(پژوهشی)

استفاده از روش کوادراتیک در مدلسازی وارون دوبعدی داده‌های گرانی به منظور ارائه یک مدل بهبودیافته

علی نجاتی کلاته[1*] ، محمد رضایی[2]، میثم مقدسی[3]، امین روشندل کاهو[4]

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود
۲- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ملایر
۳- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود
۴- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت: اسفند ۱۳۹۷،پذیرش: دی ۱۳۹۸)

چکیده

وارون‌سازی داده‌های گرانی یکی از مهم‌ترین گام‌ها در تفسیر این داده‌ها است. هدف از این کار تخمین توزیع چگالی مدل ناشناخته زیر سطحی از طریق داده‌های اندازه‌گیری شده در سطح زمین است. مشکل اصلی در وارون‌سازی داده‌های حاصل از عملیات گرانی‌سنجی، عدم یکتایی جواب ناشی از وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی است. وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی‌سنجی مسئله‌ای کم تعیین شده و بد حالت است. تعیین پارامتر منظم‌سازی بهینه در وارون‌سازی داده‌های گرانی از اهمیت فراوانی برخوردار است. یکی از این روش‌ها، روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) است. در این پژوهش از روش برنامه‌نویسی درجه دو (روش کوادراتیک) به عنوان یک روش بهینه‌سازی استفاده شده است. این روش دارای سه الگوریتم، منطقه اعتماد، نقطه داخلی و مجموعه فعال است. این سه الگوریتم از نظر مدت زمان اجرای وارون‌سازی و همچنین میزان پایداری هر یک از این الگوریتم‌ها در مقابل نوفه بررسی خواهند شد. به منظور اعتبارسنجی روش ارائه شده، از داده‌های گرانی حاصل از دو مدل مصنوعی و داده‌های گرانی ذخیره سولفیدی سن‌نیکلاس واقع در کشور مکزیک استفاده شده.

کلمات کلیدی

مسئله وارون، روش کوادراتیک، گرانی‌سنجی، سولفیدی، سن‌نیکلاس، مکزیک

* عهده‌دار مکاتبات: *nejati@shahroodut.ac.ir*

۱- مقدمه

وارون‌سازی داده‌های گرانی یکی از مهم‌ترین گام‌ها در تفسیر داده‌های حاصل از این روش است. هدف از وارون‌سازی این داده‌ها، یافتن چگالی و پارامترهای مدل زیرسطحی ناشناخته زمین است، به گونه‌ای که داده‌های مشاهده‌ای بر سطح زمین را باز تولید نماید. در وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی فرض بر این است که زیر سطح زمین در محدوده برداشت داده‌ها را می‌توان به بلوک‌های کوچکی با ابعاد ثابت تقسیم نمود، سپس با حل مسئله وارون‌سازی، چگالی مجهول هر یک از این بلوک‌ها به دست خواهد آمد. مشکل اصلی در وارون‌سازی داده‌های حاصل از عملیات گرانی‌سنجی، عدم یکتایی جواب ناشی از وارون‌سازی داده‌های این روش ژئوفیزیکی است. بنابراین وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی‌سنجی یک مسئله بد حالت است[۱]. روش‌های مختلفی برای وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل وجود دارد. بیر و همکاران(۱۹۹۵) روش تجزیه مقدار تکین را برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی به کار گرفتند. آنها روش وارون‌سازی تیخونوف مرتبه صفر را به کار گرفتند و داده‌ها را بدون نوفه در نظر گرفتند. نتایج نشان می‌دهد تنها زمانی که سلول‌های زیرسطحی کم بوده و مقدار نوفه موجود در داده‌ها کم است، می‌توان این روش را در وارون‌سازی به کار گرفت[۲]. یکی از روش‌های ارائه شده برای حل این مسائل ارائه یک مدل هموار است. یکی از روش‌های رایج برای رسیدن به این مدل کمینه کردن تابع هدف است که این تابع هدف عدم برازش داده‌ها را با یک شرط دیگر مثل یکی از شرط‌های منظم‌سازی تیخونوف ترکیب می‌کند[۱]. یکی از مسایل مهم در روش-های منظم‌سازی، از جمله روش تیخونوف، انتخاب مقدار مناسب پارامتر منظم‌سازی است[۳]. روش‌های متعددی برای تخمین پارامتر منظم‌سازی در مسایل وارون‌سازی خطی داده‌های ژئوفیزیکی وجود دارد که ممکن است تحت شرایط خاصی جواب خوبی داشته باشند ولی تحت شرایطی دیگر جواب خوبی نداشته باشند[۴]. الدنبرگ و لی (۲۰۰۵) از روش اصل اختلاف، منحنیL و اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV) برای تعیین پارامتر منظم‌سازی در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل استفاده کردند. آنها دریافتند که با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع می‌توان به مقدار پارامتر منظم‌ساز مناسب نزدیک شد و تا حدودی سطح نوفه مناسب را تخمین زد. روش اصل اختلاف زمانی به کار گرفته می‌شود که مقدار نوفه به خوبی در داده‌ها مشخص و معلوم است[۵]. هر چند روش منحنی L روش خوبی برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی است، ولی هیچ تضمینی وجود ندارد که همیشه پارامتر منظم‌سازی مناسبی ارائه دهد. در حالی که تابع مورد استفاده در روش GCVبیشتر اوقات خوب عمل می‌کند[۲]. قائدرحمتی (۱۳۹۲) نشان داد که با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته وزن‌دار(WGCV) سرعت و دقت انجام وارون‌سازی داده‌های مگنتوتلوریک افزایش می‌یابد[۶]. عابدی و همکاران (۲۰۱۳) از روش WGCV در وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس استفاده کردند[۷]. در این پژوهش با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع برای تخمین پارامتر منظم‌سازی و روش برنامه‌نویسی درجه دو به وارون‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی پرداخته شده است. به منظور اعتبارسنجی، الگوریتم پیشنهادی بر روی یک مدل مصنوعی و یک پروفیل از داده‌های گرانی‌سنجی معدن مس موبرون اعمال شده است. که نتایج حاصل از آن عملکرد روش پیشنهادی را تایید می‌کند.

