

استفاده از توزیع چهار پارامتری کاپا در تخمین شاخص بارندگی استاندارد شده

یوسف حسن زاده^{۱*} و امین عبدی کردانی^۲

^۱- استاد گروه مهندسی عمران- آب، دانشکده فنی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۲- دانشجوی دکتری مهندسی عمران- آب، دانشکده فنی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۴/۲۳

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۱۰/۱۲

چکیده

یکی از شاخص‌های مورد استفاده در پایش خشکسالی، شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI) می‌باشد که در تشخیص وقوع خشکسالی‌ها با مقیاس‌های زمانی مختلف اهمیت به‌سزایی دارد. محاسبه شاخص SPI، مستلزم برازش مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی به سری‌های زمانی طولانی مدت بارندگی می‌باشد. با توجه به کثرت وجود توزیع‌های آماری و روش‌های تخمین پارامترها، انتخاب مناسب‌ترین آن‌ها امری بسیار مهم است. در این تحقیق سعی شده است که علاوه بر معرفی توزیع چهار پارامتری کاپا و روش‌های تخمین پارامترهای آن، به کارایی این توزیع جهت محاسبه شاخص SPI پرداخته شود. بدین منظور، ابتدا پارامترهای توزیع کاپا با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش حداکثر درستنمایی برآورد گردید و سپس به بررسی نتایج به‌دست آمده پرداخته شد. مقایسه دو روش فوق نشان داد که الگوریتم ژنتیک نسبت به روش حداکثر درستنمایی نتایج بهتری را ارائه و منجر به تخمین دقیق‌تر شاخص بارندگی استاندارد شده گردید.

کلیدواژه‌ها: شاخص بارندگی استاندارد شده، توزیع چهار پارامتری کاپا، روش حداکثر درستنمایی، الگوریتم ژنتیک.

مقدمه

از میان شاخص‌های موجود جهت تحلیل خشکسالی، شاخص بارندگی استاندارد شده^۱ (SPI) به علت سادگی محاسبات، استفاده از داده‌های قابل دسترس بارندگی، قابلیت محاسبه برای هر مقیاس زمانی دلخواه و قابلیت بسیار زیاد در مقایسه مکانی نتایج، به عنوان مناسب‌ترین شاخص جهت به‌دست آوردن مشخصات خشکسالی شناخته می‌شود و در حال حاضر به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد (۴).

محاسبه شاخص SPI مستلزم برازش مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی به سری‌های زمانی طولانی مدت داده‌های بارندگی در هر ایستگاه می‌باشد. بنابراین در این تحقیق از توزیع چهار پارامتری کاپا که یک توزیع کارآمد در هیدرولوژی و منابع آب می‌باشد، در محاسبه شاخص SPI استفاده شده است. در مورد استفاده از توزیع کاپا تحقیقات اندکی انجام شده است که می‌توان به موارد فوق اشاره نمود. پریدا^۲ از توزیع چهار پارامتری کاپا جهت تخمین بارش به ازای دوره‌های بازگشت ۲۰، ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ ساله برای بارش‌های ۵۰ ایستگاه در هندوستان استفاده نمود. وی با استفاده از روش گشتاورهای خطی، پارامترهای توزیع کاپا را تخمین زد و نشان داد که با استفاده از این توزیع، داده‌های محاسباتی نتایج

خشکسالی به عنوان یک حادثه ناگوار طبیعی می‌باشد که ممکن است در هر رژیم آب و هوایی اتفاق بیفتد. این پدیده یکی از آسیب‌پذیرترین بلاهای وابسته به آب و هوا می‌باشد که بر جوامع مختلف اعم از محیطی و انسانی اثر می‌گذارد. از آنجا که وقوع خشکسالی اجتناب‌ناپذیر است، بنابراین مدیریت منطقی برای مقابله با این بلا طبیعی و ایجاد سیستم مدیریتی ریسک و ارائه اطلاعات صحیح در مقیاس‌های زمانی مختلف، امری لازم و ضروری خواهد بود (۱۷).

از آنجا که جلوگیری کامل از پدیده خشکسالی در هیچ منطقه و شرایطی امکان‌پذیر نیست، می‌توان با تحلیل سوابق تاریخی و با تکیه بر آمار و اطلاعات موجود، دوره بازگشت‌های خشکسالی را برای مناطق مختلف برآورد نمود و با ایجاد طرح‌های آمادگی برای پدیده خشکسالی، مشکلات ناشی از آن را تا حد امکان کاهش داد. در راستای تدوین طرح‌های مقابله با خشکسالی و مدیریت آن، از ضروری‌ترین ابزار، طراحی سیستم‌های پایش خشکسالی می‌باشد که اطلاعات استخراج شده از آن‌ها، تعیین‌کننده نوع عملیات مقابله با خشکسالی و زمان شروع آن می‌باشد. چنین سیستم‌هایی با استفاده از شاخص‌های خشکسالی طراحی و ارائه می‌گردند (۱۶).

1- Standardized Precipitation Index

2- parida

نتیجه گرفتند که دو روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم صعود قله نتایج بهتر و قابل قبولی را ارائه می‌دهند (۹). حسن‌زاده و همکاران جهت تخمین پارامترهای توزیع‌های آماری مورد استفاده در تحلیل فراوانی جریان‌های سیلابی در استان آذربایجان شرقی، از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و پس از انجام آزمون نیکویی برازش^۸، نتیجه گرفتند که الگوریتم ژنتیک در قیاس با سایر روش‌های کلاسیک تخمین پارامتر همچون روش گشتاورهای وزنی احتمال، قابلیت‌های بسیاری دارد (۳).

در این تحقیق استفاده از توزیع کاپا و الگوریتم ژنتیک جهت پایش خشکسالی مد نظر است که برای انجام این منظور از داده‌های بارندگی ماهانه ایستگاه هواشناسی تبریز استفاده شده است و در نهایت نتایج حاصل، با روش حداکثر درستنمایی مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد.

مواد و روش‌ها

منطقه مطالعاتی

تبریز یکی از شهرهای بزرگ ایران و مرکز استان آذربایجان شرقی است. این شهر با مساحتی در حدود ۱۴۰ کیلومتر مربع، بزرگ‌ترین شهر منطقه شمال غرب کشور می‌باشد که در ۴۶ درجه و ۲۵ دقیقه طول شرقی و ۳۸ درجه و ۲ دقیقه عرض شمالی از نصف النهار مبدا واقع شده است. شهر تبریز از سمت شمال، جنوب و شرق به کوهستان و از سمت غرب به زمین‌های هموار و شهرهای تلخه‌رود محدود شده و به شکل یک چاله نسبتاً بزرگ و یا یک جلگه بین کوهی درآمده است. ارتفاع این شهر از سطح دریا بین ۱۳۵۰ متر تا ۱۵۵۰ متر در نقاط مختلف آن متغیر بوده و شیب عمومی زمین‌های تبریز به سمت مرکز شهر و سپس به سمت مغرب می‌باشد.

