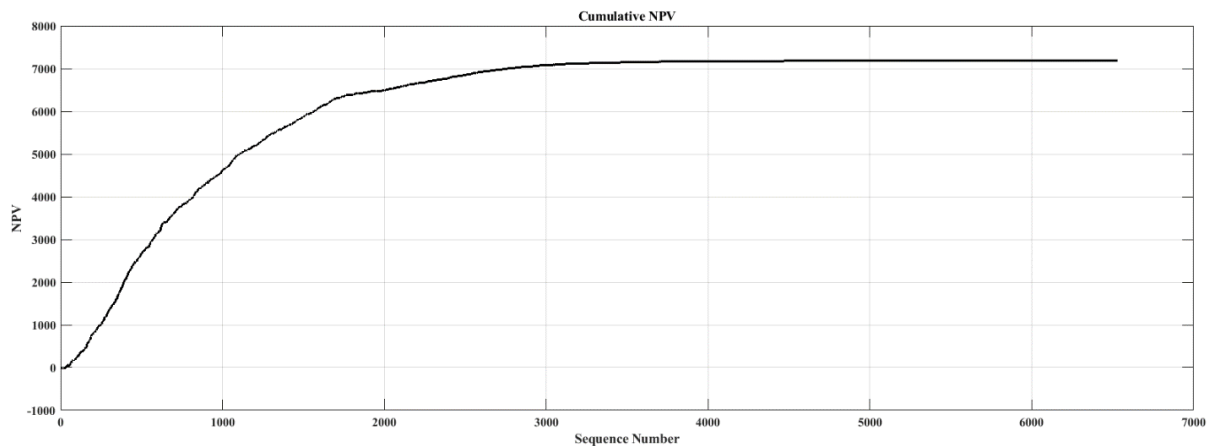
شکل ۱۷: نمودار NPV تجمعی به دست آمده برای مدل دو بعدی با استفاده از الگوریتم ابتکاری

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1			-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3				
2				-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3					
3					-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	2	1	2	5	-2	-3	-3						
4						-2	-2	-2	1	1	1	2	2	3	8	10	-2	-2	-1							
5							-2	1	1	1	3	2	10	15	10	3	1	1								
6								-1	2	7	5	10	15	20	5	2	1									
7									4	-1	7	15	20	15	10	2										
8										10	8	25	15	20	6											
9											15	30	20													
10												10														

شکل ۱۸: محدوده نهایی دارای بالاترین NPV به دست آمده از الگوریتم ابتکاری (تا ترتیب ۱۰۸ در شکل ۱۶)

۵۱۱۱ بلوک است. با نرخ بهره صفر این الگوریتم محدوده‌ای به ارزش ۲۶۳۷۵ واحد پولی را ایجاد کرد. محدوده این مدل بلوکی با استفاده از الگوریتم LG دارای ارزش ۲۶۷۶۱ واحد پولی است. بر اساس این نتایج میزان انطباق مقدار به دست آمده از الگوریتم ارائه شده برای تابع هدف با مقدار بهینه ۹۸/۵۵ درصد بوده است که نتیجه‌ای قابل قبول محسوب می‌شود.

این الگوریتم برای یک مدل سه بعدی با ابعاد ۴۰ بلوک در راستای شرقی غربی، ۴۷ بلوک در راستای شمالی و ۱۱ بلوک در جهت عمودی به کار گرفته شد. نتایج NPV تجمعی این مدل با نرخ بهره ۰/۱ درصد به ازای هر بلوک در شکل ۱۹ نشان داده شده است. بالاترین NPV تجمعی این مدل بلوکی ۷۱۸۷ واحد پولی به دست آمد. تعداد بلوک‌های BPP این مدل ۶۵۳۳ و محدوده نهایی نیز شامل



شکل ۱۹: نمودار NPV تجمعی به دست آمده برای مدل سه بعدی با استفاده از الگوریتم ابتکاری