۲- روش تحقیق

۲-۱- مدلسازی پیشرو

در وارون‌سازی خطی داده‌های میدان پتانسیل معمولاً زیر سطح زمین به بلوک‌های کوچکی با ابعاد ثابت تقسیم می‌شود. سپس اختلاف چگالی هر یک از این بلوک‌های کوچک، پارامترهای مدلی است که باید در طی فرایند وارون‌سازی تخمین زده شوند[۸]. برای حل مسائل به این روش رابطه به فرم رابطه (۱) است:

$$d = Gm \qquad (۱)$$

که m معرف پارامترهای مدل، d بیانگر داده‌های اندازه‌گیری شده و G ماتریس کرنل داده‌ها است. به دلیل وجود نوفه در داده‌ها به هنگام برداشت، مقدار داده برداشت شده از دو بخش کلی تشکیل شده است:

$$d = d + e \qquad (۲)$$

که e بردار نوفه است. هدف از وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی به دست آوردن بردار پارامترها با استفاده از

داده‌های مشاهده‌ای است، به طوری که توزیع چگالی سنگ‌ها و کانی‌ها را در زیرزمین شرح دهد و این مدل از نظر زمین‌شناسی قابل قبول باشد[۱۰].

۲-۲- وارون‌سازی داده‌ها

روش منظم‌سازی تیخونوف یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که در حل مسائل بد وضع برای منظم‌سازی مسائل به کار گرفته می‌شود. در این بخش چگونگی فرمول‌بندی روش تیخونوف جهت استفاده بر روی سیستم معادلات خطی در حل مسائل وارون پرداخته خواهد شد. برای پایدار بودن جواب باید جواب‌ها وابستگی زیادی به نوفه نداشته باشند. پارامترهای مدل به وسیله کمینه‌سازی تابع هدف تیخونوف که بد حالت بودن آن کمتر است، به دست می‌آید[۱۱]:

$$min \left\| \begin{bmatrix} G \\ \alpha I \end{bmatrix} m - \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2 \qquad (۳)$$

که α یک مقدار غیر صفر است. رابطه (۳) تابع هدف روش تیخونوف است که برای رسیدن به یک مدل مناسب باید آن را کمینه کرد. کمینه کردن تابع هدفی که این تابع عدم برازش داده‌ها را با شرطی دیگر مثل شرط‌های منظم‌سازی تیخونوف ترکیب می‌کند. در حل مسائل کم‌ترین مربعات رابطه (۳) به رابطه (۴) تبدیل می‌شود:

$$[G^T \alpha I] \begin{bmatrix} G \\ \alpha I \end{bmatrix} m = [G^T \alpha I] \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۴)$$

رابطه (۴) را می‌توان به شکل رابطه (۵) بازنویسی کرد:

$$(G^T G + \alpha^2 I) m = G^T d \qquad (۵)$$

که I ماتریس متقارن، α پارامتر منظم‌ساز است در نهایت رابطه (۵) پس از ساده‌سازی به صورت رابطه (۶) است:

$$m_\alpha = G^T d (G^T G + \alpha^2 I)^{-1} \qquad (۶)$$

انتخاب درست پارامتر α بسیار مهم است. هرچه پارامتر α با دقت بیشتری انتخاب شود، جواب‌های حاصل از وارون‌سازی پایدارتر خواهد بود[۱۱]. کاربرد پارامتر منظم‌سازی در مدلسازی وارون سبب تعادل بین عدم برازش داده‌ها و عبارت منظم‌ساز در تابع هدف می‌شود. یکی از مسائل مهم در روش منظم‌سازی، از جمله روش تیخونوف انتخاب مقدار مناسب پارامتر منظم‌سازی است[۵]. روش‌های متعددی برای تخمین پارامتر منظم‌سازی در حل مسائل وارون خطی داده‌های ژئوفیزیکی وجود دارد[۴].

۲-۳- اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته (GCV)

تخمین مقدار ناشناخته نوفه مسئله‌ای است که در علم آمار بسیار مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از این روش‌ها، اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته است. ایده اساسی این روش این است که جواب خوب برای یک مسئله وارون‌سازی، جوابی است که بی جهت به هیچ داده‌ای حساس نیست. به این معنی که این جواب می‌تواند یک داده را به خوبی تخمین بزند، حتی اگر آن داده برای محاسبه مدل به کار نرفته باشد. به همین دلیل به آن اعتبارسنجی گفته می‌شود. مقدار مناسب α مقداری است که تمام داده‌ها را به بهترین شکل تخمین بزند. با استفاده از نقطه کمینه تابع اعتبارسنجی می‌توان مقدار α را تعیین نمود. این تابع را می‌توان طوری بیان نمود که برای حذف هر داده به یک حل صریح مسئله وارون نیاز نباشد. این رابطه به صورت رابطه (۷) است[۸]:

$$GCV(\alpha) = \frac{\left\| d(\alpha) - d^{obs} \right\|_2^2}{(trace(I - C(\alpha)))^2} \qquad (۷)$$

که در آن

$$C(\alpha) = G(G^T G + \alpha I_n)^{-1} G^T \qquad (۸)$$

در رابطه (۷)، $d(\alpha)$ داده تخمین زده شده حاصل از وارون‌سازی تمام داده‌های مشاهده‌ای است. تابع GCV گاهی اوقات بر داده‌ها بیش برازش دارد و گاهی اوقات مقدار کمینه نداشته و بنابراین جوابی ندارد. ولی بیشتر اوقات این روش خوب عمل می‌کند.