در این تحقیق از آمار بارندگی‌های ماهانه ۴۰ ساله، مربوط به سال‌های ۱۹۶۵ تا ۲۰۰۴ از ایستگاه هواشناسی شهر تبریز استفاده گردیده است که در شکل (۱-الف) نشان داده شده است. همچنین سری زمانی بارندگی‌های تجمعی در مقیاس‌های زمانی مختلف (۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماه) که جهت محاسبه شاخص بارندگی استاندارد شده، از آنها استفاده می‌شود در شکل (۱-ب) و جدول (۱) ارائه شده است.

شاخص بارندگی استاندارد شده

با توجه به بررسی تأثیر متفاوت بارش بر روی آب‌های زیرزمینی، ذخایر و منابع آب‌های سطحی، رطوبت خاک، پوشش‌های برفی و جریان آبراهه‌ها، مک‌کی و همکاران^۹ شاخص جدیدی را به نام شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI) به منظور پایش وضعیت خشکسالی توسعه دادند (۷).

مشابهی با داده‌های مشاهداتی دارد. لذا توصیه نمود که از توزیع فوق برای طراحی‌های مختلف در کنترل سیلاب، زهکشی، کشاورزی و خشکسالی استفاده شود (۱۱). پارک و جانگ^۱ برای مدل‌سازی بارش حداکثر روزانه، از توزیع کاپا بهره جستند و برای انجام تحقیقشان از داده‌های ۶۱ ایستگاه هواشناسی در کره جنوبی استفاده نمودند. آنها با استفاده از الگوریتم عددی پیشنهادی برای روش حداکثر درستنمایی، به تخمین پارامترهای توزیع کاپا پرداختند و در نهایت به ازای دوره‌های بازگشت مختلف، چندک‌های نظیر را محاسبه نمودند (۱۲). سینگ و دنگ^۲ با استفاده از روش‌های آنتروپی، گشتاورها، حداکثر درستنمایی و گشتاورهای خطی، پارامترهای توزیع کاپا را تخمین زدند. آنها برای اینکار از چهار سری از اطلاعات بارش حداکثر و دبی حداکثر سالیانه استفاده کردند و نشان دادند که نتایج روش‌های آنتروپی و گشتاورهای خطی، قابل قبول بوده و ترکیب این دو روش نیز می‌تواند نتایج بهتری را ارائه دهد (۱۴).

جهت تخمین پارامترهای موجود در شاخص SPI تاکنون از روش‌های کلاسیکی همچون روش حداکثر درستنمایی استفاده شده است، در صورتی که اخیراً الگوریتم‌های فراکوشی^۳ نیز به عنوان ابزار تخمین پارامتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از این روش‌ها، الگوریتم ژنتیک^۴ می‌باشد که در بهینه‌سازی و تخمین پارامترهای مدل‌های هیدرولوژیکی کاربرد فراوان دارد و از سال ۱۹۹۰ تاکنون در زمینه‌های مختلفی از مهندسی آب استفاده شده است که برای نمونه به چند مورد اخیر در اینجا اشاره می‌شود.

کاراهان و همکاران^۵ جهت پیش‌بینی شدت بارش به ازای دوره‌های بازگشت مختلف، از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و نشان دادند که با کاربرد الگوریتم ژنتیک، دیگر هیچ نیازی به استفاده از تبدیل‌های ریاضی وجود ندارد. همچنین نتایج حاصل از کمترین خطای مربعات نشان داد که روش الگوریتم ژنتیک، بهترین برازش را بر داده‌های اندازه‌گیری شده ارائه می‌دهد (۶). چن و همکاران^۶ برای پیش‌بینی جریان رودخانه‌ای، به تحلیل غیر خطی سری‌های زمانی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. با توجه به اینکه پیش‌بینی دقیق‌تر و صحیح‌تر، منجر به تصمیم‌گیری‌های مفید و موثر در منابع آب می‌شود، لذا آنها نتیجه گرفتند که الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های قدیمی تحلیل سری‌های زمانی عملکرد بسیار مناسبی دارد (۱). موهان و ویجیال آکشمی^۷ پارامترهای هیدروگراف واحد لحظه‌ای ناش را با استفاده از روش‌های گشتاورها، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم صعود قله برای دو حوضه با آب و هوای مختلف تخمین زدند. آنها با استفاده از معیار نیکویی برازش که نشان دهنده خطای بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی می‌باشد،

- 1- Park and jung
- 2- Singh and Deng-
- 3- Meta-heuristic algorithms
- 4- Genetic algorithm
- 5- Karahan et al.
- 6- Chen et al.
- 7- Mohan and Vijayalakshmi

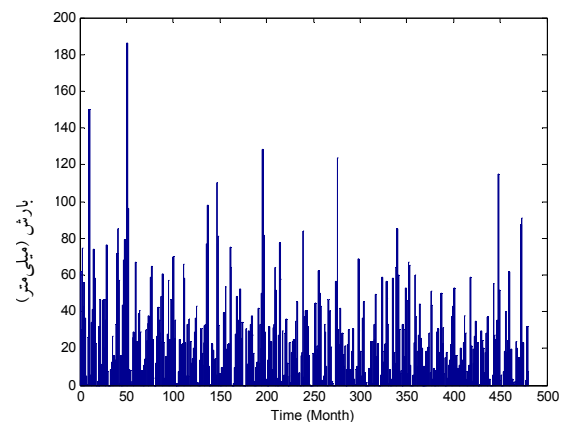
8- Goodness-of-fit test

9- Mckee et al.

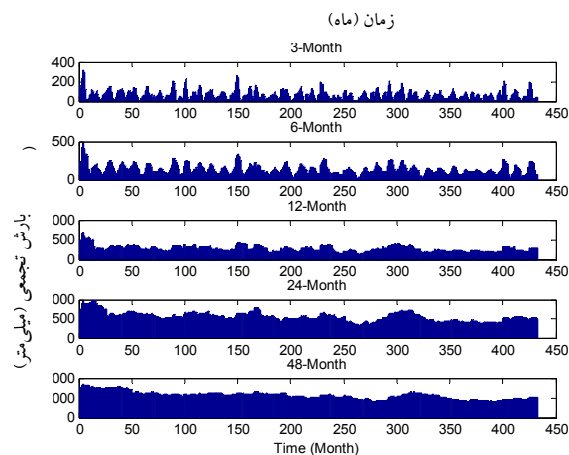
ذخایر و منابع آب تاثیرگذار است. با توجه به این موضوع مکی و همکاران مقیاس‌های زمانی ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه را برای تحلیل خشکسالی مدنظر قرار دادند (۳).

محاسبه SPI بدین ترتیب انجام پذیرفته است که ابتدا سری زمانی داده‌های بارندگی ماهانه در بازه‌های زمانی ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه تشکیل داده شده و سپس هر یک از سری‌های زمانی با مقیاس زمانی متفاوت، با یک توزیع آماری برازش داده می‌شوند تا احتمال تجمعی بارندگی برای ماه معین و مقیاس زمانی مشخص، به دست آید.