تعداد بسیار زیاد متغیرهای صفر و یک و محدودیت‌ها در رده مسئله‌های NP-Hard قرار می‌گیرد. در ادامه برای حل این مسئله الگوریتمی ابتکاری ارائه شد. الگوریتم ارائه شده به صورت همزمان به تعیین ترتیب استخراج بلوک‌ها و محدوده نهایی می‌پردازد. نتایج حل این الگوریتم در مدل بلوکی دو بعدی استفاده شده نشان داد که ارزش محدوده نهایی آن با سرعت مناسب تطابق ۹۳/۷ درصدی با پاسخ ریاضی تابع هدف و سایر الگوریتم‌های مشابه داشت. همچنین در یک مدل سه بعدی با در نظر گرفتن نرخ بهره صفر ارزش محدوده نهایی ۹۸/۵۵ درصد با نتیجه الگوریتم LG مطابقت داشت.

مراجع

- [1] Osanloo, M., Gholamnejad, J., & Karimi, B. (2008). Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 22(1), 3-35.
- [2] Whittle, J. (1989). The facts and fallacies of open pit optimization. Whittle Programming Pty Ltd., North Balwyn, Victoria, Australia, 1-7.
- [3] Underwood, R., & Tolwinski, B. (1998). A mathematical programming viewpoint for solving the ultimate pit problem. *European Journal of Operational Research*, 107(1), 96-107.
- [4] Caccetta, L., & Hill, S. P. (2003). An application of branch and cut to open pit mine scheduling. *Journal of global optimization*, 27(2-3), 349-365.
- [5] Askari-Nasab, H., Pourrahimian, Y., Ben-Awuah, E., & Kalantari, S. (2011). Mixed integer linear programming formulations for open pit production scheduling. *Journal of Mining Science*, 47(3), 338-359.
- [6] Meagher, C., Dimitrakopoulos, R., & Vidal, V. (2014). A new approach to constrained open pit pushback design using dynamic cut-off grades. *Journal of Mining Science*, 50(4), 733-744.
- [7] Moosavi, E., & Gholamnejad, J. (2016). Optimal extraction sequence modeling for open pit mining operation considering the dynamic cutoff grade. *Journal of Mining Science*, 52(5), 956-964.
- [8] Moreno, E., Rezakhah, M., Newman, A., & Ferreira, F. (2017). Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 260(1), 212-221.

۵- ویژگی‌های الگوریتم

در این الگوریتم برای اولین بار مفاهیم مخروط معکوس و وزن مکانی که در الگوریتم گرشون برای مدل عیاری استفاده شده بود، برای مدل اقتصادی استفاده شده‌اند. همچنین عدم نیاز به مشخص بودن محدوده بهینه نهایی از ابتدا، حذف بلوک‌های اضافی از محاسبات و جستجوی بلوک به بلوک از دیگر ویژگی‌های این الگوریتم هستند. شروط مقایسه بلوک‌های نامزد هر مرحله به گونه‌ای انتخاب شده است که در مجموع با کمترین باطله‌برداری بلوک‌های با ارزش‌تر زودتر استخراج شوند. همچنین علاوه بر استخراج سریع‌تر بلوک‌های دارای ارزش بالاتر در هر مرحله از بین بلوک‌های نامزد، این الگوریتم مسیر استخراج را به سمت مناطق با ارزش‌تر کانسار هدایت می‌کند. این ویژگی باعث بالاتر رفتن سوددهی معدن در سال‌های ابتدایی شروع فعالیت خواهد شد. در مجموع با توجه به این که در هر مرحله با محاسبه NPV تجمعی و مقایسه آن با NPV تجمعی مراحل قبل شرط بهینگی چک می‌شود، محدوده نهایی دارای بالاترین NPV قابل شناسایی خواهد بود. استفاده در شیب‌های متغیر و امکان لحاظ کردن محدودیت‌های عیاری نیز از دیگر قابلیت‌های این الگوریتم است.