۲-۴- تئوری روش کوادراتیک

فرم تابع مادر روش کوادراتیک به صورت رابطه (۹) است[۱۲]:

$$q(x) = d^T x + \frac{1}{2} x^T H x : l \le x \le u \qquad (۹)$$

برای حل تابع رابطه (۹) بر طبق روش‌های مدلسازی وارون، باید این تابع کمینه شود[۲]. در رابطه (۹) H یک ماتریس متقارن $n \times n$، d و x بردارهایی متعلق به اعداد حقیقی و l و u قیدهای بالایی و پایینی مسئله هستند. برای این که رابطه (۹) را بتوان حل کرد شرایطی به کار گرفته می‌شود، تا بتوان جواب را محدود و به حالتی که مطلوب است، نزدیک کرد. این شرایط به شرح رابطه‌های زیر هستند.

$$Gm \le d, G_{eq} m = d_{eq}, l \le m \le u \qquad (۱۰)$$

فرم کم‌ترین مربعات برای رسیدن به رابطه (۹) به صورت رابطه (۱۱) است[۱۲]:

$$min\|Gm-d\|_2 \tag{۱۱}$$

با استفاده از رابطه (۱۱) می‌توان به رابطه (۹) که همان تابع کوادراتیک است دست یافت:

$$min\|Gm-d\|_2 \quad , \qquad l\le m\le u \tag{۱۲}$$

با در نظر گرفتن راه حل کم‌ترین مربعات میرا برای این مسئله و همچنین شرط اعمال شده و با توجه به مثبت بودن تابع $\|Gm-d\|_2$ رابطه (۱۳) به دست می‌آید:

$$min\frac{1}{2}[(Gm-d)^T(Gm-d)] \tag{۱۳}$$

که رابطه (۱۳) را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) نوشت:

$$min\left[\frac{1}{2}m^TG^TGm-b^TGm+d^Td\right] \tag{۱۴}$$

در نهایت پس از ساده کردن عبارت بالا، رابطه (۱۴) به صورت رابطه (۱۵) نوشته می‌شود:

$$min\left[\frac{1}{2}m^THm-d^Tm\right] \tag{۱۵}$$

در رابطه (۱۵) $H=G^TG$، یک ماتریس متقارن $n\times n$ و $b=G^Td$ یک بردار n است[۱۲].

۲-۴-۱- الگوریتم منطقه اعتماد

روش تراست ریجن (منطقه اعتماد) یک روش بهینه سازی است و در اصطلاح به معنی زیر مجموعه‌ای از نقاط است که با یک معادله درجه دوم به تابع هدف نزدیک است. روش منطقه اعتماد به عنوان روش گام محدود شناخته شده است. در این روش با مقایسه نسبت جواب مورد نظر از تقریب مدل با جواب واقعی ناشی از مدل، جواب را مورد ارزیابی قرار می‌دهد. روش منطقه اعتماد یک کلاس یا یک روش شناخته شده در بهینه‌سازی است[۱۳]. شکل ریاضی الگوریتم منطقه اعتماد به شکل رابطه (۱۶) است:

$$min\left\{\frac{1}{2}s^THs+s^Tg\|Ds\|\le\Delta\right\} \tag{۱۶}$$

که g گرادیان f در جریان نقطه x، H ماتریس متقارن هسین (ماتریس متقارن از مشتق دوم)، D ماتریس قطری و Δ مقدار مثبت است. بهترین راه حل موجود برای حل رابطه (۱۶) به طور معمول و شامل محاسبات یک سیستم مهندسی کامل و یک فرآیند نیوتنی اعمال شده به صورت رابطه (۱۷) است:

$$\frac{1}{\Delta}-\frac{1}{\|s\|}=0 \tag{۱۷}$$

۲-۴-۲- الگوریتم نقطه داخلی

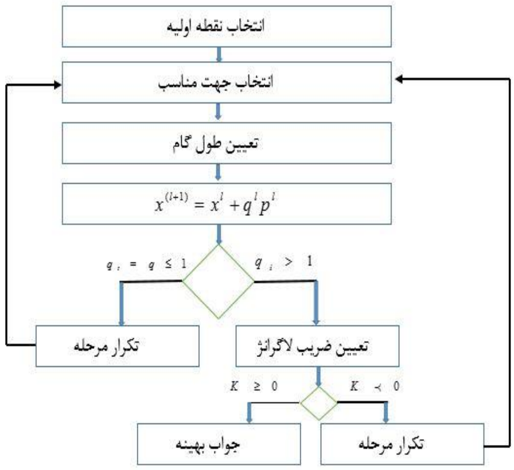
روش نقطه داخلی برای حل مسائل خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش در مسائل با تعداد پارامترهای زیاد نیز به کار می‌رود. در حل مسائل خطی به روش نقطه داخلی، جواب‌هایی اهمیت دارند و مورد بررسی قرار می‌گیرند که در درون محدوده و روی مرز منطقه مورد مطالعه قرار گیرند. در الگوریتم نقطه داخلی، نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شود که شرایط کاروش- کوهن- توکر (رابطه ۱۸) برقرار باشد[۱۴]:

$$\begin{aligned}
&Hm+c-A_{eq}^Ty-A^Tz=0\\
&Am-b-s=0\\
&A_{eq}m-b_{eq}=0\\
&s_iz_i=0, i=1,2,\ldots\ldots,m\\
&s\ge 0\\
&z\ge 0
\end{aligned} \tag{۱۸}$$

شرایط رابطه (۱۸) معروف به کاروش-کوهن-توکر بوده که در آن، A ماتریس نابرابری خطی توسعه یافته شامل مرزهای خطی نابرابر، b بردار خطی شامل مرزها و s بردار تبدیل قید نابرابر به برابر است.همچنین z و y ضرایب لاگرانژ بهینه در ارتباط با قیدهای خطی عمومی و قیدهای مرزی هستند. سپس با استفاده از روش نیوتن نقطه اولیه مناسب که تمامی شرایط ذکر شده را داشته باشد، انتخاب می‌شود. در نهایت بعد از به دست آوردن نقطه مورد نظر، الگوریتم متوقف شده و جواب به دست می‌آید.

۲-۴-۳- الگوریتم منطقه فعال

الگوریتم منطقه فعال در برنامه‌نویسی درجه دو مانند روش سیمپلکس عمل می‌کند، که در تکرارها ممکن است از یک طرف منطقه به طرف دیگر آن انتقال یابد(شکل ۱). در روش سیمپلکس اطلاعات مربوط به مدل وارد جدول‌هایی می‌شود که به آنها تابلوهای سیمپلکس می‌گویند. در این روش هر تابلو معادل یک گوشه است. پس از اینکه تابلو نظیر یک گوشه ساخته شد، سطح صفر آن تابلو بررسی می‌شود. در این صورت دو حالت به وجود می‌آید: اول اینکه مقادیر سطح صفر همگی نامنفی‌اند. در این صورت گوشه مورد نظر بهینه است. دوم اینکه در سطح صفر مقادیر منفی وجود دارند. در این صورت گوشه مورد نظر بهینه نیست و باید به گوشه مجاور بعدی رفت. در بهینه‌سازی مسائل ریاضی مسئله مهم کمینه کردن و یا بیشینه کردن تابع هدف است[۱۵].