شاخص SPI با مقایسه کل بارندگی تجمعی برای ایستگاه یا ناحیه‌ای خاص در یک فاصله زمانی مشخص با میانگین دراز مدت بارندگی برای همان فاصله زمانی، در طول دوره آماری به دست می‌آید. مشخصه اصلی SPI انعطاف‌پذیری در اندازه‌گیری خشکسالی در مقیاس‌های زمانی متفاوت است، زیرا که خشکسالی‌ها از لحاظ مدت بسیار گسترده می‌باشند. بنابراین تشخیص و پیش‌بینی آنها با انواع مقیاس‌های زمانی مهم می‌باشد. مقیاس زمانی خشکسالی را بر روی میزان توانایی منابع آب نشان می‌دهد. کمبود بارش در مقیاس زمانی کوتاه مدت عمدتاً بر روی وضعیت رطوبت خاک اثر می‌گذارد، در صورتی که کمبود بارش در مقیاس زمانی طولانی مدت اغلب بر آب‌های زیرزمینی، جریان رودخانه و



(الف) بارندگی‌های ماهانه



(ب) بارندگی‌های ماهانه تجمعی در مقیاس‌های زمانی مختلف
زمان (ماه)

شکل ۱- سری زمانی بارندگی‌های شهر تبریز

جدول ۱- میانگین و واریانس بارندگی‌های تجمعی ماهانه، در مقیاس‌های زمانی مختلف

بارش تجمعی	ماه											
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۳ ماهه	۷۶/۴۶	۶۷/۵۴	۷۹/۲۸	۱۰۹/۲۹	۱۳۱/۱۳	۱۰۷/۷۶	۶۲/۵۳	۲۳/۷۹	۱۵/۲۹	۳۰/۷۴	۵۵/۵۵	۷۳/۶۸
۶ ماهه	۱۰۸/۷۶	۱۲۵/۲۱	۱۵۷/۰۸	۱۸۵/۷۴	۱۹۸/۶۷	۱۸۷/۰۴	۱۷۱/۸۲	۱۵۴/۹۳	۱۲۳/۰۶	۹۳/۲۷	۷۹/۳۴	۸۸/۹۸
۱۲ ماهه	۲۸۱/۴۱	۲۸۱/۴۵	۲۸۰/۸۶	۲۸۱/۳۰	۲۸۱/۴۷	۲۷۹/۹۶	۲۸۰/۵۸	۲۸۰/۱۴	۲۸۰/۱۴	۲۷۹/۰۱	۲۷۸/۰۱	۲۷۶/۰۲
۲۴ ماهه	۵۶۴/۲۴	۵۶۴/۳۹	۵۶۳/۳۵	۵۶۴/۵۰	۵۶۲/۹۷	۵۶۱/۸۰	۵۶۲/۵۱	۵۶۲/۱۰	۵۶۱/۸۷	۵۶۰/۴۴	۵۵۹/۳۶	۵۵۷/۶۱
۴۸ ماهه	۱۱۳۹/۰۸	۱۱۳۷/۸۶	۱۱۳۴/۴۶	۱۱۳۶/۵۶	۱۱۳۵/۳۱	۱۱۳۳/۱۹	۱۱۳۳/۹۴	۱۱۳۳/۵۲	۱۱۳۱/۶۸	۱۱۲۵/۱۶	۱۱۲۵/۸۵	۱۱۲۵/۵۲
۳ ماهه	۳۲/۳۰	۲۹/۷۴	۳۵/۴۸	۵۲/۱۳	۵۴/۹۷	۴۷/۱۴	۳۲/۱۲	۱۶/۸۴	۱۴/۶۵	۲۳/۸۹	۳۱/۵۸	۳۳/۹۶
۶ ماهه	۴۳/۷۱	۴۵/۰۳	۶۲/۲۶	۷۰/۲۸	۶۵/۶۵	۶۲/۷۰	۶۰/۴۶	۵۸/۷۰	۴۶/۶۲	۳۸/۷۰	۳۷/۰۲	۳۵/۲۷
۱۲ ماهه	۸۳/۹۵	۸۲/۵۵	۹۰/۵۷	۹۲/۹۰	۷۹/۳۷	۷۶/۱۰	۷۵/۸۸	۷۶/۳۹	۷۸/۹۵	۷۷/۹۷	۷۷/۱۲	۷۴/۴۲
۲۴ ماهه	۱۳۴/۲۶	۱۳۲/۲۱	۱۳۳/۲۹	۱۲۹/۵۷	۱۱۷/۶۲	۱۱۶/۳۰	۱۱۶/۰۰	۱۱۶/۶۹	۱۲۰/۳۸	۱۲۶/۲۵	۱۲۵/۵۱	۱۲۷/۹۲
۴۸ ماهه	۲۱۰/۱۹	۲۰۹/۹۷	۲۰۹/۵۲	۲۰۴/۰۸	۱۹۷/۶۹	۱۹۶/۸۳	۱۹۶/۶۲	۱۹۷/۳۶	۱۹۸/۶۳	۱۹۱/۲۱	۱۹۴/۳۲	۱۹۶/۱۵

بارش

واریانس

جدول ۲- طبقه‌بندی خشکسالی بر اساس شاخص SPI

مقادیر شاخص	شدت خشکسالی
۲/۰۰ و بیشتر	ترسالی خیلی شدید
۱/۵۰ تا ۱/۹۹	ترسالی شدید
۱/۰۰ تا ۱/۴۹	ترسالی ملایم
۰/۹۹ تا -۰/۹۹	نزدیک به نرمال
-۱/۰۰ تا -۱/۴۹	خشکسالی ملایم
-۱/۵۰ تا -۱/۹۹	خشکسالی شدید
-۲/۰۰ و کمتر	خشکسالی خیلی شدید

توزیع چهار پارامتری کاپا به دلیل در برداشتن تعداد پارامتر بیشتر نسبت به سایر توزیع‌های دو و سه پارامتری، خصوصیات بیشتری از سری را بیان می‌کند (۳). لذا در این تحقیق سعی شده است که علاوه بر معرفی توزیع چهار پارامتری کاپا و روش‌های تخمین پارامترهای آن، به کارایی این توزیع جهت محاسبه شاخص SPI پرداخته شود. تابع چگالی احتمال توزیع کاپا بصورت زیر ارائه شده است (۵):

$$F(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - k \left(\frac{x-4}{\alpha} \right) \right]^{1/k-1} \quad (1)$$

$$x \left\{ 1 - h \left[1 - k \left(\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right]^{1/k} \right\}^{1/h-1}$$

تابع توزیع تجمعی کاپا در زیر آورده شده است:

این احتمال سپس به متغیر تصادفی نرمال Z، تبدیل گردیده است که یک مقدار نرمال شده با میانگین صفر و انحراف معیار یک می‌باشد. از این رو در حقیقت SPI مقدار انحراف‌های استاندارد است که یک رویداد مشخص از شرایط نرمال منحرف می‌شود. بدین ترتیب طبقه‌بندی خشکسالی بر اساس مقادیر SPI در جدول (۲) ارائه می‌شود (۸).