از دیگر ویژگی‌های این الگوریتم سادگی فهم آن برای دانشجویان و مهندسان، محاسبات ساده آن است که در کنار دقت قابل قبول و مورد انتظار از یک الگوریتم ابتکاری، امکان تجاری‌سازی و تدریس دانشگاهی آن را فراهم می‌سازد.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ابتدا تابع عدد صحیح غیرخطی هدف مسئله تعیین محدوده بهینه نهایی با هدف حداکثرسازی NPV ارائه شد. برای خطی‌سازی این مسئله، تابع هدف ارائه شده به دو مرحله خطی تبدیل شد. در تابع هدف مرحله اول ترتیب بهینه استخراج بلوک‌های کانسار تعیین می‌شود. در مرحله دوم نیز با تجمیع NPV بلوک‌ها نقطه‌ای که در آن بالاترین NPV تجمعی وجود دارد به عنوان محدوده نهایی انتخاب می‌شود. این مسئله به علت

- [21] Wang, Q., & Sevim H. (1993). Open pit production planning through pit-generation and pit-sequencing. *Transactions of the American Society for Mining, Metallurgy and Exploration*, 294(7), 1968-1972.
- [22] Wang, Q., & Sevim H. (1995). Alternative to parameterization in finding a series of maximum-metal pits for production planning. *Mining engineering*, 178-182.
- [23] Latorre E. and Golosinski T. S. (2011). Definition of economic pit limits taking into consideration time value of money. *CIM Journal*, 2(3), 162-170.
- [24] Gershon, M. (1987). Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 5(1), 1-13.
- [9] Whittle, D., Brazil, M., Grossman, P. A., Rubinstein, J. H., & Thomas, D. A. (2018). Combined optimisation of an open-pit mine outline and the transition depth to underground mining. *European Journal of Operational Research*, 268(2), 624-634.
- [10] Fattahi, P. (1390). Metaheuristic Algorithms. The University of Bu-Ali Sina. (In Persian)
- [11] Pana, M. T. (1965, March). The simulation approach to open pit design. In *APCOM SYMPOSIUM (Vol. 5, pp. 127-138)*.
- [12] Wright, A. (1999). MOVING CONE II-A simple algorithm for optimum pit limits design. *Proceedings of the 28rd APCOM*, 367-374.
- [13] David, M., Dowd, P. A., & Korobov, S. (1974, April). Forecasting departure from planning in open pit design and grade control. In *12th Symposium on the application of computers and operations research in the mineral industries (APCOM) (Vol. 2, pp. F131-F142)*.
- [14] Denby, B., & Schofield, D. (1994). Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, 103.
- [15] Achireko, P. K., & Frimpong, S. (1996). Open pit optimization using artificial neural networks on conditionally simulated blocks. In *Proceeding of 26th Int. APCOM Symposium (pp. 285-290)*.
- [16] Lerchs, H., & Grossman, I. F. (1965). Optimum design of open-pit mines. *CIM bulletin*, 58(633), 47-54.
- [17] Johnson, T. B. and Barnes, R. J. (1988). Application of the Maximal Flow algorithm to ultimate pit design. *Engineering design: better results through operations research methods*, 518-531.
- [18] Yegulalp, T. M., & Arias, J. A. (1992, April). A fast algorithm to solve the ultimate pit limit problem. In *23rd International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in The Mineral Industries (pp. 391-398)*. Littleton, Co: AIME.
- [19] Roman, R. J. (1974). The role of time value of money in determining an open pit mining sequence and pit limits. In *Proc. 12th Symp. Application Computers and Operation Research in the Mineral Industry*.
- [20] Wang, Q., & Sevim, H. (1992). Enhanced production planning in open pit mining through intelligent dynamic search. *Institute of Mining Metallurgy (ed)*, 23, 461-471.

¹ Lerchs and Grossman (LG)

² Biggest Possible Pit (BPP)

³ Positional Weight (PW)

⁴ Nearest Ore Index (NOI)

⁵ Downward Cone