شکل ۱: فلوچارت الگوریتم منطقه فعال که در آن مراحل و قیود حل مسئله بیان شده است[۱۱]

مطابق شکل ۱ مشاهده می‌شود، عملکرد الگوریتم منطقه فعال به این صورت است که پس از انتخاب یک نقطه اولیه، جهت مناسب انتخاب می‌شود. بدین ترتیب که جهت انتخابی به طرف داده‌هایی که مفید نیستند، نباشد. مرحله بعدی تعیین گام مورد نظر است. گام‌های انتخابی در الگوریتم منطقه فعال نباید با فواصل زیاد انتخاب شود به این دلیل که ممکن است یک سری اطلاعات مفید از دست برود، بنابراین طول گام نیز مفید است. پس از انتخاب طول گام مناسب دو شرط به وجود می‌آید که اگر طول گام مورد نظر از مقدار یک کمتر باشد، دوباره باید جهت دیگری را انتخاب کرد و اگر برای همه تکرارها مقدار طول گام از یک بزرگ‌تر باشد، وارد مرحله انتخاب ضریب بهینه‌سازی (لاگرانژ) می‌شود. اگر این ضریب منفی باشد، فرایند تکرار می‌شود. اما اگر این ضریب مثبت باشد، جواب بهینه حاصل شده است.

۳- مدل‌های مصنوعی

برای این که بتوان الگوریتم ارائه شده را بر روی داده-های مصنوعی اعمال کرد، ابتدا زمین به تعدادی بلوک تقسیم شده است. مدل‌های مصنوعی استفاده شده در این پژوهش دو مدل مکعب و دایک در حالت دوبعدی است. در جدول ۱ پارامترهای دو مدل مصنوعی نشان داده شده است. زیر سطح زمین به سلول‌های مکعبی به ابعاد ۱۰ متر تقسیم شده است. تعداد این سلول‌ها برابر با ۱۴۰۰ است. ابتدا داده‌های حاصل از این مدل‌های مصنوعی با مدلسازی پیشرو تولید شد. سپس مقدار ۵ درصد نوفه تصادفی با توزیع نرمال به داده‌ها اضافه گردید. در نهایت وارون‌سازی داده‌ها با استفاده از روش کوادراتیک با وجود سه الگوریتم منطقه اعتماد، نقطه‌داخلی و منطقه فعال انجام گرفت.

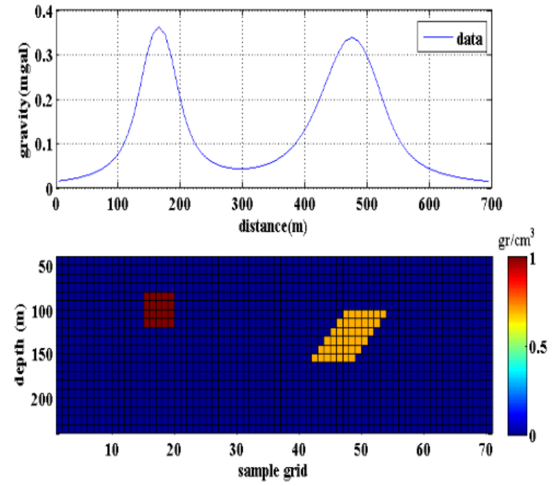
جدول ۱: پارامترهای دو مدل مصنوعی متشکل از مکعب و دایک با ۱۴۰۰پارامتر

مدل	ابعاد (متر)	عمق سطح بالایی (متر)	اختلاف چگالی (گرم بر سانتی‌متر مکعب)
مکعب	۵×۴	۴۰	۱
دایک	۷×۶	۶۰	۰/۷

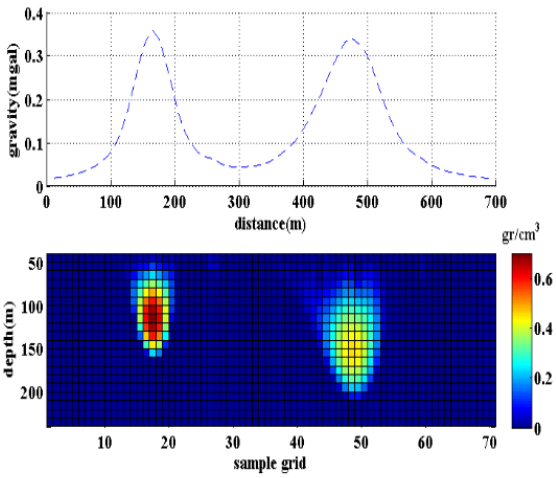
شکل ۲ دو مدل مصنوعی در نظر گرفته شده را نشان می‌دهد. منحنی بی‌هنجاری ناشی از این دو جسم بی‌هنجار در این شکل نشان داده شده است. به طور کلی داده‌های واقعی دارای مقداری نوفه هستند، به همین منظور ۵ درصد نوفه در انجام وارون‌سازی به داده‌های مصنوعی اضافه خواهد شد. در مدلسازی وارون از داده‌ها استفاده می‌شود تا طی یک عملیات ریاضی به پارامترهای مسئله وارون دست یافت. شکل ۳ نمایش وارون‌سازی داده‌های به دست آمده از مدل‌های مصنوعی شکل ۱ است.