توزیع چهار پارامتری کاپا^۱

گاتمن^۲ به این نتیجه رسید که اگر از توزیع‌های آماری مختلفی مختلفی جهت برازش بر داده‌های بارندگی به جای توزیع گاما استفاده شود، مقادیر SPI متفاوتی به دست می‌آید. یکی دیگر از روش‌های تحلیل آماری، استفاده از توزیع چهار پارامتری کاپا می‌باشد که توسط هاسکینگ^۳ (۵) ارائه شده است.

- 1- 4-parameter kappa distribution
- 2- Guttman
- 3- Hosking

الگوریتم ژنتیک

تفکر اصلی الگوریتم ژنتیک از نظریه تکامل داروین گرفته شده است. نظریه داروین بیانگر این نکته است که آن دسته از خصوصیات و صفاتی در طبیعت پایدار می‌مانند که با قانون طبیعت سازگاری بیشتری داشته باشند و هر چه این سازگاری بیشتر باشد شانس ادامه حیات آن بیشتر است.

بدین ترتیب می‌توان دید که طبیعت با بهره‌گیری از یک روش بسیار ساده (حذف تدریجی گونه‌های نامناسب و در عین حال تکثیر بالاتر گونه‌های بهینه) توانسته است دائماً هر نسل را از لحاظ خصوصیات مختلف ارتقاء بخشد (۱۵).

روند کلی حل مسائل توسط الگوریتم ژنتیک بدین گونه است که ابتدا تعدادی از جواب‌های شدنی مسأله مورد نظر را به صورت تصادفی و یا گاهی به صورت از قبل تعیین شده، به عنوان جمعیت اولیه انتخاب می‌کند و سپس هر یک از جواب‌ها به صورت رشته‌هایی که کروموزوم نامیده می‌شوند کدگذاری می‌شوند. برای تولید نسل بعدی از روی نسل فعلی، از عملگرهای ژنتیکی شامل انتخاب، ترکیب، باز تولید، جهش و دیگر عملگرهای احتمالی استفاده می‌شود. انتخاب روندی است که اگر کروموزومی دارای لیاقت بالاتری باشد، شانس خود را برای بقاء در سیستم افزایش می‌دهد. در عملگر انتخاب والدین به صورت زوج درآمد، به این ترتیب که هر کروموزوم با یک کروموزوم دیگری که به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، ترکیب می‌گردد تا نسل جدید را ایجاد کند. در عملگر باز تولید، کروموزومی از نسل فعلی، مستقیماً و بدون تغییر به نسل بعدی منتقل می‌شود. عملگر جهش مکانیسمی است که در اثر آن یک تغییر غیر سازمان یافته و کاملاً تصادفی به یک رشته داده می‌شود.

پس از مراحل فوق، جمعیت جدیدی جایگزین جمعیت پیشین می‌شود و این چرخه ادامه می‌یابد. هنگامی جستجو نتیجه بخش خواهد بود که به حداکثر نسل مورد نظر رسیده و یا همگرایی حاصل شده باشد، یا زمان اجرای برنامه از یک مقدار معینی تجاوز کند و یا با گذشت چند نسل بهبودی در لیاقت جمعیت ایجاد نشود (۱۵). شکل (۲) ساختار پایه‌ای الگوریتم ژنتیک را در یک نمای کلی نشان می‌دهد.

معیار نیکویی برازش

جهت بررسی صحت نتایج خروجی، که در واقع بیان کننده اختلاف بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی می‌باشد، از معیارهای متفاوتی استفاده می‌گردد. معیارهای نیکویی برازش به دو صورت گرافیکی^۵ و آماری^۶ می‌باشند که هر کدام از آنها ویژگی‌های منحصر به خود را داشته و به منظور خاصی به کار می‌روند. از آنجا که روش گرافیکی روش دقیقی نمی‌باشد و بسته به نظر اشخاص نتایج متفاوتی به دست می‌آید، بنابراین از معیارهای آماری استفاده می‌شود. معیارهای

$$F(x) = \left\{ 1 - h \left[1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right) \right]^{1/k} \right\}^{1/h} \quad (۲)$$

همچنین تابع چندک^۱ (معکوس تابع توزیع تجمعی) برای توزیع کاپا بصورت زیر بیان می‌شود:

$$x(F) = \xi + \alpha / k \left[1 - \left((1 - F^h) / h^k \right) \right] \quad (۳)$$

که در روابط فوق x مقدار متغیر تصادفی و ξ, k, α, h پارامترهای توزیع می‌باشند که از چهار پارامتر فوق ξ پارامتر موقعیت^۲، α پارامتر مقیاس^۳، k و h پارامترهای شکل^۴ می‌باشند. از میان روش‌های کلاسیک تخمین پارامترهای یک توزیع آماری، روش حداکثر درستنمایی به نظر می‌رسد که یکی از کارآمدترین روش‌ها باشد، چون کمترین واریانس نمونه‌گیری از پارامترهای برآورد شده را ارائه می‌کند و از اینرو چندک‌های برآورد شده آن قابل اعتماد می‌باشند (۱۳).

همچنین با توجه به اینکه در این تحقیق جهت محاسبه پارامترهای توزیع دو پارامتری گاما از روش حداکثر درستنمایی استفاده شده است، لذا از این روش کلاسیک در تعیین پارامترهای توزیع چهار پارامتری کاپا استفاده می‌شود. تابع درستنمایی برای یک نمونه با اندازه n از یک توزیع کاپا در معادله زیر آورده شده است:

$$l = \prod_{i=1}^n (f(x_i)) \quad (۴)$$

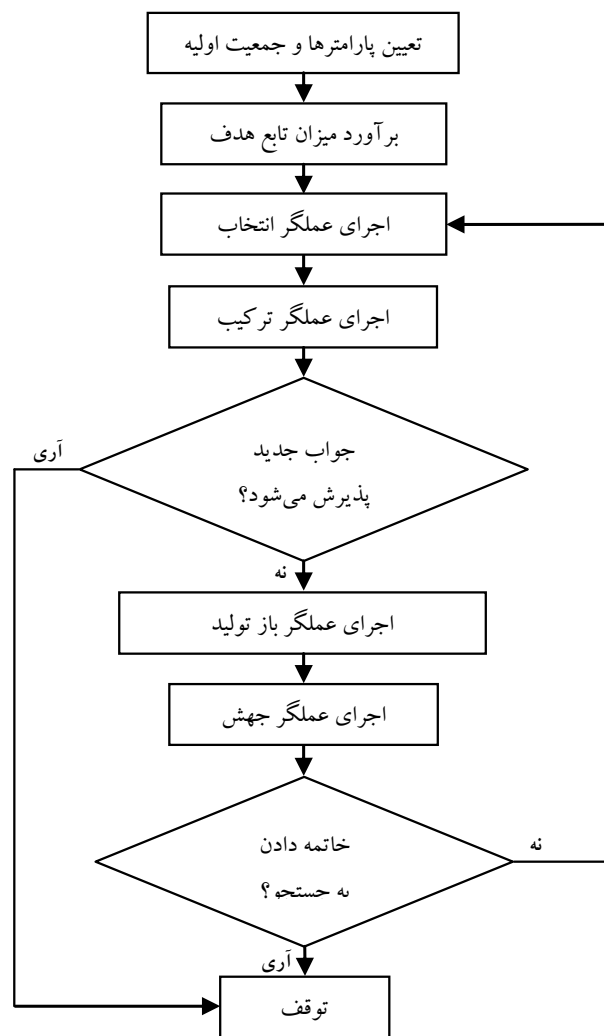
تابع درستنمایی لگاریتمی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$L^*_{\Delta} = n \ln \alpha + \left(\frac{1-k}{k} \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 - k \left(\frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) \right] + \left(\frac{1}{h} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 - h \left\{ 1 - k \left(\frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) \right\}^{1/k} \right] \quad (۵)$$