هر سه الگوریتم موجود در روش کوادراتیک بر روی مدل‌های مصنوعی اعمال شده، سپس نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها از نظر زمان اجرای برنامه، مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۴-الف) اعمال الگوریتم نقطه داخلی بر روی مدل‌های مصنوعی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۴-الف) محدوده مدل‌ها و شکل آنها به خوبی حفظ شده است که می‌توان این الگوریتم را به عنوان یک روش خوب در مدلسازی وارون در نظر گرفت. هنگام وارون‌سازی بلوک‌هایی که در سطح مش‌بندی قرار می‌گیرند وزن بیشتری نسبت به بلوک‌هایی که در ردیف‌های بعدی قرار دارند، دارد. به این ترتیب اگر یک مدل در نظر گرفته شود و وارون‌سازی انجام شود، مدلی که به دست می‌آید خیلی نزدیک به سطح است. برای جلوگیری از این اتفاق، از یک ماتریس به نام ماتریس وزنی یا عمقی استفاده شده تا مدل وارون در محل واقعی خودش قرار گیرد. این ماتریس

متناسب با عمق بلوک‌ها، وزن متفاوتی برای بلوک‌ها در نظر می‌گیرد. ماتریس عمقی به هر بلوکی که در اعماق بیشتری نسبت به سطح قرار می‌گیرد، متناسب با عمق هر بلوک وزن خواهد داد. در بررسی انجام شده بر روی الگوریتم منطقه اعتماد با در نظر گرفتن مدل‌های مصنوعی بیان شده، نتایج به دست آمده در شکل ۴ نشان داده شده است.

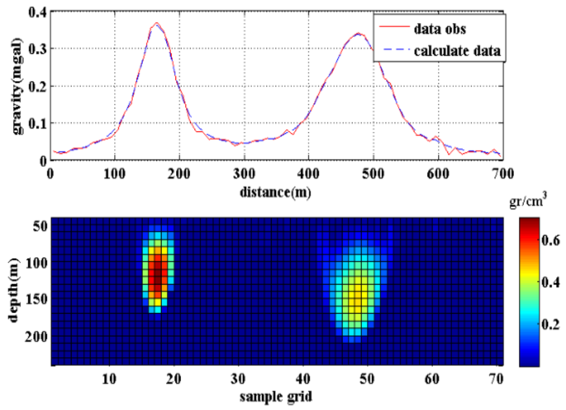


شکل ۲: مدل‌های مصنوعی متشکل از یک مکعب و دایک درحالت بدون نوفه

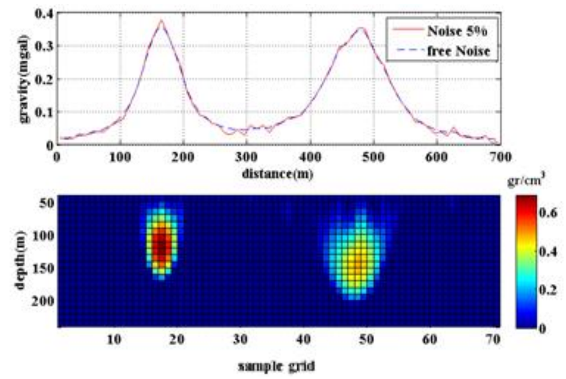


شکل ۳: نمایش وارون‌سازی داده‌های به دست آمده از مدل‌های مصنوعی به روش کوادرتیک متشکل از مکعب و دایک با تعداد ۱۴۰۰ پارامتر

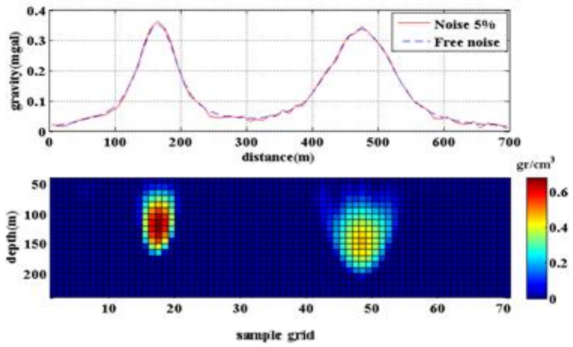
در شکل (۴-ب) الگوریتم منطقه اعتماد نشان داده شده است. همانطور که دیده شد، وارون‌سازی برای هر دو شکل به خوبی صورت گرفته است. شکل (۴-ج) الگوریتم منطقه فعال را نشان می‌دهد. در هر سه روش مدل دایک به خوبی وارون‌سازی نشده است. ولی در مورد مدل مکعبی ضمن اینکه شکل از وضوح خوبی برخوردار است، ابعاد بلوک با نسبت خوبی تعیین شده و مدل به دست آمده در مقاطع شباهت مناسبی با مقاطع مدل مصنوعی دارد.



الف



ب



ج

شکل ۴:نمایش سه الگوریتم روش کوادراتیک بر روی مدل‌های مصنوعی الف)نقطه داخلی ب)منطقه اعتماد ج)منطقه فعال

۳-۱- بررسی عملکرد الگوریتم‌ها از نظر زمان اجرا

در این بخش زمان اجرای هر سه الگوریتم را مورد بررسی قرار گرفته و آنها را از نظر اینکه کدام یک، از نظر زمان اجرای برنامه سریع‌تر یا دیرتر، به مدل پاسخ می‌دهند، مورد بررسی قرار خواهند گرفت. جدول ۲ نشان‌دهنده تفاوت مدت زمان اجرا در هر سه الگویتم است.

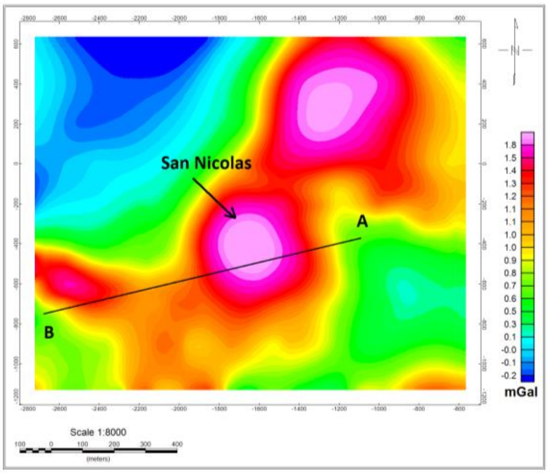
جدول ۲: زمان اجرای وارون‌سازی برای مدل مکعب و دایک با تعداد ۱۴۰۰پارامتر

نوع الگوریتم	منطقه اعتماد	نقطه داخلی	منطقه فعال
زمان‌اجرا(ثانیه)	۲۵	۳۷	۵۰

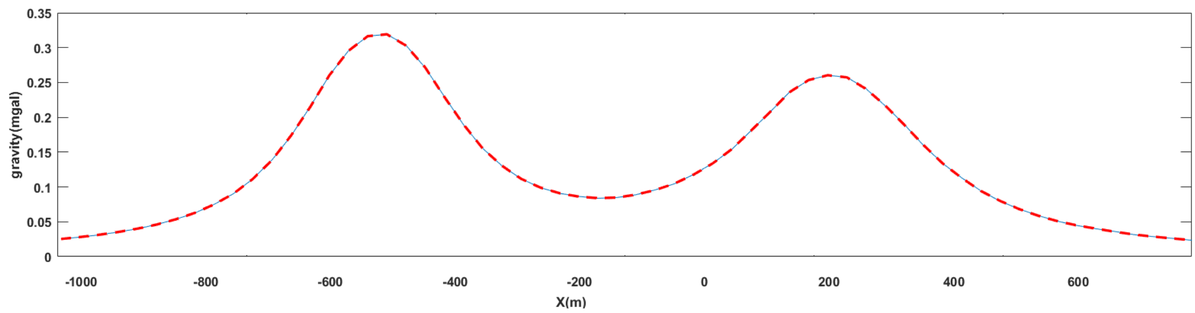
با توجه به جدول ۲ دیده شد که الگوریتم منطقه فعال، بیش‌ترین مدت زمان اجرا و الگوریتم منطقه اعتماد، کم‌ترین زمان را به خود اختصاص داده است. در الگوریتم منطقه فعال با افزایش تعداد پارامترهای مدل، زمان اجرای وارون‌سازی افزایش می‌یابد. زیرا وجود نوفه در داده‌ها سبب ناپایداری شده و در نتیجه عمل وارون‌سازی به زمان بیشتری نیاز خواهد داشت. در الگوریتم منطقه فعال با افزایش تعداد پارامترها، همچنین افزایش نوفه، مسئله به سمت ناپایداری پیش رفته و الگوریتم زمان بیشتری را صرف پایدارسازی مسئله خواهد کرد.

۴- وارون‌سازی داده‌های واقعی

ذخیره مسیو سولفید معدن سن نیکلاس در ایالت زاکاتاکاس مکزیک واقع شده است. سنگ میزبان این توده معدنی از نوع سنگ‌های آتشفشانی مافیک است. کانی‌سازی درون هاله سولفیدی متشکل از کانی‌های مس و روی به صورت توده‌ای و پراکنده به همراه مواد معدنی سولفیدی فلزات پایه با مقادیر کمی طلا و نقره است. در این منطقه اندازه‌گیری مقدار گرانی روی نقاط ایستگاهی به فاصله ۲۵ متری بر روی پروفیل‌هایی به فواصل ۱۰۰ متری انجام شده است[۱۶]. شکل ۵ نقشه باقیمانده بوگه ذخیره سولفیدی سن نیکلاس واقع در کشور مکزیک را نشان می‌دهد. پاره خط AB پروفیل انتخابی جهت اعمال و بررسی الگوریتم‌های روش کوادراتیک است. علت انتخاب این پروفیل ارزیابی نتایج به دست آمده با اطلاعات زمین‌شناسی موجود است. شکل ۶ منحنی بی‌هنجاری ناشی از داده‌های گرانی ذخیره سن نیکلاس واقع بر روی پروفیل AB نشان داده شده است. در شکل ۷ مقطع زمین‌شناسی از موقعیت پروفیل مورد مطالعه ارائه شده است.



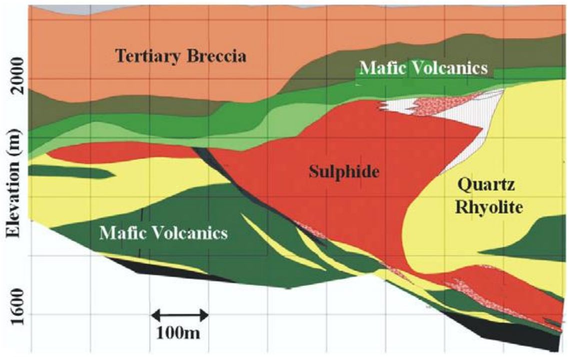
شکل ۵: نقشه باقیمانده بوگه ذخیره سن نیکلاس واقع در ایالت زاکاتاکاس- مکزیک [۱۶]



شکل ۶: منحنی بی‌هنجاری ناشی از داده‌های گرانی ذخیره سن‌نیکلاس بر روی پروفیل *AB*

برای وارون‌سازی داده‌های واقعی ذخیره سولفیدی واقع در مکزیک بعد از انتخاب یک پروفیل که دقیقا از روی ذخیره سولفیدی سن نیکلاس می‌گذرد، پس از ذخیره داده‌ها، آنها را وارد نرم‌افزار متلب کرده و سپس سه الگوریتم روش کوادراتیک بر روی داده‌های واقعی اعمال خواهد شد. زمانی که از داده‌های واقعی استفاده می‌شود، کمیت مهم، وجود صحت در داده‌ها است که باید قبل از به کارگیری داده‌ها، تصحیحات مورد نیاز بر روی داده‌ها انجام شود.

سه الگوریتم موجود بر روی داده‌های واقعی (داده‌های به دست آمده از ذخیره سولفیدی سن‌نیکلاس در کشور مکزیک) اعمال شد و نتایج حاصل از هر یک مورد بررسی قرار گرفت. در شکل ۸ هر سه الگوریتم بر روی داده‌های واقعی به دست آمده از روی پروفیل AB اعمال شده است.