با مشتق جزئی گرفتن از لگاریتم L نسبت به هر یک از پارامترهای ξ, k, α, h و مساوی صفر قرار دادن نتایج با صفر، چهار معادله چهار مجهولی به دست می‌آید که جهت حل چهار معادله فوق از روش تکراری نیوتن-رافسون استفاده می‌شود.

- 1- Quantile function
- 2- Location parameter
- 3- Scale parameter
- 4-Shape parameter

5- Graphical display
6- Statistical test criteria



شکل ۲- ساختار پایه‌ای الگوریتم ژنتیک

در رابطه فوق n تعداد کل داده‌ها، X_{oi} داده‌های مشاهده‌ای، X_{ci} داده‌های محاسباتی و \bar{X}_o میانگین داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد.

نتایج و بحث

ابتدا به بررسی و تحلیل نتایج حاصل پایش خشکسالی با استفاده از شاخص SPI (در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه) در شهر تبریز پرداخته می‌شود. همان طوری که قبلاً ذکر شد، جهت محاسبه شاخص بارندگی استاندارد شده از برازش توزیع احتمال کاپا بر داده‌های دراز مدت بارندگی ماهانه استفاده می‌شود، که تابع حاصل جهت به‌دست آوردن احتمال تجمعی بارندگی برای یک ایستگاه و در مقیاس زمانی مشخص به‌کار می‌رود. همچنین با توجه به انتخاب روش تخمین پارامترهای توزیع‌های آماری،

آماری با استفاده از روابط آماری جهت تعیین خطای بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی انجام می‌گیرد که در این تحقیق از معیار ناش-ساتکلیف^۱ (E) استفاده شده است (۱۰). هرچه معیار ناش-ساتکلیف به عدد یک نزدیک باشد، نشان دهنده کارایی بیشتر مدل می‌باشد.

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{oi} - x_{ci})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{oi} - \bar{x}_o)^2}, -\infty < E \leq 1 \quad (۶)$$

1- Nash-Sutcliffe

داده‌ها می‌باشد که در جدول (۱) ارائه شده است. همچنین مقادیر دو پارامتر k و h در حدود ۱- می‌باشد. بنابراین یک روش جدید و ساده برای تعیین نقطه شروع پارامترهای توزیع کاپا، استفاده از میانگین و واریانس داده‌های مشاهداتی می‌باشد که به راحتی قابل محاسبه هستند.

نتیجه‌گیری

- با توجه به نتایج حاصل در این تحقیق، می‌توان جمع‌بندی‌های زیر را ارائه نمود:
- ۱- شاخص SPI به عنوان یک ابزار مناسب جهت پایش شرایط خشکسالی قابل استفاده می‌باشد، زیرا از خصوصیات مهم این شاخص، چند کاره بودن آن است که می‌تواند برای هر مقیاس زمانی محاسبه شود و خصوصیات خشکسالی را نشان دهد.
 - ۲- جهت پایش خشکسالی، استفاده از الگوریتم ژنتیک، جواب‌های بهتری را نسبت به روش حداکثر درستی‌مندی ارائه می‌نماید.
 - ۳- جهت محاسبه شاخص بارندگی استاندارد شده در مقیاس‌های زمانی مختلف، استفاده از توزیع چهار پارامتری کاپا به جای توزیع دو پارامتری گاما، به دلیل در بر داشتن بیشتر پارامترها، خصوصیات بیشتری از سری را بیان می‌کند و در نتیجه به نتایج بهتر و با خطای کمتر می‌توان رسید.
 - ۴- جهت یافتن پارامترهای توزیع کاپا به کمک روش حداکثر درستی‌مندی، نیاز به استفاده از تکنیک‌های ریاضی مختلف از قبیل مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری و حل دستگاه معادلات غیرخطی می‌باشد.
 - در صورتی که با استفاده از الگوریتم ژنتیک، بدون نیاز به تکنیک‌های پیچیده، می‌توان به بهترین جواب دست یافت.
 - ۵- در الگوریتم ژنتیک، تعداد پارامترهای توزیع آماری مشکلی برای حل مساله ایجاد نمی‌کند و این روش قادر به یافتن مناسب‌ترین جواب می‌باشد در صورتی که در روش حداکثر درستی‌مندی با افزایش تعداد پارامتر، محاسبات مشکل‌تر می‌شود و نیاز به زمان بیشتری جهت حل مساله می‌باشد.
 - ۶- در صورتی که محدوده جواب مورد نظر، برای هر یک از پارامترهای توزیع آماری مشخص باشد، تخمین پارامتر با استفاده از روش‌های فراکاوشی دقیق‌تر و سریع‌تر انجام می‌گیرد. بنابراین در این تحقیق، مقدار پارامتر α در حدود میانگین و پارامتر α در حدود نصف واریانس داده‌ها می‌باشد. همچنین مقادیر دو پارامتر k و h در حدود ۱-، به عنوان نقطه شروع در نظر گرفته می‌شود.

می‌توان نتایج متفاوتی را به دست آورد. در این تحقیق از دو مدل جهت تخمین پارامترهای توزیع کاپا استفاده شده است که با کاربرد روش حداکثر درستی‌مندی (مدل ۱) و الگوریتم ژنتیک (مدل ۲)، نتایج متفاوتی به دست می‌آید.

قابل توجه اینکه به صورت تابع تابع هدف مورد استفاده در الگوریتم ژنتیک به صورت زیر بیان می‌شود که متغیرهای مورد استفاده در آن در معادله (۶) آورده شده است. همچنین جهت به دست آوردن پارامترهای توزیع کاپا توسط الگوریتم ژنتیک، از جعبه ابزار مربوط به همین روش در نرم افزار MATLAB نسخه 7.6 استفاده شده است.

$$\text{Minimize} \left(\frac{\sum_{i=1}^x (x_{oi} - x_{ci})^2}{\sum_{i=1}^x (x_{oi} - \bar{x}_o)^2} \right) \quad (7)$$

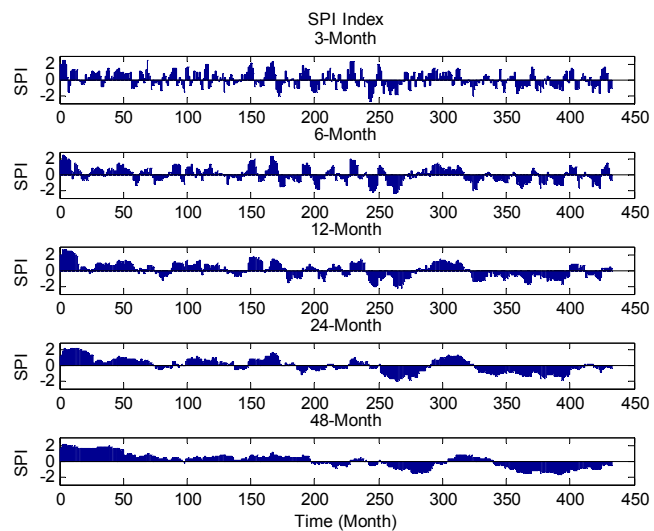
روند تغییرات شاخص بارندگی استاندارد شده با مقیاس‌های زمانی مختلف، که بر اساس دو مدل پایش خشکسالی به دست آمده‌اند در شکل (۳) ارائه شده‌اند.

جهت بررسی صحت نتایج به دست آمده از دو مدل مورد استفاده در پایش شاخص SPI از معیار ناش- ساتکلیف استفاده شده که در شکل (۴) نشان داده شده است. از شکل فوق می‌توان چنین نتیجه گرفت که مدل ۲ (الگوریتم ژنتیک) در مقایسه با مدل ۱ (روش حداکثر درستی‌مندی) جواب‌های بهتری را نتیجه می‌دهند. علت را می‌توان به کاربرد موفقیت آمیز الگوریتم ژنتیک در تخمین پارامتر نسبت داد که با استفاده از راهکارهای مختلف تعیین شایستگی، از گیر افتادن در نقطه‌های بهینه محلی رهایی می‌یابند و در نهایت به جواب بهینه دست می‌یابند.

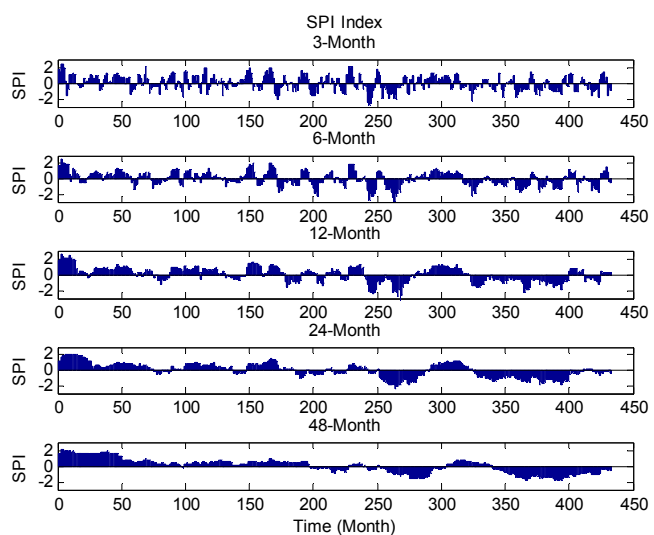
ثانیاً با افزایش بازه زمانی، معیار ناش- ساتکلیف به دست آمده از شاخص SPI، افزایش می‌یابد و همچنین اختلاف این معیار بین دو مدل کاهش پیدا می‌کند. علت را می‌توان چنین بیان نمود که SPI با بازه زمانی کمتر، نسبت به تغییرات بارش حساس می‌باشد و در طول زمان وقوع، از پراکندگی بیشتری در منطقه برخوردار است در حالی که با افزایش بازه زمانی، تغییرات بارش و بالطبع پراکندگی شاخص خشکسالی، کمتر بوده و از یکنواختی بهتری برخوردار می‌باشد. بنابراین هرچه تغییرات بارش بیشتر باشد، خطای بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی نیز بیشتر می‌شود و بالعکس با کاهش تغییرات بارش، خطای بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی نیز کمتر می‌گردد.

مقادیر پارامترهای توزیع کاپا که توسط مدل ۱ و مدل ۲ در مقیاس‌های زمانی مختلف به دست آمده‌اند در جدول‌های (۴) و (۵) آورده شده‌اند. از جدول‌های فوق، چنین استنباط می‌شود که مقادیر پارامتر α در حدود میانگین و پارامتر α در حدود نصف واریانس

حسن‌زاده و عبدی‌کردانی: استفاده از توزیع چهارپارامتری کاپا در تخمین ...