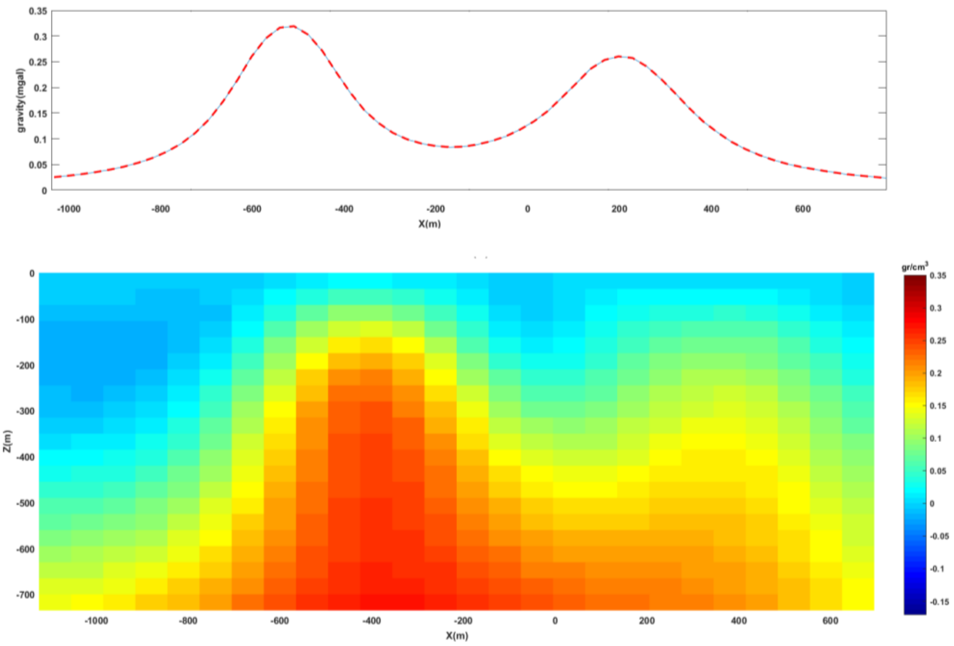
شکل ۷: نمایش مقطع زمین‌شناسی منطبق با پروفیل مورد مطالعه از ذخیره سولفیدی سن نیکلاس [۱۶]

همان طور که مشاهده شد هر سه الگوریتم به خوبی شکل ماده مورد مطالعه را نمایش داده‌اند. در شکل ۸ محل ذخیره سن‌نیکلاس، همچنین عمق معدن با تقریب خوبی نشان داده شده است. همان طور که دیده شد این الگوریتم‌ها تغییرات اندکی نسبت به یکدیگر در وارون‌سازی داده‌های واقعی سن‌نیکلاس مکزیک دارند. میزان بیشینه گرانی با توجه به منحنی بی‌هنجاری ۱/۸ میلی‌گال است. از طرفی عمق توده تا پایین توده سولفیدی تقریبا در ۴۰۰ تا ۴۵۰ متری واقع شده است و عمق تا بالای آن کمتر از ۱۰۰ متر نشان داده می‌شود که با نتایج به دست آمده از شکل ۷ همخوانی خوبی داشته است. بنابراین می‌توان وارون‌سازی به روش کوادراتیک را با توجه به نتایج به دست آمده مفید دانست و هر سه الگوریتم این روش را در وارون‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی‌سنجی به کار برد. مدت زمان اجرای وارون‌سازی نیز برای هر سه الگوریتم موجود در روش کوادراتیک در نظر گرفته شده است. نتایج مربوط به زمان اجرای وارون‌سازی توسط سه الگوریتم منطقه اعتماد، نقطه داخلی و منطقه فعال در جدول ۳ نشان داده شده است.

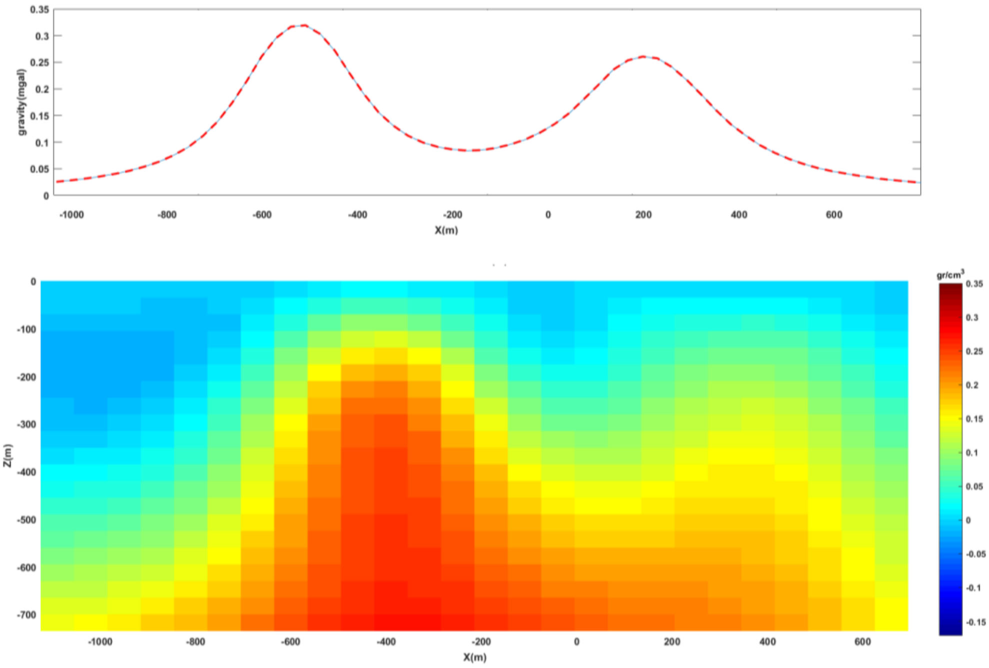
جدول ۳: نمایش زمان اجراء سه الگوریتم روش کوادراتیک برای داده‌های معدن مس موبرون در کانادا