(الف) مدل ۱

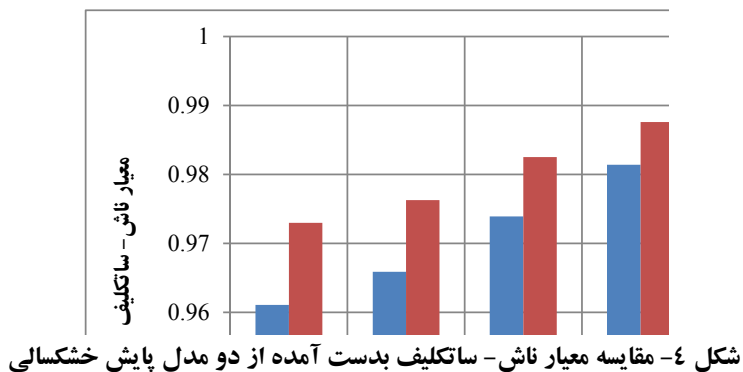


(ب) مدل ۲

شکل ۳- روند تغییرات شاخص بارندگی استاندارد شده در مقیاس‌های زمانی مختلف

جدول ۴- مقادیر پارامترهای توزیع کاپا بدست آمده بر اساس مدل ۱

شاخص	ماه	ماه											
		۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
SPI 3	ξ	۶۶/۲۹	۴۶/۹۸	۲۱/۱۱	۱۰/۲۷	۱۹/۱۵	۵۷/۳۱	۹۳/۰۱	۱۰۹/۷۵	۹۹/۱۷	۷۵/۰۰	۵۸/۵۶	۶۸/۳۰
	α	۱۸/۸۸	۱۶/۷۸	۱۲/۶۱	۷/۱۰	۹/۹۳	۱۷/۷۷	۲۶/۶۲	۲۸/۲۳	۲۳/۶۵	۱۴/۷۳	۱۵/۴۱	۱۷/۵۶
	k	-۰/۱۵	-۰/۲۴	-۰/۴۲	-۰/۴۴	-۰/۲۸	-۰/۲۰	-۰/۳۲	-۰/۲۹	-۰/۲۰	-۰/۲۵	-۰/۳۰	-۰/۲۸
	h	-۰/۶۹	-۰/۶۸	-۰/۵۲	-۰/۴۸	-۰/۷۵	-۰/۹۸	-۰/۷۱	-۰/۳۹	-۰/۹۱	-۱/۳۸	-۰/۶۷	-۰/۸۳
SPI 6	ξ	۸۲/۱۸	۷۶/۹۹	۷۹/۴۵	۱۱۶/۶۳	۱۳۸/۲۵	۱۶۴/۲۵	۱۸۵/۴۴	۱۸۶/۹۶	۱۶۷/۵۵	۱۶۱/۹۳	۱۱۴/۲۲	۱۰۰/۶۴
	α	۱۹/۲۳	۱۶/۷۴	۲۷/۱۷	۲۶/۷۳	۳۳/۱۲	۳۳/۰۳	۳۰/۹۹	۳۶/۶۲	۳۴/۹۰	۲۰/۹۱	۲۵/۰۵	۲۲/۴۰
	k	-۰/۱۷	-۰/۱۷	-۰/۱۷	-۰/۱۶	-۰/۲۹	-۰/۱۶	-۰/۲۰	-۰/۱۵	-۰/۲۶	-۰/۲۳	-۰/۱۹	-۰/۲۲
	h	-۰/۸۲	-۱/۳۵	-۱/۲۵	-۰/۹۵	-۰/۷۵	-۱/۰۰	-۱/۵۱	-۰/۸۰	-۰/۷۳	-۲/۸۱	-۰/۷۰	-۰/۹۸
SPI 12	ξ	۲۶۲/۷۵	۲۷۰/۲۷	۲۶۴/۹۷	۲۶۸/۱۰	۲۷۰/۱۹	۲۶۸/۶۴	۲۶۶/۹۲	۲۶۶/۳۰	۲۶۳/۹۸	۲۶۳/۹۹	۲۵۹/۹۴	۲۶۷/۱۴
	α	۴۱/۶۴	۴۲/۷۶	۴۲/۱۵	۴۳/۱۸	۴۱/۶۱	۴۰/۵۴	۴۱/۰۷	۴۰/۶۱	۴۶/۲۴	۴۷/۰۰	۴۵/۴۰	۴۴/۷۲
	k	-۰/۲۰	-۰/۱۴	-۰/۱۹	-۰/۱۳	-۰/۱۱	-۰/۱۵	-۰/۱۶	-۰/۱۷	-۰/۱۴	-۰/۱۷	-۰/۲۸	-۰/۲۱
	h	-۰/۸۹	-۱/۰۱	-۰/۸۵	-۰/۸۲	-۰/۸۶	-۰/۸۴	-۰/۸۱	-۰/۷۵	-۰/۷۳	-۰/۷۶	-۰/۷۹	-۰/۹۸
SPI 24	ξ	۵۳۴/۸۵	۵۴۴/۴۷	۵۴۵/۵۴	۵۴۵/۶۸	۵۴۸/۳۲	۵۴۵/۲۷	۵۴۲/۸۰	۵۴۴/۹۴	۵۳۷/۵۹	۵۳۵/۹۹	۵۳۸/۰۷	۵۴۱/۲۳
	α	۶۸/۹۹	۶۹/۷۰	۷۰/۶۷	۶۷/۵۳	۶۵/۶۳	۶۵/۲۲	۶۶/۰۸	۶۵/۶۷	۶۹/۳۲	۷۲/۵۶	۷۳/۵۲	۷۴/۰۹
	k	-۰/۱۹	-۰/۱۱	-۰/۱۰	-۰/۱۳	-۰/۱۲	-۰/۱۵	-۰/۱۷	-۰/۱۳	-۰/۲۰	-۰/۲۰	-۰/۲۱	-۰/۱۹
	h	-۰/۸۷	-۰/۹۰	-۰/۸۷	-۰/۸۷	-۰/۸۹	-۰/۸۵	-۰/۸۴	-۰/۸۰	-۰/۷۴	-۰/۷۷	-۰/۸۲	-۰/۸۸
SPI 48	ξ	۱۱۰۶/۰۲	۱۱۰۱/۰۲	۱۱۱۲/۴۲	۱۱۰۸/۷۴	۱۱۰۸/۹۶	۱۱۰۸/۸۴	۱۱۰۶/۶۳	۱۱۰۹/۷۷	۱۱۰۷/۵۵	۱۱۱۰/۵۶	۱۱۱۴/۶۱	۱۱۱۸/۴۸
	α	۱۱۳/۲۸	۱۱۴/۲۰	۱۱۰/۰۳	۱۱۲/۷۲	۱۱۱/۷۵	۱۱۱/۲۵	۱۱۱/۷۰	۱۱۱/۹۹	۱۱۴/۹۶	۱۱۹/۸۴	۱۲۱/۶۲	۱۲۱/۷۵
	k	-۰/۱۰	-۰/۱۵	-۰/۰۹	-۰/۱۱	-۰/۱۱	-۰/۱۱	-۰/۱۳	-۰/۱۱	-۰/۱۱	-۰/۱۰	-۰/۱۲	-۰/۱۱
	h	-۰/۹۱	-۰/۹۰	-۰/۹۶	-۰/۸۸	-۰/۸۶	-۰/۸۶	-۰/۸۶	-۰/۸۳	-۰/۸۱	-۰/۸۶	-۰/۹۱	-۰/۹۲