نوع الگوریتم	منطقه اعتماد	نقطه داخلی	منطقه فعال
زمان اجراء(S)	۲۸	۳۲	۴۲

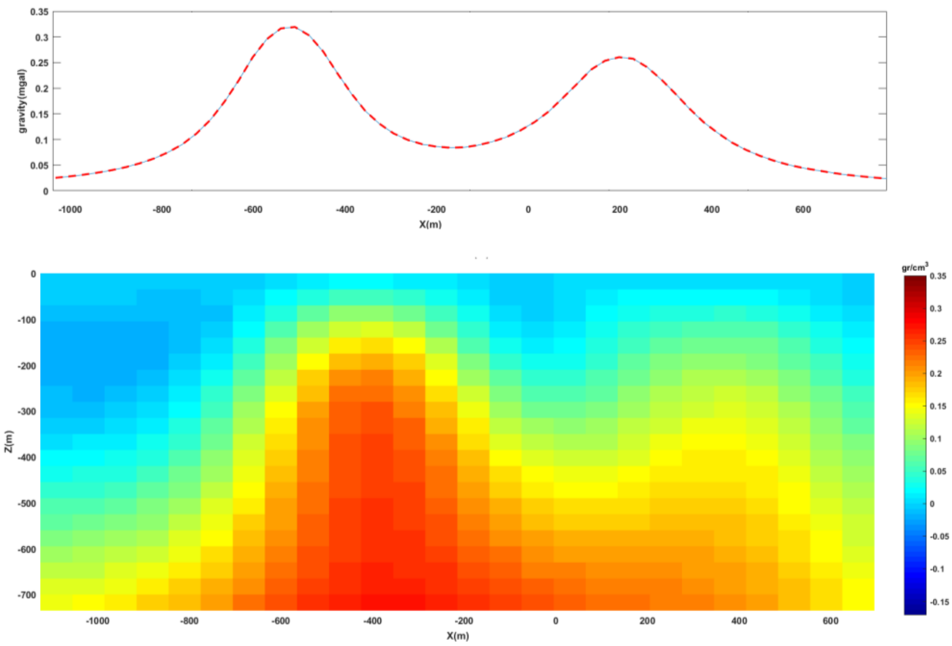
با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود الگوریتم منطقه فعال مدت زمان بیشتری را نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد. بنابراین برای داده‌های واقعی، الگوریتم منطقه اعتماد از نظر زمان اجرای وارون‌سازی و همچنین وارون‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی معدن مس موبرون مناسب‌تر است.



الف



ب



ج

شکل ۸: نمایش سه الگوریتم روش کوادرتیک بر روی داده‌های واقعی ذخیره سولفیدی سن نیکلاس در کشور مکزیک. الف) اعمال الگوریتم منطقه اعتماد ب) اعمال الگوریتم نقطه داخلی ج) اعمال الگوریتم منطقه فعال

۵- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله استفاده از روش کوادراتیک در مدلسازی دوبعدی داده‌های گرانی‌سنجی ذخیره سولفیدی سن نیکلاس واقع در کشور مکزیک و همچنین مقایسه سه الگوریتم منطقه اعتماد، نقطه داخلی و منطقه فعال از نظر مدت زمان اجرای وارون‌سازی است. با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده شد که الگوریتم منطقه فعال بیش‌ترین و الگوریتم منطقه اعتماد کم‌ترین مدت زمان اجرای وارون‌سازی را نسبت به سایر الگوریتم‌ها به خود اختصاص داده‌اند. همچنین نشان داده شد که در الگوریتم منطقه اعتماد با افزایش تعداد پارامترها، وارون‌سازی به خوبی انجام خواهد گرفت. این الگوریتم را می‌توان به عنوان الگوریتم مناسب انتخاب کرد. همچنین با توجه به اینکه از

این داده‌های مرجع [۱۶] مورد استفاده قرار گرفته است، نتیجه به دست آمده برای ذخیره سولفیدی سن‌نیکلاس بدین صورت بوده که عمق تا بالای معدن مس موبرون را کمتر از ۱۰۰ متر و عمق تا پایین توده مس سولفید را بیشتر از ۴۰۰ متر تخمین زده‌اند. با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده شد به کارگیری داده‌های ذخیره سولفیدی سن نیکلاس واقع در ایالت زاکاتاکاس کانادا و همچنین با توجه به شکل ۷، روش به کار گرفته شده در این پژوهش به خوبی توانسته است عمق توده مورد نظر را نشان دهد.

منابع

[1] Menke, W., 1998, Geophysical data analysis: Discrete inverse theory Academic Press. San Diego California,

[2] Bear, G. W., Al-Shukri, H. J., & Rudman, A. J. (1995), “Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions”. Geophysics, 60, 5, pp.1354.

[3] Li, Y. and D.W. Oldenburg, 3-D inversion of induced polarization data. Geophysics, 2000. 65(6): p. 1945-1931.

[4] Hansen, P.C., Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion. Vol. 4. 1998.

[5] Li, Y. and D.W. Oldenburg, 3-D inversion of magnetic data. Geophysics, 1996. 61(2): p. 408-394.

[6] Ghaedrahmati, R. (2013), “Optimal regularization Parameter Estimation for Improvement of two-dimensional and three-dimensional inversion of magnetotelluric data”, PhD Thesis, Shahrood university of Technology, (in persian).

[7] Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H., and Fathianpour, N., (2013), “Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method”, J. Appl. Geophys, 90, pp.126.

[8] Wahba, G., Spline models for observational data. Vol. 59. 1990.

[9] Vatankhah, S., E. Ardestani, and M. Ashtari Jafari, A method for 2-dimensional inversion of gravity data. geophysic 2014, p. 33-23.

[10] Blakely, R.J., Potential theory in gravity and magnetic applications. 1996: Cambridge University Press.

[11] Aster, R.C., B. Borchers, and C.H. Thurber, Parameter estimation and inverse problems. Vol. 90. 2011: Academic Press.

[12] Fisher, N.J. and L.E. Howard, Gravity interpretation with the aid of quadratic programming. Geophysics, 1980. 45(3): p. 419-403.

[13] Gould, N. and P.L. Toint, Preprocessing for quadratic programming. Mathematical Programming, 2004. 100(1): p. 132-95.

[14] Roese-Koerner, L., I. Krasbutter, A constrained quadratic programming technique for data-adaptive design of decorrelation filters, 2012.

[15] Nocedal, J. and S. Wright, Numerical optimization. 2006: Springer Science & Business Media.

[16] Phillips, N., Oldenburg, D., Chen, J., Li, Y., & Routh, P. (2001). Cost effectiveness of geophysical inversions in mineral exploration: Applications at San Nicolas. The Leading Edge, 20(12), 1351–1360.