جدول ۵- مقادیر پارامترهای توزیع کاپا به‌دست آمده بر اساس مدل ۲

شماره شاخص	پارامتر	ماه											
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
SPI 3	ع	۶۱/۸۵	۵۷/۹۴	۶۳/۱۵	۸۲/۳۰	۹۶/۸۶	۸۳/۷۳	۴۹/۰۲	۱۵/۹۴	۶/۴۷	۱۳/۹۶	۴۳/۲۸	۶۴/۹۷
	α	۲۵/۰۹	۱۶/۷۷	۱۶/۹۸	۲۹/۴۴	۴۳/۱۲	۴۱/۸۵	۲۸/۴۴	۱۵/۷۶	۱۰/۳۷	۲۰/۹۶	۲۰/۱۱	۱۹/۸۸
	k	-۰/۰۹	-۰/۲۹	-۰/۴۳	-۰/۳۴	-۰/۱۵	-۰/۲۴	-۰/۰۵	-۰/۰۸	-۰/۲۳	-۰/۰۹	-۰/۲۲	-۰/۲۴
	h	-۰/۰۷	-۰/۵۷	-۰/۱۶	-۰/۰۱	-۰/۲۸	-۰/۱۸	-۰/۰۶	-۰/۰۵	-۰/۴۴	-۰/۴۱	-۰/۳۲	-۰/۷۲
SPI 6	ع	۹۲/۰۶	۱۰۶/۱۵	۱۲۹/۰۴	۱۵۷/۱۳	۱۷۷/۷۹	۱۷۰/۸۱	۱۴۹/۹۸	۱۲۱/۶۵	۹۶/۴۶	۸۷/۷۷	۶۸/۶۹	۷۶/۰۴
	α	۳۱/۳۷	۳۳/۹۰	۲۷/۷۷	۳۸/۵۱	۴۵/۰۶	۴۳/۳۶	۴۷/۴۳	۵۴/۶۱	۵۰/۴۸	۲۲/۲۸	۲۰/۸۸	۲۵/۰۸
	k	-۰/۱۲	-۰/۱۰	-۰/۴۸	-۰/۳۳	-۰/۱۲	-۰/۰۹	-۰/۰۳	-۰/۰۲	-۰/۱۶	-۰/۱۹	-۰/۲۷	-۰/۱۳
	h	-۰/۲۴	-۰/۱۴	-۰/۲۳	-۰/۲۹	-۰/۳۸	-۰/۵۰	-۰/۲۳	-۰/۱۸	-۰/۲۱	-۰/۳۱	-۰/۶۵	-۰/۳۰
SPI 12	ع	۲۵۲	۲۲۲	۲۵۵	۲۴۲	۲۴۹	۲۵۴/۱۵	۲۶۱/۱۹	۲۵۷	۲۵۷	۲۴۳	۲۵۴	۲۴۹
	α	۶۲/۰۷	۸۸/۸۲	۴۷/۹۲	۶۲/۰۸	۴۴/۲۷	۴۶/۹۹	۴۵/۳۵	۵۰/۸۴	۴۷/۸۰	۵۷/۷۲	۵۹/۳۸	۵۰/۲۹
	k	-۰/۰۸	-۰/۰۸	-۰/۳۰	-۰/۱۸	-۰/۳۱	-۰/۲۱	-۰/۲۱	-۰/۱۴	-۰/۲۱	-۰/۱۳	-۰/۰۱	-۰/۱۰
	h	-۰/۲۹	-۰/۴۱	-۰/۷۲	-۰/۳۴	-۰/۳۵	-۰/۴۴	-۰/۶۵	-۰/۴۹	-۰/۶۰	-۰/۱۱	-۰/۳۲	-۰/۵۸
SPI 24	ع	۵۵۶/۶۹	۵۰۵/۱۱	۵۱۲/۸۱	۵۲۵/۰۷	۵۲۱/۶۹	۵۲۱/۹۱	۵۰۰/۶۹	۵۵۳/۰۰	۵۲۶/۱۵	۵۳۴/۷۰	۵۲۰/۳۱	۵۰۵/۵۴
	α	۷۲/۹۲	۱۰۷/۵۳	۸۸/۹۵	۷۷/۵۶	۸۴/۷۲	۸۶/۶۹	۱۱۱/۶۲	۶۷/۳۳	۸۶/۶۰	۸۲/۶۱	۹۳/۷۷	۹۴/۶۳
	k	-۰/۲۱	-۰/۰۴	-۰/۱۸	-۰/۲۳	-۰/۰۹	-۰/۰۶	-۰/۰۶	-۰/۱۵	-۰/۰۷	-۰/۱۱	-۰/۰۵	-۰/۱۱
	h	-۰/۳۲	-۰/۰۶	-۰/۳۲	-۰/۵۵	-۰/۳۰	-۰/۲۸	-۰/۱۴	-۰/۲۰	-۰/۴۱	-۰/۶۸	-۰/۳۵	-۰/۱۸
SPI 48	ع	۱۰۶۵/۲۶	۱۰۵۶/۷۵	۱۰۷۱/۲۶	۱۰۶۸/۳۳	۱۰۷۷/۰۹	۱۰۶۳/۹۹	۱۰۷۱/۸۲	۱۰۸۰/۹۵	۱۰۷۸/۲۹	۱۰۶۸/۹۰	۱۰۱۸/۴۹	۱۰۷۶/۱۶
	α	۱۷۹/۴۸	۱۸۸/۷۶	۱۵۷/۶۳	۱۵۱/۶۸	۱۴۵/۲۸	۱۵۶/۸۷	۱۵۱/۰۵	۱۴۲/۳۶	۱۴۶/۹۱	۱۶۰/۰۶	۲۱۴/۷۲	۱۴۳/۹۸
	k	-۰/۰۷	-۰/۰۷	-۰/۰۳	-۰/۰۶	-۰/۰۵	-۰/۰۱	-۰/۰۲	-۰/۰۵	-۰/۰۳	-۰/۰۶	-۰/۰۳	-۰/۰۲
	h	-۰/۱۶	-۰/۳۷	-۰/۳۳	-۰/۲۸	-۰/۳۷	-۰/۲۲	-۰/۳۰	-۰/۴۵	-۰/۴۰	-۰/۲۴	-۰/۲۱	-۰/۴۳

منابع

- Chen, C. S., Liu, C. H. and H. C. Su. 2008. A nonlinear time series analysis using two-stage genetic algorithms for streamflow forecasting. *Hydrological Processes*, 22:3697-3711.
- Guttman, N. B. 1999. Comparing the drought index and the standardized precipitation index. *Journal of American Water Resources Association*, 35(2):311-322.
- Hassanzadeh, Y., Nourani, V. and A. Abdi. 2009. Genetic algorithm and its application in statistical analysis of flood flows. 2nd International Conference on Water Economics, Statistics and Finance, 3-5 July, Alexandroupolis, Greece, pp. 403-410.
- Hayes, M. J., Svoboda, M. D., White, D. A. and O. V. Vanyarkho. 1999. Monitoring the 1996 drought using the standardized precipitation index. *Bulletin of American Meteorological Society*, 80(3):429-438.
- Hosking, J. R. M. 1994. The four-parameter kappa distribution. *IBM Journal of Research and Development*, 38(3):251-258.

6. Karahan, H., Ceylan, H. and M. T. Ayvaz. 2007. Predicting rainfall intensity using a genetic algorithm approach. *Hydrological Processes*, 21:470-475.
7. McKee, T. B., Doesken, N. J. and J. Kleist. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. 8th Conference on Applied Climatology, 17-22 January, Anaheim, CA, pp. 179-184.
8. Mishra, A. K., Singh, V. P. and V. R. Desai. 2009. Drought characterization: a probabilistic approach. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23:41-55.
9. Mohan, S. and D. P. Vijayalakshmi. 2008. Estimation of Nash's IUH parameters using stochastic search algorithms. *Hydrological Processes*, 22:3507-3522.
10. Nash, J. E. and J. V. Sutcliffe. 1970. River flow forecasting through conceptual models I: a discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3):282-290.
11. Parida, B. P. 1999. Modeling of Indian summer monsoon rainfall using a four-parameter Kappa distribution. *International journal of climatology*, 19:1389-1398.
12. Park, J. S. and H. S. Jung. 2001. Modeling Korean extreme rainfall using a Kappa distribution and maximum likelihood estimate. *Theoretical and Applied climatology*, 72:55-64.
13. Rao, A. R. and K. H. Hamed. 2000. *Flood frequency analysis*. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida.
14. Singh, V. P. and Z. Q. Deng. 2003. Entropy-based parameter estimation for Kappa distribution. *Journal of Hydrologic Engineering*. 8:81-92.
15. Sivanandam, S. N. and S. N. Deepa. 2008. *Introduction to genetic algorithm*. Springer-Verlag, Berlin.
16. Wilhite, D. A. 2000. Drought as a natural hazard: concepts and definitions (Chapter 1). In: D.A. Wilhite (ed.), *Drought: A Global Assessment, Natural Hazards and Disasters Series*. Routledge publishers, United Kingdom.
17. Wilhite, D. A. 2005. *Drought and water crisis: science, technology, and management issues*. CRC Press, Boca Raton, Florida.